UNIVERSITÉ SAINT-JOSEPH

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

DES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DE L'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE AUX APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Cas des expressions algébriques en EB7 (5e) et EB8 (4e) au Liban

Thèse de doctorat en Sciences de l'éducation

Préparée par

Michella KIWAN-ZACKA

Soutenue le 12 juillet 2018

Sous la direction de

M. Eric Roditi, Directeur de Thèse

Membres du Jury :

Mme Nina Haifa, Co-directrice de Thèse, Université Libanaise
Mme Dunia El-Moukaddam, Université Saint-Joseph
M. Nassim Farès, président de jury, Université Saint-Joseph
M. Rami El Haddad, rapporteur, Université Saint-Joseph
M. Naim Rouadi, rapporteur, Université de Balamand

TABLE DES MATIERES

Page

LISTE DES TABLEAUX .... **IX**

LISTE DES FIGURES .... **XI**

INTRODUCTION ET PROBLEMATIQUE **1**

1 INTRODUCTION 2

2 MOTIFS DE LA RECHERCHE 3

2.1 Une activité professionnelle à l'origine d'un questionnement 3

2.2 Choix du domaine de l'algèbre élémentaire 5

2.3 L'apprentissage en tant que produit et l'enseignement en tant que processus 7

3 CONTEXTE DE LA RECHERCHE 11

4 PRINCIPAUX CHOIX THÉORIQUES 13

4.1 La double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes 13

4.2 La théorie anthropologique du didactique 15

5 LA PROBLÉMATIQUE ET LES HYPOTHÈSES GÉNÉRALES 16

6 LES OBJECTIFS DE LA RECHERCHE 17

7 LA MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE 18

7.1 Du côté de l'analyse institutionnelle 19

7.2 Du côté de l'enseignement ordinaire 20

7.3 Du côté des apprentissages algébriques des élèves 22

8 PLAN DE LA THÈSE 24

PARTIE THEORIQUE **26**

CHAPITRE 1 LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE **27**

1.1 LE CONCEPT DE PRAXÉOLOGIE 28

1.1.1 La tâche et le type de tâches 29

1.1.2 La technique 30

1.1.3 La technologie 30

1.1.4 La théorie 31

1.2 L'AGRÉGATION DE PRAXÉOLOGIES 31

1.3 LA CONVOCATION DES TYPES DE TÂCHES 32

1.4 ORGANISATION MATHÉMATIQUE ET ORGANISATION DIDACTIQUE 33

CHAPITRE 2 QUELQUES ELEMENTS SUR LES TRAVAUX EN DIDACTIQUE DE L'ALGEBRE **35**

2.1 LES DIMENSIONS *OUTIL* ET *OBJET* DE L'ALGÈBRE 36

2.1.1 L'algèbre dans sa dimension outil 37

2.1.2 L'algèbre dans sa dimension objet *40*
2.2 Le modèle de l'activité algébrique (Kieran, 2007) 48
2.2.1 Les sources de signification de l'algèbre *48*
2.2.2 L'activité générative *53*
2.2.3 L'activité transformationnelle *53*
2.2.4 L'activité globale *54*
2.3 Une praxéologie de référence relative aux expressions algébriques (Pilet, 2012) 55
2.3.1 La praxéologie régionale relative aux expressions algébriques *56*
2.3.2 Les trois praxéologies locales de référence *57*
2.3.3 Les types de tâches et les techniques des trois praxéologies locales de référence *58*

CHAPITRE 3 LES PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS LE CADRE DE LA DOUBLE APPROCHE 63

3.1 La théorie de l'activité et les pratiques enseignantes 64
3.2 La double approche didactique et ergonomique (Robert, 2001) 68
3.2.1 Le découpage en composantes *69*
3.2.2 Niveaux d'organisation du travail des enseignants *70*
3.2.3 Le modèle d'analyse des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances *71*
3.3 Une approche didactique de la régulation des apprentissages 73
3.3.1 Les feedback de l'enseignant dans la note de synthèse de Crahay (2007) *73*
3.3.2 L'évaluation formative de l'apprentissage dans la revue de littérature francophone par Allal et Mottier-Lopez (2005) *76*
3.3.3 La régulation des apprentissages selon Allal (2007) *77*
3.3.4 Des régulations des apprentissages vers les régulations didactiques *79*
3.3.5 Une catégorisation des régulations didactiques *79*

PARTIE PRATIQUE 82

CHAPITRE 4 METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE 83

4.1 La conception de la recherche 84
4.1.1 L'observation des pratiques enseignantes *86*
4.1.2 L'évaluation des apprentissages *86*
4.1.3 L'expérimentation *87*
4.2 La population de la recherche 88
4.2.1 Caractéristiques des établissements scolaires libanais *88*
4.2.2 Choix de la population *91*
4.2.3 L'échantillon de la recherche *91*
4.3 Du côté de l'enseignement ordinaire : l'observation des pratiques enseignantes 93
4.3.1 Le recueil des données *94*
4.3.2 Méthodologie pour l'analyse des scénarios *95*
4.3.3 Méthodologie pour l'analyse des déroulements *101*
4.3.4 Méthodologie pour l'analyse des régulations didactiques *102*

4.3.5 La comparaison des composantes cognitive et médiative des pratiques *105*
4.4 L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES : LES TESTS 106
4.4.1 Conception et finalités *107*
4.4.2 Description des tests de l'EB7 (5e) et de l'EB8 .... *110*
4.4.3 Passation des tests et recueil des données *114*
4.4.4 Méthodologie pour l'analyse des réponses des élèves *115*
4.5 DU CÔTÉ DE L'ENSEIGNEMENT EXPÉRIMENTAL : LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL 116
4.5.1 Conception et finalités *117*
4.5.2 Présentation et analyse du dispositif de l'EB7 (5e) *118*
4.5.3 Présentation et analyse du dispositif de l'EB8 (4e) *120*
4.5.4 Mise en place du dispositif en EB7 et en EB8 .... *121*
4.6 MÉTHODOLOGIE POUR ANALYSER LES EFFETS DE L'ENSEIGNEMENT SUR L'APPRENTISSAGE 122

RESULTATS 124

CHAPITRE 5 ANALYSE INSTITUTIONNELLE 125

5.1 LE PROGRAMME SCOLAIRE DE L'ALGÈBRE DE LA CLASSE D'EB7 (5E) ET CELLE D'EB8 (4E) 127
5.1.1 Structure du programme *128*
5.1.2 Organisation du programme *129*
5.1.3 Terminologie adoptée *131*
5.1.4 Étude du programme de l'algèbre de la classe d'EB7 et de celle d'EB8 .... *131*
5.1.5 Conclusion sur la praxéologie à enseigner définie dans les programmes *137*
5.2 ANALYSE DE DEUX MANUELS SCOLAIRES D'EB7 (5E) ET D'EB8 (4E) 138
5.2.1 Choix des manuels *139*
5.2.2 Organisation des leçons d'algèbre *139*
5.2.3 Analyse des activités *142*
5.2.4 Analyse du cours *146*
5.2.4 Analyse des exercices et des problèmes *151*
5.2.6 Conclusion sur la praxéologie à enseigner définie dans les manuels *158*
5.3 LA PRAXÉOLOGIE À ENSEIGNER DÉFINIE DANS LES INSTRUCTIONS OFFICIELLES DE LA CLASSE D'EB7 (5E) ET CELLE D'EB8 (4E) 159

CHAPITRE 6 LES PRATIQUES ORDINAIRES D'ENSEIGNEMENT DES EXPRESSIONS ALGEBRIQUES 161

6.1 LA SÉQUENCE OBSERVÉE DE MME L. – EB7 (5E) 165
6.1.1 Le scénario de la séquence *165*
6.1.2 L'analyse globale du scénario *177*
6.1.3 Le déroulement *181*
6.1.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme L. *185*
6.1.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme L. *188*
6.2 LA SÉQUENCE OBSERVÉE DE MME M. – EB7 (5E) 191
6.2.1 Le scénario de la séquence *191*

6.2.2 L'analyse globale du scénario *202*
6.2.3 Le déroulement *206*
6.2.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme M. *209*
6.2.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme M. *212*
6.3 LA SÉQUENCE OBSERVÉE DE M. R. – EB7 (5E) 214
6.3.2 Le scénario de la séquence *215*
6.3.2 L'analyse globale du scénario *224*
6.3.3 Le déroulement *231*
6.3.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de M. R. *234*
6.3.5 Conclusion sur les pratiques observées de M R. *238*
6.4 LA SÉQUENCE OBSERVÉE DE MME A. – EB8 (4E) 241
6.4.1 Le scénario de la séquence *242*
6.4.2 L'analyse globale du scénario *252*
6.4.3 Le déroulement *259*
6.4.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme A. *263*
6.4.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme A. *267*
6.5 LA SÉQUENCE OBSERVÉE DE MME T. – EB8 (4E) 269
6.5.1 Le scénario de la séquence *270*
6.5.2 L'analyse globale du scénario *281*
6.5.3 Le déroulement *287*
6.5.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme T. *290*
6.5.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme T. *295*

CHAPITRE 7 LES APPRENTISSAGES ALGEBRIQUES DES ELEVES 297

7.1 ANALYSE DES RÉSULTATS DES ÉLÈVES DE MME L. 299
7.1.1 Résultats globaux en classe expérimentale *300*
7.1.2 Résultats aux praxéologies locales de référence *301*
7.1.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme L. *305*
7.2 ANALYSE DES RÉSULTATS DES ÉLÈVES DE MME M. 306
7.2.1 Résultats globaux *306*
7.2.2 Résultats aux praxéologies locales de référence *309*
7.2.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme M. *315*
7.3 ANALYSE DES RÉSULTATS DES ÉLÈVES DE M. R. 316
7.3.1 Résultats globaux *316*
7.3.2 Résultats aux praxéologies locales de référence *319*
7.3.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de M. R. *325*
7.4 ANALYSE DES RÉSULTATS DES ÉLÈVES DE MME A. 327
7.4.1 Résultats globaux *327*
7.4.2 Résultats aux praxéologies locales de référence *331*
7.4.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme A. *338*
7.5 ANALYSE DES RÉSULTATS DES ÉLÈVES DE MME T. 339

7.5.1 Résultats globaux *339*
7.5.2 Résultats aux praxéologies locales de référence *343*
7.5.3 Des ressemblances et des diversités dans les apprentissages des élèves de Mme T. *350*

DISCUSSION **351**

CHAPITRE 8 SYNTHESE ET DISCUSSION **352**

8.1 DU CÔTÉ DE L'ENSEIGNEMENT DES EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES 353
8.1.1 Des régularités et des variabilités dans la composante cognitive des pratiques des enseignants *355*
8.1.2 Des régularités et des variabilités dans la composante médiative des pratiques des enseignants *360*
8.2 DU CÔTÉ DE L'APPRENTISSAGE DES ÉLÈVES 366
8.2.1 L'apprentissage des élèves suite à l'enseignement ordinaire *367*
8.3 LA COMPARAISON DES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES SUITE À L'ENSEIGNEMENT EXPÉRIMENTAL 371
8.4 LES APPORTS DE LA RECHERCHE 372
8.5 LES LIMITES DE LA RECHERCHE 373
8.6 PERSPECTIVES D'AVENIR 374

CONCLUSION **376**

BIBLIOGRAPHIE **383**

ANNEXES **393**

ANNEXE A – LES TESTS 394
A.1 Le test de l'EB7 .... *394*
A.2 Analyse du test de l'EB7 .... *399*
A.3 Le test de l'EB8 .... *402*
A.4 Analyse du test de l'EB8 .... *407*
A.5 Exemple de tableau de correction en EB7 .... *411*
ANNEXE B – LES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX 414
B.1 Le dispositif expérimental de l'EB7 .... *414*
B.2 Le dispositif expérimental de l'EB8 .... *417*
ANNEXE C – LES INTERACTIONS OBSERVÉES DURANT LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DE MME L. 419
ANNEXE D – LES INTERACTIONS OBSERVÉES DURANT LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DE MME M. 435
ANNEXE E – LES INTERACTIONS OBSERVÉES DURANT LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DE M. R. 446
ANNEXE F – LES INTERACTIONS OBSERVÉES DURANT LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DE MME A. 466
ANNEXE G – LES INTERACTIONS OBSERVÉES DURANT LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DE MME T 478

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 2.1 – Les types de tâches constitutifs de l'OM1 59
Tableau 2.2 – Les types de tâches constitutifs de l'OM2 60
Tableau 2.3 – Les types de tâches constitutifs de l'OM3 60
Tableau 2.4 – Les techniques utilisées pour réaliser les genres de tâches des trois OM locales 61
Tableau 4.1 – Répartition des enseignants et des élèves de la population de l'étude 93
Tableau 4.2 – Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances 97
Tableau 4.3 – Ensemble des couples information-action 103
Tableau 4.4 – Exemple de codage d'interactions élève-enseignant 104
Tableau 4.4 – La distribution des types de tâches sur les items du test de l'EB7 (5e) 111
Tableau 4.5 – La distribution des types de tâches sur les items du test de l'EB8 (4e) 112
Tableau 5.1 – Durée préconisée pour l'enseignement de chaque secteur en algèbre 130
Tableau 5.2 – Types de tâches de l'OM régionale relative aux expressions algébriques dans les programmes d'EB7 et d'EB8 134
Tableau 5.3 – Liste des manuels scolaires analysés 139
Tableau 5.4 – Répartition des types de tâches présents dans le cours des manuels 147
Tableau 5.5 – Répartition des items relatifs aux praxéologies locales dans les manuels 154
Tableau 5.6 – Pourcentage d'items convoquant les types de tâches dans les manuels scolaires 154
Tableau 6.1 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme L. 167
Tableau 6.2 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche. 173
Tableau 6.3 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme L. 176
Tableau 6.4 – Progression globale de la séquence de Mme L. 178
Tableau 6.5 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme L. 186
Tableau 6.6 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme M. 193
Tableau 6.7 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche. 199
Tableau 6.8 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme M. 201
Tableau 6.9 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme M. 203
Tableau 6.10 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme M. 209
Tableau 6.11 – Praxéologies enseignées dans la séquence de M. R. 216
Tableau 6.12 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche. 221
Tableau 6.13 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de M. R 223
Tableau 6.14 – Progression globale du contenu de la séquence de M. R. 226
Tableau 6.15 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de M. R. 235
Tableau 6.16 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme A 243
Tableau 6.17 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche. 249
Tableau 6.18 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme A 251
Tableau 6.19 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme A. 255
Tableau 6.20 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme A. 264
Tableau 6.21 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme T. 271

Tableau 6.22 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d’items par genre de tâche. 279
Tableau 6.23 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme T. 281
Tableau 6.24 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme T. 283
Tableau 6.25 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme T.............................. 292
Tableau 7.1 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test.................................. 301
Tableau 7.2 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test 302
Tableau 7.3 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme M............. 309
Tableau 7.4 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme M. 310
Tableau 7.5 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez M. R. 319
Tableau 7.6 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez M. R................. 320
Tableau 7.7 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme A. 331
Tableau 7.8 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme A............. 331
Tableau 7.9 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme T.............. 343
Tableau 7.10 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme T. 343

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 2.1 – OM globale du domaine algébrique 57

Figure 2.2 – Les trois OM locales de l'OM régionale de référence relative aux expressions algébriques 58

Figure 3.1 – Les activités de l'enseignant et des élèves et leur régulation 67

Figure 3.2 – Schéma conceptuel pour aborder l'étude des réactions des enseignants........ 75

Figure 5.1 – Motivation des expressions algébriques par la traduction dans le manuel P8 143

Figure 5.2 – Motivation des expressions algébriques par la traduction dans le manuel T7........ 143

Figure 5.3 – L'équivalence des expressions algébriques non explicitée dans le manuel T7 144

Figure 5.4 – Introduction du produit de monômes en dégageant la règle à partir d'exemples numériques .. 145

Figure 5.5 – L'activité d'introduction à la factorisation dans le manuel P8 146

Figure 5.6 – Un programme de calcul à traduire par une expression algébrique dans la manuel T8 149

Figure 5.7 – Identification du produit de facteurs dans le manuel T7 150

Figure 5.8 – Identification d'un carré dans le manuel T8 150

Figure 5.9 – Réécriture de l'expression et activation d'ostensifs pour factoriser une expression dans le manuel P8........ 151

Figure 6.1 – Introduction des expressions algébriques par Mme L. 169

Figure 6.2 – Justification de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition par Mme L 170

Figure 6.3 – Association d'une expression à une phrase en langage naturel et inversement........ 171

Figure 6.4 – Introduction des expressions algébriques par Mme M. 195

Figure 6.5 – Tâches qui mettent en jeu l'association de deux expressions égales pour tout x 205

Figure 6.6 – Justification de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition par M. R.... 229

Figure 6.7 – Introduction des expressions algébriques par Mme A 245

Figure 6.8 – Tâche qui met en jeu l'association de deux expressions égales pour tout x........ 258

Figure 7.1 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme L. 300

Figure 7.2 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme L. 303

Figure 7.3 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme L. 304

Figure 7.4 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme M. 307

Figure 7.5 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme M. 308

Figure 7.6 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme M. 311

Figure 7.7 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme M. 312

Figure 7.8 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme M. 313

Figure 7.9 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme M. 314

Figure 7.10 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de M. R. 317

Figure 7.11 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de M. R. 318

Figure 7.12 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de M. R. 321

Figure 7.13 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de M. R. 322

Figure 7.14 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de M. R. 323

Figure 7.15 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de M. R. 324

Figure 7.16 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme A. 328

Figure 7.17 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme A. 330

Figure 7.18 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme A. 333

Figure 7.19 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme A. 334

Figure 7.20 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme A. 335

Figure 7.21 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme A. 337

Figure 7.22 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme T. 340

Figure 7.23 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme T. 341

Figure 7.24 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme T. 345

Figure 7.25 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme T. 346

Figure 7.26 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme T. 348

Figure 7.27 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme T. 349

INTRODUCTION ET PROBLEMATIQUE

1 Introduction

La réussite scolaire des élèves constitue une préoccupation majeure, tant au niveau de la communauté éducative[1] qu'au niveau des chercheurs. Elle est fortement liée à la réussite des élèves dans les différentes matières enseignées, et particulièrement en mathématiques à cause du coefficient élevé de cette discipline relativement aux autres.

L'observation montre que les élèves ne réussissent pas tous facilement en mathématiques surtout à partir du cycle moyen (ou du collège) [2] ; les taux de réussite aux examens officiels du brevet et de la terminale en sont une preuve. De plus, d'après l'évaluation PISA[3] 2015, le Liban est parmi les pays dont le pourcentage d'élèves très performants en mathématiques est inférieur à la moyenne de l'OCDE. Pour cela, l'amélioration des apprentissages des élèves s'avère nécessaire pour leur permettre de mieux acquérir les connaissances mathématiques et de développer leurs capacités à investir les acquis dans la résolution de tâches notamment celles complexes. Pour améliorer la réussite scolaire des élèves, de nombreux travaux de recherche en sciences de l'éducation, en psychologie, en sciences sociales, etc. se sont intéressés à déterminer les facteurs qui l'affectent (Bautier et Robert, 1988, Boero, 1987, Forquin, 1981, Perrin-Glorian, 1990, Perrin-Glorian et *al*,1991). Ces travaux mettent au jour des facteurs externes et des facteurs propres à l'école – facteurs économiques, sociaux, géographiques, personnels, psychologiques, affectifs, et des facteurs relevant de l'enseignement, etc. Ces facteurs influent sur la réussite scolaire et plus particulièrement sur les apprentissages des élèves. L'amélioration de la réussite scolaire implique ainsi, dans notre recherche, la mise en relief des divers facteurs qui influencent les apprentissages puis l'étude et l'amélioration de ces facteurs.

[1]La communauté éducative rassemble les élèves et tous ceux qui, dans l'école ou en relation avec elle, participent à l'accomplissement de ses missions.
[2]À partir de la classe d'EB7 (ou de 5e). Une description plus détaillée des cycles figure dans la suite de cette section.
[3]Le programme PISA ou le Programme international pour le suivi des acquis des élèves est dirigé par l'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE). L'enquête PISA est proposée aux élèves âgés de 15 ans, qui approchent du terme de leur scolarité obligatoire. Elle vise l'évaluation des connaissances et des compétences de ces élèves dans les domaines de la lecture, des mathématiques et des sciences naturelles, celles qui leur serviront dans leur vie quotidienne. En 2015, Le Liban faisait partie des 72 pays qui ont passé l'épreuve PISA.

La communauté éducative libanaise, plus particulièrement les directions des établissements scolaires et les enseignants se préoccupent de la réussite scolaire des élèves et tentent d'améliorer leurs apprentissages. Cette préoccupation est à l'origine de ce présent travail de recherche.

Visant la finalité d'améliorer l'apprentissage des élèves, pouvant faire l'objet d'un travail ultérieur, cette étude s'intéresse en effet à l'un des facteurs qui influe sur l'apprentissage des mathématiques, celui de l'enseignement. Elle interroge ce qui se déroule en classe de mathématiques, et plus particulièrement dans le domaine de l'algèbre élémentaire, et cherche à rendre compte des apprentissages qui ont eu lieu suite à cet enseignement. Le but de cette recherche est ainsi de déterminer ce qui, dans l'enseignement, affecte l'apprentissage et d'en comprendre les raisons en nous limitant au domaine de l'algèbre élémentaire sur lequel nous reviendrons dans la suite de ce chapitre.

Dans la suite de ce chapitre, nous décrivons les motifs et le contexte de la recherche et nous présentons les principaux choix théoriques auxquels nous nous référons. Ensuite, nous exposons la problématique, les hypothèses générales à valider ainsi que les objectifs à atteindre et la méthodologie générale adoptée. Enfin, nous présentons le plan de l'étude.

2 Motifs de la recherche

Notre travail de recherche émane, d'une part, d'une expérience professionnelle dans l'enseignement des mathématiques aux cycles moyen et secondaire et, d'autre part, des formations continues que nous avons conçues à l'intention des enseignants et des futurs enseignants.

2.1 Une activité professionnelle à l'origine d'un questionnement

Enseignante de mathématiques depuis plus de dix ans aux cycles moyen[4] et secondaire au Liban, nous nous sommes toujours préoccupée de l'apprentissage des élèves et posé la question des liens qui existent entre l'enseignement qui se déroule en classe et les apprentissages qui en découlent. L'objectif principal de cette recherche est de documenter

[4] Équivalent au cycle 4 en France, formé des classes nommées : EB7 (5e), EB8 (4e) et EB9 (3e).

l'intérêt que portent les chefs d'établissement, formateurs et enseignants à la réussite scolaire des élèves. Nous sommes tous convaincus de l'importance de l'enseignement et du rôle de l'enseignant accompagnateur dans le développement des acquis des élèves en mathématiques, mais il faut encore l'attester et en prendre la mesure.

Une certaine convergence de point de vue apparait en ce qui concerne les formations continues. Les chefs d'établissement, préoccupés par l'image de leur établissement, encouragent la participation des enseignants aux formations afin de développer leurs connaissances, leurs compétences professionnelles et d'améliorer la qualité de leur enseignement. La plupart sont aussi soucieux de remonter les résultats scolaires de leurs élèves.

Cette convergence de préoccupations nous invite à observer le travail des enseignants dans leurs classes et son impact sur l'apprentissage de leurs élèves, afin d'étudier l'influence de cet enseignement sur l'acquisition des compétences. Nous nous interrogeons alors sur la mise en relation et sur les différents liens possibles entre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques .

L'objet de la didactique des mathématiques est l'étude des *processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, particulièrement en situation scolaire et universitaire. Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage. Elle ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée* (Douady, 1984, cité dans Artigue et Douady, 1986, p. 69). Nous inscrivons donc notre recherche dans le cadre de la didactique des mathématiques et nous choisissons d'étudier le processus d' « enseignement-apprentissage » en mathématiques.

Une recherche qui porte sur l'enseignement et le travail des enseignants et sur l'apprentissage des élèves nécessite une observation minutieuse des classes et une évaluation précise des connaissances des élèves. Nous avons pour cela rencontré un obstacle principal qui concerne la réticence des enseignants à accueillir quelqu'un d' « étranger » à la classe. En demandant à des collègues de nous ouvrir les portes de leurs classes, nous avons constaté une certaine réserve chez la plupart d'entre eux. Suite aux échanges que nous avons eus, nous avons réalisé qu'ils appréhendent d'une part d'être jugés et, d'autre part, que nous ne comprenions pas les difficultés qu'ils vivent concernant l'effectif des classes, le programme assez chargé qu'ils doivent enseigner et les demandes de la direction. S'ajoute aussi une contrainte liée au contenu du manuel utilisé ; une connaissance recommandée dans le curriculum peut ne pas être enseignée parce qu'elle ne figure pas dans le manuel. Par conséquent les réticences des enseignants ont éveillé notre intérêt à suivre de près leur enseignement en classe et à remarquer son impact sur l'acquisition des connaissances et sur le développement des compétences de leurs élèves. Pour plus de précisions et afin de mieux cibler le déroulement des séances en classe, il fallait opter pour un domaine bien déterminé, nous avons choisi celui de l'algèbre élémentaire en EB7 (5^{e}) et en EB8 (4^{e}), nous nous en expliquons ci-après.

2.2 Choix du domaine de l'algèbre élémentaire

Nous avons choisi de limiter notre recherche au domaine de l'algèbre élémentaire pour deux raisons principales. D'abord, l'apprentissage de l'algèbre est important et utile dans la formation du raisonnement tout au long de la vie scolaire. En effet, Chevallard (1989) distingue deux grands objectifs de l'apprentissage de l'algèbre au collège, conduisant à la maîtrise formelle du calcul fonctionnel. Le premier objectif consiste à assurer un maniement formel satisfaisant du calcul algébrique, c'est-à-dire à maîtriser les aspects formels ou les formalismes du calcul algébrique (tout en distinguant entre les formalismes mathématiques et le formalisme dans l'enseignement). Le second objectif porte sur la maîtrise de la dialectique entre maniement formel des calculs algébriques et connaissance des systèmes de nombres, c'est-à-dire la dialectique entre le numérique et l'algébrique.

Par ailleurs, les études didactiques en algèbre élémentaire sont nombreuses et diverses. Certaines portent sur l'épistémologie de l'algèbre (Chevallard, 1989 ; Gascón, 1994), d'autres sur l'enseignement et l'apprentissage de ce domaine (Kückemann, 1981 ; Booth, 1984 ; Bednarz et *al*, 1996 ; Kieran, 1989, 2006), et encore sur les aides et les remédiations apportées aux élèves en difficulté (Vergnaud, 1988 ; Combier et *al*, 1996), etc. Comme il existe des travaux définissant et développant des profils algébriques d'élèves et des parcours différenciés d'enseignement (Grugeon, 1995 ; Pilet, 2012), d'autres s'intéressant aux pratiques de l'enseignant et aux interactions en classe pendant des séances d'algèbre (Schmidt, 1996 ; Coulange, 2000 ; Robert, 2001 ; Al Mouhayar, 2007 ; Abou Raad et Mercier, 2009).

Nous nous référons à certains résultats de ces travaux de recherche, que nous développerons au chapitre 2.

Quant au choix des classes EB7 (5e) et EB8 (4e), il est lié à la place qu'occupe l'algèbre dans les programmes scolaires libanais de ces classes. En effet, dès son introduction en EB7, le domaine de l'algèbre élémentaire occupe une place importante dans les programmes scolaires libanais au cycle moyen. La durée préconisée en EB7 est de quinze heures pour l'enseignement des *expressions algébriques*, soit l'équivalent de 10% du total annuel d'heures d'enseignement des mathématiques, et en EB8, elle est de vingt heures d'enseignement, soit approximativement 13,5% du total annuel. Quant à la *résolution d'équations et d'inéquations*, les programmes indiquent une durée annuelle de dix heures en EB7 et de quinze heures en EB8, et ceci d'après les instructions officielles du programme libanais (documents du CRDP, 1996 – 1997).

Étant donné que nous nous sommes limitée, dans notre recherche, aux classes d'EB7 et d'EB8, la question de départ devient :

Comment se manifeste l'impact de l'enseignement de l'algèbre élémentaire sur l'apprentissage des élèves d'EB7 (5e) et d'EB8 (4e) ?

L'infaisabilité de couvrir tout le domaine de l'algèbre élémentaire dans l'étude du processus enseignement-apprentissage nous amène à nous limiter à l'étude des expressions algébriques.

Combier et *al* (1996, p. 5) listent un ensemble de connaissances et de compétences désignées par le terme de langage algébrique ou d' « algèbre » :

- *L'utilisation de lettres comme représentation générale des nombres et des calculs qui y sont associés ou « calcul littéral » vu comme une combinatoire de règles de transformations autorisées ;*
- *La mise en équation d'un problème qui est un domaine en soi, qui nécessite outre le choix approprié de lettres pour représenter les quantités inconnues, d'écrire sous une forme syntaxiquement correcte les relations décrites dans l'énoncé du problème ;*
- *La résolution d'équations qui s'appuie à la fois sur des compétences en calcul littéral et sur l'idée que seules certaines transformations des membres d'une équation permettent de conserver l'équivalence entre ceux-ci.*

Quant à Mercier (2012), il considère que « l'algèbre » ainsi appelée par les didacticiens, relève du « calcul littéral » nommé de la sorte aujourd'hui par les professeurs en France.

Dans cette thèse, nous ne nous intéressons pas aux équations ni aux inéquations et à leur résolution. En effet, l'intérêt porté aux expressions algébriques est dû au fait qu'elles constituent l'entrée à l'algèbre, et que l'acquisition des connaissances relatives aux expressions est une condition nécessaire pour la suite des apprentissages algébriques. Nous développerons davantage les questions didactiques relatives aux expressions algébriques au chapitre 2. Quant à la terminologie, et pour éviter les répétitions dans le texte, nous ne distinguons pas entre calcul littéral, calcul algébrique et expressions algébriques.

2.3 L'apprentissage en tant que *produit* et l'enseignement en tant que *processus*

Par *apprentissage*, nous désignons l'*apprentissage scolaire* auquel s'associent plusieurs définitions, pouvant varier selon la *perspective de l'auteur et sa discipline de référence* (Gauquelin, 1973, dans Vienneau, 2005, p. 10). Le dictionnaire des concepts clés (Raynal et Rieunier, 2010) propose deux définitions pour *apprendre*, selon le courant pédagogique correspondant :

- Dans la conception behaviorale, « *apprendre, c'est modifier son comportement* ».

- Dans la conception cognitive, « *apprendre c'est modifier durablement ses représentations et ses schèmes d'action* ». (Raynal et Rieunier, 2010, p. 34).

Vienneau (2005, p. 13) définit l'apprentissage scolaire comme étant « *le processus interne et continu par lequel l'apprenant construit par lui-même sa connaissance de soi et du monde. Il s'agit d'un processus interactif, alimenté par les interactions sociales entre pairs et par la médiation de l'adulte.* »

Les définitions peuvent varier aussi selon qu'il s'agisse de l'apprentissage en tant que *processus* ou en tant que *produit* (Vienneau, 2005). Lorsqu'il est perçu en tant que *processus*, l'accent est placé sur sa *dynamique interne*, le *développement au contact du monde et des autres*, l'*actualisation du potentiel des apprenants* et l'*adaptation*. Lorsque l'apprentissage est perçu principalement comme *produit*, il est considéré comme le *résultat atteint par l'enseignement des programmes d'études* ou comme *l'acquisition de nouveaux savoirs, savoir-faire et savoir-être* (Vienneau, 2005, p. 5). Ces « deux moments de l'apprentissage » sont complémentaires : aucun résultat ou produit n'est possible sans le processus qui le précède ou qui l'accompagne.

Quant à l'*activité d'apprentissage*, elle correspond à l'ensemble des activités réalisées par les élèves, visant l'obtention d'un résultat d'apprentissage spécifique. *L'organisation de situations d'apprentissage* correspond à l'*enseignement* (Raynal et Rieunier, 1997, p.121). En effet, il existe plusieurs conceptions et définitions de l'enseignement.

Legendre (1993, dans Vienneau, 2005, p.46) définit l'enseignement comme étant « *un processus de communication en vue de susciter l'apprentissage ; ensemble des actes de communication et de prises de décision mis en œuvre intentionnellement par une personne ou un groupe de personnes qui interagit en tant qu'agent dans une situation pédagogique* ».

Pour De Landsheere (1979, dans Vienneau, 2005, p.46), l'enseignement est « *un processus par lequel l'environnement d'un individu ou de plusieurs individus est modifié* *pour les mettre en mesure d'apprendre à produire des comportements déterminés, dans des conditions spécifiées, ou de répondre adéquatement à des situations spécifiées* ».

L'ensemble des activités d'enseignement et d'apprentissage vécues en milieu scolaire est désigné par le *processus enseignement-apprentissage* (Vienneau, 2005).

Nous rappelons que la question de départ de cette étude porte sur les liens entre l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre en EB7 et en EB8. En situation scolaire, l'enseignement est l'ensemble des interventions qui se proposent d'agir sur un apprentissage, il produit l'apprentissage (Foucambert, 1976). L'étude des liens entre l'enseignement et l'apprentissage se base donc sur l'étude des effets de l'enseignement sur l'apprentissage.

La question problème qui se pose est la suivante :

Quels sont les effets de l'enseignement des expressions algébriques en EB7 (5^e^) et EB8 (4^e^) sur l'apprentissage des élèves libanais, dans des écoles francophones privées ? Comment l'enseignement influe-t-il sur l'apprentissage ?

Dans le cadre de notre étude, nous considérons l'apprentissage comme le *produit* ou le résultat atteint par l'enseignement, sans aborder le *processus* d'apprentissage, et ceci pour deux raisons auxquelles nous reviendrons dans la suite de la recherche. Du côté méthodologique, la vérification d'un apprentissage perçu en tant que *produit* est davantage réalisable auprès d'un grand effectif d'élèves que celle d'un apprentissage perçu en tant que *processus* ; il suffit de mesurer le comportement initial et terminal et d'établir la différence entre eux. Du côté du continuum processus-produit, le produit peut renseigner sur des éléments du processus qui l'a précédé, et informer donc sur les acquis des élèves. Bien que nous soyons consciente de la complexité du *processus enseignement-apprentissage* et que le choix effectué n'est pas un point de vue théorique, nous l'avons adopté pour simplifier la mise en place de notre expérimentation. Dans la suite, nous ne distinguons pas entre *l'apprentissage*, au singulier, et *les apprentissages*, au pluriel, étant donné qu'il s'agit, dans les deux cas, du *produit*, c'est-à-dire des connaissances dont on cherche à évaluer l'acquisition par les élèves. Quant à l'enseignement, et en nous référant aux définitions présentées ci-dessus, nous l'étudions en tant que *processus* susceptible de provoquer l'apprentissage.

Nous identifions les activités des enseignants (les processus) et nous les mettons en relation avec les connaissances acquises des élèves (les produits). Ceci nécessite d'observer ce que fait l'enseignant dans sa classe et ce qu'il propose à ses élèves et de repérer par la suite ce que les élèves ont appris grâce à l'évaluation de leurs acquis. Ainsi, nous pourrons mieux comprendre l'activité enseignante et son impact sur l'apprentissage des expressions algébriques.

À travers l'étude de l'effet des pratiques d'un enseignant sur l'apprentissage de ses élèves, nous souhaitons :

- repérer le contenu algébrique enseigné en classe, et portant notamment sur les expressions algébriques ;
- observer le déroulement ayant eu lieu ;
- analyser les apprentissages algébriques des élèves à la lumière de l'enseignement qui a eu lieu.

Nous partons d'un constat sur l'activité d'enseignement-apprentissage : les enseignants n'enseignent pas tous de la même manière, n'ont pas les mêmes conceptions des objets algébriques, et les élèves n'acquièrent pas tous les connaissances identiquement. En effet, Mercier-Buty, 2005 et Mercier, 2007, ont montré qu'en didactique, la manière dont les savoirs sont enseignés change les connaissances qui leur sont associées et donc, les usages possibles des savoirs appris. Ceci est valable dans une même classe ou dans des classes différentes. Cette constatation sur l'apprentissage des élèves peut être abordée de divers points de vue, psychologique, sociologique, sociale[5]. Dans notre étude, nous choisissons de nous focaliser sur l'apprentissage des élèves du point de vue du contenu visé, l'algèbre élémentaire et plus précisément les expressions algébriques parce que nous considérons que l'enseignement qui a lieu en classe est un facteur essentiel de

[5]Par exemple, le point de vue psychologique lorsqu'il s'agit des différences individuelles dans l'apprentissage. Le point de vue sociologique en évoquant les différences de maîtrise du langage chez les élèves (Bautier, 1995). Le point de vue social en considérant l'existence d'une différence en fonction des origines sociales dans les probabilités d'accès aux différents niveaux de l'enseignement (Boudon, 1973). La posture face aux mathématiques en montrant que, pour un grand nombre d'élèves ayant participé à PISA 2012, l'anxiété et les moindres résultats en mathématiques vont de pair (Feyfant, 2015).

l'apprentissage des élèves et que ses effets sur l'apprentissage méritent d'être étudiés. De plus, nous allons étudier les apprentissages collectifs, relativement à une classe ayant reçu le même enseignement, sans se focaliser sur les apprentissages individuels et variables de chaque élève. Autrement dit, nous nous intéressons à l'effet des activités algébriques choisies sur l'apprentissage des élèves, sans sous-estimer l'influence des facteurs affectifs ou sociaux bien qu'ils ne fassent pas l'objet de notre étude. Celle-ci pourra faire l'objet d'études ultérieures.

3 Contexte de la recherche

Notre recherche se situe dans un contexte croisant à la fois l'enseignement et l'apprentissage.

Les études récentes s'intéressent à l'amélioration des apprentissages des élèves en algèbre, en ayant recours à la différenciation dans l'enseignement (Grugeon, 1997 ; Castela, 2007 ; Pilet, 2012) et en prenant en compte l'hétérogénéité des élèves (Pilet, 2012 ; Bedja, 2016). D'un autre côté, nombreuses sont les études qui partent de l'observation de l'enseignant dans sa classe, du contenu proposé, du déroulement de la séance et des interactions visant l'apprentissage et de l'analyse des pratiques.

Nous inscrivons notre recherche dans la lignée de ces travaux et nous choisissons, d'une part, d'observer l'enseignement ordinaire des expressions algébriques en EB7 et en EB8 en nous centrant à la fois sur le contenu enseigné, sur l'enseignement et les interactions qui ont lieu en classe lors de l'enseignement, et d'autre part, de repérer les apprentissages des élèves suite à cet enseignement. Nous cherchons des éléments susceptibles de justifier les apprentissages à partir des variabilités de l'enseignement. La mise en relation entre l'enseignement et l'apprentissage des expressions algébriques et l'étude de l'impact de l'enseignement sur l'apprentissage à partir d'éléments constatés constituent l'originalité de notre recherche.

Dans l'étude du contenu enseigné, nous nous préoccupons particulièrement de la prise en compte de la dimension *outil* de l'algèbre dans l'enseignement et nous questionnons la capacité des élèves à mobiliser l'outil algébrique dans la résolution des problèmes. Qu'est-ce qu'on entend par *apprentissage algébrique* ? Quand est-ce qu'on peut considérer que les élèves ont appris l'algèbre ? L'acquisition des techniques de calcul algébrique développe-t-elle la capacité de résoudre des problèmes algébriques et de donner du sens à l'algèbre ?

Tout ce questionnement rapproche nos travaux de ceux de Grugeon (1995, 1997, 2011) et Pilet (2012, 2015). En effet, Grugeon (1995, 1997), en se référant à la dialectique outil-objet de Douady (1986) et à une synthèse de travaux épistémologiques et didactiques sur l'algèbre (Chevallard, 1989 ; Gascón, 1994), propose une structuration du domaine de l'algèbre élémentaire en deux dimensions non indépendantes et non hiérarchisées, la dimension *outil* et la dimension *objet*. Dans sa dimension *outil*, l'algèbre sert à résoudre des problèmes arithmétiques, de généralisation et de preuve, de modélisation et de mise en équation, dans différents cadres, numérique, algébrique et fonctionnel. La dimension *objet* de l'algèbre comporte principalement les expressions algébriques, les équations et les formules. Ces objets introduits au collège (à partir de l'EB7) sont en rupture avec l'arithmétique (Chevallard, 1989) ou constituent de *fausses continuités* (Kieran, 1992). Dans la lignée des travaux de Grugeon et en référence à la *théorie anthropologique du didactique,* Pilet (2012, 2015) définit une praxéologie mathématique de référence relative aux expressions algébriques. Elle intègre trois praxéologies locales « intimement liées », la *génération d'expressions algébriques* dans la résolution de problèmes de généralisation et de preuve, l'*équivalence des expressions algébriques* et l'*algèbre des polynômes*. Nous développons ces travaux au chapitre 2.

En partant de l'hypothèse, tirée de l'analyse de la littérature à ce sujet, que la dimension *outil* de l'algèbre n'est pas suffisamment prise en compte lors de l'enseignement et pour aborder les apprentissages des élèves tout en étant assurés que les élèves ont rencontré l'outil algébrique en classe, nous proposons de mettre en place, en classe, des exercices qui mobilisent, à la fois, les deux dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre. Ensuite, nous étudions les apprentissages de ces élèves suite à cet enseignement, que nous désignons par enseignement expérimental.

Nous aurions pu proposer la séquence d'enseignement dès le départ aux enseignants et évaluer les apprentissages des élèves, mais nous voulions observer aussi l'enseignement ordinaire, dans la mesure du possible, c'est-à-dire, tel qu'il est conçu par les enseignants et sans aucune intervention de notre part. Nous revenons à ces détails dans la suite de l'étude.

Notre enjeu porte alors sur l'étude de deux questionnements. Le premier concerne l'enseignement ordinaire des expressions algébriques, contenu, déroulement et interactions, et de ses effets sur les apprentissages[6] des élèves, en mettant en relation l'apprentissage et l'enseignement. Le second concerne l'étude des effets de l'enseignement de l'outil algébrique, par la mise en œuvre d'un dispositif désigné par dispositif expérimental, sur l'évolution des acquis des savoirs et savoir-faire relatifs aux expressions algébriques auprès d'un groupe d'élèves que nous désignons par le groupe expérimental.

4 Principaux choix théoriques

Les principaux cadres théoriques retenus pour notre recherche permettent d'étudier les apprentissages des élèves en fonction des pratiques des enseignants, de repérer et d'interroger des régularités et des variabilités, et ceci dans le domaine de l'algèbre élémentaire. D'une part, nous inscrivons notre recherche dans le cadre de la *double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes*, inspirée de la *théorie de l'activité*, et d'autre part, nous nous référons à des éléments de la *théorie anthropologique du didactique*.

4.1 La double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes

La *double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes* (que nous désignons dans la suite par *double approche*) propose d'étudier les pratiques des enseignants à travers les activités possibles des élèves dans les séances observées pour reconstituer les choix didactiques et pédagogiques de l'enseignant (Robert, 2007). Elle constitue une articulation entre la *théorie de l'activité* et la recherche en didactique des mathématiques (Robert et Rogalski, 2002).

---

[6] Comme nous le verrons dans la suite, les apprentissages des élèves relèvent de leur capacité à résoudre des tâches qui mettent en jeu les dimensions outil et objet de l'algèbre.

Le cadre général de la *théorie de l'activité* tel que repris par Rogalski (Leontiev, 1984 ; Leplat, 1997 ; Rogalski, 2003, 2008) est organisé autour des activités articulées des enseignants et de leurs élèves. Il s'appuie sur deux notions clés, la *situation* et le *sujet*, et distingue entre la *tâche* qui est du côté de la situation et l'*activité*, qui est du côté du sujet. Une présentation détaillée figure au chapitre 3.

Notre objet d'étude, la mise en relation de l'enseignement et des apprentissages des élèves, motive le choix de la double approche parce qu'elle prend en compte l'enseignant et les élèves comme des sujets « spécifiques ». Elle permet de comprendre les pratiques des enseignants par l'intermédiaire de leurs activités en classe, en relation avec les activités correspondantes de leurs élèves.

L'activité en classe d'un enseignant se compose de l'ensemble de ce qu'il pense, fait, ou dit, en relation avec l'enseignement. Cet ensemble constitue les pratiques de l'enseignant. L'activité d'un élève[7] se compose de son action (ce qu'il fait, dit, écrit) et de la pensée qui accompagne cette action (ce qu'il a pensé pour faire, ce qu'il pense et ce qu'il pensera juste après l'avoir fait) (Roditi, 2011). L'analyse des activités mathématiques des élèves en classe permet d'accéder à leurs apprentissages.

L'activité d'un élève étant en partie intellectuelle, et donc inaccessible, nous nous ramenons à analyser son activité potentielle. Celle-ci se compose de la confrontation de la tâche, qui est à l'origine de l'activité, et de ce qui émerge de l'activité (production écrite ou orale). L'accès aux apprentissages reste partiel parce que nous ne tenons pas compte des facteurs affectifs et sociaux qui peuvent intervenir et modifier les activités des élèves.

Les analyses de ces activités des élèves font intervenir l'ensemble des activités organisées par l'enseignant et se font à partir d'une description globale et d'une description locale. La description globale donne accès au scénario élaboré par l'enseignant et à l'ensemble des tâches proposées (ordre, quantité, richesse, etc.). La description locale s'associe aux déroulements sur une tâche donnée (mise en fonctionnement attendu) et aux

[7] Le passage du singulier (un élève) au pluriel (des élèves) n'influe pas sur notre travail parce que nous n'étudions pas le cas particulier d'un élève, mais les apprentissages des élèves d'un enseignant particulier.

activités possibles des élèves et à leur qualité (autonomie, échange, repérage et exploitation du travail des élèves, etc.).

Ainsi, le cadre de la théorie de l'activité justifie le recours à l'analyse des activités des élèves en classe, telles que les enseignants les organisent, pour aborder les pratiques des enseignants et atteindre les apprentissages. Le cadre de la double approche permet de justifier la manière de spécifier les activités mathématiques aux situations scolaires.

Dans la suite de notre recherche, nous ne distinguons pas entre *pratiques des enseignants* et *pratiques enseignantes* et nous confondons *la pratique*, au singulier, et *les pratiques* au pluriel.

Pour l'analyse du contenu mathématique enseigné, le domaine de l'algèbre élémentaire, nous avons eu recours à la *théorie anthropologique du didactique*, que nous présentons brièvement et nous renvoyons le lecteur au chapitre 1 pour plus de détails.

4.2 La théorie anthropologique du didactique

Certaines notions de la *théorie anthropologique du didactique* (Chevallard, 1992, 1999), que nous désignons par la TAD, fournit des outils nécessaires pour analyser le contenu algébrique enseigné et appris. De plus, les nombreux travaux de Chevallard sur l'algèbre élémentaire (Chevallard, 1985b, 1989, 1992) permettent de comprendre l'enseignement et l'apprentissage de ce domaine mathématique.

Trois raisons motivent le choix de la TAD. D'abord, nous considérons que la conception et le choix d'exercices travaillés en classe doivent tenir compte de l'institution dans laquelle l'élève apprend et des *praxéologies mathématiques* (Chevallard, 1999) qu'il y rencontre. Ensuite, la TAD propose un modèle épistémologique permettant d'étudier le rapport personnel de l'élève aux objets de l'algèbre. Enfin, nous situons notre étude dans la lignée des travaux portant sur l'algèbre et sur le développement de la compétence algébrique menés par Grugeon (1997, 2012), Pilet (2012) et Bedja (2016), que nous développons au chapitre 2 et qui se réfèrent explicitement à la TAD.

Nous recourons également à certains outils proposés par la TAD pour décrire le *rapport personnel* de l'enseignant à l'algèbre, notamment la définition de *praxéologies*, que nous présentons au chapitre 1.

En nous référant aux cadres théoriques, nous décrivons dans la section suivante, la problématique générale de la recherche et nous présentons des éléments de la méthodologie développée dans la suite de ce travail.

5 La problématique et les hypothèses générales

Partant d'un questionnement sur les effets de l'enseignement sur l'apprentissage, nous visons à identifier ce qui, dans les pratiques des enseignants lors de l'enseignement des expressions algébriques, peut influencer les apprentissages des élèves, tant au niveau du scénario qu'au niveau du déroulement, et à trouver des éléments de réponses aux questions suivantes :

- Quelles sont les tâches algébriques proposées aux élèves en classe ?
- Quelle est l'influence des tâches algébriques réalisées sur les apprentissages des élèves, notamment sur leur capacité à mobiliser l'outil algébrique dans la résolution des tâches proposées ?
- Quelles sont les conséquences des déroulements associés à ces tâches sur les apprentissages des élèves ?
- Dans quelle mesure les interventions de l'enseignant en classe, et particulièrement celles qui portent sur le contenu algébrique, influent-elles sur les apprentissages des élèves ?

En référence à la psychologie ergonomique, l'activité est la réponse que le sujet met en œuvre pour accomplir une tâche, et une tâche est globalement définie comme un but à atteindre, qui oriente l'activité dans des conditions données (Rogalski, 2003). Selon Robert (2012), l'activité d'un enseignant en classe désigne une partie bien délimitée de ses pratiques, dans le temps et dans l'espace. Elle constitue ce que l'enseignant développe durant une séance de classe pour parvenir à un but fixé, enseigner tels contenus à tels élèves. Les tâches de l'enseignant sont définies et prescrites par l'institution dans laquelle il travaille.

Les représentations de l'enseignant sur ce qu'il doit enseigner, compte tenu du programme, de ses connaissances en algèbre et de ses élèves déterminent les tâches effectives. Celles-ci sont déduites de l'activité de l'enseignant ; elles résultent de la représentation qu'il se fait des tâches à accomplir (Rogalski, 2003).

De cette problématique se dégagent trois hypothèses générales :

- L'enseignement des tâches qui mobilisent l'outil algébrique et qui favorisent la génération des expressions algébriques [8] est nécessaire pour garantir leur apprentissage. Cet apprentissage se manifeste par la réussite des élèves aux tâches qui mettent en jeu l'aspect outil de l'algèbre.
- Les pratiques d'enseignement des expressions algébriques présentent des régularités et des variabilités ; les régularités concernent surtout la composante cognitive des pratiques : le scénario conçu par chaque enseignant (choix des tâches, fréquence, contenu), [9] et les variabilités concernent plutôt la composante médiative : les déroulements (chronologie, travail autonome des élèves) et les interventions de l'enseignant en interaction avec les élèves de sa classe.
- Les différences inter-classe des apprentissages des élèves sont liées à la fois aux composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants. Ils dépendent du scénario conçu[10] et du déroulement de la séquence.

6 Les objectifs de la recherche

La recherche visera à :

- rendre compte globalement des effets de l'enseignement de l'algèbre, dès l'introduction des expressions algébriques en EB7 et EB8, sur l'apprentissage des élèves.
- décrire les pratiques de quelques enseignants de mathématiques et particulièrement les composantes médiative et cognitive de leurs pratiques.

[8] Cf. chapitre 2, section 2.3.

[9] Cf. section 7.2 de ce chapitre et chapitre 3.

[10] Par le scénario conçu, nous désignons le contenu algébrique proposé dans le dispositif expérimental, ainsi la différence de scénario est alors liée au dispositif mis en place.

- dégager les effets d'un enseignement qui met en jeu l'outil algébrique sur les apprentissages des élèves et leur capacité à réussir les tâches qui mobilisent l'algèbre comme outil.
- mettre au jour des liens entre les interventions de l'enseignant en classe et les apprentissages algébriques des élèves et notamment les régulations didactiques[11] qui ont lieu en classe.
- rendre compte des apprentissages algébriques des élèves en fonction des pratiques observées.

7 La méthodologie générale

La mise en relation de l'enseignement et de l'apprentissage de l'algèbre nécessite de développer deux axes. Le premier axe porte sur l'enseignement des expressions algébriques en EB7 (5e) et en EB8 (4e), il s'agit, à partir d'observations, de mettre en évidence et de décrire des régularités et des variabilités des enseignements selon les enseignants et leurs pratiques. Le deuxième axe porte sur l'évaluation des apprentissages des élèves, il comporte deux volets : l'évaluation des apprentissages des élèves qui ont suivi un enseignement ordinaire, tel que nous avons pu l'observer, et l'évaluation des apprentissages suite à un enseignement expérimental que nous avons mis en place dans certaines classes, et qui porte notamment sur la résolution de situations mobilisant l'outil et les objets algébriques. Notre recherche étant didactique, toutes nos analyses sont développées à partir des spécificités du contenu mathématique enseigné, donc ici particulièrement de l'algèbre et des expressions algébriques.

Pour déterminer les tâches effectives que les enseignants ont à réaliser, comprendre l'enseignement qui a eu lieu dans les classes et les apprentissages qui en découlent :

- Nous menons une analyse institutionnelle du programme officiel libanais et des manuels utilisés par les enseignants afin de mettre au jour la praxéologie à enseigner telle qu'elle est définie dans ces documents ressources.
- Nous étudions la pratique des enseignants, notamment les composantes médiative et cognitive que nous définirons dans au chapitre 3, à partir d'observations de leurs

[11] Cf. section 3.3

activités en classe lors de l'enseignement des expressions algébriques, et cela dans le cadre d'un enseignement que nous désignons par enseignement ordinaire, étant donné qu'il a lieu sans intervention de notre part.

- Nous analysons les apprentissages algébriques des élèves qui résultent de l'enseignement ordinaire et de l'enseignement expérimental, suite à la passation du dispositif expérimental.

7.1 Du côté de l'analyse institutionnelle

Nous interprétons la praxéologie à enseigner relative aux expressions algébriques en nous basant sur la praxéologie de référence définie par Pilet (2012) et en examinant les ressources institutionnelles à la disposition des enseignants. Nous adoptons une approche praxéologique pour interpréter le contenu algébrique qui figure dans ces ressources, composées des programmes officiels et des manuels scolaires des classes de l'étude, d'EB7 (5^e) et d'EB8 (4^e). Nous analysons l'introduction générale et le contenu du domaine de l'algèbre élémentaire portant sur les expressions algébriques, recommandé dans les programmes officiels libanais, ainsi que le contenu du chapitre (ou des chapitres) des expressions algébriques dans les manuels scolaires. Nous allons, par la suite, croiser les praxéologies ainsi définies avec la praxéologie de référence afin de déterminer la praxéologie à enseigner. En effet, la praxéologie définie par Pilet couvre le domaine algébrique relatif aux expressions algébriques jusqu'en fin de collège. Mais, comme dans notre étude nous ne nous intéressons qu'aux deux classes d'EB7 (5^e) et d'EB8 (4^e), certaines connaissances ne seront pas encore abordées.

À partir de l'analyse institutionnelle, nous allons définir la praxéologie à enseigner, telle qu'elle se présente dans les programmes officiels et dans les manuels scolaires utilisés et la croiser à la praxéologie de référence, afin de pouvoir répondre aux questions suivantes :

- Quelle place occupe les aspects outil et objet de l'algèbre dans les programmes officiels et dans les manuels ?
- Quelles raisons d'être de l'algèbre sont mobilisées dans les programmes et dans les manuels ?

- Les instructions préconisent-elles une variété de genres de tâches constitutifs des praxéologies locales de référence ?

Nous nous référons à la praxéologie à enseigner ainsi définie, à laquelle nous comparons la praxéologie enseignée déterminée à partir de l'observation de séances de classe chez les enseignants.

7.2 Du côté de l'enseignement ordinaire

Nous analysons la pratique d'un enseignant à partir de l'observation de son activité en classe en nous référant à la double approche, et particulièrement au découpage en cinq composantes proposé par Robert (2012) pour structurer l'analyse de l'activité d'un enseignant (cf. chapitre 3). Les composantes médiative et cognitive caractérisent les activités effectives de l'enseignant en classe, et les composantes institutionnelle, sociale et personnelle caractérisent les déterminants essentiels de sa pratique.

Pour tenter de comprendre l'enseignement des expressions algébriques et de caractériser, ce qui dans les pratiques, peut avoir un effet sur les apprentissages des élèves, nous recourons à l'observation des composantes médiative et cognitive des pratiques durant l'enseignement ordinaire. L'examen de la composante cognitive porte sur l'étude du contenu et des tâches proposées lors de l'enseignement, sur leur organisation et sur leur insertion dans la séquence portant sur le chapitre étudié. Pour cela, nous repérons les praxéologies enseignées et nous étudions leur organisation dans la séquence d'enseignement. L'étude de la composante médiative correspond à l'observation des déroulements et de l'accompagnement des élèves dans la résolution des tâches. Ceci nous amène à observer les déroulements ayant lieu en classe et à analyser particulièrement les régulations auxquelles l'enseignant a recours ainsi que les interactions ayant lieu avec ses élèves, celles qui portent sur le savoir en jeu et qui visent l'amélioration des apprentissages des élèves.

Le sujet de la praxéologie enseignée et du déroulement nous semble essentiel. Il se décline en une série de questions :

- Les enseignants font-ils intervenir les trois praxéologies locales de référence dans leur enseignement ?
- L'outil algébrique est-il mobilisé pour résoudre des problèmes de généralisation et de preuve ?
- Le scénario d'enseignement des expressions met-il en avant des raisons d'être des expressions ?
- Quels déroulements accompagnent la résolution des tâches algébriques, et particulièrement celles qui font intervenir la génération des expressions pour résoudre des problèmes ?
- Les interventions de l'enseignant varient-elles selon la tâche à effectuer ?

L'accès aux pratiques d'enseignants a lieu à travers l'étude de l'activité en classe sur plusieurs séances et pour plusieurs enseignants. Ainsi, nous pourrons accéder à des caractéristiques de pratiques pour répondre aux questions :

- Quelles sont les régularités et les variabilités des pratiques des enseignants lors de l'enseignement des expressions algébriques ?
- Sur quoi portent les régulations qui se déroulent en classe ? Dans quelle mesure influent-elles sur les apprentissages algébriques des élèves ?

Nous pourrons également accéder aussi à des caractéristiques inter-enseignant, c'est-à-dire aux variabilités et aux régularités entre les pratiques des enseignants, au niveau du déroulement et du scénario.

Du côté de l'enseignement de l'algèbre, nous considérons que les tâches de production d'une expression ou de traduction entre un registre de représentation sémiotique et celui des écritures algébriques sont peu abordées dans les séquences ordinaires, ainsi que celles qui relèvent de l'équivalence de deux expressions algébriques.

Pour garantir la réalisation de ces tâches, nous proposons aux enseignants des classes observées un dispositif composé d'une série de tâches, que nous désignons par dispositif expérimental, et nous évaluons l'effet de sa mise en place sur l'apprentissage des élèves. Ce dispositif évoque, à la fois, l'algèbre comme *outil* pertinent à la résolution des problèmes et comme *objet* à travers la manipulation formelle des expressions algébriques.

Ainsi, d'une part, nous observons des pratiques ordinaires d'enseignement des expressions algébriques et nous interrogeons leurs effets sur l'apprentissage des élèves. D'autre part, nous étudions les effets d'un enseignement que nous qualifions d'expérimental, et pour lequel le dispositif est mis en place, sur les apprentissages des élèves. Nous interrogeons aussi les effets du dispositif évoqué précédemment sur les connaissances algébriques des élèves. Nous nous demandons, notamment :

Dans quelle mesure favorise-t-on chez les élèves la manipulation des expressions algébriques dans les deux aspects, outil et objet, lorsqu'on leur propose des tâches qui font intervenir des raisons d'être de l'algèbre ?

Pour répondre à cette question, nous nous référons aux apprentissages algébriques des élèves déterminés à partir d'évaluations passées avant et après enseignement.

7.3 Du côté des apprentissages algébriques des élèves

Comme nous l'avons indiqué précédemment et que nous développons à la section 2.1, nous contextualisons la dialectique outil/objet (Douady, 1986) au domaine de l'algèbre élémentaire et nous considérons que l'apprentissage de l'algèbre dépend, d'une part, de la capacité des élèves à résoudre des problèmes où l'algèbre intervient comme *outil* pertinent grâce à la production et à l'interprétation des expressions algébriques, et d'autre part, à leur capacité à les manipuler grâce aux techniques de calcul algébrique. Ceci justifie aussi notre choix de travailler sur les expressions algébriques parce qu'elles constituent la première entrée des élèves du cycle moyen dans le domaine algébrique et parce qu'elles permettent « d'identifier certaines raisons d'être du domaine algébrique, à la lumière des dialectiques ancien/nouveau et arithmétique/algébrique » (Assude et *al*, 2012, p. 43).

Nous déterminons les apprentissages des élèves suite à l'enseignement ordinaire à travers l'évaluation des connaissances algébriques des élèves et l'analyse des réponses obtenues au test. Pour la conception du test de l'EB7 et de celui de l'EB8, présentés au chapitre 4, nous croisons les recommandations des instructions officielles avec les résultats des travaux menés en didactique sur l'algèbre élémentaire.

Nous souhaitons ainsi répondre à la question suivante :

> À quel point les élèves réussissent-ils des tâches relevant d'une praxéologie locale très peu abordée dans l'enseignement ?

Nous faisons passer le même contenu en pré-test et en post-test par rapport à la résolution du dispositif, à tous les élèves des classes d'EB7 et d'EB8 de l'étude. La comparaison des résultats des élèves aux deux tests renseigne sur l'évolution des apprentissages qui a eu lieu. Le contenu des tests est inspiré du test diagnostic Pépite (Grugeon, 1995, 1997) et de ses adaptations pour les classes de 5^{e} et de 4^{e} (Chenevetot et Grugeon, 2009) décrits au chapitre 4. Nous faisons passer le même test avant et après la mise en place du dispositif afin d'éliminer l'effet des variables didactiques susceptibles d'exister entre les exercices proposés et pouvant affecter les procédures des élèves. Par exemple, pour développer et réduire les expressions $(x+1)(x+3)$ et $(x+1)(y+3)$, dont la tâche est de développer une expression algébrique en utilisant la simple distributivité de la multiplication sur l'addition, un élève peut réussir la deuxième, et se tromper dans la première. En effet, si l'élève a des difficultés dans le calcul sur les puissances, il ne réussit pas la première expression à cause de l'existence de la même variable, x, dans les deux termes du produit.

Nous constituons deux groupes d'élèves, le groupe témoin et le groupe expérimental en EB7 et en EB8. Les tests sont proposés à tous les élèves des deux groupes, au même moment, avec un décalage d'un mois approximativement. La différence entre les deux groupes est au niveau de la mise en œuvre du dispositif expérimental. C'est auprès du groupe expérimental que le dispositif sera mis en place, en classe et en présence de l'enseignant. Il nous permettra d'étudier dans quelle mesure l'enseignant peut faire progresser les acquis de ses élèves au cours de l'enseignement, en proposant des tâches qui font intervenir des raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique.

Ainsi, de manière générale, nous cherchons à analyser les pratiques ordinaires d'enseignants sur la séquence d'enseignement des expressions algébriques, afin de mettre en relation les régularités et les variabilités observées dans les pratiques des enseignants et les apprentissages algébriques des élèves.

Ensuite, nous cherchons à évaluer l'effet d'un dispositif expérimental qui fait intervenir les aspects outil et objet de l'algèbre et qui est conçu en référence à des résultats de travaux en didactique de l'algèbre.

8 Plan de la thèse

Notre travail de thèse s'organise en six parties.

La première partie, dans laquelle s'insère ce paragraphe, porte sur l'introduction de la recherche. Nous y précisons le cadre théorique et la problématique dans le contexte particulier de notre recherche, nous présentons les hypothèses générales et les questions que nous tenterons de traiter et nous exposons la méthodologie générale de l'étude.

La deuxième partie propose une synthèse de travaux sur l'algèbre et sur les pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. Elle comprend trois chapitres.
Le chapitre 1 présente la théorie anthropologique du didactique et les outils que nous lui empruntons dans nos analyses.
Le chapitre 2 expose une synthèse de travaux de didactique de l'algèbre, orientée sur les expressions algébriques et permettant de situer la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques à laquelle nous nous référons dans notre recherche.
Le chapitre 3 propose une synthèse de travaux sur les pratiques enseignantes en mathématiques, ceux qui s'inscrivent dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique auquel nous nous référons. Nous introduisons aussi la notion de régulation didactique, basée sur l'analyse des interactions entre l'enseignant et les élèves où le savoir est explicitement en jeu.

La troisième partie présente la méthodologie suivie et l'opérationnalisation de l'étude. Nous y décrivons la population étudiée, la démarche suivie, les techniques et les outils auxquels nous avons eu recours dans notre étude. Nous présentons les tests et les dispositifs expérimentaux utilisés dans notre étude ainsi que la méthodologie d'analyse des pratiques enseignantes.

La quatrième partie présente les résultats obtenus. Elle comprend trois chapitres.
Dans le chapitre 5, nous menons une analyse institutionnelle des programmes scolaires des classes de l'étude et des manuels scolaires utilisés.
Dans le chapitre 6, nous présentons l'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques d'enseignement de l'algèbre.
Dans le chapitre 7, nous déterminons les performances algébriques des élèves, suite à l'enseignement ordinaire et à l'enseignement expérimental et nous étudions les évolutions de leurs apprentissages par rapport à la mise en place du dispositif expérimental élaboré.

La cinquième partie propose une synthèse et une discussion des résultats saillants obtenus. En référence aux travaux de recherche sur l'algèbre et sur les pratiques enseignantes, nous vérifions les hypothèses générales et précisons des éléments de réponses aux questions posées. Nous présentons aussi l'apport de la recherche et ses limites. Enfin, nous proposons de perspectives de recherche, en revenant sur nos choix théoriques et méthodologiques et sur les résultats obtenus.

Dans la sixième partie, nous concluons par un résumé sur l'ensemble du travail.

PARTIE THEORIQUE

CHAPITRE 1
LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE

Le cadre de la théorie anthropologique du didactique, désignée par TAD, (Chevallard, 1992, 1999), permet de décrire les rapports institutionnels et personnels à un objet de savoir et de modéliser les connaissances en termes de praxéologie.

Nous situons dans le cadre de la TAD notre analyse de la partie relative au domaine algébrique. En effet, l'élève dont on interroge les connaissances algébriques et à qui on propose un dispositif expérimental appartient à une institution. Nous utilisons la TAD, d'une part, pour analyser le contenu algébrique, que l'institution recommande, d'autre part, pour analyser ce que l'enseignant propose à l'élève en classe pour acquérir les connaissances algébriques. Nous considérons qu'il ne faudra pas négliger ce qui est demandé d'enseigner à travers les programmes et dans les manuels scolaires, c'est-à-dire les attentes de l'institution où l'enseignant enseigne et dans laquelle l'élève apprend, ni les praxéologies mathématiques (Chevallard, 1999) rencontrées.

Nous présentons dans ce chapitre, une synthèse des notions utilisées dans cette thèse, le concept de praxéologie, l'agrégation de praxéologies, le niveau de convocation des types de tâches et l'organisation didactique.

1.1 Le concept de praxéologie

L'*organisation praxéologique* ou la *praxéologie* est un concept essentiel de la TAD (Chevallard 1992, 1998, 1999). Chevallard (1999, p. 223) part de l'hypothèse que *toute activité humaine régulièrement accomplie peut être subsumée sous un modèle unique*, qu'il nomme *praxéologie*. Le mot « *praxéologie* » correspond au fait que, au sein d'une institution donnée, toute activité humaine n'est jamais isolée, elle est accompagnée d'un discours qui tente d'en rendre raison. Elle est donc formée, d'une part, d'un bloc pratico-technique, la *praxis*, le savoir-faire méthodologique (les tâches et les techniques), et d'autre part, d'un « discours raisonné », technologico-théorique, un *logos*, un savoir qui la justifie.

Une praxéologie O ou une organisation praxéologique est définie comme étant « *constituée, d'une part, d'un type de tâches T et d'une technique τ d'accomplissement des tâches du type T, qui forment ensemble la partie praxis de O, notée [T/τ] ; d'autre part d'une technologie θ, discours justifiant et éclairant la technique τ, ainsi que d'une théorie Θ qui,* *à son tour, justifie et éclaire le discours technologique θ, et qui forment ensemble la partie logos de O, notée [θ/Θ]. (On note le tout O = [T/τ/θ/Θ].)* » (Chevallard, 1998, p.1).

Les organisations praxéologiques relatives aux activités mathématiques sont nommées des *organisations mathématiques*, que nous désignons aussi par OM.

La notion de praxéologie permet d'observer comment un élève mobilise un objet de savoir dans la résolution de tâches relatives aux types T et donc d'étudier son rapport personnel à cet objet au sein d'une institution. Elle comporte quatre composantes essentielles qui se distinguent par leur niveau de généralité : les types de tâches, les techniques, les technologies et les théories.

1.1.1 La tâche et le type de tâches

Pour Chevallard (1999), la notion de tâche, *t*, est utilisée pour désigner la coordination de plusieurs opérations simples afin d'atteindre un but plus complexe équivalent à effectuer une tâche précise, qui relève d'un type de tâches. La notion de tâches, *t*, ou de type de tâches, *T*, s'exprime par un verbe et suppose un objet relativement précis. Par exemple : « *développer l'expression littérale :* $3\,(x + 4)$ » et « *développer l'expression littérale :* $2\,(3 + y)$ » sont deux tâches qui appartiennent au même type. « *Calculer la valeur numérique d'une expression littérale pour une valeur particulière de la variable* » est un type de tâches. Mais, « *calculer* » tout court désigne un genre de tâches dont le contenu n'est pas clairement défini.

Étant donné que les pratiques que nous analysons sont référées à une institution, c'est-à-dire à l'école où se déroule l'enseignement, nous identifions les types de tâches à travers une analyse du contenu des programmes officiels libanais et des chapitres des manuels scolaires portant sur les expressions algébriques. En effet, Bosch et *al* (1999) soulignent que le niveau de type de tâches est précisé selon le point de vue adopté : « *Le problème de la délimitation des tâches dans une pratique institutionnelle donnée reste ouvert et variera selon que l'on adopte le point de vue de l'institution où se déroule la pratique ou bien celui d'une institution extérieure d'où l'on observe l'activité pour la décrire dans un but précis.* » (Bosch et *al*, 1999, p. 84).

L'accomplissement d'une tâche nécessite la mise en œuvre d'une certaine technique, c'est-à-dire une manière de faire pour réaliser la tâche.

1.1.2 La technique

Chevallard (Chevallard, 1999, p. 225) définit une technique τ relative à un type de tâches T comme étant « *une manière d'accomplir, de réaliser les tâches $t \in T$* », c'est-à-dire, une manière de faire pour réaliser la tâche. En une institution donnée, pour un même type de tâches, il existe généralement une seule technique, mais il peut exister un ensemble de techniques institutionnellement reconnues ; comme il peut exister une même technique pour des types de tâches différents.

Un savoir-faire est donc identifié par le bloc pratico-technique $[T/\tau]$, c'est-à-dire par des tâches de même type et de la (ou des) technique(s) pour réaliser ces tâches.

1.1.3 La technologie

Chevallard (1999) désigne par technologie, notée θ, le discours raisonné sur la technique, ayant pour objet de la justifier et de la rendre compréhensible « rationnellement ». Il considère que certains éléments technologiques sont inclus dans la technique.

Ainsi en va-t-il traditionnellement en arithmétique élémentaire, où le même discours peut avoir une double fonction, technique et technologique, en ce qu'il permet à la fois de trouver le résultat demandé (fonction technique) et de justifier que c'est bien là le résultat attendu (fonction technologique), comme lorsqu'on dit : « *Si 8 sucettes coûtent 10 F, 24 sucettes, soit 3 fois 8 sucettes, coûteront 3 fois plus, 3 fois 10 F.* » (Chevallard, 1999, p. 226).

La technologie peut avoir l'une des trois fonctions : la justification, l'explication en exposant le pourquoi, et la production de techniques.

1.1.4 La théorie

Chevallard (1999) présente la *théorie*, notée Θ, comme étant la technologie de la technologie. C'est un niveau supérieur de justification, d'explication et de production. Une théorie peut justifier plusieurs technologies qui, chacune, justifie plusieurs techniques correspondant à autant de types de tâches.

Toute praxéologie mathématique, notée $[T/\tau/\theta/\Theta]$, est donc constituée de deux blocs : un bloc pratico-technique $[T/\tau]$, identifié comme un savoir-faire, et un bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$, identifié comme un savoir.

1.2 L'agrégation de praxéologies

Une praxéologie constituée autour d'un unique type de tâches T est une praxéologie *ponctuelle* (Chevallard, 1999). Or, dans une institution, les praxéologies *ponctuelles* sont rarement rencontrées. L'assemblage de plusieurs praxéologies *ponctuelles* créera une praxéologie *locale* si l'élément assemblé est la technologie, ou une praxéologie *régionale* si l'élément est la théorie ou une praxéologie *globale* si l'élément est la position institutionnelle considérée. En ce sens, les praxéologies s'emboitent les unes dans les autres.

« *Généralement, en une institution I donnée, une théorie Θ répond de plusieurs technologies θ_j, dont chacune à son tour justifie et rend intelligibles plusieurstechniques $\tau_{i;j}$ correspondant à autant de types de tâches $T_{i;j}$. Les organisations ponctuelles vont ainsi s'agréger, d'abord en organisations locales, $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]$, centrées sur une technologie θ déterminée, ensuite en organisations régionales, $[T_{i;j}/\tau_{i;j}/\theta_i/\Theta]$, formées autour d'une théorie Θ. Au-delà, on nommera organisation globale le complexe praxéologique $[T_{i;j;k}/\tau_{i;j;k}/\theta_{i;k}/\Theta_k]$ obtenu, dans une institution donnée, par l'agrégation de plusieurs organisations régionales correspondant à plusieurs théories Θ_k.* » (Chevallard, 1999, p. 229)

Le « savoir mathématique » est donc constitué de l'articulation d'organisations plus larges que les organisations régionales, qui sont elles-mêmes formées grâce à l'articulation d'organisations praxéologiques locales, articulées autour d'une technologie commune. (Bosch et Chevallard, 1999). L'emboîtement des praxéologies selon les différents niveaux :

ponctuel, local, régional et global, suit la hiérarchie des niveaux de codétermination didactique : sujet, thème, secteur, domaine et discipline (Chevallard, 1999, 2002). Le sujet est une organisation ponctuelle, le thème est une organisation locale, le secteur est une organisation régionale et le domaine est une organisation globale. La discipline est commune à tous les domaines.

Pilet (2012, 2015) a utilisé ces différentes notions de praxéologie dans la définition de la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques, à laquelle nous nous référons dans cette recherche.

Les différentes notions de praxéologie sont utilisées pour modéliser l'agrégation des types de tâches convoqués dans les calculs algébriques.

1.3 La convocation des types de tâches

En s'inspirant des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances introduits par Robert (2008), et en s'appuyant sur la TAD, Castela (2008) définit des outils d'analyse pour différencier les niveaux d'intervention d'une organisation mathématique (OM) ponctuelle dans un problème et pour décrire et modéliser les enjeux d'apprentissage présents dans un corpus d'exercices et de problèmes. Elle distingue l'OM ponctuelle R-convoquée de celle T-convoquée selon si l'identification du type de tâche est à la charge de l'élève ou pas. Une organisation mathématique efficace OM_0 intervient au niveau OM R-convoquée lorsque le résolveur a la responsabilité de convoquer lui-même cette OM pour résoudre le problème. Elle intervient au niveau T-convoquée lorsque l'OM est mobilisée par la tâche elle-même, c'est-à-dire lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâches et certains éléments de la tâche (Castela, 2008, p. 152).

Dans l'analyse des différentes praxéologies menées dans la suite de cette recherche, nous nous référons à la distinction introduite par Castela que nous complèterons par les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances en jeu développés par Roditi et Salles (2015) et Salles (2017).

1.4 Organisation mathématique et organisation didactique

Selon Chevallard (1999, p. 232), pour un thème d'étude de mathématique, il existe deux sortes d'objets à étudier :

- La praxéologie mathématique ou l'organisation mathématique qui consiste à étudier la réalité mathématique qui peut se construire dans une classe de mathématiques où le thème est étudié,
- L'organisation didactique qui consiste à étudier la manière dont peut se construire et se réaliser la réalité mathématique.

Autrement dit, l'analyse de la praxéologie mathématique consiste à établir et à décomposer les praxéologies de sorte à ce que les deux blocs pratico-technique et technologico-théorique soient à caractère mathématique. Tandis que l'analyse de l'organisation didactique renvoie à la façon dont l'enseignant organise les tâches de son organisation mathématique, c'est-à-dire construit et gère les différents moments de l'étude du thème.

Chevallard (1999) définit six moments de l'étude ou *moments didactiques* permettant de décrire une organisation didactique :

- La première rencontre avec l'organisation enjeu de l'étude ;
- L'exploration du type de tâches et de l'élaboration d'une technique relative à ce type de tâches ;
- La constitution de l'environnement technologico-théorique de la technique ;
- Le travail de la technique ;
- L'institutionnalisation ;
- L'évaluation.

Nous ne nous développons pas davantage l'organisation didactique, mais nous avons trouvé intéressant de la présenter brièvement, d'une part, parce qu'elle dépend et dérive de l'organisation mathématique, et d'autre part, pour que nous situons une partie de notre recherche par rapport au cadre théorique de la TAD. En effet, nous nous référons à la TAD pour l'analyse de l'amont du déroulement de la classe parce qu'elle permet une analyse liée à une pratique référée à une institution.

Pour l'analyse des pratiques des enseignants et le déroulement en classe, nous nous référons au cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement des mathématiques (Robert et Rogalski, 2002), et non pas à ce que la TAD propose comme outil pour examiner ces pratiques. D'un côté, nous souhaitons observer et analyser, à tout moment de l'enseignement, les interactions entre l'enseignant et ses élèves et les aides que les enseignants sont susceptibles de leur apporter, indépendamment de chacun des moments de l'étude décrits ci-dessus. D'un autre côté, la double approche tient compte de l'institution grâce à la composante institutionnelle des pratiques (cf. chapitre 3), mais aussi à d'autres déterminants qui nous sembleraient essentiels, comme les composantes sociale et personnelle, bien que nous n'en fassions pas une étude spécifique.

En conclusion, nous nous référons à la théorie anthropologique du didactique, notamment aux notions présentées dans ce chapitre, pour définir et analyser la praxéologie à enseigner, objet du chapitre 5 et pour analyser la praxéologie enseignée et l'évolution des acquis des élèves, figurant dans les résultats de notre étude.

Dans le chapitre suivant, nous présentons les principaux travaux en didactique de l'algèbre.

CHAPITRE 2

QUELQUES ELEMENTS SUR LES TRAVAUX EN DIDACTIQUE DE L'ALGEBRE

Ce chapitre, centré sur le domaine mathématique étudié dans notre recherche, l’algèbre élémentaire, s’organise en trois sections.

Dans la première section, nous pointons les savoirs et savoir-faire en jeu dans l’enseignement de l’algèbre et particulièrement des expressions algébriques, en distinguant ses deux aspects *outil* et *objet*. Nous présentons des résultats de la recherche en lien avec notre objet d’étude, en nous appuyant sur des travaux sur l’enseignement de l’algèbre et sur des synthèses faites dans un certain nombre d’entre eux (Grugeon, 1995 ; Lenfant, 2002 ; Pilet, 2012 ; Bedja, 2016).

Dans la deuxième section, nous proposons une synthèse de modèle de l’activité algébrique introduite par Kieran (1996, 2007), et mettant en réseau de nombreux travaux en didactique de l’algèbre. L’objectif est d’éclairer sur ce qui permet de donner du sens aux objets de l’algèbre et les sources de signification auxquelles un élève se réfère, tout en nous limitant au cas des expressions algébriques.

Dans la troisième section, nous présentons la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques (Pilet, 2012, 2015) à laquelle nous nous référons dans notre recherche.

2.1 Les dimensions *outil* et *objet* de l’algèbre

Dans l’introduction des programmes scolaires de mathématiques au Liban, que nous analysons au chapitre 5, l’accent est mis sur l’utilité de cette discipline dans la vie quotidienne et sur la nécessité d’avoir des « têtes bien faites » grâce à la résolution de problèmes, et de situations-problèmes en particulier. Le nouveau curriculum mis en place à partir de 1997 est alors reconsidéré en cherchant à répondre à une question principale : « Quelle est l’utilité de tel savoir mathématique ? ».

Le recours à la distinction entre les aspects *outil* et *objet* des concepts mathématiques servira pour répondre à cette question, cette distinction étant empruntée à Douady (1986).

Douady (1986) considère que tout concept mathématique a deux aspects *outil* et *objet* ; il est *outil* parce qu'il sert à résoudre des problèmes, et il est *objet* parce qu'il s'intègre dans un corps de connaissances constitué. Selon elle, un concept est *outil* lorsque *l'intérêt est focalisé sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème*, et il est *objet*, *objet culturel*, lorsqu'ayant *sa place dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement* (Douady, 1986, p. 9). Les deux aspects *outil* et *objet* d'un concept se développent de manière dialectique, mais c'est par l'aspect *outil* que s'initie généralement le développement conceptuel.

Ainsi, le savoir algébrique se structure autour des deux dimensions, non indépendantes : la dimension *outil* où l'algèbre est considérée comme un outil de résolution de problèmes, et une dimension *objet* où elle est considérée comme un ensemble structuré d'objets dotés de propriétés, de modes de traitements et de représentations.

Nous présentons dans la suite de cette section, ce que recouvrent les dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre dans le cycle scolaire de l'étude, afin de faciliter l'analyse et l'interprétation des instruments de recherche auxquels nous avons eu recours pour recueillir les données à analyser, les tests et les dispositifs expérimentaux.

2.1.1 L'algèbre dans sa dimension *outil*

L'algèbre apparaît comme un outil pour résoudre divers types de problèmes : des problèmes arithmétiques conduisant à des équations, des problèmes de généralisation et de preuve, des problèmes issus d'autres domaines externes aux mathématiques (modélisation), des problèmes géométriques (mesure de grandeurs, géométrie analytique, etc.), des problèmes de théorie des nombres élémentaire (propriétés des nombres et des opérations, divisibilité, etc.) et des problèmes d'étude de fonctions.

Pour comprendre davantage la dimension *outil* de l'algèbre, nous présentons brièvement les caractéristiques de quelques types de problèmes, ceux qui sont considérés dans la scolarité obligatoire (Lenfant 2002), et donc dans les classes de notre étude, ainsi que certaines difficultés rencontrées par les élèves, celles qui font l'objet d'études antérieures.

a) Les problèmes arithmétiques

La résolution de problèmes arithmétiques classiques représente l'entrée dans l'algèbre élémentaire. Elle consiste à mettre en équation l'énoncé d'un problème donné en langage naturel et de résoudre l'équation obtenue.

Il existe une opposition entre la démarche de résolution arithmétique et la démarche de résolution algébrique d'un problème (Vergnaud, 1987).

La démarche arithmétique s'appuie sur le langage naturel. La recherche des inconnues se fait à travers l'effectuation de calcul dans un ordre convenable, en attachant les stratégies au contexte. Il s'agit donc de partir des données présentes dans le texte, de faire des calculs à partir de ces données et de trouver la solution.

La démarche algébrique consiste à traduire l'énoncé du problème de manière formelle par une équation, c'est-à-dire une relation entre inconnue et données, et à résoudre cette équation par un calcul formel, en mobilisant les procédures de traitement formel. C'est un passage de l'inconnu vers le connu, et les opérations utilisées dans la résolution d'une équation sont inverses de celles utilisées en arithmétique (Grugeon, 1995).

Les expressions algébriques sont souvent introduites dans ce contexte, et il est alors demandé aux élèves de réaliser l'efficacité et l'économie de la démarche algébrique (Grugeon, 1999). L'algèbre est en ce cas présentée comme une généralisation de l'arithmétique, ce qui entraîne pourtant plusieurs difficultés chez les élèves, observées et étudiées principalement par Vergnaud et Kieran. Vergnaud (Vergnaud et *al*, 1987) considère en effet qu'il existe une rupture épistémologique entre l'arithmétique et l'algèbre au niveau de l'analyse des caractéristiques de la résolution de problèmes et de l'opposition entre la démarche arithmétique liée au contexte et le détour algébrique. Kieran (1992, 1994) quant à elle, a étudié le passage de l'arithmétique à l'algèbre en analysant les difficultés des élèves en algèbre comme conséquence de son introduction en tant que généralisation de l'arithmétique. La distinction des démarches de résolution de problèmes est analysée en termes de *discontinuités* entre l'arithmétique et l'algèbre. Nous reviendrons à la rupture entre l'arithmétique et l'algèbre dans la section suivante.

b) Les problèmes de généralisation et de preuve

L'algèbre apparaît comme un outil pour généraliser les propriétés numériques. Chevallard (1985) considère que le langage algébrique permet de *conserver l'information monstrative et de faire apparaître l'information monstrative pertinente d'une expression pour prouver une propriété numérique*. Par exemple, on prouve que la somme de deux nombres consécutifs impairs est, d'une part, un multiple de 4 (en simplification, de $(2x-1)+(2x+1)$ à $4x$), et d'autre part, une différence de deux carrés (en complexification, de $4x$ à $(x+1)^2-(x-1)^2$) (Chevallard, 1985, p. 75).

L'algèbre s'oppose donc à l'arithmétique car elle permet la mémorisation de la genèse d'une expression numérique pour en déduire ses propriétés, tandis qu'en arithmétique, une loi de simplification impose l'achèvement des calculs, ce qui fait perdre la genèse comme l'information monstrative.

Pour Grugeon (1999), ces problèmes de généralisation et de preuve engagent les élèves dans la construction de la rationalité mathématique. Cependant, les élèves rencontrent des difficultés à utiliser le symbolisme pour exprimer des propriétés générales (Chevallard et Conne, 1984 ; Wheeler et Lee ; 1987, 1996). Wheeler et Lee (1987, 1996) montrent que l'évolution des conceptions des élèves sur les généralisations et les preuves peut se faire à travers des problèmes de généralisation.

c) Les problèmes de modélisation

Selon Chevallard, la modélisation algébrique est un moyen de donner du sens au calcul algébrique. Les problèmes de modélisation sont pris dans des contextes intra mathématiques, correspondant à l'étude d'objets mathématiques, ou dans des contextes extra mathématiques, correspondants par exemple aux systèmes physiques, biologiques. Chevallard (1989) distingue entre un système (à étudier), mathématique ou non mathématique, et ses modèles mathématiques qui en permettent l'étude. Il appelle « mathématisé » le système et « mathématique » le modèle. Le mathématisé est alors l'objet d'étude et le mathématique l'outil d'étude. L'algèbre apparaît donc comme un outil pour construire un modèle mathématique d'un système.

Chevallard (1989, p. 53) distingue trois étapes du processus de modélisation : définir le système à étudier et le découper par un ensemble de variables pertinentes, construire un ensemble de relations entre les variables – le modèle et produire des connaissances relatives au système étudié comme nouvelles relations entre les variables du système.

La notion de modélisation fait émerger des différences significatives entre arithmétique et algèbre. L'outil essentiel de l'arithmétique est le langage ordinaire et le raisonnement sur les énoncés du langage ordinaire, augmenté d'une mécanique, le calcul sur les nombres. Tandis que l'algèbre fournit un moyen lié à l'usage des lettres et à la possibilité de calculer sur les expressions littérales. La force de l'algèbre figure dans l'emploi de paramètres, les variables du système dont les valeurs sont supposées connues.

Douady (1994) considère que la modélisation algébrique est un moyen pour les élèves de donner du sens aux objets de l'algèbre et à leurs représentations. Gascón (1994) présente aussi une approche de l'algèbre par la modélisation.

2.1.2 L'algèbre dans sa dimension *objet*

Relativement à la dimension objet, l'algèbre élémentaire est un domaine où apparaissent de nouveaux nombres, comme les nombres relatifs, des lettres avec différents statuts, des objets nouveaux comme les formules, les expressions algébriques, les équations et les inéquations, sans oublier les fonctions, non explicitement abordées dans les classes de notre étude et les structures (groupes, anneaux, corps, etc.) qui ne sont pas non plus abordées dans l'enseignement scolaire.

Vergnaud et *al* (1987) considèrent qu'il existe une double rupture épistémologique entre l'arithmétique et l'algèbre. La première a été développée dans le cas de la résolution des problèmes arithmétiques. La seconde rupture se situe au niveau des objets de l'algèbre. En effet, il existe entre l'arithmétique et l'algèbre certains outils communs comme les signes arithmétiques ou les signes opératoires, le signe d'égalité, l'usage des parenthèses, mais ces objets n'occupent pas nécessairement le même statut selon qu'on travaille dans le domaine de l'algèbre ou le domaine de l'arithmétique.

Kieran (1992, 1994) dresse des constats analogues et analyse cette rupture entre l'arithmétique et l'algèbre en termes de *fausses continuités* ou de continuités apparentes, lorsqu'il s'agit d'objets partagés sans qu'ils ne présentent nécessairement les mêmes significations et interprétations, suivant qu'on les considère en arithmétique ou en algèbre, comme les symboles et les signes (signe d'égalité et opérations) et les termes littéraux, et en termes de *discontinuités* lorsqu'il s'agit de distinguer les démarches de résolution de problèmes, comme nous l'avons déjà relevé dans l'étude précédente des problèmes arithmétiques.

Nous exposons dans ce qui suit les principaux objets algébriques répartis en termes de *fausses continuités*, le signe d'égalité et la lettre, et de *discontinuités*, les expressions algébriques, étudiées suite aux observations et aux analyses des difficultés et des erreurs des élèves dans plusieurs recherches didactiques. Nous nous limitons aux objets qui influencent l'acquisition des compétences relatives aux expressions algébriques, les équations et les fonctions ne faisant pas partie du cadre de notre étude.

a) Les fausses continuités ou les continuités apparentes entre arithmétique et algèbre

i. Le signe d'égalité

Le double statut du signe d'égalité se situe au niveau de sa conception soit comme un symbole d'annonce d'un résultat ou « signal pour faire des opérations », soit comme un symbole de relation d'équivalence.

En arithmétique, le signe d'égalité est principalement utilisé comme un symbole d'annonce d'un résultat ou un signal d'effectuation d'opérations (Kieran, 1981). Dans une écriture du type 5 + 3 = 8, le signe d'égalité annonce le résultat de la somme de 5 et 3 et le sens privilégié est celui de gauche à droite. Il permet de donner du sens à une équation de la forme $ax + b = c$, où a, b et c sont des réels non nuls, en pensant que le second membre (c) est le résultat à obtenir. Ceci n'est plus vérifié lorsqu'il s'agit d'une équation de la forme $ax + b = cx + d$, où a, b, c et d sont des réels non nuls, car les deux membres doivent être reconnus comme des expressions différentes d'un même nombre. Certains élèves rencontrent d'ailleurs des difficultés à accepter des égalités comme $4 + 3 = 6 + 1$, le signe d'égalité n'ayant pas le statut d'annonce de résultat, comme c'est le cas souvent en arithmétique.

En algèbre, le signe d'égalité peut traduire une égalité de nombres pour une valeur de x adéquatement choisie, par exemple, $5 + 3(x + 6) = 7x - 17$ pour $x = 10$ (Vergnaud et *al*, 1987, p. 260). Dans ce cas, les fonctions sont équivalentes. Mais le signe d'égalité peut traduire aussi une égalité de fonctions, par exemple, $5 + 3(x + 6) = 3x + 23$. Dans ce cas, l'égalité est réalisée pour toutes les valeurs de x.

Vergnaud et *al*, 1987, Kieran, 1981, Kieran et *al*, 1991 et Cortès, 1992 montrent que certains élèves abordent l'apprentissage de l'algèbre en gardant au signe d'égalité le sens donné en arithmétique, ce qui peut entraîner des difficultés dans l'apprentissage des tâches relatives au calcul littéral (Coulange, 2000). Pour ces élèves, le symbole du signe d'égalité ne représente pas une relation d'équivalence, symétrique et transitive, et les techniques abordées dans l'application des règles formelles du calcul algébrique se rapprochent beaucoup plus de l'arithmétique que de l'algèbre. Une erreur résultant de cette conception du signe d'égalité consiste à donner des écritures incorrectes lorsqu'il s'agit d'effectuer un calcul à plusieurs opérations, comme par exemple, si l'élève doit calculer $23 + 31 - 14$ et qu'il écrit $23 + 31 = 54 - 14 = 40$ (Vergnaud et *al*, 1987, p.260).

ii. La lettre

Comme pour le signe d'égalité, la lettre a un statut différent en arithmétique et en algèbre. En arithmétique, elle est utilisée comme étiquette, pour désigner une unité de mesure (3 m pour 3 mètres) ou un objet (3 m pour 3 maisons). En algèbre, l'utilisation de la lettre ne se réduit pas à celui d'étiquette, mais varie selon le contexte dans lequel elle est utilisée.

Le passage d'une conception à une autre de la lettre a été étudié dans plusieurs travaux en didactique de l'algèbre, en particulier par Kückemann (1981), Booth (1984) et Kieran (1992) et constitue un obstacle important pour de nombreux élèves (Grugeon, 1995).

Kückemann (1981) a mené une large étude auprès de 3 000 élèves anglais ayant entre 12 et 15 ans et, partant d'une classification établie par Collis (1975), il a hiérarchisé l'évolution des conceptions de la lettre chez les élèves en six stades ou statuts : lettre évaluée (*letter evaluated*), lettre-objet (*letter as object*), lettre non prise en compte dans les calculs (*letter not used*), lettre-inconnue (*letter as specific unknown*), lettre-nombre généralisé (*letter as generalised number*) et lettre – variable (*letter as variable*). Examinons ces différents statuts.

Lettre évaluée : la lettre est assignée à une valeur numérique dans les calculs au lieu d'être considérée comme une inconnue ou un nombre généralisé. Par exemple, le produit de 5 par *c*, est égal à 15, parce que la lettre *c* est remplacée par le numéro qui correspond à sa position dans l'alphabet, étant donné qu'elle est la troisième lettre de l'alphabet.

Lettre-objet : la lettre représente une abréviation ou un objet concret. Par exemple, dans $3a + 5b$, a peut désigner ananas et b banane, ainsi $3a + 5b$ peut signifier 3 ananas et 5 bananes.

Lettre ignorée : la lettre est ignorée complètement ou n'est pas prise en compte dans les calculs. Par exemple, pour ajouter 3 à $2n$, la réponse donnée peut être 5*n* ou 5, en ayant combiné les valeurs reconnues 3 et 2, sans prendre en compte la lettre *n*.

Lettre-inconnue : la lettre représente un nombre inconnu à rechercher. Par exemple, pour donner une signification à $3a + 5b$, la réponse peut être : 3 fois un nombre d'ananas + 5 fois un nombre de bananes.

Lettre-nombre généralisé : la lettre peut prendre plusieurs valeurs. Par exemple, la généralisation de la suite des nombres triangulaires est donnée par $n(n-1)/2$, où n représente le rang.

La variable : la lettre représente un ensemble de valeurs. Elle est utilisée, par exemple, dans l'étude des fonctions.

L'utilisation de ces catégories dépend de la tâche proposée. Grâce à l'enseignement de l'algèbre élémentaire, l'élève doit développer la conception de la lettre en tant qu'inconnue, nombre généralisé ou variable. Toutefois, plusieurs tâches algébriques peuvent être résolues en ayant recours aux trois premières conceptions (Kückemann, 1981).

b) *Les discontinuités entre arithmétique et algèbre*

Les discontinuités relèvent des nouveaux objets en algèbre, les expressions algébriques, les équations et les fonctions. Nous présentons essentiellement les expressions algébriques, étant donné que nous n'abordons pas les équations et les fonctions dans cette recherche.

i. Les expressions algébriques

Les études autour des expressions algébriques et des manipulations formelles des expressions algébriques portent, d'une part, sur leur double aspect procédural/structural, et d'autre part, sur leur double aspect syntaxique/sémantique que nous développons dans ce qui suit.

Double aspect : Procédural / structural

Les expressions algébriques se caractérisent par une nouvelle perception, leur double aspect procédure / objet (Kieran 1991, Sfard 1991). En effet, les notions mathématiques abstraites (les nombres, les expressions algébriques, les fonctions, etc.) admettent deux aspects fondamentaux et complémentaires selon Sfard (1991), un aspect structural pour lequel la notion est considérée comme un objet (différemment du sens donné par Douady) et un aspect procédural ou opérationnel pour lequel la notion est considérée comme un processus. Le travail s'appuyant à la fois sur les aspects structural et procédural, développées à la section 2.2.1, entraîne une flexibilité dans la manipulation des expressions algébriques.

En arithmétique, un signe opératoire désigne un calcul à effectuer et c'est l'aspect procédural qui est abordé. Les chaînes de nombres et d'opérations sont considérées comme des procédures ou des processus de calcul permettant d'obtenir un résultat et non pas comme des objets. Le résultat est obtenu en respectant les priorités opératoires et une lecture de gauche à droite.

L'algèbre se caractérise par son aspect structural, c'est-à-dire qu'une expression algébrique peut conserver un signe opératoire dans le résultat et rester non évaluée. Dans ce cas les signes opératoires usuels n'exigent pas forcément une exécution des calculs. La distinction entre le processus de calcul et le résultat n'est pas souvent claire en algèbre (Grugeon, 1995). En effet, $a + b$ indique à la fois une procédure (additionner a à b) et un résultat (somme de a et b). Grugeon (1995) considère que cette rupture avec les pratiques arithmétiques constitue un obstacle durable pour certains élèves qui refusent d'accepter qu'une expression algébrique ayant le statut de résultat, donc d'objet, conserve un signe opératoire, ils transforment alors, par exemple, l'expression $x + 3$ en $3x$ ou $x3$[12]. La capacité des élèves à considérer une expression algébrique comprenant de signe(s) opératoire(s) comme résultat est décrite par Collis (Collis, 1974, dans Colomb, 1996) comme « *acceptance of lack of closure* » ou nommée par Davis (1975) « *process-product dilemma* » (cité dans Grugeon, 1995, p. 9). Le passage à l' « *acceptance of lack of closure* » n'est pas spontané pour de nombreux élèves.

Concernant les difficultés des élèves dans la manipulation formelle des expressions algébriques et dans la transformation des équations, Sfard (1991) s'est intéressée aux conceptions des élèves vis-à-vis de ces objets et au statut qu'ils leur donnent. Elle a construit un modèle de développement conceptuel basé sur une réification des objets et distinguant entre dimensions structurale et opérationnelle des concepts mathématiques. Elle a différencié entre concept et conception et considéré que les notions mathématiques abstraites sont conçues de façon structurale comme des « objets » ou de façon opérationnelle comme des processus selon le contexte, et ce sont les conceptions opérationnelles qui précèdent les structurales.

Par exemple, une même expression algébrique peut avoir comme interprétations un ou plusieurs objets ou processus opératoires. Un exemple tiré de Grugeon (1995, p.9) montre plusieurs interprétations à l'expression $3x + 1$, selon les contextes :

- le processus opératoire correspondant à prendre un nombre, le multiplier par 3 et lui additionner 1 ;

[12] Sfard (1991) montre que des approches structurales trop précoces dans l'enseignement aboutissent au développement de conceptions « pseudo-structurales » qui conduisent les élèves à percevoir les expressions algébriques comme des chaînes de symboles indécomposables. (Dans Grugeon, 1995)

- l'expression calculée à partir du nombre x, expression résultat du processus opératoire considérée comme un tout ;
- l'expression générique d'un nombre congru à 1 modulo 3 ;
- l'image de x par la fonction de la variable x, qui à x associe $3x + 1$;
- une chaîne de symboles ne représentant rien, mais que l'on peut combiner à d'autres expressions en utilisant des règles bien définies.

Elle montre que le développement de conceptions « pseudo-structurales » est favorisé par des approches structurales trop précoces dans l'enseignement, et conduit les élèves à percevoir les expressions algébriques comme des chaînes de symboles indécomposables.

Double aspect : syntaxique / sémantique

Le statut des expressions algébriques a été aussi abordé par une approche plus linguistique, et le traitement formel des expressions est analysé à travers le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques.

Une analyse faite par Nicaud (1994) met en jeu à la fois, une composante syntaxique et une composante sémantique d'une expression algébrique, et distingue trois niveaux :

Niveau 1 : capacité d'attribuer des valeurs aux variables d'une expression et de la calculer ;
Niveau 2 : capacité de transformer une expression algébrique en une expression qui lui est équivalente ;
Niveau 3 : capacité d'organiser les étapes d'un calcul algébrique à l'aide d'un raisonnement stratégique.
Nicaud (1994) considère que c'est au troisième niveau sémantique que se situe le réel travail d'algèbre, plus qu'une simple travail de notation.

ii. La dialectique entre le numérique et l'algébrique et l'équivalence des expressions algébriques

Drouhard (1992) souligne la prise en compte des aspects syntaxique et sémantique dans la manipulation d'une expression algébrique. Ils s'appuient sur le « sens » et la « dénotation » des expressions (Frege, 1971). Pour comprendre une expression algébrique, il faut comprendre ses caractéristiques : sa syntaxe (ou conventions), sa dénotation (ou référence), son interprétation avec les cadres mis en jeu et son sens.

La syntaxe concerne les conventions liées aux écritures algébriques (les parenthèses, la barre de fractions, etc.) et les transformations formelles des expressions algébriques relatives aux règles algébriques.

Drouhard reprend les travaux de Frege pour montrer la distinction entre le « sens » et la « dénotation ». Deux phrases désignant le même objet peuvent ne pas avoir le même sens. Par exemple, le nombre 9 peut s'écrire $\sqrt{81}$ ou 18/2. Ces écritures différentes ont la même dénotation car elles désignent le même nombre. De même, les deux expressions algébriques $(x-2)^2+1$ et x^2-4x+5 ont la même dénotation mais des sens différents, parce qu'elles ne relèvent pas du même domaine de description. En fonction des écritures, les informations données sont différentes ainsi que les transformations formelles qui leur sont applicables.

L'interprétation d'une expression dans un cadre donné, au sens de Douady (1986), relève de l'objet qui correspond à la dénotation de cette expression dans ce cadre. Par exemple, dans le cadre des fonctions de IR dans IR, l'expression $2(x+1)$ a pour interprétation la fonction qui à x on associe $2(x+1)$, tandis que dans le cadre géométrique, elle représente par exemple l'aire d'un rectangle de dimensions 2 et $x+1$ avec $x>-1$, ou le périmètre d'un rectangle de dimensions x et 1 avec $x>0$.

Drouhard (1992) montre que les élèves font les calculs en s'appuyant sur la forme de l'expression beaucoup plus que sur le sens. Or, le calcul algébrique nécessite un travail entre le sens qui guide le choix des transformations des expressions et la dénotation. Le but de la transformation d'une expression en une autre est d'obtenir deux expressions équivalentes, c'est-à-dire qui ont une même dénotation mais des sens différents. Kieran (2007) souligne certains éléments au cœur de l'activité algébrique : une même expression peut avoir plusieurs écritures équivalentes, et le passage d'une expression à une autre s'effectue par une transformation qui conserve l'équivalence. Cependant, les élèves rencontrent des difficultés à identifier les propriétés du calcul algébrique utilisées (Kieran, 2007), et donc à contrôler la transformation. Cela empêche les élèves de complètement maîtriser leurs techniques (Pilet, 2012).

Kieran (2007) rejoint Chevallard (1985) en identifiant un autre aspect du contrôle théorique en lien avec la dialectique numérique / algébrique. Chevallard (1985), en considérant que l'algébrique est un outil d'étude du numérique, et inversement, met en évidence la dialectique entre le numérique et l'algébrique et montre qu'un retour au numérique est un moyen de contrôler le résultat d'une transformation.

2.2 Le modèle de l'activité algébrique (Kieran, 2007)

Kieran (1996, 2007) a développé un modèle de l'activité algébrique en se basant sur plusieurs travaux en didactique de l'algèbre. Ce modèle s'inscrit dans une approche cognitive du point de vue de l'activité de l'élève.

Nous présentons une synthèse de ce modèle en l'orientant vers les expressions algébriques et en la mettant en relation avec des travaux exposés précédemment.

Le modèle de l'activité algébrique nommé « modèle GTG » distingue trois types d'activités algébriques élémentaires : l'activité générative, l'activité transformationnelle et l'activité globale. Il est construit sur un croisement entre les sources de signification de l'algèbre (qu'est-ce qui donne du sens à l'algèbre ?), et l'idée de l'algèbre comme activité (qu'est-ce que l'algèbre ?) (Kieran, 2007). Kieran conçoit l'algèbre comme activité en référence à Lee (1997).

Dans la suite de cette section, nous détaillons les sources de signification de l'algèbre ainsi que les différents types d'activités dans les travaux de Kieran.

2.2.1 Les sources de signification de l'algèbre

Kieran (2007) décrit ce qui peut rendre l'algèbre significative « *Algebraic meaning : Where does it come from ?* » ; elle se réfère à la classification de sources de signification développée par Radford (2004), et en ajoute une supplémentaire « *Meaning from the other* *mathematical representations, including multiple representations* ». Kieran considère que les trois sources introduites par Radford prennent peu en compte la place qu'occupent les représentations mathématiques[13] (représentations graphiques, tableau de valeurs, etc.) dans les programmes scolaires actuels.

La classification adaptée correspond à :

« *1. Meaning from within mathematics :*

a. Meaning from the algebraic structure itself, involving the letter-symbolic form

b. Meaning from the other mathematical representations, including multiple representations

2. Meaning from the problem context

3. Meaning derived from what which is exterior to the mathematics/problem context (e.g. linguistic activity, gestures and body language, metaphors, lived experience, image building) » (Kieran, 2007, p. 711)

Cette classification nous paraît pertinente et à retenir pour notre étude parce qu'elle permet d'éclairer ce qui donne du sens aux objets de l'algèbre, question principale dans notre recherche, ainsi que les difficultés des élèves.

Nous développons alors chaque source de signification.

a) *Meaning form the algebraic structure itself, involving the letter-symbolic form*

Cette source de signification concerne la construction du symbolisme algébrique. Elle est considérée comme fondamentale dans l'apprentissage de l'algèbre et précisément dans la compréhension des objets algébriques. Le symbolisme algébrique se construit à travers :

- les liens avec le numérique et donc la dialectique numérique/algébrique (Chevallard, 1985) ;

[13] Kieran désigne par « *mathematical representations* » les « *représentations mathématiques* » que nous traduisons dans les termes de Duval (1993) par *« registres de représentations sémiotiques »*, pour unifier la terminologie avec Pilet (2012) étant donné que nous nous référons à ses travaux par la suite.

- les liens entre les formes symboliques, leurs équivalences et les propriétés de manipulation correspondantes et donc les aspects syntaxiques et sémantiques des objets algébriques ;
- les liens entre l'aspect structural et l'aspect procédural des expressions algébriques.

Selon Kieran, « *This structural source of meaning not only links letter-symbolic representations to their numerical foundations but also provides connections among the symbolic forms of algebra, its equivalences, and its property-based manipulation activity. Although the algebra research literature often refers to the structure of expressions, the latter phrase both shuns definition and proves difficult for students to grasp.* » (Kieran, 2007, p. 711)

La manipulation des expressions algébriques s'appuie donc à la fois sur les aspects syntaxique et sémantique d'une part, et structural et procédural, d'autre part, déjà introduits dans la section 2.1.2.

Quant à la fonction sémiotique, elle apparaît dans les travaux de Bosch et Chevallard (1999), dans le cas de la dialectique ostensifs/non-ostensifs.

Les ostensifs et les non-ostensifs sont deux types d'objets institutionnels, introduits dans la TAD afin de comprendre la « nature » des objets mathématiques et leur « fonction » dans l'activité mathématique (Bosch et Chevallard, 1999). Ils permettent de décrire les ingrédients qui composent les types de tâches, les techniques, les technologies et les théories des organisations praxéologiques. Les objets ostensifs sont les objets matériels et sensibles, ils peuvent être concrètement manipulés, vus, entendus, les auteurs distinguent des ostensifs matériels, gestuels, discursifs, graphiques et scripturaux. Les objets non-ostensifs sont ceux qui ne peuvent pas être manipulés, comme les notions, les idées, les intuitions. Par exemple, la factorisation est un objet non-ostensif. Pour Chevallard (1994), les objets ostensifs sont « *les objets qui ont pour nous une forme matérielle, sensible au demeurant quelconque. Un objet matériel (un stylo, un compas, etc.) est un ostensif. Mais il en va de même pour les gestes, les mots, les schémas, les dessins, les graphismes et les écritures et formalismes. […] Au contraire des ostensifs, les non-ostensifs – soit ce que l'on nomme usuellement notions, concepts, idées, etc. – ne peuvent pas à strictement parler, être manipulés : ils peuvent* *seulement être convoqués à travers la manipulation d'ostensifs associés.* » (Chevallard, 1994, p. 4-5).

Les objets non-ostensifs ne peuvent être évoqués que par la manipulation adéquate de certains objets ostensifs associés (graphisme, mot, phrase, geste, etc.), et la manipulation d'objets ostensifs est conditionnée par les non-ostensifs. D'où la dialectique entre ostensifs et non-ostensifs.

« *Toute technique suppose l'activation d'un complexe d'objets, les uns ostensifs (ils seront manipulés), les autres non ostensifs (ils seront évoqués). La manipulation des ostensifs est réglée à l'aide notamment des non-ostensifs, et ces derniers, inversement, sont évoqués à l'aide des ostensifs. Il y a ainsi une dialectique nécessaire entre ostensifs et non-ostensifs.* » (Chevallard, 1993, p. 5)

Les ostensifs admettent deux fonctions, la fonction sémiotique qui correspond à leur capacité à produire du sens et la fonction instrumentale qui correspond à leur capacité à s'intégrer dans des manipulations.

Le traitement algébrique est aussi décrit comme une manipulation d'ostensifs et de non-ostensifs.

Meaning from the other mathematical representations, including multiple representations

Cette source de signification souligne l'importance de la coordination de plusieurs représentations, comme par exemple le graphique et le symbolisme algébrique, et les liens entre les différents registres sémiotiques (Pilet, 2012).

Selon Duval (1993), la dimension sémiotique du travail algébrique réside dans la mise en jeu, parallèlement au registre des écritures algébriques, d'autres registres sémiotiques comme celui des écritures numériques, celui des représentations graphiques, celui des dessins en géométrie ou encore celui de la langue naturelle.

Kieran explique que, selon Kaput (1989), la diversification des liens entre les écritures algébriques et différentes représentations peut mener à une conceptualisation des objets algébriques par les élèves et donner davantage de signification à l'activité algébrique. « *Kaput (1989) has argued that the problem of student learning in algebra is compounded by the inherent difficulties in dealing with the highly concise and implicit syntax of formal algebraic symbols and the lack of linkages to other representations that might provide feedback on the appropriate actions taken. As a consequence, he has promoted the kind of mathematical-meaning building that has its source in translations between mathematical representation systems.* » (Kieran, 2007, p. 712). Cependant, comme le souligne Kieran, certains élèves peuvent éprouver des difficultés à établir les liens entre le registre des expressions algébriques et celui des représentations graphiques.

b) Meaning from the problem context

Kieran (2007) évoque également l'importance de la résolution de problèmes internes ou externes aux mathématiques dans la construction du sens donné aux objets algébriques. Ce point rejoint alors plusieurs autres travaux comme ceux de Chevallard (1985), de Gascón (1994) et de Grugeon (1997) qui insistent sur le sens donné à travers la résolution de problèmes. Ainsi, l'algèbre est à la fois, un ensemble d'objets ayant des propriétés et des caractéristiques, et un outil pour résoudre des problèmes de mise en équation, de généralisation, de modélisation et des problèmes fonctionnels.

c) Meaning derived from what which is exterior to the mathematics/problem context

Kieran considère qu'il existe des faits extérieurs aux mathématiques, qui participent à la constitution de l'activité algébrique comme les gestes, les mouvements du corps, les mots, les artefacts. Ces éléments sont pris en compte dans des travaux récents en didactique de l'algèbre (Arzarello et Robutti, 2001 ; Radford, Demers, Guzmàn et Cerulli, 2003).

« *Hence it seems to us, one of the didactic questions with which to deal is that of the understanding of how those non-algebraic meanings are progressively transformed by students up to the point to attain the standards of the complex algebraic meanings of contemporary school mathematics.* » (Radford, cité dans Kieran, 2007, p. 713).

En se référant aux sources de signification présentées ci-dessus, et considérant que l'algèbre est une activité, d'après Lee (1997), Kieran (1996) construit le modèle GTG à travers trois types d'activités: l'activité générative, l'activité transformationnelle et l'activité globale que nous présentons brièvement dans la suite.

2.2.2 L'activité générative

L'activité générative de l'algèbre relève de la formation et de l'interprétation des objets de l'algèbre : les équations à une inconnue traduisant un problème et les expressions algébriques traduisant un « pattern », un modèle géométrique ou numérique. Une grande partie de la construction de sens pour les objets algébriques se produit au sein de l'activité générative. Elle joue alors un rôle important dans la construction du symbolisme algébrique et dans l'association des représentations mathématiques, autrement dit, dans la rupture arithmétique/algébrique et dans les liens entre les différents registres sémiotiques. Nous rappelons que la construction du symbolisme algébrique et la rupture arithmétique/algébrique ont été étudiées dans la section 2.1 de ce chapitre, en développant les différents statuts de la lettre et le signe d'égalité.

2.2.3 L'activité transformationnelle

Cette activité concerne les tâches de manipulation algébrique des expressions : factoriser, développer, substituer par une valeur numérique, remplacer une expression par une expression qui lui est équivalente, additionner et multiplier des expressions polynômiales, etc.

L'enjeu principal de cette activité est l'équivalence dans le passage de la forme symbolique d'une expression à une autre. Il y a donc construction du sens donné à l'équivalence et à l'utilisation des propriétés algébriques et des axiomes dans la manipulation des expressions. Pour Kieran, l'activité transformationnelle est fondée sur des éléments théoriques du travail manipulatoire de l'algèbre – l'équivalence et le contrôle théorique, aspects auxquels nous nous intéressons dans la suite de notre travail. En effet, « *[…], algebraic transformations are not viewed simply as procedural, but also as theoretical.*

Thus, notions of equivalence figure more prominently in some of this later work. » (Kieran, 2007, p. 722).

Pimm (1995), cité dans Kieran (Kieran, 2007, p. 722), considère qu'une même expression algébrique peut avoir plusieurs écritures équivalentes, et le passage d'une expression à une autre s'effectue par une transformation qui garde l'équivalence.

Selon Kieran (2007), les élèves rencontrent des difficultés dans la manipulation des expressions algébriques au niveau de l'identification des propriétés utilisées et de la perception de la forme d'une expression.

Nous nous ramenons au double aspect procédural et structural d'une expression algébrique ainsi qu'au double aspect syntaxique et sémantique, développés dans la section 2.1.2.

2.2.4 L'activité globale

L'activité globale au niveau du méta fournit un cadre pour construire les objets de l'algèbre et travailler avec ces objets.

Il s'agit des activités pour lesquelles l'algèbre est utilisée comme un outil et qui fournissent le contexte, le sens et la motivation pour engager les élèves dans les activités générative et transformationnelle. L'activité globale consiste à résoudre des problèmes de modélisation, de généralisation de patterns, de justification et de preuve, autrement dit, des problèmes qui relèvent de la dimension *outil* de l'algèbre (cf. section 2.1), et dont l'engagement dans la résolution nécessite l'utilisation du symbolisme.

Dans le modèle GTG de Kieran, les trois types d'activités interviennent dans la conceptualisation des objets algébriques. La résolution de problèmes n'engage pas uniquement dans une activité globale, mais dans une activité générative aussi, selon le niveau des élèves. Au début de l'apprentissage de l'algèbre, un problème de généralisation engage principalement dans une activité générative. « *Generalization and problem solving* *can be present in much of generational and transformational activity of algebra, especially during the early stages of learning, thus, the global/meta-level activity of algebra or both broader than and at the same time not quite as broad as algebra.* » (Kieran, 2007, p. 714).

L’exposé, orienté vers les expressions algébriques, des types d’activités du modèle GTG développé par Kieran et des difficultés que peuvent rencontrer les élèves renseigne sur le contenu algébrique qui doit être enseigné pour donner du sens à l’algèbre. Les enseignants ne doivent pas ignorer l’importance de fournir un travail sur les divers aspects de l’activité algébrique, en développant ainsi les dimensions outil et objet de l’algèbre.

Dans notre recherche, nous portons une attention particulière à ce que proposent les enseignants dans leurs classes, pour développer chez les élèves, d’une part, les techniques de calcul algébrique, et d’autre part, la capacité de mobiliser l’outil algébrique dans la résolution de problèmes en motivant l’introduction de la lettre et en redonnant du sens aux objets de l’algèbre.

2.3 Une praxéologie de référence relative aux expressions algébriques (Pilet, 2012)

En se basant sur des travaux en didactique de l’algèbre déjà présenté dans ce chapitre, Pilet (2012, 2015), dans sa thèse, a identifié des aspects épistémologiques pour interroger le travail avec et sur les expressions algébriques, en fin de scolarité obligatoire. Elle les a organisés en quatre points:

- « Le jeu sur les différentes représentations sémiotiques pour donner du sens aux objets de l’algèbre et rendre nécessaire l’introduction des lettres permettant l’équivalence des expressions algébriques et des représentations sémiotiques ;
- Le rôle essentiel du contrôle théorique des transformations algébriques, en lien avec l’équivalence des expressions et le numérique ;
- L’importance de la reconnaissance de la structure des expressions pour guider l’activité transformationnelle ;
- La dialectique entre l’aspect procédural et l’aspect structural des expressions algébriques pour organiser la traduction d’un registre sémiotique à un autre. » (Pilet, 2012, p. 71).

Pour Pilet, ces éléments sont constitutifs d'une référence épistémologique aux expressions pour construire un rapport idoine au calcul algébrique.

À partir de ces éléments épistémologiques, elle caractérise ce qui est au cœur de la génération des expressions algébriques, de leur interprétation, du calcul contrôlé sur ces expressions et de leur utilisation dans des contextes intra ou extra-mathématiques. Pilet dégage une praxéologie de référence relativement aux expressions algébriques, opérationnalisée pour analyser les programmes officiels et les manuels scolaires du cycle 4 (équivalent au cycle moyen au programme libanais) et de la classe de seconde (ou première année secondaire).

Nous exposons maintenant ce que nous en retenons pour la suite de notre travail. Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à la thèse de Pilet (2012).

2.3.1 La praxéologie régionale relative aux expressions algébriques

Dans la définition de cette praxéologie, Pilet se réfère au modèle du processus d'algébrisation développé par Ruiz-Munzón (Ruiz-Munzón et *al*, 2012) dans lequel l'algèbre élémentaire est conçue comme un processus d'algébrisation de programme de calcul, et notamment, à la première des trois étapes, celle qui s'attache à l'introduction des expressions algébriques et aux fondements du calcul.

La praxéologie (OM) globale du domaine algébrique se composant d'au moins trois OM régionales relatives aux expressions algébriques, aux équations et aux formules.

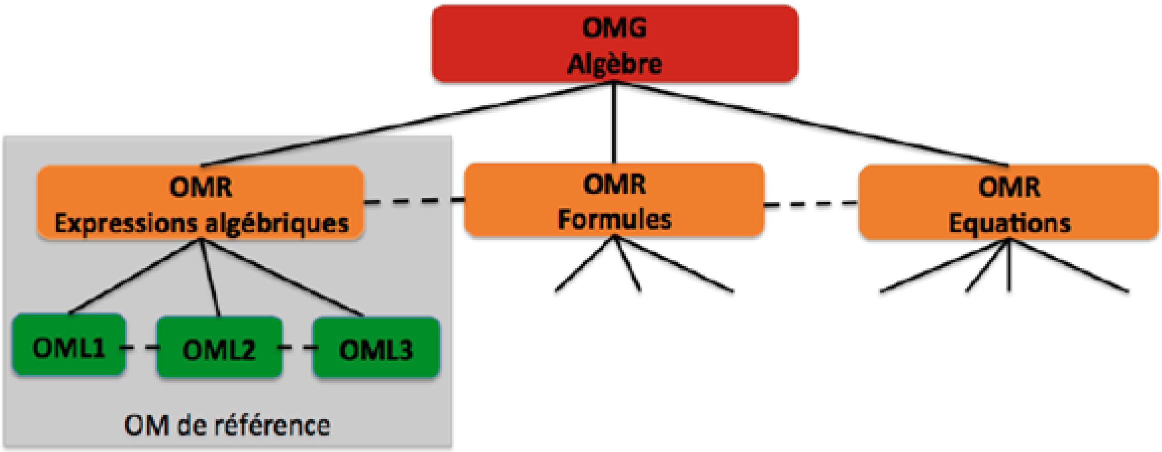


Figure 2.1 – OM globale du domaine algébrique (Pilet, 2012, p. 77)

Pilet situe les praxéologies constitutives de la première étape du processus d'algébrisation dans l'OM régionale relative aux expressions algébriques.

2.3.2 Les trois praxéologies locales de référence

En se référant aux synthèses des travaux de didactique de l'algèbre, Pilet (2012) intègre trois OM locales pour caractériser l'OM régionale relative aux expressions algébriques.

La *génération des expressions algébriques* est la première praxéologie locale, désignée par OM1. Elle vise à donner des raisons d'être à la génération des expressions algébriques, à partir de la résolution de problèmes de généralisation et de preuve, de mise en équation et de modélisation. Elle est gérée par une technologie justifiant la génération et la simplification des expressions algébriques.

L'*équivalence des expressions algébriques* est la seconde praxéologie locale, désignée par OM2. Elle concerne la dénotation et le sens des expressions algébriques. Elle est gérée par une technologie qui prend en compte l'interprétation des expressions algébriques pour les transformer et les mettre en lien avec d'autres registres de représentation.

L'*algèbre des polynômes* est la troisième praxéologie locale, désignée par OM3. Elle concerne les règles de calcul algébrique.

Dans la figure ci-dessous, Pilet illustre les trois OM locales (Pilet, 2012, p. 78) :

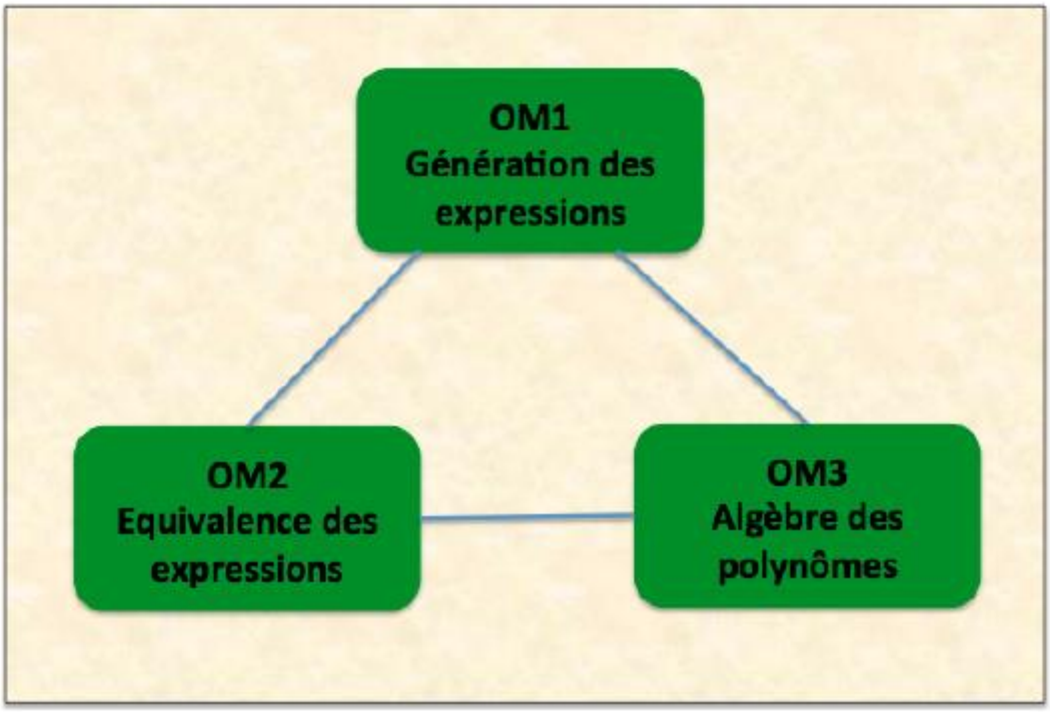


Figure 2.2 – Les trois OM locales de l'OM régionale de référence relative aux expressions algébriques

La référence de notre recherche à la praxéologie régionale relative aux expressions algébriques est pertinente : en se référant aux travaux de didactique de l'algèbre et particulièrement ceux qui se base sur les dimensions outil et objet de l'algèbre, et des expressions algébriques précisément, les trois praxéologies locales sont définies en tenant compte de la couverture du domaine.

2.3.3 Les types de tâches et les techniques des trois praxéologies locales de référence

Pour chaque OM locale, Pilet (2012) définit les principaux genres de tâches constitutifs et distingue les différents types de tâches. Ces éléments seront utilisés dans nos analyses de ce qui est proposé aux élèves pour leur apprentissage de l'algèbre.

Les tableaux ci-dessous présentent les genres et les types de tâches, par praxéologie locale :

Tableau 2.1 – Les types de tâches constitutifs de l'OM1 (Pilet, 2012, p. 81

Genres	Types de tâches
T_P Produire[14]	$T_{P-Exp-Equivalence-PC}$ Deux programmes de calcul sont-ils équivalents.
	$T_{P-Exp-Resultat-PC}$ Prouver le résultat d'un programme de calcul.
T_T Traduire	$T_{T-Exp\rightarrow Prog}$ Traduire une expression algébrique par un programme de calcul.
	$T_{T-Prog\rightarrow Exp}$ Traduire un programme de calcul par une expression algébrique.
	$T_{T-LgNat\rightarrow Exp}$ Traduire une expression algébrique dans le langage naturel.
	$T_{T-Exp\rightarrow LgNat}$ Traduire une expression donnée en langage naturel par une expression algébrique.
	$T_{T-Exp\rightarrow Longueur}$, $T_{T-Exp\rightarrow Perimetre}$, $T_{T-Exp\rightarrow Aire}$, $T_{T-Exp\rightarrow Volume}$, $T_{T-Exp\rightarrow An}$ Traduire une expression algébrique comme, respectivement, la longueur d'un segment ou d'un arc de cercle, le périmètre, l'aire d'une figure, le volume d'un solide, la mesure d'un angle.
	$T_{T-Longueur\rightarrow Exp}$, $T_{T-Perimetre\rightarrow Exp}$, $T_{T-Aire\rightarrow Exp}$, $T_{T-Volume\rightarrow Exp}$, $T_{T-Angle\rightarrow}$ Traduire, respectivement, la longueur d'un segment ou d'un arc de cercle, le périmètre, l'aire d'une figure, le volume d'un solide, la mesure d'un angle par une expression algébrique.
	$T_{T-Relation\rightarrow Formule}$ Traduire une relation entre deux grandeurs ou deux quantités par une formule.
	$T_{T-Formule\rightarrow Relation}$ Traduire une formule par une relation entre deux grandeurs ou deux quantités.
	$T_{T-Pteari\rightarrow Exp}$ Traduire une propriété d'un nombre par une expression algébrique.
	$T_{T-Exp\rightarrow Pteari}$ Traduire une expression algébrique comme la propriété d'un nombre.
	$T_{T-Arbre\rightarrow Exp}$ Traduire un arbre par une expression algébrique.
	$T_{T-Exp\rightarrow Arbre}$ Traduire une expression algébrique par un arbre.
T_A Associer[15]	$T_{A-Exp-Longueur}$, $T_{A-Exp-Perimetre}$, $T_{A-Exp-Aire}$, $T_{A-Exp-Volume}$, $T_{A-Exp-Angl}$ Associer une expression algébrique à, respectivement, une longueur d'un segment ou d'un arc de cercle, un périmètre, une aire d'une figure, un volume de solide, la mesure d'un angle et inversement.
	$T_{A-Exp-Prog}$ Associer une expression algébrique à un programme de calcul et inversement (aspect procédural).
	$T_{A-Exp-LgNat}$ Associer une expression algébrique à une phrase en langage naturel et inversement (aspect structural).
	$T_{A-Relation\rightarrow Formule}$ Associer une relation entre deux grandeurs ou deux quantités à une formule et inversement.

[14] Dans la production d'une expression algébrique, l'introduction de la lettre est à la charge de l'élève, ce qui n'est pas le cas dans la traduction.
[15] Dans l'association, les deux représentations des objets sont données.

Tableau 2.2 – Les types de tâches constitutifs de l'OM2 (Pilet, 2012, p. 82)

Genres	Types de tâches
$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.
T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions	T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions d'une ou de plusieurs variables.
$T_{Structure}$ Identifier la structure	$T_{Structure-som}$ Identifier une somme algébrique de termes.
	$T_{Structure-produit}$ Identifier un produit de facteurs.
	$T_{Structure-carre}$ Identifier un carré.
	$T_{Structure-cube}$ Identifier un cube.
$T_{Choisir}$ Choisir	Choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé.
$T_{Associer}$ Associer	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.

Tableau 2.3 – Les types de tâches constitutifs de l'OM3 (Pilet, 2012, p. 87)

Genres	Types de tâches
T_D Développer	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.
	$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k \in IR$.
	$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.
	$T_{DIR-som\times diff}$Développer un produit de deux facteurs du type $(a+b)(a-b)$.
	$T_{DIR-car}$ Développer un carré.
T_F Factoriser	T_{FA} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans tous les termes. - $T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes. - $T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans tous les termes.
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.
	T_{FA^*} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans un des termes. - $T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes. - $T_{FA^*/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans un des termes.
	T_{FNA} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun n'est pas apparent. - $T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent.

	- $T_{FNA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme non apparent.
	$T_{FIR-diff}$ Factoriser une différence de deux carrés.
	$T_{FIR-som}$ Factoriser une somme algébrique de trois termes du type $a^2 \pm 2ab + b^2$.
T_R Réécrire un monôme	$T_{R-carré}$ Réécrire un monôme sous la forme d'un carré.
	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.
T_C Calculer	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.
	$T_{CDS-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant la distributivité simple.
	$T_{CIR-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables.

Concernant les techniques, nous les présentons dans le tableau ci-dessous en nous référant à Pilet (2012, p. 80). Nous éliminons celles qui ne sont pas à la portée des élèves des classes de notre étude, comme la technique basée sur l'étude des fonctions, par exemple, qui est enseignée à un niveau de classe supérieure.

Tableau 2.4 – Les techniques utilisées pour réaliser les genres de tâches des trois OM locales

OM locale	Genre	Techniques
OM1	Traduire T_T Associer T_A	- Interpréter la relation mathématique. Cette interprétation peut-être plus moins complexe en fonction de la congruence sémiotique, c'est-à-dire si la traduction nécessite une reformulation ou non, - Appliquer les règles de conversion entre le registre sémiotique en jeu et celui des écritures algébriques.
	Produire T_P	- Convoquer une ou plusieurs lettres, - Traduire la relation entre les registres sémiotiques à partir de la technique présentée ci-dessus.
OM2	Tester T_{Tester}	- Technique basée sur la dialectique de l'algébrique et du numérique : tester l'égalité en calculant les expressions pour une ou plusieurs valeurs numériques. Elle convoque la substitution par une valeur numérique qui fait l'objet du type de tâches T_{C-num} de OM3, - Technique basée sur les écritures algébriques : consiste en une analyse symbolique des écritures algébriques, par exemple en comparant les coefficients des monômes de même degré ou les termes constants. Elle convoque l'identification de la structure, $T_{Structure}$.

	Prouver $T_{Prouver-equiv}$	Technique basée sur la conjecture puis la preuve de l'équivalence des expressions. Elle s'effectue en deux étapes : • tester les expressions par convocation de T_{Tester} à partir de la première technique pour conjecturer l'équivalence des expressions. • La forme de la preuve dépend de l'équivalence ou non des expressions. Si elles ne le sont pas, elle consiste à donner un contre-exemple. Sinon, la preuve consiste à convoquer les propriétés du calcul algébrique permettant de transformer l'une en l'autre.
	Identifier la structure $T_{Structure}$	Identifier l'opérateur de plus haut niveau dans l'expression.
OM3	T_DDévelopper	Technique générique d'instanciation : l'instanciation des règles de calcul et des conventions de calcul algébrique.
	T_F Factoriser	
	T_R Réécrire un monôme	
	T_C Calculer	

Ainsi, dans la suite de cette recherche, et plus précisément dans l'analyse institutionnelle menée au chapitre 5 et dans l'analyse de la praxéologie enseignée au chapitre 6, nous nous référons aux trois praxéologies locales présentées dans cette section, telles qu'elles sont définies par Pilet (2012, 2015).

Dans le chapitre suivant, nous présentons une synthèse des travaux sur les pratiques enseignantes que nous mobilisons dans notre recherche.

CHAPITRE 3
LES PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS LE CADRE DE LA DOUBLE APPROCHE

Le second volet de notre étude est centré sur les pratiques d'enseignement de l'algèbre, notamment sur les pratiques enseignantes ordinaires des expressions algébriques.

L'objet de ce chapitre, organisé en trois sections, est de présenter la double approche didactique et ergonomique (DA) (Robert et Rogalski, 2002 ; Robert, 2007) à laquelle nous nous référons dans notre recherche, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre d'introduction de ce travail. Or, Robert et Rogalski (Robert et Rogalski, 2002 ; Robert 1999 et 2007) ont élaboré le cadre théorique de la double approche en articulant la théorie de l'activité et la didactique des mathématiques dans le domaine de l'enseignement/apprentissage des mathématiques. Aussi commençons nous par présenter la théorie de l'activité, la référence théorique aux travaux relatifs à la double approche et aux pratiques enseignantes et par définir les termes utilisés dans cette recherche. Dans la seconde section, nous présentons les fondements de la double approche et la méthodologie d'analyse des pratiques enseignantes mises en jeu, en explicitant les outils que nous retenons dans notre étude. Dans la troisième section, nous proposons une réflexion sur le concept de régulation des apprentissages et particulièrement sur ce que nous appelons la régulation didactique des apprentissages.

3.1 La théorie de l'activité et les pratiques enseignantes

Le cadre de la théorie de l'activité, initié par Leontiev (1975/1984), puis exploité et développé dans une perspective de psychologie ergonomique par Leplat (1997) et Rogalski (2003) permet d'enrichir une approche développementale des pratiques enseignantes par la prise en compte des effets de l'activité sur le sujet, et d'enrichir une approche par la conceptualisation[16] des apprentissages mathématiques des élèves (Leplat 1997 ; Vergnaud 1999 ; Rogalski 2008).

Selon Rogalski (2003, 2008), la théorie de l'activité articule trois niveaux de finalités : le mobile de l'activité du sujet, le but de l'action et les opérations qu'il faut

[16] La *conceptualisation* signifie ici la construction de concepts pour comprendre et agir sur le monde (Rogalski, 2005, p.9). Chesnais (2009) entend la *conceptualisation* dans un sens large proche du sens de Vergnaud, c'est-à-dire en considérant que ce qui est visé comme apprentissage concerne à la fois les aspects outil et objet de la notion (Douady, 1986), le fait que la notion soit disponible pour la résolution (à bon escient) d'un certain nombre de problèmes, la maîtrise de signifiants liés à la notion et son insertion « opérationnelle » dans le paysage mathématique « actuel » de l'élève. (Chesnais, 2009, p. 24).

effectuer pour réaliser l'action. Son objet est une activité finalisée et motivée : « *le sujet vise l'atteinte de buts d'action, et ce sont les mobiles de son activité qui sont le moteur de ses actions* » (Rogalski, dans Vandebrouck, 2008, p. 25).

Dans notre recherche, nous avons eu recours à quelques concepts organisateurs de la théorie de l'activité, que nous définissons dans cette section. Il s'agit de la distinction entre le *sujet* et la *situation* d'une part, et entre la *tâche* et l'*activité* d'autre part, ainsi que du modèle de la *double régulation de l'activité*.

a) Sujet et situation

Dans la théorie de l'activité, le *sujet* est un sujet psychologique, individualisé, ayant des intentions et des compétences. Les intentions se manifestent à travers l'activité finalisée, et les compétences constituent d'éventuelles ressources pour engendrer des actions pour réaliser ses buts. Le *sujet* peut être un élève, quand on étudie les apprentissages, ou un enseignant, quand on étudie le travail.

Le *sujet* agit dans une *situation de travail ou de formation*, qui comporte un système de contraintes et de ressources (Rogalski, 2008). La situation de l'enseignant comporte un ensemble de tâches, un *contexte d'interventions multiples sur les élèves* (les parents, les enseignants d'autres disciplines, etc.) et se situe dans *le processus de travail qui se déroule sur le temps long de la scolarité de ses élèves* (Rogalski, 2005, p.4). Quant à la situation de l'élève, elle intègre son environnement social et familial et ne se limite pas aux tâches que l'enseignant lui propose.

b) Tâche et activité

La distinction entre *tâche* et *activité* est centrale dans la théorie de l'activité. La *tâche* est du côté des objets de l'action tandis que l'*activité* est du côté du sujet.

Leontiev (1975/1984) définit la tâche comme étant « *le but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions* ». Elle a toujours un *objet* à transformer ou à étudier. Le but à atteindre est alors *l'état de l'objet quand la tâche aura été (correctement) réalisée* (Rogalski, 2008). Par exemple, en situation scolaire, le travail d'enseignement correspond à une *tâche*. Pour l'élève, les énoncés proposés par l'enseignant et les consignes de travail mathématique demandé expriment la *tâche* à réaliser.

En situation de travail, la réalisation de la tâche oriente l'*activité* (Rogalski, 2008). Celle-ci est définie du point de vue du sujet, elle comprend ce que développe un sujet (ce qu'il fait, ce qu'il se retient de faire, les hypothèses faites, les décisions prises), sa manière de gérer son temps, son état personnel (fatigue, stress, plaisir pris au travail) et ses interactions avec autrui. Selon Leplat (1997), l'*activité* est déterminée, simultanément, par le sujet et la situation qui ne doivent pas être considérés de manière indépendante.

Les activités de l'enseignant et de l'élève s'influencent réciproquement. L'activité de l'enseignant produit un résultat, qui est une situation pour l'élève et elle a un effet sur l'élève (lorsque l'enseignant l'encourage par exemple). L'activité de l'élève est co-déterminée par l'élève lui-même et par la situation produite par l'enseignant. Lors de l'enseignement, ces deux activités ont lieu lors de la séance en classe.

L'analyse de l'activité s'appuie sur les observables, les opérations sur les objets de l'action. Du côté des élèves en classe, les analyses de leurs activités, telles que les enseignants les organisent, fournissent les données pour approcher les apprentissages et aborder les pratiques. Du côté des enseignants, les analyses de leurs activités fournissent des données sur l'enseignement dispensé en classe, sur son amont – la programmation – et sur son aval – l'évaluation. C'est dans le cadre de la double approche que nous situons nos analyses des pratiques des enseignants en classe de mathématiques.

c) *Le modèle de double régulation de l'activité*

La régulation de l'activité renvoie à la dynamique de l'activité : elle modifie l'état de la situation et du sujet, de l'acteur.

La double régulation de l'activité (Leplat, 1997 ; Rogalski, 2003) renvoie au fait que l'activité est liée à un double système de déterminants, et que sa réalisation a deux conséquences distinctes envisageables, l'une porte sur la situation (la tâche et son contexte) et l'autre sur le sujet (ses compétences et son état physique et psychique) (Rogalski, 2005).

Pour Rogalski (2005, p. 5), la première conséquence est que *la situation est à la fois un déterminant de l'activité et elle est modifiée par cette activité.* Il s'agit de la *dimension productive* de l'activité. Celle-ci influe sur la situation qui évolue au fur et à mesure du déroulement de l'activité. Cette évolution permet au sujet d'ajuster son activité. La deuxième conséquence est que *le sujet lui-même est un déterminant de l'activité et est modifié par son activité, aussi bien dans son potentiel de connaissances et d'actions, que dans son état physique ou psychique.* Il s'agit de la *dimension constructive* du sujet. L'activité peut aussi avoir des conséquences sur le sujet ; ces conséquences peuvent ou non transformer le sujet.

Le schéma ci-dessous résume les différentes régulations des activités de l'enseignant et des élèves (Roditi, 2012) :

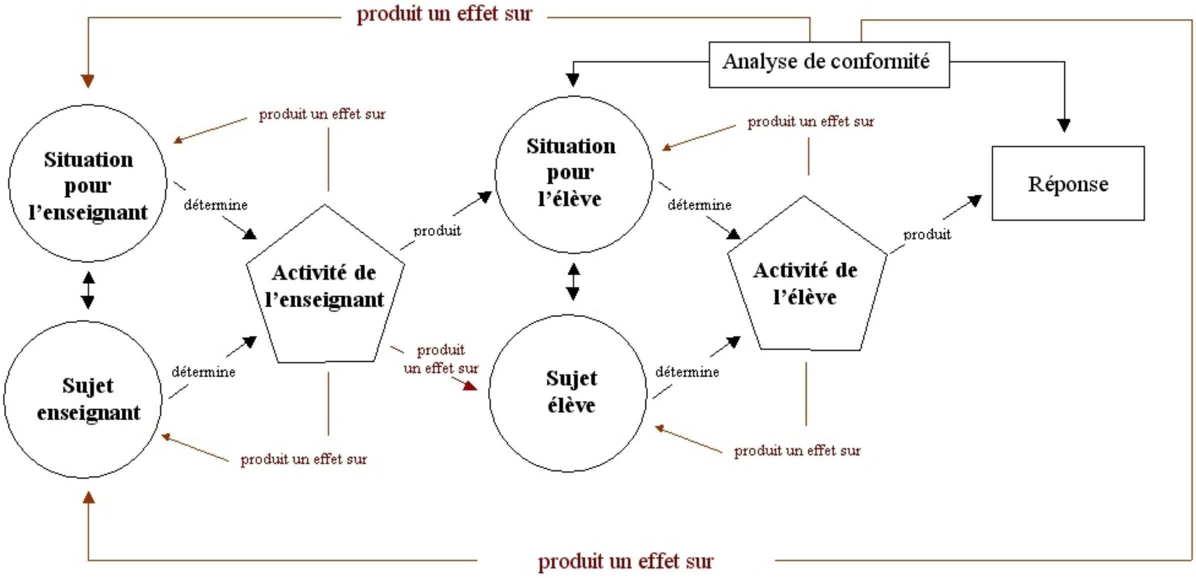


Figure 3.1 – Les activités de l'enseignant et des élèves et leur régulation (Roditi, 2012)

Notre question de recherche porte sur l'étude des processus d'enseignement et d'apprentissage ainsi que sur l'analyse du processus enseignement/apprentissage. La théorie de l'activité offre un cadre permettant d'analyser les *processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe* (Rogalski, dans Vandebrouck, 2008, p. 25). Elle fournit des éléments d'analyses des activités de l'enseignant et des élèves.

L'articulation entre la théorie de l'activité, le constructivisme de Piaget[17] et le socioconstructivisme de Vygotski[18] offre un outil théorique pour *une double approche du point de vue de la didactique des mathématiques et du point de vue de l'activité des sujets concernés : enseignants et élèves* (Vandebrouck et *al*, 2013, p. 21).

3.2 La double approche didactique et ergonomique (Robert, 2001)

À partir des années 1990, partant du constat que les enseignants avaient du mal à entendre le discours du didacticien et à adopter des ingénieries didactiques, les chercheurs de didactique se sont demandés si cela est dû à des différences de représentations entre eux et les enseignants sur les mathématiques, leur enseignement et leur apprentissage. Ils se sont alors mis à analyser plus précisément ce qui se passe effectivement dans les classes, les activités des élèves provoquées par l'enseignant et le discours de l'enseignant. Parmi ces chercheurs, Robert et Rogalski se sont orientées vers l'analyse des pratiques des enseignants en prenant compte à la fois de leurs buts, les apprentissages des élèves, et des contraintes qu'impose le métier d'enseignant de mathématiques. Elles ont développé la double approche didactique et ergonomique fondée par la théorie de l'activité. C'est une démarche théorique pour analyser et interpréter les pratiques des enseignants en imbriquant des analyses didactiques et ergonomiques. Du point de vue didactique, il s'agit de mieux comprendre ce que l'enseignant organise en classe, en considérant que son activité est, au moins en partie, organisée par l'objectif de faire apprendre les élèves. Du point de vue ergonomique, il s'agit de considérer l'enseignant comme un professionnel qui exerce le métier d'enseignant, et qui a des contraintes et des habitudes (Robert et Rogalski, 2002).

Dans la suite de notre travail, nous adoptons la définition de Robert pour le mot *pratiques*, que nous distinguons du mot *activités*, ainsi que la méthodologie d'analyse des pratiques proposées.

Par *pratiques*, Robert désigne « *ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas* » (Robert, 2008, dans Vandebrouck, 2008, p. 57) à n'importe quel moment situé

[17] « *Le constructivisme de Piaget met en regard, du côté de l'élève, les analyses épistémologiques des objets mathématiques en jeu.* » (Vandebrouck et *al*, 2013, p.21).

[18] « *Le socioconstructivisme de Vygotski rend compte de l'intervention didactique de l'enseignant, dans sa médiation entre le savoir et l'élève et dans son étayage de l'activité de l'élève.* » (ibid).

avant, pendant ou après la séance de classe. Quant aux *activités,* elles constituent les moments précis des pratiques durant lesquels le travail de l'enseignant porte sur des situations particulières, comme par exemple la préparation, le travail de classe, l'élaboration des contrôles, etc.

En admettant que les pratiques des enseignants soient considérées comme un système complexe et cohérent (De Montmollin, 1984), et partant d'observation de séances en classe et de recueil de documents en dehors de la classe, Robert (2001) traduit ce système par des analyses en composantes et en niveaux d'organisation, tout en tenant compte des apprentissages et de l'enrôlement des élèves et des contraintes du métier. Ces analyses permettent de mieux comprendre ce que l'enseignant organise en classe comme activités pour les élèves, et de déterminer des régularités et des variabilités de pratiques.

3.2.1 Le découpage en composantes

Pour analyser les pratiques des enseignants, Robert (2001, 2008, dans Vandebrouck, 2008) propose un découpage en cinq composantes *profondément imbriquées*. Deux de ces composantes sont analysées en relation avec les activités des élèves, la *composante cognitive* et la *composante médiative*.

La *composante cognitive* informe sur l'itinéraire cognitif choisi par l'enseignant. Elle correspond au choix du contenu et des tâches, à leur organisation et à leur insertion dans la séquence portant sur le chapitre travaillé.

La *composante médiative* renseigne sur le cheminement organisé par l'enseignant, pour les différents élèves. Elle correspond aux déroulements, aux improvisations, aux discours, à l'enrôlement des élèves et à leur accompagnement dans la résolution des tâches, à la dévolution des consignes et à la validation.

Quant aux trois autres composantes, elles sont en lien au métier d'enseignant et aux déterminants du métier, les composantes *personnelle, institutionnelle* et *sociale*.

La *composante personnelle* permet de traduire les représentations de l'enseignant sur son métier. La *composante institutionnelle* porte sur un certain nombre de contraintes que l'enseignant doit respecter en exerçant son métier, comme la nature des mathématiques à enseigner, les programmes, les horaires, les ressources et les manuels, l'administration, etc. Quant à la *composante sociale,* elle correspond au fait que l'enseignant n'est pas tout seul dans sa classe et dans son établissement. Dans sa classe, il est avec le groupe d'élèves et avec les élèves appartenant à des groupes sociaux. Dans son établissement, il est soumis à des exigences, des attentes et des contraintes.

L'observation des séances en classe et les documents associés (cours, énoncés des exercices, progression annuelle, etc.) donnent accès aux composantes cognitive et médiative des pratiques. Leur combinaison renseigne, sur ce que Robert (2008) nomme « l'itinéraire cognitif choisi par l'enseignant » et « les cheminements organisés pour les différents élèves». Les composantes personnelle, institutionnelle et sociale sont inférées à partir des analyses des séances, des documents associés à la séance ou externes à la classe et d'entretiens menés avec les enseignants.

Ce découpage en composantes permet au chercheur de trouver des logiques d'action, des régularités et des variabilités des pratiques. Il est complété par un deuxième type d'analyse de pratiques, *plus adapté à accéder aux variabilités et évolutions individuelles dans le travail réel* (Robert, 2008, dans Vandebrouck, 2008, p.59). Ce type d'analyses porte sur les niveaux d'organisation du travail des enseignants.

3.2.2 Niveaux d'organisation du travail des enseignants

Ces niveaux tiennent compte de *différentes échelles attachées à la fois à la temporalité et au grain des activités à analyser* (Robert, 2008, dans Vandebrouck, 2008, p.59). Ils sont directement liés aux sujets. Robert propose trois niveaux organisateurs des pratiques :

- un niveau micro qui concerne les *gestes élémentaires, automatisés* (le discours, le mode d'écriture au tableau, les déplacements, etc.) ;

- un niveau local qui correspond à la *classe au quotidien* (les préparations et les improvisations) et les *adaptations de l'enseignant* ;
- un niveau macro qui correspond *aux projets et aux préparations* (de la séance, du chapitre, etc.).

Les analyses menées dans le cadre de la double approche permettent de mieux comprendre l'organisation des activités prévues par l'enseignant pour l'élève et d'apprécier *ce qui est déterminé dans une pratique, ce qui est variables (les alternatives), ce qui est partagé par plusieurs enseignants et/ou ce qui est singulier* (Robert, 2008, dans Vandebrouck, 2008, p.57).

Dans le cas de notre étude, l'analyse des pratiques enseignantes à partir des deux composantes observables en classe, la composante médiative et la composante cognitive, donne accès à deux niveaux, complémentaires, du travail de l'enseignant. Au niveau local, nous aurons accès à l'organisation de la classe et aux interventions de l'enseignant. Au niveau macro, nous aurons accès à la variété des tâches proposées aux élèves à travers les énoncés d'exercices et de problèmes.

Une analyse didactique des tâches mathématiques proposées en classe (Robert, 2008) est effectuée à partir du contenu mathématique de l'énoncé, en prenant en considération le niveau scolaire. Elle porte sur l'analyse des mises en fonctionnement des connaissances mathématiques, telles qu'elles sont organisées par l'enseignant lorsqu'il propose des tâches aux élèves.

3.2.3 Le modèle d'analyse des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

En s'appuyant sur les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances élaborés par Robert (2008), et en distinguant les deux dimensions *outil* et *objet* des savoirs mathématiques, Roditi et Salles (2015) et Salles (2017) proposent une catégorisation des questions posées dans les enquêtes PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves). Lorsque la connaissance mathématique est utilisée comme *outil* (Douady, 1986) pour résoudre un problème, trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances peuvent être mis en jeu : *directe, avec adaptation* et *avec intermédiaire*.

La mise en fonctionnement est *directe* lorsque l'item nécessite la mise en œuvre directe d'une procédure unique, potentiellement automatisable par l'élève.

Dans la mise en fonctionnement *avec adaptation* des connaissances, les tâches mathématiques nécessitent une adaptation ou une transformation de l'énoncé avant d'appliquer les connaissances.

Dans la mise en fonctionnement *avec intermédiaire* des connaissances, les tâches mathématiques nécessitent l'introduction, de manière autonome, un ou plusieurs intermédiaires utiles dans la démarche de résolution, comme la décomposition du problème en étapes, par exemple.

Lorsque la connaissance mathématique est utilisée comme *objet*, les auteurs distinguent deux niveaux de mise en fonctionnement qui peuvent être mis en jeu. Dans le premier, les élèves doivent témoigner d'une compréhension du concept sans avoir à le mettre en œuvre. Il s'agit de la catégorie nommée *compréhension qualitative de concepts* ou *concept* (Roditi et Salles, 2015). Dans le deuxième niveau, la connaissance mise en jeu est de l'ordre du calcul (Artigue, 2005) sans être mise en relation avec une situation. Elle peut témoigner de la disponibilité d'un *répertoire* lorsqu'elle porte sur des techniques, des méthodes et des situations de référence comme elle peut supposer l'acquisition d'un certain niveau de *flexibilité* nécessaire à conduire des calculs selon leurs spécificités (Salles, 2017).

En nous référant à la catégorisation présentée ci-dessus, de la mise en fonctionnement des contenus algébriques proposés durant les séquences d'enseignement, nous menons une analyse didactique des tâches proposées pour interpréter l'enseignement en classe.

Cette analyse est complétée par celle des déroulements effectifs qui permettent de préciser les activités des élèves dans la classe. L'analyse des déroulements porte sur l'organisation du travail en classe dont nous retenons le travail autonome des élèves, la dynamique entre cours et exercices et les interventions de l'enseignant (Robert, 2008, p. 38). Selon Robert, le jeu des questions et réponses est une modalité du travail interactif qui influence les apprentissages ainsi que les évaluations.

En conclusion, à travers l'analyse des deux composantes médiative et cognitive des pratiques, nous interrogeons les régularités et les variabilités des pratiques des enseignants afin de déduire, ce qui, dans les pratiques, peut influencer les apprentissages des élèves. Des régularités et des variabilités peuvent être observées dans les interactions enseignant-élèves où le savoir est explicitement en jeu, présentées dans la section suivante.

3.3 Une approche didactique de la régulation des apprentissages

Notre référence à la double approche (Robert et Rogalski, 2002) nous conduit à prendre en compte les différentes composantes des pratiques des enseignants, notamment les tâches mathématiques choisies et implémentées en classe, les déroulements associés et leur influence sur les activités mathématiques des élèves. Or, les déroulements en classe comprennent des moments d'interactions entre l'enseignant et les élèves où le savoir est explicitement en jeu. L'analyse des interactions enseignant-élèves en classe de mathématiques durant les séances d'enseignement permet de prendre en considération les activités mathématiques effectives des élèves pour construire un enseignement adapté.

Une synthèse des recherches en éducation considérant les interactions comme moments ou processus d'évaluation formative évoquent trois concepts sur les interactions enseignant-élèves : le feedback, l'évaluation formative et la régulation des apprentissages.

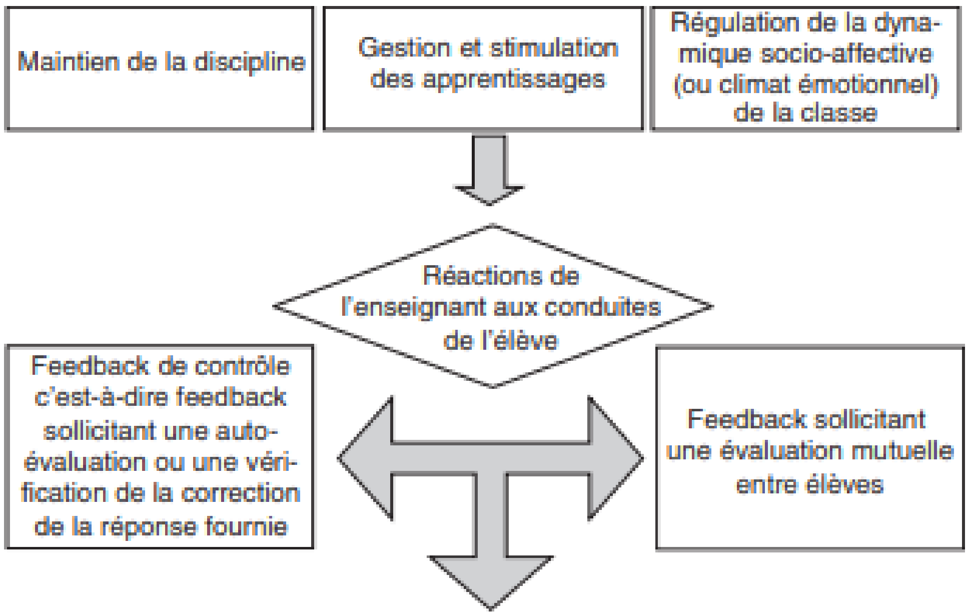
Dans cette section, nous définissons ces trois concepts afin de pouvoir situer les régulations didactiques que nous utiliserons dans nos analyses, par rapport à la revue de littérature, puis nous présentons une catégorisation des régulations didactiques.

3.3.1 Les feedback de l'enseignant dans la note de synthèse de Crahay (2007)

L'origine du concept de feedback vient de l'électronique, il vise à ajuster le niveau de sortie d'un signal par comparaison à celui de référence. Plusieurs recherches ont porté sur les feedback des enseignants, parmi lesquelles Flanders (1965), De Landsheere (1969), Bayer (1972), Brophy et Good (1986) et Bressoux (1994). Elles ont été l'objet d'une synthèse critique de la part de Crahay (2007), à laquelle nous renvoyons le lecteur pour les détails.

Les catégorisations des feedback ont évolué dans les recherches. Pour en rendre compte, Crahay propose le schéma synthétique suivant (Crahay, 2007, p. 54).

Les interventions des enseignants peuvent viser le maintien de la discipline, la régulation de la dynamique (socio-affective) de la classe et la gestion des apprentissages. Dans ce dernier cas, les réactions de l'enseignant aux activités des élèves sont des feedback dont les objectifs peuvent être de solliciter une évaluation mutuelle entre élèves, d'induire une autoévaluation de la réponse fournie (feedback de *contrôle*) ou d'adresser directement une appréciation à l'élève (feedback d'*évaluation*). Ce dernier type de feedback peut être une évaluation simple (approbation ou désapprobation avec ou sans explications), un feedback de *structure* c'est-à-dire sollicitant une correction ou une amélioration de la réponse fournie, un feedback de *développement* c'est-à-dire accompagnant une réponse en cours d'élaboration (avec ou sans indices), ou, enfin, un jugement d'ensemble sur les stratégies et attitudes adoptées, qu'il soit positif ou négatif et renvoyant éventuellement l'élève à une cause interne ou externe (respectivement dépendante ou indépendante de lui).



Feedback d'évaluation adressant directement une appréciation à l'élève (avec ou sans développement ultérieur)

- Réaction d'évaluation d'une réponse fournie
  - Approbation
    - avec explication
    - sans explication
  - Désapprobation
    - avec explication
    - sans explication
- Réaction sollicitant une correction ou une amélioration de la réponse fournie
  - Sans indice(s)
  - Avec indice(s)
- Réaction de développement et/ou d'orientation d'une démarche en cours
  - Sans indice(s)
  - Avec indice(s)
- Jugement d'ensemble sur les stratégies et attitudes face aux apprentissages scolaires
  - Positif
    - Renvoyant l'élève à une cause contrôlable
    - Renvoyant l'élève à une cause non-contrôlable
  - Négatif
    - Renvoyant l'élève à une cause contrôlable
    - Renvoyant l'élève à une cause non-contrôlable

Figure 3.2 – Schéma conceptuel pour aborder l'étude des réactions des enseignants (Crahay, 2007)

Le concept de feedback n'est pas sans lien avec celui d'évaluation formative, objet de la section suivante.

3.3.2 L'évaluation formative de l'apprentissage dans la revue de littérature francophone par Allal et Mottier-Lopez (2005)

Dans une revue de publications en langue française, Allal et Mottier Lopez (2005) montrent un élargissement de la conception de l'évaluation formative au cours du temps.

Selon la conception de la pédagogie de la maîtrise développée par Bloom (1968), la notion d'évaluation formative est étendue du niveau institutionnel (Scriven, 1967, cité par Allal et Mottier-Lopez, 2005) à l'enseignement et l'apprentissage des élèves. Selon cette conception, la formation est divisée en trois phases successives : enseignement, contrôle, remédiation. Après avoir réalisé les activités d'enseignement-apprentissage, une évaluation formative est proposée aux élèves sous forme de contrôle papier-crayon. Les résultats de ce contrôle produisent un feedback pour les élèves et pour l'enseignant qui prépare alors des moyens de remédiation aux difficultés d'apprentissage rencontrées par les élèves.

Ensuite, Audibert (1980), Allal (1979, 1988) et Perrenoud (1998) cités par Allal et Mottier-Lopez (2005) contribuent aussi à l'élargissement de la conception de l'évaluation formative : ils envisagent l'intégration de l'évaluation formative dans chaque activité d'enseignement-apprentissage. Les élèves participent activement aux moments d'évaluation qui concernent tous les moments de l'enseignement. Les moyens d'évaluation ne se limitent plus aux contrôles de type papier-crayon, mais peuvent avoir des formes diversifiées comme l'observation directe de l'enseignant, les échanges entre les élèves, les interactions collectives permettant aux élèves d'exposer différentes façons de comprendre une tâche ou d'effectuer une activité. Les feedback conduisent à des adaptations de l'enseignement qui concernent les élèves évalués et les futurs élèves de l'enseignant. Ainsi, la remédiation devient une régulation composée d'un feedback et d'une adaptation de l'enseignement.

La notion d'évaluation formative a évolué aussi dans la recherche de langue anglaise. Dans la revue de la littérature effectuée par Black et Wiliam (1998, cité par Allal et Mottier-

Lopez, 2005, p. 271), le concept de feedback est décrit comme un « système » à quatre composantes :

- *données relatives au niveau réel de l'élève ;*
- *données relatives à un niveau de référence ;*
- *mécanisme pour comparer les niveaux ;*
- *mécanisme utilisé pour modifier l'écart.*

Le concept de régulation issue de la recherche de langue française inclut ces quatre composantes, mais avec un accent porté sur plusieurs facteurs supplémentaires contribuant à la réduction de l'écart entre le niveau réel et le niveau attendu, comme par exemple, le sens donné par les élèves et les enseignants à l'évaluation, le rôle des élèves et leur degré d'implication dans les tâches.

La régulation se conceptualise donc en tant que composante essentielle de l'évaluation formative (Allal, 1979, 1988, 1993, Hadji, 1989, Leveault, 1999, Vial, 2001). Pour cela, nous nous intéressons particulièrement à la régulation des apprentissages surtout que, selon Allal (2007), l'effet de l'enseignement réside en grande partie dans son influence sur les mécanismes de régulations des apprentissages.

3.3.3 La régulation des apprentissages selon Allal (2007)

Allal (2007, p. 8) définit la régulation des apprentissages comme une succession de quatre opérations visant à :

- *fixer un but et orienter l'action vers celui-ci ;*
- *contrôler la progression de l'action vers le but ;*
- *assurer un retour sur l'action (un feedback, une rétroaction) ;*
- *confirmer ou réorienter la trajectoire de l'action, et/ou redéfinir le but.*

Cette définition est adaptée aussi bien aux régulations internes (autorégulation) qu'à celles liées à des interactions avec l'enseignant (hétéro-régulation).

En adoptant une conceptualisation de l'apprentissage en plusieurs composantes, la régulation désigne l'une d'entre elles : *les mécanismes qui assurent le guidage, le contrôle, l'ajustement des activités cognitives, affectives et sociales, favorisant ainsi la transformation des compétences de l'apprenant* (Allal, 2007, p. 9). Elle intervient dans les trois activités fondamentales de l'apprentissage, activités cognitives, affectives et sociales, et assurent leur articulation.

Dans les situations d'enseignement-apprentissage, Allal (2005) décrit trois niveaux hiérarchisés d'organisation des régulations liées à différents aspects du contexte : les régulations liées à la structure de la situation d'enseignement-apprentissage, les régulations liées aux interventions de l'enseignant et à ses interactions avec les élèves et les régulations liées aux interactions entre les élèves. Celles liées à la structure des situations d'apprentissage peuvent se comprendre comme résultant du milieu[19] ou de l'intervention de l'enseignant sur les variables didactiques[20]. Les régulations liées aux interventions de l'enseignant et à ses interactions avec les élèves est une forme de médiation sociale qui régule la structure des situations d'enseignement-apprentissage (Allal, 1993). Dans les régulations liées aux interactions entre les élèves, les interactions constituent une source de régulation liée aux relations entre la structure des situations et la dynamique interactive instaurée par les participants.

Dans le cadre de notre recherche, nous portons une attention particulière aux régulations liées aux interactions de l'enseignant avec les élèves parce qu'elles touchent à l'activité mathématique des élèves et peuvent avoir ainsi un effet sur leur apprentissage. L'analyse des épisodes interactifs entre l'enseignant et les élèves, où le savoir mathématique est explicitement en jeu, fournit un élément supplémentaire permettant de caractériser les pratiques des enseignants.

[19] Dans une situation d'action, le milieu est tout ce qui agit sur l'élève et /ou ce sur quoi l'élève agit (Brousseau, 1986).
[20] Une variable didactique est un paramètre de la situation qui peut prendre plusieurs « valeurs ». En agissant sur les variables didactiques, on pourra provoquer des adaptations et des régulations des apprentissages (Brousseau, 1983).

3.3.4 Des régulations des apprentissages vers les régulations didactiques

En adoptant une approche à la fois didactique et ergonomique, les moments de régulation des apprentissages sont désignés par des moments de *régulations didactiques*, dans la mesure où *ils sont relatifs à la réalisation des tâches mathématiques, qu'ils sont constitués de productions d'élèves, de leur interprétation par l'enseignant, et des interventions de ce dernier qui peuvent être des aides à la réalisation de la tâches ou des modifications – simplifications – de la tâche à réaliser* (Actes de la 19e École d'été de didactique des mathématiques, Paris, Août 2017). La régulation didactique est donc définie comme une interaction à visée d'évaluation formative.

Le paragraphe suivant présente une catégorisation des interactions entre l'enseignant et les élèves où le savoir est explicitement en jeu.

3.3.5 Une catégorisation des régulations didactiques

Dans le cadre de la théorie de l'activité (Leontiev, 1975/1984 ; Leplat, 1997 ; Rogalski, 2003) présentée à la section 3.1, le couple sujet-situation co-détermine l'activité. Cela conduit, dans le cas d'une activité mathématique effectuée par un élève en classe, à associer à l'élève, le sujet, un état de connaissance qui lui permet d'analyser la situation et de redéfinir la tâche prescrite par l'enseignant pour mettre en œuvre une procédure conduisant à une réponse ou à un résultat. L'élève effectue généralement cette activité en pensée, il peut aussi l'effectuer verbalement ou par écrit. Le produit observable de l'activité de l'élève peut être une réponse ou un résultat mathématique. Par exemple, si la tâche est de factoriser l'expression $x^2 - 25$, le produit observable de l'activité de l'élève peut être une réponse correcte, $(x-5)(x+5)$, ou incorrecte $(x-5)^2$. Ce produit observable de l'activité de l'élève peut aussi être une procédure exacte, s'il précise par exemple, l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ou inadaptée, s'il dit qu'il n'y a pas de facteur commun dans $x^2 - 25$. Il indique donc ce qu'il a fait pour réaliser la tâche. Le produit observable peut aussi être une connaissance si l'élève justifie la procédure mise en œuvre à l'aide des propriétés mathématiques qu'elle mobilise.

Ainsi, l'enseignant accède à une information sur le produit observable de l'activité de l'élève et agit suivant cette information. Le schéma issu de la théorie de l'activité appliqué à la résolution d'une tâche mathématique pour un élève conduit à distinguer le résultat de l'activité, la procédure mise en œuvre et l'état des connaissances de l'élève.

Les feedback possibles de l'enseignant, ou les retours qu'il faits peuvent porter également sur le résultat seulement, lorsqu'il indique que la réponse est fausse par exemple, ou sur la procédure de l'élève ou à mettre en œuvre, ou encore sur les connaissances de l'élèves ou celles qui fondent la procédure à mettre en œuvre.

Ainsi, l'analyse de chaque interaction enseignant-élèves conduit à identifier un couple information-action, où l'information constitue pour l'enseignant la production de l'élève et l'action constitue le feedback de l'enseignant suite à l'interprétation de cette information. L'information, comme l'action, peuvent être associées à un résultat (R), une procédure (P) ou un état de connaissance (C).

Cette classification rend possible la détermination de tendances dans les pratiques des enseignants, notamment dans les pratiques d'évaluation formative, et permet de repérer d'éventuelles variabilités inter-enseignants et intra-enseignants.

Parmi les régulations didactiques, une distinction est faite entre les régulations didactiques « horizontales » où les enseignants agissent au même niveau que l'information reçue, c'est-à-dire au même niveau que la réponse de l'élève et les régulations didactiques « verticales » où les enseignants, dans leurs retours aux élèves, changent de niveau.

La prise en compte de ces deux catégories de régulations didactiques permet encore de comparer les pratiques des enseignants et de repérer des régularités et des variabilités de pratiques.

Dans le cadre de notre étude, nous nous référons à cette catégorisation des régulations didactiques dans l'analyse des déroulements des séances d'enseignement de l'algèbre. Nous nous intéressons aux pratiques d'évaluation formative des enseignants car celles-ci sont incluses dans les pratiques que nous cherchons à analyser dans notre recherche. La classification des régulations didactiques constituera un élément important pour interroger les régularités et les variabilités des pratiques des enseignants et étudier les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves. Nous cherchons à déterminer à quel point les apprentissages des élèves sont favorisés lorsque les enseignants effectuent davantage de régulations didactiques et nous nous interrogeons sur le rapport entre la fréquence des régulations verticales et les apprentissages des élèves.

Dans la partie suivante, en lien avec les éléments théoriques présentés dans la partie théorique composée des trois premiers chapitres de la thèse, nous présentons la méthodologie adoptée et les outils auxquels nous avons eu recours dans notre recherche ainsi que les résultats obtenus.

PARTIE PRATIQUE

CHAPITRE 4
METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

Dans ce chapitre, nous décrivons la méthodologie utilisée pour la collecte des données ainsi que les méthodes auxquelles nous avons eu recours pour répondre aux questions et valider les hypothèses de notre recherche. Ce chapitre se compose de quatre sections en distinguant l'apprentissage et l'enseignement, d'une part, et l'enseignement ordinaire et celui expérimental, d'autre part. Dans la première section, nous présentons le cadre expérimental dans lequel nous décrivons la conception de la recherche et nous justifions le choix de la population. Les deuxième et quatrième sections portent sur l'enseignement ordinaire et expérimental et la troisième section traite l'évaluation des apprentissages des élèves.

4.1 La conception de la recherche

Notre recherche est expérimentale, empirique, dans laquelle nous utilisons des méthodes de recherches qualitatives pour trouver des éléments de réponses aux questions posées précédemment.

La démarche adoptée est hypothético-déductive. À partir des travaux de recherche menés sur l'enseignement et sur l'apprentissage de l'algèbre élémentaire, notamment des expressions algébriques, nous avons émis des hypothèses et posé des questionnements sur les acquis des élèves, sur l'enseignement et ses effets sur les apprentissages. Les réponses aux questions et la validation des hypothèses sont le résultat du travail pratique mené.

La problématique exposée dans l'introduction de cette thèse suppose de nous intéresser à la fois :

- à des pratiques « ordinaires » d'enseignement des expressions algébriques, puis de chercher à les comparer et à repérer les régularités et les variabilités des pratiques de chaque enseignant et entre les enseignants ;
- aux apprentissages algébriques des élèves suite aux séances d'enseignement ordinaire qui ont eu lieu ;
- à l'évolution des apprentissages des élèves répartis en deux groupes, ceux du groupe expérimental auprès desquels le dispositif est mis en place, et ceux du groupe témoin.

Nous rappelons que l'objectif principal de notre étude est de déterminer les effets des pratiques des enseignants, et plus précisément des composantes médiative et cognitive des pratiques, sur les apprentissages des élèves. L'analyse de la composante cognitive s'effectue à partir des tâches proposées par les enseignants, suivant qu'ils proposent un enseignement ordinaire ou expérimental, sachant que pour ce dernier, tous les enseignants de chaque niveau proposent le même dispositif qui sera donc analysé une seule fois. Quant à l'analyse de la composante médiative, elle a lieu grâce à l'analyse des déroulements et des interactions en classe, pour lesquelles les observations n'ont porté que sur l'enseignement ordinaire. Comme nous l'avons déjà expliqué, tous les enseignants qui ont proposé un enseignement expérimental ont aussi proposé un enseignement ordinaire que nous avons observé. En partant de l'hypothèse déjà rencontrée dans la littérature que la gestion des interactions est une partie suffisamment stable de la pratique enseignante (étant donné qu'elle dépend davantage de l'enseignant que du scénario), nous allons nous limiter à étudier la composante médiative dans l'enseignement ordinaire. Notre but était aussi de ne pas surcharger les enseignants qui ont accepté de mettre en œuvre le dispositif expérimental.

Le travail sur le terrain pour notre recherche est donc composé de deux méthodes de recueil de données, l'observation des séances d'enseignement en classe et l'expérimentation qui consiste à intervenir auprès des élèves à travers le dispositif expérimental, conçu dans le but de proposer aux élèves des tâches algébriques qui mobilisent les dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre. Pour chacune des classes étudiées, les données recueillies sont analysées grâce aux outils suivants : une grille d'observation des séquences d'enseignement des expressions algébriques, le dispositif expérimental et un test, passé à deux reprises, en pré-test et en post-test par rapport à la mise en œuvre du dispositif. Un dispositif et un test sont élaborés pour chacune des classes d'EB7 (5^{e}) et d'EB8 (4^{e}).

Avant de nous lancer dans le travail sur le terrain, nous avons mené une analyse institutionnelle c'est-à-dire une analyse des programmes scolaires du domaine de l'algèbre élémentaire préconisés en EB7 et en EB8 et des manuels scolaires utilisés par les enseignants dont nous analysons les pratiques. Cette analyse, préliminaire au travail sur le terrain, vise à déterminer la praxéologie à enseigner, telle qu'elle est définie dans les ressources auxquelles les enseignants ont recours et à la comparer avec celle de référence (Pilet, 2012, 2015) présentée à la section 2.3. La praxéologie ainsi définie constituera une référence pour la suite de notre étude. Dans ce chapitre, nous ne développons pas la méthodologie à laquelle nous avons eu recours pour mener cette analyse institutionnelle, nous préférons exposer tout ce qui s'y rapporte dans le chapitre suivant, le chapitre 5, afin que le texte soit plus cohérent et la lecture plus aisée.

Nous décrivons ci-dessous, par ordre chronologique, les étapes du protocole expérimental de notre étude, que nous développons dans la suite de ce chapitre.

4.1.1 L'observation des pratiques enseignantes

L'observation de l'enseignement de l'algèbre constitue une méthode de prise d'informations de ce qui se passe réellement en classe. Elle nous renseigne sur les différentes tâches abordées, dans le but de définir la praxéologie enseignée et d'étudier la prise en compte des deux dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre à travers ces tâches. L'observation des séances donne accès à l'activité de l'enseignant et particulièrement aux composantes médiative et cognitive de ses pratiques dans le but de les analyser, de les comparer et d'étudier leurs effets sur l'apprentissage des élèves.

4.1.2 L'évaluation des apprentissages

Elle concerne l'évaluation des acquis des élèves relativement aux expressions algébriques, à deux reprises.

La première évaluation a lieu avant la mise en place du dispositif expérimental ; elle vise l'évaluation des apprentissages des élèves après que l'enseignement ordinaire n'ait eu lieu. La deuxième évaluation a lieu après la mise en place du dispositif expérimental et vise rendre compte des évolutions des apprentissages des élèves, ceux qui ont effectué le dispositif expérimental et ceux qui ne l'ont pas réalisé.

a) Le pré-test

Pour chacun des niveaux scolaires d'EB7 et d'EB8, nous repérons les acquis relatifs aux expressions algébriques, grâce à la passation d'un test. Ce test, désigné par pré-test et décrit d'une façon détaillée à la section 4.4, est composé de tâches qui portent à la fois sur les objets de l'algèbre et sur l'outil algébrique, en tenant compte du contenu préconisé dans les programmes officiels libanais.

b) Le post-test

La passation du post-test a lieu auprès de tous les élèves, ceux du groupe expérimental et ceux du groupe témoin. Après avoir mis en place chacun des dispositifs en EB7 et en EB8 auprès du groupe expérimental, nous faisons passer, à tous les élèves, le post-test, dont le contenu est identique à celui du pré-test, comme nous l'avons déjà expliqué. La comparaison des résultats des élèves aux deux tests contribue à l'étude des effets du dispositif sur leur apprentissage. Précisons que nous évaluons l'apprentissage par la réussite aux items qui portent sur le savoir et nous considérons que l'élève a acquis un type de tâches donné lorsqu'il réussit à résoudre correctement la tâche correspondante (avec toutes les réserves de généralité et de durabilité).

4.1.3 L'expérimentation

Elle consiste à élaborer un dispositif en algèbre pour chacune des classes d'EB7 et d'EB8 et à le mettre en place auprès d'un groupe d'élèves, le groupe expérimental. La mise en place du dispositif a lieu entre la passation des deux tests décrits dans le paragraphe précédent.

a) Le dispositif expérimental

À partir des travaux de recherche sur l'apprentissage des expressions algébriques et en prenant en compte les recommandations des instructions officielles, nous concevons un dispositif que nous désignons par dispositif expérimental pour chacun des niveaux scolaires étudiés puis nous le mettons en place auprès des élèves et nous évaluons ses effets sur leur apprentissage. Dans ce dispositif, décrit à la section 4.5, nous privilégions l'algèbre comme outil de résolution de problèmes et nous proposons des tâches qui portent sur les deux dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre. Il constituera un complément au contenu algébrique enseigné et nous étudions ses effets sur l'apprentissage des élèves. Autrement dit, nous vérifions si la résolution de tâches qui mobilisent l'algèbre comme outil pour résoudre des problèmes peut favoriser l'apprentissage des connaissances algébriques chez les élèves d'EB7 et d'EB8. Pour cela, pour chacun des niveaux d'EB7 et d'EB8, nous partageons les élèves en deux groupes, l'un expérimental et l'autre témoin et nous mettons en place le dispositif auprès du groupe expérimental.

4.2 La population de la recherche

Dans notre étude, nous n'avons pas cherché à travailler avec un échantillon d'élèves et/ou d'enseignants qui serait représentatif du terrain libanais. Nous avons travaillé avec cinq enseignants de deux établissements scolaires pour des raisons dues à la variété du matériel utilisé et aux caractéristiques des établissements scolaires. En effet, la variété du matériel décrit dans le paragraphe précédent et la faisabilité de la recherche empêchent d'élargir davantage l'échantillon de l'étude. De plus, l'enseignement au Liban présente plusieurs caractéristiques liées aux établissements et au milieu socio-culturel de la région où se situe l'établissement. Par exemple, en ce qui concerne la langue d'enseignement des mathématiques, elle peut varier entre le français ou l'anglais et le programme d'enseignement suivi dans les établissements francophones peut varier entre le programme libanais ou français ou le double programme fusionnant le libanais et le français à la fois. Nous avons donc opté pour une recherche qualitative qui vise à atteindre une meilleure compréhension des phénomènes particuliers (Fortin, 2010), ceux qui concernent les effets des pratiques des enseignants sur les apprentissages des élèves relatifs aux expressions algébriques. Nous décrivons dans ce qui suit les caractéristiques communes à l'ensemble des éléments de la population ainsi que l'échantillon de l'étude.

4.2.1 Caractéristiques des établissements scolaires libanais

Les établissements scolaires au Liban appartiennent à l'un des trois secteurs : public, privé gratuit et privé payant, et présentent plusieurs variables scolaires et sociales. Nous décrivons les principales variables qui nous ont servi dans le choix de la population de notre étude.

- La langue d'enseignement des mathématiques : elle varie entre le français et l'anglais, selon que l'établissement est francophone ou anglophone. Nous précisons que la population de notre étude est constituée d'établissements francophones.
- La distribution géographique des établissements libanais : ils sont répartis en quarante-et-une zones pédagogiques dépendamment de la localisation géographique. Le nombre d'établissements par zone n'est pas fixe, mais chaque zone comprend des établissements publics, privés gratuits et privés payants.
- Les cycles scolaires enseignés[21] :
  - Les établissements privés gratuits couvrent les études jusqu'aux classes primaires seulement.
  - Les établissements publics sont répartis en plusieurs catégories : certains couvrent les études par cycle, le primaire jusqu'en EB6 (6^{e}), le collège (EB7 – EB8 et EB9) et le lycée (1AS – 2AS et Terminales) et d'autres couvrent les études jusqu'au collège (jusqu'à l'EB9). Rares sont les établissements publics qui assurent l'enseignement des cycle moyen et secondaire à la fois[22].
  - La majorité des établissements privés payants couvrent les études jusqu'en classes terminales. Cependant, il existe quelques-uns qui n'assurent pas l'enseignement des classes secondaires.
- Le programme d'enseignement suivi dans les établissements francophones : les établissements publics et privés gratuits assurent l'enseignement du programme libanais. Tandis que le programme suivi dans les établissements privés payants peut varier entre le programme libanais ou le programme français ou les programmes libanais et français à la fois, selon que l'établissement fait partie du réseau des établissements à programme français au Liban[23], ou pas.

[21] Il existe quatre cycles scolaires, chacun composé de trois niveaux : le premier cycle primaire (de l'EB1 ou CP à l'EB3 ou CE2), le second cycle primaire (de l'EB4 ou CM1 à l'EB6 ou 6^{e}), le cycle moyen (de l'EB7 ou 5^{e} à l'EB9 ou 3^{e}) et le cycle secondaire (de la 1AS ou 2nde à la terminale).
[22] Dans la zone pédagogique choisie dans notre étude, il n'y a aucun établissement public qui comprend le cycle moyen et secondaire à la fois.
[23] Comme le cas des établissements homologués par le Ministère français de l'Éducation Nationale ou conventionnés avec l'Agence pour l'Enseignement Français à l'Étranger (AEFE). Ceux-là assurent soit le programme français seulement, soit le double programme libanais et français.

- Le niveau socio-culturel des élèves : le public des établissements publics et privés gratuits appartient plutôt aux catégories sociales défavorisées, tandis que celui de la majorité des établissements privés payants est hétérogène.

Nous avons choisi de mener notre étude dans des établissements francophones, privés payants, [24] situés dans la « banlieue proche de Beyrouth », qui couvrent l'enseignement du programme libanais jusqu'en classes terminales, et ceci pour plusieurs raisons. D'abord, la réalisation du travail dans des établissements privés ne nécessite qu'une concertation avec les directions des établissements et un accord de la part des enseignants souhaitant participer à l'étude ; tandis que l'accès aux établissements publics nécessite une démarche institutionnelle à laquelle nous n'avions pas accès au moment de la réalisation de la partie pratique de cette étude. Ensuite, le milieu social des élèves des établissements privés est plutôt hétérogène. Et comme nous étudions les liens entre l'enseignement et l'apprentissage algébrique des élèves, nous voulons réduire, autant que possible, les effets des contraintes sociales sur l'enseignement et sur l'apprentissage. De plus, la majorité des études auxquelles nous nous référons dans notre travail a été réalisée auprès d'élèves et d'enseignants français, où le milieu social est plutôt hétérogène dans les établissements scolaires, ce qui nous conduit à retenir cet aspect social. Nous avons écarté de notre étude les établissements privés qui proposent le programme français dans leur enseignement au cycle moyen (collège) parce qu'ils constituent des cas isolés dans certaines zones pédagogiques (il existe un seul établissement dans la zone choisie qui assure le programme français au collège) et sont absents dans d'autres. Enfin, l'importance de l'apprentissage de l'algèbre pour les classes secondaires nous a amenée à écarter de la population les établissements qui n'assurent pas l'enseignement jusqu'aux classes terminales. En effet, nous pensons que le fait d'avoir tous les cycles scolaires dans l'établissement peut affecter les conceptions des enseignants sur l'algèbre et sur l'importance de son acquisition au cycle moyen, pour la suite de la scolarité.

[24] Dans la suite de ce travail, nous désignons les établissements privés payants par établissements privés.

4.2.2 Choix de la population

Dans la « banlieue proche de Beyrouth », il existe vingt-cinq établissements scolaires francophones, privés, comprenant tous les cycles et assurant l'enseignement du programme libanais seulement au cycle moyen.

Nous avons contacté les enseignants d'EB7 et d'EB8 par l'intermédiaire des établissements scolaires et nous avons sollicité leur coopération volontaire à notre recherche. Nous avons envoyé des lettres aux directions des établissements scolaires dans l'objectif de leur expliquer la nature du travail à mener (qu'il s'agit de filmer une séquence d'enseignement de l'algèbre en EB7 et en EB8 et de faire passer deux tests aux élèves, l'un avant et l'autre après la résolution d'une série d'exercices supplémentaires en classe). Nous avons reçu la réponse d'une dizaine d'établissements qui nous ont fixé des rencontres avec les enseignants de mathématiques d'EB7 et d'EB8 afin d'avoir leur accord sur la participation à la recherche. Les enseignants de huit de ces établissements ont refusé au moins l'une des techniques de collecte de données : certains ont refusé d'être filmés ou observés durant les séances d'enseignement, et d'autres ont refusé de mettre en œuvre le dispositif au motif que le temps dont ils disposent ne leur suffit pas pour finir le programme. Ainsi, nous avons retenu pour notre recherche, les enseignants d'EB7 et d'EB8 de deux établissements scolaires.

La pré-expérimentation a eu lieu auprès des élèves d'une classe d'EB7 et d'une classe d'EB8 dont l'enseignant a accepté de faire passer les tests et de réaliser les exercices du dispositif. Suite à cette étape, nous avons apporté quelques modifications portant sur la mise en page, sur la disposition et sur l'ordre des exercices figurant dans les tests.

4.2.3 L'échantillon de la recherche

L'expérimentation a eu lieu dans les classes d'EB7 et d'EB8 de deux établissements scolaires, désignés respectivement par *établissement 1* et *établissement 2*, observant les caractéristiques décrites ci-dessus.

Dans l'établissement 1, il y a deux sections d'EB7 et deux sections d'EB8, réparties entre deux enseignantes de mathématiques, une pour chaque niveau, tandis que dans l'établissement 2, il y a trois sections d'EB7 et deux sections d'EB8, réparties sur trois enseignants dont deux pour le premier niveau et une enseignante pour le second. Par conséquent, l'échantillon de la recherche est constitué de cinq enseignants de mathématiques d'EB7 et d'EB8, et de leurs élèves. Notre recherche étant qualitative, nous n'avons pas cherché à respecter des critères pour la taille de l'échantillon autres que ceux permettant d'atteindre l'objectif de l'étude (Patton, 1990). Nous ajoutons que nous avons utilisé une technique d'échantillonnage non probabiliste : l'échantillonnage par convenance. Fortin (2010) définit l'échantillonnage non probabiliste comme « *une méthode qui consiste à former un échantillon sans que tous les éléments qui le composent ne soient obtenus par un processus aléatoire.* » (Fortin, 2010, p. 234). Quant à l'échantillonnage par convenance (ou accidentel), il se définit par la recherche de volontaires. Ainsi, l'échantillon est constitué des personnes qui *se présentent à l'endroit convenu jusqu'à l'atteinte du nombre désiré* (Fortin, 2010, p. 234).

Pour conserver l'anonymat des enseignants qui ont coopéré avec nous, nous les désignons par la première lettre de leurs prénoms. Ainsi, Mme M. et Mme A. sont les enseignantes de l'établissement 1 et Mme L., Mme T. et M. R. sont ceux de l'établissement 2. Dans la suite de ce travail, nous présentons les données et les analyses par ordre alphabétique des désignations des enseignants, en commençant par ceux de l'EB7.

L'ensemble des élèves de ces enseignants font partie aussi de l'échantillon de l'étude. Nous rappelons que nous divisons ces élèves en deux groupes, le groupe expérimental et le groupe témoin, de sorte à ce que chaque enseignant, à l'exception de Mme L. qui n'a qu'une seule section d'EB7, ait une classe expérimentale et une autre témoin. Nous avons donc obtenu trois classes expérimentales et deux classes témoins en EB7, deux classes expérimentales et deux classes témoin en EB8. Ainsi nous avons filmé et récupéré trois séquences d'enseignement de l'algèbre en EB7 et deux séquences en EB8. Aussi le dispositif expérimental est-il mis en place dans les trois classes expérimentales d'EB7 et les deux classes expérimentales d'EB8.

Le tableau ci-dessous montre la répartition des classes expérimentales et témoin sur les enseignants, ainsi que le nombre d'élèves de la population.

Tableau 4.1 – Répartition des enseignants et des élèves de la population de l'étude

Classe	Enseignant.e	Nb d'élèves / expérimentale	Nb d'élèves / témoin	Total
EB7	Mme L.	34	0	34
	Mme M.	22	22	44
	M. R.	30	34	64
Total EB7		**86**	**56**	**142**
EB8	Mme A.	29	28	57
	Mme T.	31	33	64
Total EB8		**60**	**61**	**121**
Total		**146**	**117**	**263**

Ainsi, l'échantillon d'élèves de notre étude est formé de 142 élèves en EB7, dont 86 élèves dans le groupe expérimental, et de 121 élèves en EB8, dont 60 élèves dans le groupe expérimental, soit au total 146 élèves dans le groupe expérimental et 117 élèves dans le groupe témoin. Nous notons que nous avons compté seulement les élèves qui ont effectué les deux tests sans tenir compte des élèves qui étaient absents à l'un des tests.

Nous présentons dans la suite de ce chapitre chacune des méthodes utilisées et ses finalités et nous décrivons les outils de collecte des données et les méthodologies auxquelles nous avons eu recours dans les analyses.

4.3 Du côté de l'enseignement ordinaire : l'observation des pratiques enseignantes

Notre objectif est d'analyser et comparer les pratiques de quelques enseignants de mathématiques lors de l'enseignement des expressions algébriques à partir de l'analyse des composantes cognitive et médiative de leurs pratiques. Pour cela, nous décrivons dans la suite de cette section notre démarche pour recueillir les données et les méthodologies adoptées dans l'analyse de ces données afin d'atteindre l'objectif fixé. Nous rappelons que nous nous référons à la méthodologie d'analyse des pratiques enseignantes développée par Robert (2008) dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique présentée au chapitre 3.

4.3.1 Le recueil des données

En prenant en compte le fait que nous analysons la composante médiative des pratiques ordinaires, comme nous l'avons précisé au début de ce chapitre, nous disposons de vidéos réalisées dans les classes des cinq enseignants de l'étude.

Chaque enseignant a filmé lui-même l'intégralité des séances portant sur les expressions algébriques, par une caméra posée au fond de la classe et dirigée vers le tableau. En fait, nous n'avons pas voulu assister à ces séances pour réduire, autant que possible, la perturbation du cours et l'influence de la présence d'une personne étrangère à la classe sur l'enseignement. Nous voulions éviter que les enseignants adaptent le contenu de leur cours ou modifient leur comportement vis-à-vis des élèves. Les observations que nous avons faites ne sont pas donc directes, mais d'après les vidéos recueillies.

Nous avons recueilli les films des séances de la séquence d'enseignement de l'algèbre dans trois classes d'EB7 et deux classes d'EB8. Ces séquences sont telles qu'elles étaient conçues par les enseignants, tant au niveau du nombre de séances qu'au niveau du contenu proposé. Ainsi, le nombre de séances dont nous disposons varie de trois à neuf séances, et le contenu porte sur un seul chapitre ou sur deux chapitres du manuel. Nous avons choisi d'observer la séquence en entier pour avoir suffisamment d'éléments menant à l'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants. À partir des vidéos, nous avons déterminé le contenu enseigné, recueilli les tâches proposées durant la séquence et reconstitué la chronologie des étapes d'enseignement.

La méthodologie construite pour l'analyse des pratiques ordinaires repose sur l'analyse des scénarios, du point de vue des tâches proposées, ce qui permet d'atteindre la composante cognitive des pratiques, et sur l'analyse des déroulements, du point de vue de l'organisation globale de la séquence, de chaque séance et de l'organisation de la classe tout en tenant compte des régulations didactiques observées, afin d'atteindre la composante médiative des pratiques.

4.3.2 Méthodologie pour l'analyse des scénarios

Pour analyser les scénarios de chaque enseignant, nous avons recours aux séances filmées, desquelles nous dégageons le cours et les tâches[25] proposées. Une tâche correspond à ce que l'élève doit faire en classe. Dans notre étude, en référence à notre cadre théorique, le terme « tâche » désigne un énoncé d'exercice à résoudre, tandis que le terme « activité de l'élève » désigne la réalisation de la tâche, autrement dit, la résolution de l'exercice. Les tâches peuvent être tirées du manuel scolaire ou proposées en supplément par les enseignants. Une tâche comporte un ou plusieurs items ; un item correspond donc à une question autonome ou intermédiaire de l'exercice.

Par exemple, dans la figure ci-dessous, la tâche consiste à « Réduire une expression algébrique », elle comporte quatre items :

Réduire	
a) $-2x^3.(-x^4)$;	b) $-0{,}5x^2 \times 8x^3$;
c) $0{,}2x^2 - 1{,}2x^2$;	d) $-0{,}5x^3 - 8x^3$.

Exercice 14 – p. 136 – Manuel Théma, EB7 (5e)

Nous menons une analyse de la praxéologie enseignée à partir d'une analyse *a priori* pour chaque tâche proposée dans la séquence et d'une analyse a posteriori en tenant compte du nombre de tâches proposées et de leur organisation dans la séquence.

a) Analyse de la praxéologie enseignée

Afin de définir la praxéologie enseignée de chaque enseignant, nous menons une analyse *a priori* des tâches de la séquence en nous référant à la praxéologie de référence (Pilet, 2012) présentée à la section 2.3 et en indiquant les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances en jeu (Roditi et Salles, 2015 ; Salles, 2017) décrits à la section 3.2. Nous dressons la liste de toutes les tâches proposées dans les séances observées et nous dénombrons les items correspondants. Puis, nous précisons le (ou les) type(s) de tâches

[25] Une tâche désigne un exercice, ou un problème ou encore une activité préparatoire.

correspondant(s). En effet, à chaque tâche correspond un ou plusieurs types de tâches T-convoqués, lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâches (cf. section 1.3).

Par exemple, dans la tâche de la figure 4.1, deux types de tâches sont T-convoqués : $T_{R-canonique}$ *Réécrire un monôme sous la forme canonique* $aX^n, a \in IR, n \in IN$ pour les items a et b, et $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite* pour les items *c* et *d*. Deux autres types de tâches sont R-convoqués, c'est-à-dire que leur convocation est à la charge de l'élève, $T_{Structue-produit}$ *Identifier un produit de facteurs* pour les items a et b, et $T_{Structue-som}$ *Identifier une somme algébrique de termes* pour les items *c* et *d*. Ainsi, cette tâche correspond à deux types de tâches T-convoqués, et pour chacun d'eux, deux items sont proposés.

La comparaison de la liste de types de tâches ainsi élaborée et de celle des genres de tâches qui lui correspond permet de caractériser la praxéologie enseignée par chaque enseignant. Celle-ci sera comparée à la praxéologie de référence, d'une part, et à la praxéologie à enseigner définie à partir de l'analyse institutionnelle (cf. chapitre 5), d'autre part. Les fréquences d'apparition des genres de tâches constitutifs des praxéologies locales de référence montrent la place qu'occupe chaque praxéologie locale dans la pratique de l'enseignant, et particulièrement celle consacrée à la *génération* et à l'*équivalence des expressions algébriques*, que nous avons présentées à la section 2.3. Malgré notre conviction que le nombre d'items résolus n'a pas énormément d'influence sur les apprentissages des élèves, nous pensons qu'il peut renseigner sur la pratique des enseignants et peut fournir un élément important à croiser avec les apprentissages des élèves.

De plus, nous pensons que les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances algébriques en jeu représentent un facteur influençant l'activité des élèves, et que c'est par le jeu des différentes adaptations d'une même propriété proposées aux élèves que l'apprentissage peut se faire. Nous distinguons alors, pour l'analyse des tâches, les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances algébriques en nous référant à la catégorisation proposée par Roditi et Salles (2015) et Salles (2017), présentée à la section 3.2 et résumée par le tableau ci-dessous :

Tableau 4.2 – Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

<table>
<tr><td colspan="3">Niveau de mise en fonctionnement</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OBJET</td><td colspan="2">Concept</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Calcul</td><td>Répertoire</td></tr>
<tr><td>Flexibilité</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OUTIL</td><td colspan="2">Directe</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adaptation</td></tr>
<tr><td colspan="2">Intermédiaires</td></tr>
</table>

Voici quelques exemples qui illustrent l'utilisation de cette catégorisation dans notre travail.

- L'item ci-dessous relève de la catégorie Compréhension qualitative de concepts ou Concept.

Si on a : $a = b$, l'égalité $a + c = b + c$ est-elle vérifiée ?

L'élève doit en effet exprimer, par une réponse, sa compréhension de la conservation de l'égalité en ajoutant un même nombre aux deux membres, sans aucune justification ni méthode en EB7. Il peut avoir recours, mentalement, à l'utilisation de la balance qui garde l'équilibre lorsqu'on ajoute une même masse à ses deux plateaux.

- Dans les deux items suivants, la connaissance mise en jeu est de l'ordre du *calcul*, elle n'est mise en relation avec aucune situation.

26 Développer les expressions suivantes :

a) $3\,(2x - 5)$; ***b)*** $-4\,(3x - 7)$;

c) $2\,(6 - 2y)$; ***d)*** $-5\,(1 - 2x)$.

Exercice 26 – p. 137 – Collection Théma,EB7

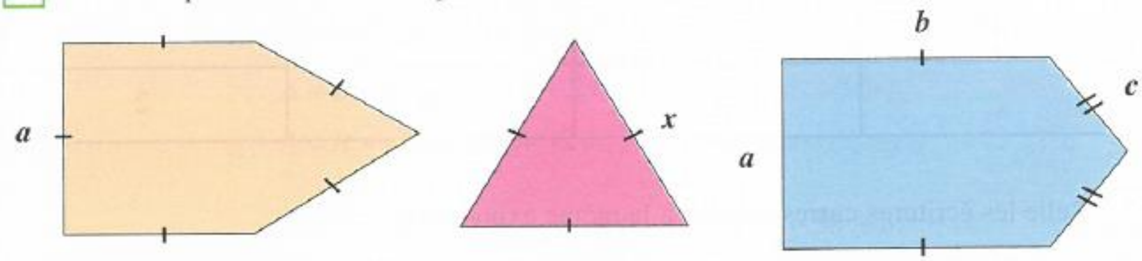
25 On donne $a = -0{,}5$, $b = 3{,}2$ et $c = -7{,}4$.
Calculer, le plus simplement possible, la valeur des expressions suivantes :
a) $C = 3\,(2a - c) - 6a - 3\,(b - c)$;
b) $D = 2\,(a - 5) + 8\,(b + 2c) - 2\,(4b + 8c)$.

Exercice 25 – p. 137 – Collection Théma, EB7

Le premier item, l'exercice 26, porte sur une technique de calcul algébrique, la simple distributivité de la multiplication sur l'addition. Il nécessite une automatisation de calcul et correspond donc à la catégorie *répertoire*. Tandis que la résolution du second item, l'exercice 25, suppose l'acquisition d'un niveau de *flexibilité* : l'élève doit lui-même réaliser que, pour calculer le plus simplement possible, il faut commencer par réduire l'expression en convoquant des types de tâches relatifs à la suppression des parenthèses, avant d'appliquer la substitution et calculer la valeur numérique de l'expression pour des valeurs particulières des variables.

- Dans l'item suivant, la tâche à effectuer est courante et nécessite la mise en œuvre d'une procédure indiquée par l'énoncé. Il nécessite la *mise en fonctionnement directe d'une connaissance* et appartient à la catégorie *directe*.

6 Ecris l'expression donnant le périmètre de chacune des figures ci-dessous.



Exercice 6 – p. 150 – Collection Puissance, EB7

Pour résoudre cet exercice, l'élève doit mobiliser ses connaissances relatives au calcul du périmètre d'une figure, comme il est demandé de faire dans l'énoncé, puis remplacer les mesures des côtés par les valeurs indiquées dans chaque figure et réduire l'expression algébrique obtenue.

- La tâche suivante appartient à la catégorie *adaptation*. Elle comporte deux items : le calcul de l'augmentation de l'aire et le calcul de l'augmentation pour une valeur particulière du côté.

> Un carré a pour côté *x*, exprimé en cm ; on augmente son côté de 2 cm.
> Exprime, à l'aide de *x*, l'augmentation de l'aire, puis calcule cette augmentation, lorsque le côté du carré est égal à 4 cm.

Exercice 3 – p. 96 – Collection Puissance, EB8

Le premier item nécessite le passage du cadre géométrique au cadre algébrique pour le résoudre. L'élève doit commencer par exprimer le côté du carré agrandi en fonction de *x*, avant de calculer son aire puis l'augmentation de l'aire. Ainsi, la tâche nécessite la *mise en fonctionnement d'une connaissance avec adaptation de l'énoncé* ;

- L'item ci-dessous nécessite la m*ise en fonctionnement d'une connaissance avec introduction d'intermédiaires* ; il appartient à la catégorie *intermédiaire*.

> **36 L'illusionniste : le retour**
> L'illusionniste : « *Ajouter 2 à votre âge, retrancher 2 à votre âge, puis multiplier ces deux résultats. Ajouter 5 à ce dernier résultat, et enfin retrancher le carré de votre âge. Votre résultat est 1 n'est-ce-pas ?* »
> Le spectateur : « *C'est exact !* »
> Comment justifier cette apparente « magie » ?

Exercice 36 – p. 162 – Collection Théma EB8

Pour résoudre cet exercice, l'élève a en charge d'introduire la variable, sans que rien dans l'énoncé ne l'induise, puis produire une expression algébrique qui traduit cet énoncé donné en langage naturel. Ensuite, l'élève doit mettre en place des règles de calcul algébrique pour réduire l'expression obtenue et répondre à la question. Ainsi, l'élève a la charge totale de prendre l'initiative d'introduire l'intermédiaire.

Ainsi, la variété des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances algébriques mises en jeu dans la séquence constitue un élément supplémentaire de comparaison de la composante cognitive des pratiques des enseignants.

Après avoir mené une analyse de la praxéologie enseignée à partir des tâches proposées, nous reconstituons le scénario de manière chronologique afin de mener une analyse plus globale.

b) Analyse globale du scénario

Cette analyse globale du scénario permet de reconstituer l'*itinéraire cognitif* [26] tel qu'il est défini par l'enseignant pour faire avancer les élèves dans leur apprentissage. Nous reconstituons le scénario suite au visionnement des vidéos des séances filmées. Après avoir analysé séparément les tâches, nous analysons leur organisation, leur chronologie, leur variété et leur intégration avec le cours parce que tous ces facteurs peuvent influer l'apprentissage des élèves (Robert, 2008).

Tout d'abord, nous reconstituons la liste de ce que réalisent l'enseignant et les élèves : activités préparatoires, explication du cours et résolution d'exercices, de manière chronologique. Ces catégories font référence aux différentes parties qui composent les chapitres enseignés dans les manuels utilisés : les activités préparatoires correspondent au contenu de la partie *Activités*, le cours correspond aux parties *Cours*, *Ce qu'il faut savoir* et *Apprendre à résoudre* et les exercices relèvent de la partie *Exercices et problèmes*, que nous développons davantage au chapitre 5. Nous avons adopté cette catégorisation parce que les enseignants, n'ayant pas de projets d'enseignement conçus à l'avance, se réfère au contenu des chapitres comme étant leur propre préparation.

La liste se présente sous forme de tableau composé des trois catégories citées et du contenu relatif à chaque catégorie en fonction de sa place dans le scénario. La numérotation est identique à celle du manuel de la classe ou des documents conçus par l'enseignant. Dans le tableau, une même catégorie peut figurer plusieurs fois, suivant que l'enseignant y retourne dans sa séquence. Par exemple, si un enseignant explique une partie du cours, puis propose un exercice à résoudre et à corriger, ensuite retourne à l'explication du cours, nous

[26] Robert (2008) définit l'itinéraire cognitif comme *l'ensemble des tâches proposées aux élèves et considère, comme une variable des apprentissages, la variété des tâches proposées (quantité, ordre, nature) à travers les énoncés d'exercices et de problèmes, compte tenu de déroulements imaginés a priori* (Robert, dansVandebrouck 2008, p. 41).

faisons apparaître ces trois étapes successivement dans le tableau, en précisant le contenu algébrique abordé à chaque étape.

Ensuite, nous repérons les liens mis en jeu entre les trois praxéologies locales de référence, afin de déterminer le statut que les enseignants donnent au sens des expressions algébriques. En effet, c'est l'agrégation des praxéologies locales qui donnent du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation (Pilet, 2012).

Enfin, nous retournons à la variété des tâches proposées aux élèves durant la séquence d'enseignement, relativement aux types et aux genres de tâches qu'elles convoquent afin d'étudier la couverture du domaine des expressions algébriques, relativement à ce que l'institution lui recommande et à ce qui est défini dans la praxéologie de référence.

4.3.3 Méthodologie pour l'analyse des déroulements

L'observation des déroulements dans les classes des enseignants renseigne sur les composantes médiative et cognitive de leurs pratiques, nous cherchons à en analyser les régularités et variabilités.

Selon Robert (2008), pour reconstituer ce que les élèves ont développé comme activité lors de la résolution d'un exercice, l'énoncé de l'exercice ne peut suffire, mais il faut chercher des informations tenant à la forme et au temps de travail dont ils ont disposé, aux interventions de l'enseignant et aux aides éventuelles qui ont pu être données. L'auteure évoque certaines modalités de travail en classe qui peuvent déclencher des activités variées chez les élèves, reliées aux tâches proposées. Parmi ces modalités, nous avons choisi de nous intéresser particulièrement au travail autonome des élèves, aux différentes organisations du travail en classe, individuel et collectif, ainsi qu'aux interventions de l'enseignant.

Le travail autonome des élèves concerne les phases organisées en classe, durant lesquelles les élèves développent une activité mathématique : travail préliminaire à l'introduction d'une notion, travail de recherche ou résolution d'un exercice ou d'un problème. Dans l'ensemble des tâches qui recouvrent les séances observées, nous repérons les différents moments de travail des élèves. Nous croisons ces moments avec le type de tâches correspondant, et le niveau de mise en fonctionnement de la connaissance en jeu pour dégager, dans les pratiques des enseignants, l'importance qu'ils accordent au travail autonome des élèves ainsi qu'aux différentes organisations de la classe en fonction des types de tâches convoqués et des praxéologies locales de référence mises en jeu.

Quant aux interventions de l'enseignant, nous focalisons sur les interactions avec les élèves que nous considérons comme des régulations didactiques (cf. section 3.3).

4.3.4 Méthodologie pour l'analyse des régulations didactiques

Le dernier outil auquel nous avons eu recours dans l'analyse des pratiques ordinaires d'enseignement des expressions algébriques concerne l'analyse des interactions avec les élèves, dans lesquelles le savoir est explicitement en jeu, les régulations didactiques présentées à la section 3.3, en utilisant l'outil d'analyse présenté à la section 3.3.5. Nous nous intéressons ce faisant aux interactions entre l'enseignant et l'élève qui agissent comme un processus dynamique adaptatif de l'enseignement en fonction de l'activité des élèves.

Après avoir mené une étude didactique des tâches de la séquence, nous regardons le produit observable de l'activité mathématique de l'élève en classe, pendant des moments que nous désignons par moments d'échanges[27], pour tirer des informations portant sur cette activité. Nous distinguons trois types de produit observable selon qu'il porte sur :

1) une réponse ou un résultat mathématique (notée R). Par exemple, pour factoriser l'expression $x^2 - 25$, le produit observable de l'activité de l'élève est la réponse qui peut être correcte, $(x-5)(x+5)$, ou erronée, $(x-5)^2$.
2) une procédure (notée P). Par exemple, pour factoriser l'expression $x^2 - 25$, si l'élève dit qu'il doit utiliser l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, il cherche alors à mettre en œuvre une procédure adaptée. S'il dit par exemple qu'il n'y a pas de facteur commun pour factoriser $x^2 - 25$, la procédure mise en œuvre est inadaptée.

[27] Nous considérons qu'un moment d'échanges élève-enseignant débute généralement par une question ou une intervention de la part de l'élève suivie par une intervention de l'enseignant.

3) un état de connaissance (noté C). Par exemple, pour factoriser $x^2 - 25$, si l'élève précise qu'il s'agit de l'identité qui porte sur le calcul de la différence de deux carrés, il met en œuvre un état de connaissances qui justifie la procédure.

Suite à la réponse de l'élève, l'enseignant accèdera à une information de l'un des trois types ci-dessus et effectuera un retour, un feedback à l'élève. Le retour peut être variable et peut porter également sur un résultat (lorsque l'enseignant dit si la réponse est correcte ou fausse), une procédure (lorsque l'enseignant précise si l'identité remarquable proposée convient à l'expression) ou un état de connaissance (lorsque l'enseignant distingue entre l'identité remarquable qui porte sur le carré d'une différence et celle qui porte sur la différence de deux carrés).

Ainsi, l'analyse de l'interaction élève-enseignant conduit à un couple information-action où l'action est le retour ou le feedback adressé à l'élève. Nous classons les couples information-action dans un tableau à double entrée, identique au tableau ci-dessous où figurent neuf possibilités. Nous dénombrons ainsi tous les couples information-action de la séquence en entier et nous calculons leurs fréquences d'apparition.

Tableau 4.3 – Ensemble des couples Information-Action

Action **Information**	**Résultat**	**Procédure**	**Connaissance**
Résultat	(R ; R)	(R ; P)	(R ; C)
Procédure	(P ; R)	(P ; P)	(P ; C)
Connaissance	(C ; P)	(C ; P)	(C ; C)

Le tableau ci-dessous illustre le codage que nous adoptons dans l'analyse des interactions entre l'enseignant et les élèves. Dans cet épisode, l'enseignant désigne un élève pour développer et réduire, au tableau, l'expression : C = $(x-2)(x+2)-(x-3)^2$. Les échanges ont eu lieu entre l'élève (désigné par E) et l'enseignant (désigné par P, en référence à Professeur) qui s'adressait au groupe classe et non pas à l'élève en particulier.

Tableau 4.4 – Exemple de codage d'interactions élève-enseignant

N°	Interactions	Info	Action
1	E : $C = (x-2)(x+2) - (x-3)^2 = (x-2)^2 - (x-3)^2$	R	
2	P : la question demandée c'est de développer ou factoriser ?		R
3	E : développer	R	
4	P : développe. C'est de quel type $(x-2)(x+2)$?		C
5	E : $(a-b)(a+b)$	C	
6	P : $(a-b)(a+b)$. À quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		C
7	E : $a^2 - b^2$	R	
8	P : $a^2 - b^2$		R
9	E : $C = (x-2)(x+2) - (x-3)^2 = x^2 - 2^2$	R	
10	P : $(x-2)(x+2) = x^2 - 2^2$. Quand il y a le moins, et pour éviter les erreurs, essayez de développer entre les parenthèses. Alors je développe (a-b)² entre les parenthèses.		P
11	E : $C = x^2 - 2^2 - (x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2)$ $= x^2 - 4 - (x^2 - 6x + 9) = x^2 - 4 - x^2 + 6x - 9$	P	

Toute information ou action portant seulement sur le résultat est codée par R. Elle ne comporte pas de justification ou d'étape intermédiaire, comme à la ligne 1 par exemple, où l'élève se trompe en remplaçant $(x-2)(x+2)$ par $(x-2)^2$, sans justifier ni expliciter la procédure utilisée. Nous considérons qu'il s'agit d'une procédure (P) lorsque les étapes intermédiaires d'un calcul sont explicitées, comme à la ligne 11 : les identités remarquables mises en œuvre sont contextualisées et les calculs se font étape par étape. La reconnaissance de l'identité remarquable à utiliser pour effectuer un calcul donné révèle un état de connaissance, comme dans les lignes 4 et 5. Mais le fait de réciter l'égalité correspondante n'est qu'une réponse, comme à la ligne 7.

Ainsi, en suivant ces règles de codage, nous avons codé l'ensemble des interactions dégagées des séquences des enseignants.

Dans le codage de ces interactions, nous considérons que, lorsque l'enseignant approuve une réponse de l'élève, il agit au même niveau que l'information reçue. Autrement dit, si un élève détaille la procédure mise en œuvre pour développer et réduire une expression et que l'enseignant l'informe que son travail est juste, l'enseignant aura donc agi au même niveau que l'information reçue de l'élève, c'est-à-dire au niveau de la procédure.

Signalons enfin que dans ces échanges nous ne nous intéressons pas à l'interlocuteur : nous ne prenons pas en compte le fait que l'enseignant s'adresse au même élève interrogé au départ ou à un autre élève, ou encore au groupe classe. Nous considérons en effet que, dans tous les cas, il est en train d'agir en fonction de l'information reçue. Toutefois, dans les transcriptions, nous désignons par E1, E2, … les différents élèves interrogés lors de la résolution d'une même tâche. Cela renseigne sur le comportement de l'enseignant face à une erreur.

Après avoir complété les matrices des interactions de chaque enseignant, nous analysons la classification des régulations didactiques ainsi obtenue en relevant :

- le niveau de l'action dominante ;
- les régulations didactiques repérées à la diagonale du tableau. Celles-ci sont définies par les régulations didactiques horizontales : lorsque l'action de l'enseignant est au même niveau que l'information reçue ;
- les régulations didactiques verticales : lorsque l'action de l'enseignant est à un niveau différent que l'information de l'élève. Nous distinguons dans ce cas les régulations ascendantes des régulations descendantes (cf. section 3.3.5).

Cette analyse éclaire sur des éléments de la pratique de chaque enseignant et sur ceux qui diffèrent entre les enseignants.

4.3.5 La comparaison des composantes cognitive et médiative des pratiques

Parmi les objectifs généraux de notre recherche, nous souhaitons rendre compte de l'enseignement ordinaire des expressions algébriques et de comparer les composantes cognitive et médiative pour repérer des variabilités et des régularités de pratiques d'un même enseignant et entre les enseignants.

Au niveau de la composante cognitive, nous comparons dans les pratiques observées et décrites pour chaque enseignant :

- l'existence et la place de la mise en jeu des raisons d'être des expressions algébriques et de la motivation de la lettre dans la séquence ;
- l'existence et la place des raisons d'être des propriétés de calcul algébrique ;
- la couverture, dans la praxéologie enseignée, des genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales de référence, en particulier, ceux relatifs à la génération des expressions algébriques ;
- l'agrégation entre les trois praxéologies locales, donnant du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation ;
- la diversification des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances algébriques mises en jeu dans les tâches proposées, favorisant l'apprentissage des élèves.
-

Au niveau de la composante médiative, nous comparons chez les enseignants :

- l'organisation des séquences d'enseignement ordinaire des expressions algébriques au niveau du nombre de séances accordé à cet enseignement et de l'organisation des phases d'enseignement, l'explication du cours, les activités de lancement ou de découverte et la résolution et la correction d'exercices ;
- l'organisation de la classe, entre travail collectif et individuel, lors de la réalisation des tâches, en particulier lors de la résolution des tâches qui mobilisent l'outil algébrique ;
- la gestion de la phase de correction d'exercices, notamment la validation et le comportement de l'enseignant face à un élève qui se trompe ;
- les régulations didactiques relevées dans les séquences, tant au niveau de leur effectif que de leur classification.
-

4.4 L'évaluation des apprentissages des élèves : les tests

Pour chacun des deux niveaux de classes de notre étude, EB7 (5^{e}) et EB8 (4^{e}), nous procédons à la passation de deux tests que nous désignons respectivement, par pré-test et post-test, et qui figurent en annexe A. Ces deux tests sont donnés à tous les élèves de l'étude, ceux du groupe expérimental et ceux du groupe témoin. Après avoir fait le pré-test, les élèves du groupe expérimental réalisent le dispositif expérimental, contrairement aux élèves du groupe témoin qui ne l'effectuent pas. Ensuite, tous les élèves passent le post-test. À partir des résultats du pré-test, nous visons évaluer les acquis algébriques des élèves après que l'enseignement ordinaire des expressions algébriques n'ait eu lieu, et croiser les apprentissages des élèves au contenu enseigné. La passation du post-test a pour objectif d'évaluer les effets du dispositif expérimental mis en place sur les apprentissages des élèves à partir de l'étude de l'évolution des apprentissages de chacun des groupes, expérimental et témoin. Nous considérons la réussite à un item donné comme un indicateur de l'apprentissage de l'élève.

Dans la suite de cette section, nous présentons la conception et les finalités des tests, ainsi qu'une description du contenu, de la mise en œuvre et de la méthodologie adoptée dans l'analyse des réponses des élèves.

4.4.1 Conception et finalités

Par « tests », nous désignons l'ensemble des pré-tests et des post-tests destinés aux élèves d'EB7 (5^{e}) et d'EB8 (4^{e}). Il ne s'agit pas de proposer le même test pour les deux niveaux scolaires, mais de concevoir des tests différents en fonction de la praxéologie à enseigner. Néanmoins, nous proposons les mêmes énoncés au pré-test et au post-test dans chacune des classes pour réduire autant que possible les effets des variables didactiques sur les productions[28] des élèves. Lors de la conception de ces deux tests, par classe, nous voulions faire en sorte que leur contenu porte sur des types de tâches identiques et mobilise les mêmes techniques, étant donné qu'à travers ces tests, nous souhaitons déterminer et comparer les acquis des élèves.

Ainsi, nous avons élaboré deux tests, un pour l'EB7 et l'autre pour l'EB8, et nous avons fait passer chacun en pré-test et en post-test. Nous supposons qu'en algèbre, les élèves ne se rappelleront pas des procédures ni des stratégies mises en œuvre entre la première et la deuxième passation du test, comme cela aurait pu être le cas, par exemple, lors de la résolution d'un problème de géométrie, surtout qu'il y avait un mois environ entre les deux tests.

[28] Par « production » nous désignons l'ensemble de « réponse » ou de « produit » proposé par l'élève.

Dans notre recherche, nous exploitons le test pour évaluer des connaissances algébriques chez les élèves. C'est une évaluation sommative[29] qui porte sur les types de tâches déterminés dans la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques (cf. section 2.3) et recommandés dans les instructions officielles des classes concernées (cf. chapitre 5). Nous empruntons la terminologie « pré-test » et « post-test » à la démarche expérimentale utilisée en psychologie. Ainsi, le pré-test et le post-test désignent les évaluations ayant eu lieu, respectivement, avant et après la mise en place du dispositif expérimental. Ces tests ont été construits en référence au « test Pépite » que nous présentons dans la section suivante.

Le test diagnostique Pépite

Le test diagnostique Pépite (Grugeon 1995, 1997 ; Jean 2000 ; Prévit 2008) prévu pour fin du collège – début de 2[nde], a pour objectif de faire un diagnostic des compétences des élèves en algèbre élémentaire en évaluant les différents aspects de la compétence algébrique développée par Grugeon (1995, 1997). Suite à une synthèse de travaux de didactique de l'algèbre basée principalement sur les travaux de Chevallard (1985, 1989), et en considérant les deux dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre développées à la section 2.a, Grugeon (1995, 1997), décrit le modèle de la compétence algébrique à travers les capacités à résoudre différents types de problèmes (de mise en équation, de modélisation et de preuve), à mobiliser et à manipuler les objets de l'algèbre en prenant en compte à la fois leur dimension syntaxique (règles de transformation) et sémantique (sens et équivalence des expressions). Grugeon (1995, p. 11) a construit une structure d'analyse multidimensionnelle à partir des différents aspects de la compétence algébrique, organisée autour des composantes qui se résument en :

- la mobilisation des lettres de façon adaptée à la résolution d'un type de problème du champ de l'algèbre en lien avec le rapport arithmétique / algèbre et le niveau de rationalité algébrique ;
- la flexibilité dans l'articulation entre les différents registres de représentation ;
- l'habileté dans le calcul algébrique.

[29] C'est dans la lignée des travaux de Grugeon que Pilet (2012) a élaboré la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques à laquelle nous nous référons dans notre recherche.

L'opérationnalisation de la structure d'analyse multidimensionnelle réside dans l'élaboration d'un outil de diagnostic dont l'objectif est de déterminer le fonctionnement des élèves en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire (fin 3^{e} – début 2nde). Cet outil de diagnostic se présentait d'abord sous forme d'un test papier-crayon (Grugeon, 1997), avant d'être ensuite informatisé avec la conception du logiciel Pépite (Jean, 2000) et ses évolutions (Prévit, 2008). Le diagnostic automatique Pépite est alors fondé sur une analyse didactique et épistémologique de l'algèbre, sans se limiter uniquement aux capacités mentionnées dans les programmes officiels. Il permet d'effectuer une analyse multidimensionnelle des réponses des élèves et non uniquement une analyse de type réussite/échec, il repère des cohérences dans l'activité algébrique des élèves et permet de dresser leur profil de connaissance algébrique afin d'élaborer des parcours différenciés d'apprentissage (Pilet, 2012, 2015 ; Bedja, 2016).

Le but du test diagnostique est d'évaluer les compétences et les connaissances des élèves en calcul algébrique, en traduction algébrique et en résolution de problèmes algébriques. Il comporte différents problèmes du domaine algébrique : des problèmes pour généraliser, prouver, modéliser ou mettre en équation (dans les cadres numérique, algébrique ou géométrique), des exercices techniques de calcul ou de reconnaissance impliquant différents types de tâches des programmes de collège et de seconde : produire des expressions ou des formules, mettre en équation, prouver des propriétés, calculer la valeur d'une expression, développer, factoriser et réduire des expressions, résoudre des équations. Il est prévu pour la fin du collège, mais il a été adapté à d'autres niveaux scolaires en fonction de l'évolution des types de tâches et des objets de l'algèbre présents dans les problèmes : production de formules, généralisation, preuve, mise en équation. Chenevotot et *al* (2009) se sont appuyés sur des variables didactiques comme la nature et la complexité des expressions algébriques en jeu, les cadres et les registres de représentations, la ou les technique(s) attendue(s) pour adapter le test initial de diagnostic en un test papier-crayon destiné à des élèves de niveau fin de 5^{e} – début de 4^{e}.

Le test diagnostique et ses adaptations constituent une référence pour l'élaboration des tests d'EB7 et d'EB8 dans notre recherche. La pertinence de cette référence réside dans le fait que Pépite s'appuie sur une étude didactique et épistémologique rigoureuse du domaine de l'algèbre élémentaire et des expressions algébriques en particulier, en prenant en compte les dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre, objet principal dans notre recherche. En outre, la comparaison des programmes Libanais et Français de l'algèbre au cycle moyen (au collège) montre des rapprochements dans les types de tâches proposés avec un décalage dans les niveaux scolaires, c'est-à-dire, ce qui est préconisé en EB7 (5ᵉ) au programme libanais, figure en 4ᵉ (EB8) au programme français (Abou Raad et Mercier, 2009)[30]. Ceci n'affecte pas notre choix parce que nous nous inspirons des items figurant dans le test Pépite et dans ses adaptations à d'autres niveaux scolaires (fin 5ᵉ et fin 4ᵉ) et nous les adaptons de sorte à couvrir le domaine de l'algèbre élémentaire en tenant compte de la praxéologie à enseigner définie dans les instructions officielles.

4.4.2 Description des tests de l'EB7 (5ᵉ) et de l'EB8

Le test del'EB7 (5ᵉ), présenté en annexe A.1 est composé de onze exercices, et celui de l'EB8 (4ᵉ), présenté en annexe A.3 est composé de huit exercices. Nous utilisons le terme « exercice », afin de respecter autant que possible le modèle de présentation d'une évaluation souvent adopté par les enseignants[31] et pour éviter aussi d'influencer l'activité des élèves qui peuvent ignorer un problème à résoudre ou le remettre jusqu'à la fin.

Le test de l'EB7 (5ᵉ) comporte vingt-et-un items et le test de l'EB8 (4ᵉ) comporte seize items. Chaque exercice est constitué d'un ou plusieurs items et chaque item convoque un ou plusieurs types de tâches, dépendamment de l'énoncé. Comme pour l'analyse des tâches proposées dans l'enseignement, nous déterminons les types de tâches T-convoquées pour chaque item, sans préciser tous les types de tâches nécessaires à la résolution. Nous nous référons à la praxéologie de référence (Pilet, 2012, 2015) dans la détermination des types de tâches convoqués.

Par exemple, dans le premier exercice du test, il y a trois items que nous désignons respectivement par 1.a, 1.b et 1.c, et chaque item porte sur un type de tâches différent :

[30] Il s'agit des programmes scolaires en vigueur lors de la réalisation des recherches. Ce sont les programmes de mathématiques de 2008 en France.

[31] Les enseignants désignent souvent les tâches à effectuer par « exercices » et les numérote à la suite, indépendamment si c'est un exercice ou un problème.

Un type de tâches peut être abordé dans plusieurs items. Cependant, cela n'est pas fréquent dans les tests parce qu'il faut varier les types de tâches à évaluer en un temps limité.

Exercice 1

Item	**Tâche**	**Type de tâches convoqué**
1.a	Factorise $a^2 + 3a$	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.
1.b	Réduis $5a + 2a + 1 + a + 5$	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.
1.c	Développe $a(2 - a)$	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.

Nous rappelons que les items de chacun des tests évaluent à la fois, la capacité des élèves à mobiliser l'outil algébrique pour la résolution des problèmes et à effectuer du calcul algébrique. Pour cela, nous varions l'ordre de présentation des exercices et des items, de sorte à alterner entre les types de tâches relatifs aux trois praxéologies locales. Ainsi, lorsqu'un élève résout les exercices par leur ordre de présentation, il aura effectué des tâches qui convoquent toutes les praxéologies locales.

Dans les tableaux ci-dessous, nous présentons les types de tâches convoqués dans la résolution de chaque item ainsi que la praxéologie correspondante. Le test de l'EB7 et l'analyse *a priori* des exercices qui y figurent se trouvent en annexes A.1 et A.2, et celui de l'EB8 en annexes A.3 et A.4.

Tableau 4.4 – La distribution des types de tâches sur les items du test de l'EB7 (5e)

OM locale		**Genre de tâche**	**Type de tâche**	**Item**	**Nb d'items**
OM1	Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	$T_{P-Exp-Résultat-PC}$	6.a	1
		T_T Traduire.	$T_{T-Prog\to Exp}$	3.a 6.a	2
			$T_{T-Exp\to Longueur}$	4.a	1
			$T_{T-Exp\to Perimetre}$	4.b	1
			$T_{T-Exp\to Aire}$	4.c 4.d	2
			$T_{T-Relation\to Formule}$	7.a	1

		T_A Associer.	$T_{A-Exp-LgNat}$	11.a	1
		Total nb d'items relatifs à l'OM1			9
OM2	Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	$T_{Prouver-equiv}$	5.a 5.b 5.c	3
		T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions			0
		$T_{Structure}$ Identifier la structure	$T_{Structure-som}$	6.a	1
			$T_{Structure-produit}$	6.a	1
		$T_{Choisir}$ Choisir			0
		$T_{Associer}$ Associer.	$T_{Associer}$	8.a 8.b	2
		Total nb d'items relatifs à l'OM2			7
OM3	Algèbre des polynômes	T_D Développer	$T_{DDS-mon \times som}$	1.c	1
			$T_{DDS-entier \times som}$	6.a 8.a	2
			$T_{DDD-som \times som}$	10.b	1
		T_F Factoriser.	$T_{FA/mon}$	1.a	
			$T_{FA-mon+mon}$	1.b 6.a 8.a 10.a 10.b	5
			$T_{FA^*/mon}$	8.b	1
		T_R Réécrire un monôme.			0
		T_C Calculer.	T_{C-num}	2.a 2.b	2
			$T_{CDS-num}$	9.a	1
		Total nb d'items relatifs à l'OM3			13

Tableau 4.5 – La distribution des types de tâches sur les items du test de l'EB8 (4e)

OM locale		Genre de tâche	Type de tâche	Item	Nb d'items
OM1	Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	$T_{P-Exp-Résultat-PC}$	4.a	1
		T_T Traduire.	$T_{T-Prog \rightarrow Exp}$	4.a	1
			$T_{T-Longueur \rightarrow Exp}$	3.b	1
			$T_{T-Aire \rightarrow Exp}$	3.a	1
			$T_{T-Relation \rightarrow Formule}$	2.a	1
		T_A Associer.			0
		Total nb d'items relatifs à l'OM1			5
OM2	Équivalence des	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	$T_{Prouver-equiv}$	5.a 5.b 5.c	5

	expressions algébriques			5.d 8.a	
		T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions			0
		$T_{Structure}$ Identifier la structure	$T_{Structure-som}$	1.b 4.a	2
			$T_{Structure-produit}$	4.a	1
			$T_{Structure-carre}$	1.a 1.b	2
		$T_{Choisir}$ Choisir			0
		$T_{Associer}$ Associer.	$T_{Associer}$	1.c 3.b	2
		Total nb d'items relatifs à l'OM2			12
OM3	Algèbre des polynômes	T_D Développer	$T_{DDS-mon\times som}$	3.b 8.a	2
			$T_{DDS-entier\times som}$	1.c 1.d 4.a 8.a	4
			$T_{DDD-som\times som}$	3.b 8.a	2
			$T_{DIR-car}$	1.a 1.c 1.d	3
			$T_{DIR-som\times diff}$	1.d	1
		T_F Factoriser.	$T_{FA/som}$	1.b	1
			$T_{FA-mon+mon}$	1.c 1.d 3.b 4.a 8.a	5
		T_R Réécrire un monôme.	$T_{R-canonique}$	1.a 1.c 1.d 8.a	4
		T_C Calculer.	T_{C-num}	6.a 6.b	2
			$T_{CIR-num}$	7.a	1
		Total nb d'items relatifs à l'OM3			25

Ces tableaux montrent que les tests de l'EB7 et de l'EB8 sont composés d'items qui mettent en jeu les genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales de référence, et de la plupart des types de tâches relatifs.

4.4.3 Passation des tests et recueil des données

Après avoir contacté les enseignants par l'intermédiaire des établissements scolaires et obtenu leur accord pour participer à toutes les étapes de notre étude, nous avons fixé les dates de passation des tests dépendamment des progressions prévues par les enseignants. En effet, le pré-test doit avoir lieu après que les enseignants aient terminé l'enseignement de la première séquence de l'algèbre en EB7 et en EB8, c'est-à-dire celle qui porte sur les expressions algébriques dans chacune des classes, et la passation du post-test à tous les élèves est prévue après la mise en œuvre du dispositif expérimental auprès du groupe expérimental. Dans chaque établissement, et par classe, nous faisons passer les tests, au même moment auprès du groupe expérimental et du groupe témoin. Chacun des tests est prévu pour une heure. Le pré-test a eu lieu durant la dernière semaine d'avril et le post-test durant la dernière semaine de mai. La date de passation du post-test peut influencer les productions des élèves parce qu'elle a eu lieu vers la fin de l'année[32] lorsque les élèves commencent à manquer de sérieux dans leur travail. Cependant, cela n'empêche pas la comparaison des évolutions de performance entre les deux tests, d'autant que nous cherchons à comparer entre les classes et pas à mesurer précisément l'apprentissage des élèves.

Les enseignants n'ont pas consulté les énoncés des tests à l'avance, nous les avons fournis nous-mêmes au moment prévu. Les élèves n'étaient pas avertis d'avance. Chaque test a été résolu individuellement, sur la feuille de l'énoncé, sous la surveillance de quelques enseignants choisis par l'établissement. Nous avons récupéré les copies des élèves une fois la durée écoulée et nous les avons gardées afin de les exploiter dans nos analyses.

Aucune intervention de notre part n'a eu lieu auprès de l'enseignement prévu pour ne pas influencer la pratique des enseignantes ni auprès des élèves pour ne pas influencer leurs productions.

Après avoir récupéré les copies des élèves, nous les avons numérotées, en éliminant les copies des élèves qui étaient présents seulement à l'un des deux tests afin de ne pas en

[32] La fin de l'année scolaire au Liban a lieu normalement la troisième semaine de juin.

tenir compte dans les analyses. La numérotation est effectuée de sorte à ce que le même numéro corresponde aux copies du même élève au pré-test et au post-test, ce qui nous permet de comparer les réponses de chaque élève obtenues aux deux tests.

4.4.4 Méthodologie pour l'analyse des réponses des élèves

Afin d'analyser les réponses des élèves aux tests, nous avons eu recours à un tableau, que nous désignons par tableau de correction, dont nous présentons un exemple en annexe A.5, dans lequel, pour chaque item du test, nous précisons le (ou les) type(s) de tâche(s) mis en jeu, et nous évaluons la réponse de chaque élève en terme de réussite / échec en suivant le codage suivant :

- 1 pour une réussite, une réponse juste ;
- 0 pour un échec, une réponse fausse, ou lorsqu'il qu'il n'y pas de réponse. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec.

Les réponses qui correspondent à la réussite et à l'échec sont explicités dans l'analyse *a priori* des exercices du test qui figure en annexe A.2 pour le test de l'EB7 et en annexe A.4 pour celui de l'EB8. Elles correspondent respectivement aux solutions correctes et incorrectes.

Nous avons construit un tableau de correction pour l'EB7 et un autre pour l'EB8 en utilisant le logiciel tableur Excel et dans chacun une feuille est prévue pour le pré-test et une autre pour le post-test.

Dans chacun de ces tableaux, les trois premières colonnes sont descriptives. La première colonne comporte le numéro de la copie, la deuxième spécifie l'enseignant (en y mettant la lettre qui le désigne) et la troisième colonne spécifie s'il s'agit de la copie d'un élève du groupe expérimental ou du groupe témoin. Ensuite, chaque type de tâche figure dans une colonne. Les lignes contiennent les réponses codées des élèves, par type de tâche. À partir des tableaux ainsi construits, nous obtenons trois autres qui correspondent respectivement aux trois praxéologies de référence et ceci en groupant les résultats des types de tâches correspondants à une même praxéologie dans un seul tableau. Ainsi nous avons accès aux taux de réussite des élèves aux items relatifs à chaque praxéologie ainsi qu'à leur évolution.

Après avoir saisi les réponses des élèves et construit les tableaux de correction et ceux relatifs aux trois praxéologies locales, nous procédons à deux catégories d'analyse, celle des résultats globaux et celle des résultats par praxéologie locale.

Pour l'analyse des résultats globaux, nous distinguons la réussite en classe expérimentale de celle en classe témoin, à partir des fréquences de réussite à l'ensemble des items du test, de la comparaison des moyennes de réussite et de la comparaison de la répartition des taux de réussite de chaque élève entre les deux tests.

Pour l'analyse des résultats obtenus aux items classés par praxéologie locale, nous comparons, par praxéologie, les taux de réussite entre la classe expérimentale et la classe témoin et les écarts obtenus pour pouvoir déterminer les évolutions qui ont eu lieu.

À partir de ces analyses et de ces comparaisons, nous allons justifier les comparaisons obtenues au niveau de l'apprentissage qui a eu lieu et qui est traduit par la réussite des élèves, à partir de l'enseignement, d'une part, et étudier l'effet du dispositif expérimental sur l'apprentissage des élèves, d'autre part.

4.5 Du côté de l'enseignement expérimental : le dispositif expérimental

Pour chacun des deux niveaux de classes de notre étude, l'EB7 et l'EB8, nous concevons un dispositif d'enseignement, le dispositif expérimental, dont l'objectif principal est de mobiliser l'algèbre, comme *outil*, c'est-à-dire comme moyen de résoudre des problèmes, d'une part, et comme *objet* à travers la mise en place de situations portant sur le calcul algébrique, d'autre part. Nous présentons dans cette section la conception, les finalités et le contenu des dispositifs de chacune des classes.

4.5.1 Conception et finalités

Nous rappelons que la visée principale de la conception et de la mise en place du dispositif expérimental dans notre recherche est de faire se confronter les élèves à des tâches qui prennent en compte les dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre. En d'autres termes, et en nous référant à la praxéologie de référence, il s'agit d'élaborer un dispositif constitué des tâches qui mettent en jeu les trois praxéologies locales de référence, la génération et l'équivalence des expressions algébriques et l'algèbre des polynômes. Nous avons élaboré un dispositif pour l'EB7 et un autre pour l'EB8, en tenant compte de la praxéologie à enseigner définie à partir des instructions officielles et des manuels (cf. chapitre 5) et de la praxéologie de référence (cf. section 2.3). L'outil algébrique est donc mobilisé pour résoudre des tâches qui motivent la *génération des expressions algébriques* et qui mettent en jeu des raisons d'être des propriétés de calcul algébrique. Néanmoins, il ne s'agit pas seulement d'aborder l'algèbre par son aspect *outil*, mais de proposer aussi des tâches portant sur l'équivalence des expressions algébriques et des techniques de calcul algébrique. Chaque dispositif contient donc des tâches qui convoquent des types de tâches constitutifs des trois praxéologies locales, en insistant davantage sur la production d'expressions algébriques que sur les techniques de calcul.

À travers la mise en place du dispositif expérimental, nous cherchons à repérer dans quelle mesure la résolution de tâches qui convoquent la génération et l'équivalence des expressions algébriques permettrait aux élèves de donner du sens aux expressions algébriques et d'améliorer leur capacité à mobiliser l'outil algébrique dans la résolution des problèmes.

En nous référant à des travaux de recherche en didactique de l'algèbre, nous avons élaboré chacun des dispositifs en puisant des tâches déjà proposées et étudiées et en les adaptant à nos objectifs et aux niveaux scolaires de l'étude. Ces tâches mobilisent l'algèbre comme outil de modélisation, de généralisation et de preuve.

4.5.2 Présentation et analyse du dispositif de l'EB7 (5e)

Le dispositif de l'EB7 (cf. annexe B.1) est composé de six exercices que nous présentons au fur et à mesure dans cette section, en précisant le but de chacun et la praxéologie mathématique locale mise en jeu.

L'**exercice 1** sur les allumettes est un problème de généralisation. Il met en jeu les trois praxéologies locales de référence.

D'abord, la tâche proposée vise l'entrée dans l'algèbre par la mise en jeu d'une raison d'être des expressions : la *production d'une expression algébrique*. L'élève commence par effectuer quelques exemples numériques puis réalise les limites du numérique lorsque l'ordre de la figure a augmenté (figure 20). L'analyse montre donc l'intérêt et la nécessité d'utiliser la lettre pour produire une expression algébrique.

Ensuite, cette tâche convoque aussi la *vérification de l'équivalence de deux expressions algébriques*, étant donné que l'expression-solution peut avoir différentes formes. Par exemple, pour n'importe quelle étape, les élèves peuvent au moins obtenir l'une des deux formes suivantes : $3n + 1$ ou $4 + 3 \times (n - 1)$, à l'étape n.

Enfin, la tâche mobilise plusieurs types de tâches relatifs au calcul algébrique, comme le développement et la réduction d'une expression algébrique et la substitution pour vérifier si l'expression correspond aux réponses trouvées par calcul numérique à la première question.

Les **exercices 2, 3 et 5** convoquent des types de tâches relatifs à l'*algèbre des polynômes* : le développement d'une expression en utilisant la simple ou la double distributivité de la multiplication sur l'addition et la factorisation d'une expression dont le facteur commun est un monôme ou un binôme apparent dans l'un des termes au moins.

L'**exercice 4** est inspiré d'une brochure de l'IREM de Rennes parue en Juillet 1999, « Préparer plutôt que remédier – Répondre aux besoins de tous », p. 51. Il vise la familiarisation avec des formules complexes. Il met en jeu les trois praxéologies locales.

D'abord, la résolution de la première question nécessite la *traduction de l'aire d'une figure par une expression algébrique*, constitutive de la génération des expressions algébriques.

Ensuite, plusieurs procédures peuvent être mises en jeu pour résoudre la deuxième question. L'élève peut avoir recours à la *preuve que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur* en effectuant du calcul algébrique ou en proposant des contre-exemples numériques. Comme il peut prendre expression par expression et vérifier si elle correspond à l'aire de la moquette en mobilisant ainsi *la traduction d'une expression algébrique comme l'aire d'une figure*.

Enfin, la résolution de la troisième question nécessite la mobilisation des techniques de calcul algébrique.

L'**exercice 6** comporte deux parties : la première représente une étape préliminaire à la deuxième partie qui présente l'exemple du prestidigitateur de Grugeon (1997), adapté à un élève en fin 5^{e} par Chenevotot et *al* (2009). C'est un problème de généralisation et de preuve qui vise l'initiation aux calculs sur les programmes de calcul. Il mobilise les trois praxéologies locales de référence.

La partie A nécessite l'*association d'une expression algébrique à une phrase en langage naturel*, constitutive de la *génération des expressions*.

La réalisation de la partie B nécessite de *produire une expression algébrique* en convoquant la *traduction d'une expression donnée en langage naturel par une expression algébrique*, la lettre ne figurant pas dans l'énoncé. Ensuite, il s'agit de prouver le résultat d'un programme de calcul en ayant recours à des manipulations techniques pour arriver à la forme réduite et donc à répondre aux questions posées.

4.5.3 Présentation et analyse du dispositif de l'EB8 (4e)

Le dispositif de l'EB8 (cf. annexe B.2) est aussi composé de six exercices que nous présentons au fur et à mesure dans cette section, en précisant le but de chacun et la praxéologie mathématique locale mise en jeu.

L'**exercice 1** est inspiré des travaux d'Alcavi et *al* (1989). C'est un problème de généralisation et de preuve qui mobilise les trois praxéologies locales de référence.

Après avoir effectué quelques calculs numériques, l'élève doit réfléchir à des stratégies plus « généralisantes ». Ainsi, la *production d'une expression* utilisant la lettre s'avère nécessaire, sachant qu'il faut se baser sur une propriété observée à partir des exemples numériques : les dénominateurs des deux fractions sont deux nombres consécutifs dont on retranche l'inverse du plus grand de l'inverse du plus petit d'entre eux. Cette tâche met donc en jeu une raison d'être des expressions qui consiste à produire une expression algébrique généralisant une propriété numérique sur le calcul des fractions.

De plus, la tâche mobilise l'*équivalence de deux expressions algébriques* par la preuve qu'elles sont *équivalentes pour toute valeur* et le *test de l'égalité de deux expressions*.

Enfin, des règles de calcul algébrique sont mises en œuvre pour réduire l'expression obtenue.

Toutes ces étapes doivent être reprises pour répondre à la dernière question de l'exercice.

Les **exercices 2, 4 et 6** convoquent des types de tâches relatifs à l'*algèbre des polynômes* : le développement d'une expression en utilisant la simple ou la double distributivité de la multiplication sur l'addition ou en ayant recours aux identités remarquables et la factorisation d'une expression en utilisant les identités remarquables. L'*identification de la structure d'une expression*, constitutive de l'*équivalence des expressions* est nécessaire pour la réalisation de ces tâches.

L'**exercice 3** est tiré du document d'accompagnement « Du numérique au littéral » (2006) et repris par Pilet (2012). C'est un problème de généralisation et de preuve, dont la résolution nécessite la mise en jeu des trois praxéologies locales.

L'analyse de ce problème ressemble à celle de l'exercice 1 du dispositif de l'EB7. En effet, la génération des expressions algébriques est mobilisée par la *production d'une expression algébrique*. L'élève commence par effectuer quelques exemples numériques puis réalise les limites du numérique lorsque l'ordre de la figure a augmenté (figure 20). L'analyse montre donc l'intérêt et la nécessité d'utiliser la lettre pour produire une expression algébrique.

Ensuite, cette tâche convoque aussi la *vérification de l'équivalence de deux expressions algébriques*, étant donné que l'expression-solution peut avoir différentes formes. Par exemple, à l'étape *n*, les élèves peuvent au moins obtenir l'une des deux formes suivantes : $4 \times (n + 2) - 4$ ou $2\times (n + 2) + 2 \times n$.

Enfin, la tâche mobilise plusieurs types de tâches relatifs au calcul algébrique, comme le développement et la réduction d'une expression algébrique et la substitution pour vérifier si l'expression correspond aux réponses trouvées par calcul numérique à la première question.

L'**exercice 5** étant identique à l'exercice 6 du dispositif de l'EB7, nous renvoyons le lecteur au paragraphe qui le concerne.

4.5.4 Mise en place du dispositif en EB7 et en EB8

Avant de mettre en place le dispositif expérimental en classe d'EB7 et d'EB8, nous l'introduisons aux enseignants concernés durant une rencontre d'une trentaine de minutes. L'objectif de cette rencontre est de présenter aux enseignants l'outil qu'ils vont mettre en œuvre auprès de leurs élèves du groupe expérimental, de leur communiquer le contenu, de répondre à leurs questions et de leur proposer des solutions envisageables s'ils le souhaitent. Nous ne remettons pas en question les connaissances algébriques des enseignants, mais nous voulons leur donner la possibilité de se questionner sur le contenu et de l'éclaircir en cas de besoin. Nous ne tenons pas compte de cette étape dans l'analyse ni dans l'interprétation des résultats.

Nous donnons aux enseignants la liste d'exercices à effectuer et leur demandons de limiter la durée de mise en œuvre du dispositif à trois séances de sorte à ce que chaque séance comporte à la fois, une situation mobilisant l'algèbre en tant qu'outil pour résoudre un problème et une tâche de développement ou de factorisation à effectuer.

La mise en place du dispositif expérimental a eu lieu après la passation du pré-test dans l'établissement, durant l'horaire des classes. Les enseignants ont eux-mêmes fixé les dates et nous les ont communiqué.

Comme nous l'avons déjà justifié précédemment, nous n'avons pas filmé les séances de mise en œuvre du dispositif expérimental. En supposant la stabilité des pratiques des enseignants, nous considérons que la composante médiative est relativement indépendante du contenu enseigné, surtout que les contenus enseignés sont très proches, comme nous le verrons au chapitre 6.

Pour évaluer les effets du dispositif dans chacune des classes, nous procédons à des analyses comparatives des résultats des élèves, d'une part, entre le pré-test et le post-test, et d'autre part, entre ceux du groupe expérimental et ceux du groupe témoin. Toutefois, ces résultats sont interprétés aussi en rapport avec les tâches proposées et l'enseignement ayant eu lieu. Nous présentons ces éléments dans la section suivante.

4.6 Méthodologie pour analyser les effets de l'enseignement sur l'apprentissage

Un des objectifs principaux de notre recherche consiste à étudier les effets de l'enseignement des expressions algébriques sur l'apprentissage des élèves, en tenant compte des composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants. Pour cela, nous distinguons entre l'enseignement ordinaire et l'enseignement expérimental, tout en exploitant les outils présentés le long de ce chapitre.

Dans le cadre de l'enseignement ordinaire, nous croisons les acquis des élèves, traduit par leur réussite aux items du pré-test à chacun des points ci-dessous :

- le contenu algébrique enseigné. Autrement dit, nous comparons la réussite aux items constitutifs de chaque praxéologie locale au savoir enseigné, relatif à chacune de ces praxéologies ;
- l'organisation de la classe lors de la résolution et de la correction des tâches proposées par l'enseignant ;
- les actions de l'enseignant suite à une information reçue de l'élève ;
- la gestion de l'erreur et la place qu'occupe l'enseignant pendant les phases de correction d'exercices.
-

Dans le cadre de l'enseignement expérimental, nous comparons l'évolution des performances, que nous confondons aux apprentissages, des élèves du groupe expérimental à celles du groupe témoin au niveau de la réussite aux items de chaque praxéologie locale. Cela peut aussi renseigner sur les effets du dispositif expérimental sur les apprentissages des élèves. Enfin, nous croisons l'évolution des performances avec les régulations didactiques observées pour trouver des éléments susceptibles d'éclairer les interactions enseignant-élèves où le savoir est explicitement en jeu.

Dans le chapitre suivant, nous présentons l'analyse institutionnelle menées à partir de l'analyse des programmes scolaires libanais des classes d'EB7 et d'EB8 ainsi que des chapitres enseignés par les enseignants de l'étude.

RESULTATS

CHAPITRE 5

ANALYSE INSTITUTIONNELLE

Ce chapitre porte sur l'analyse institutionnelle de l'algèbre élémentaire, autrement dit, sur l'analyse des connaissances algébriques que l'institution demande à l'élève, sujet de l'institution scolaire, d'acquérir et aux enseignants d'enseigner. Elle comporte l'analyse du programme scolaire et des manuels utilisés.

À partir de l'analyse du programme scolaire, nous cherchons à définir le savoir à enseigner, à repérer la place qu'accordent les instructions officielles à chacun des aspects *outil* et *objet* de l'algèbre et à déterminer les praxéologies locales relatives aux expressions algébriques qui y sont recommandées. Ceci constituera une référence institutionnelle pour la suite de notre étude. Or, le savoir à enseigner ne se réduit pas au programme, parce qu'un texte de programme appelle une interprétation. « *Le savoir à enseigner est ce que l'enseignant pense qu'il a à enseigner quand les manuels publiés, les annales, les habitudes prises, ont fixé à peu près définitivement l'interprétation du programme.* » (Arsac et *al*, 1989, p. 12). Nous procédons alors à l'analyse des manuels scolaires utilisés afin d'y repérer le savoir à enseigner et de questionner les choix des enseignants.

Nous adoptons une approche praxéologique[33], caractérisée par le quadruplet *type de tâches*, *technique*, *technologie* et *théorie*, présenté au chapitre 1, pour interpréter la praxéologie mathématique, à enseigner relative aux expressions algébriques dans les programmes officiels et les manuels scolaires utilisés dans les classes de notre étude, EB7 (5e) et EB8 (4e). Nous rappelons que nous désignons la praxéologie mathématique par OM.

Deux objectifs principaux orientent ces analyses :

- Dégager les raisons d'être de l'algèbre, telles qu'elles se présentent dans les programmes et dans les manuels et les situer par rapport à celles mises en évidence dans l'OM de référence développée par Pilet (2012) et présentée à la section 2.3. Il s'agit de deux raisons d'être, celle de la génération des expressions algébriques et celle de l'introduction des propriétés de calculs (Pilet, 2012, 2015).

[33] Nous rappelons que la notion de praxéologie permet l'étude du rapport personnel d'un élève à un objet de savoir en observant comment il mobilise cet objet dans la résolution de tâches relatives au type T au sein d'une institution (Pilet, 2012, p.31).

- Repérer les praxéologies à enseigner qui figurent dans les programmes et dans les manuels, celles relatives aux expressions algébriques et les situer par rapport à celles constitutives de l'OM de référence.

En prenant comme point d'appui l'OM de référence relative aux expressions algébriques élaborées par Pilet (2012, 2015), développée au chapitre 2, et les OM locales correspondantes, nous nous posons une série de questions auxquelles nous cherchons des éléments de réponses suite aux analyses des instructions officielles :

- Dans quelle mesure les instructions officielles préconisent-elles les deux aspects *outil* et *objet* de l'algèbre dans l'enseignement ?
- Quelles sont les OM locales recommandées ? Correspondent-elles à celles mises en évidence dans l'OM de référence ?
- Quelles sont les techniques associées aux types de tâches ? À quel point sont-elles explicitées dans les programmes et dans les manuels ?
- Les technologies qui justifient les techniques sont-elles explicitées ? Le bloc technologico-théorique est-il atteint dans les instructions officielles ?

Nous organisons ce chapitre en deux parties, la première porte sur l'analyse de la praxéologie à enseigner développée dans les programmes officiels des classes EB7 (5^{e}) et EB8 (4^{e}), et la deuxième sur l'analyse de la praxéologie à enseigner présentée dans les leçons correspondantes aux expressions algébriques de deux collections de manuels scolaires de l'EB7 et l'EB8.

Dans la suite, nous désignons la praxéologie définie suite à l'analyse institutionnelle par la praxéologie à enseigner, afin de la distinguer de la praxéologie de référence définie par Pilet (2012) et présentée à la section 2.3.

5.1 Le programme scolaire de l'algèbre de la classe d'EB7 (5^{e}) et celle d'EB8 (4^{e})

Le programme officiel appliqué actuellement dans les établissements scolaires libanais, non homologués et non conventionnés, est le « nouveau » programme, remanié en 1996. Ce programme a été adopté progressivement sur trois années, par exemple, en 1997 pour l'EB7, en 1998 pour l'EB8 et en 1999 pour l'EB9. Nous décrivons brièvement dans la suite de ce paragraphe la structure et l'organisation du programme, la terminologie adoptée et l'étude des programmes de l'algèbre en EB7 et EB8.

5.1.1 Structure du programme

Selon ce programme, l'enseignement est réparti sur quatre cycles, chacun formé de trois classes :

- Premier cycle primaire : EB1, EB2 et EB3, correspondant respectivement aux classes de CP, CE1 et CE2 ;
- Second cycle primaire : EB4, EB5 et EB6, correspondant respectivement aux classes de CM1, CM2 et 6^{e} ;
- Cycle moyen (ou cycle complémentaire) : EB7, EB8 et EB9, correspondant respectivement aux classes de 5^{e}, 4^{e} et 3^{e} ;
- Cycle secondaire : S1, S2 et S3, correspondant respectivement aux classes de seconde, première et terminales.
  S1 est une classe unifiée, S2 est répartie en deux sections : S2S (Scientifique) et S2H (Humanités) et S3 est répartie en quatre sections : SV (Science de la vie), SG (Sciences générales), SE (Sociologie et économie) et LH (Lettres et humanités).

Les textes rédigés des programmes de mathématiques mis à la disposition de l'équipe éducative comportent plusieurs rubriques : l'introduction et les objectifs généraux de l'enseignement de cette discipline, la répartition hebdomadaire des heures d'enseignement selon les classes, le contenu détaillé par classe, un guide de l'enseignant pour l'évaluation et les allègements du contenu qui ont lieu.

Nous étudions, d'une part, l'introduction et les objectifs généraux afin de déterminer l'orientation générale et l'approche préconisées pour l'enseignement de cette discipline, d'autre part, nous analysons le contenu du programme officiel de deux classes du cycle moyen, EB7 et EB8, et précisément, le contenu relatif à l'algèbre.

5.1.2 Organisation du programme

Le contenu des programmes des classes du cycle moyen se répartit en trois rubriques : *Arithmétique et algèbre*, *géométrie* et *statistique*. Celles-ci sont identifiées en des domaines d'étude selon l'échelle des niveaux de co-détermination didactique (Chevallard, 2002). Chaque domaine est divisé en plusieurs secteurs, et dans chaque secteur figurent des thèmes et des sujets d'étude.

Par exemple, le domaine D1[34] *Arithmétique et algèbre* des classes d'EB7 et d'EB8 se divise en plusieurs secteurs, dont deux relèvent explicitement de l'algèbre : S11 « *Expressions algébriques* » et S12 « *Équations et inéquations* ».

En EB8, le secteur S11 est scindé en deux thèmes d'étude : T111 « *Identités remarquables* » et T112 « *Expressions littérales* ». Le thème T111 se partage en six sujets d'étude : (1) Développer $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$. (2) Trouver un facteur commun à plusieurs monômes. (3) Factoriser des polynômes. (4) Factoriser $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2. (5) Utiliser les identités remarquables pour factoriser une expression algébrique. (6) Effectuer des calculs réfléchis utilisant les identités remarquables.

Pour chaque secteur, les thèmes et les sujets d'étude s'organisent en un tableau de trois colonnes intitulées « *Contenu* », « *Objectifs* » et « *Commentaires* ». La colonne du « *Contenu* » comprend les thèmes d'étude et celle des « *Objectifs* » les sujets d'étude. Ces derniers renvoient à des savoirs à acquérir comme des définitions et des propriétés[35], ou à des savoir-faire à développer[36] comme les techniques de calcul algébrique, de développement, de factorisation, etc.[37] Quant aux commentaires, ils comportent des indications et des informations sur l'enseignement du contenu correspondant. Ils clarifient

[34] Nous désignons le domaine par D, le secteur par S et le thème par T, et nous leur accordons des numéros pour faciliter l'illustration de l'exemple.
[35] Par exemple, en EB7 : « Connaître la signification de : terme algébrique ou monôme, coefficient, variable, expression algébrique ».
[36] Par exemple, en EB7 : « Réduire les termes semblables d'une expression algébrique ».
[37] Dans les programmes, nous pouvons distinguer deux sortes d'objectifs. Les uns sont numérotés et les autres sont désignés par un symbole de numérotation (●). Les objectifs numérotés paraissent renvoyer à ce que les élèves doivent savoir-faire. Certains de ces objectifs semblent être développés par une série d'objectifs désignés par (●) et qui renvoient à des savoirs ou à des savoir-faire. Nous ne distinguons pas entre les deux types d'objectifs, parce que, dans les deux cas, nous les exploitons comme des sujets d'étude.

quelque fois les objectifs énoncés, précisent les limites à ne pas dépasser ou proposent des méthodes et des démarches à adopter durant l'enseignement. Certaines informations figurant dans les commentaires renseignent sur la technique ou la technologie mise en jeu.

Voici les commentaires relatifs à T111 de l'exemple ci-dessus :

« *On donnera une interprétation géométrique à chacune de ces identités.*
On mettra l'accent sur l'égalité $(a-b)^2 = (b-a)^2$.
On attirera l'attention sur l'importance de la mémorisation des identités remarquables dans l'exécution des applications et surtout dans le calcul mental. » (Programme de l'EB8, 1998, p. 138)

L'interprétation de la première phrase de ces commentaires informe le lecteur sur l'importance d'avoir recours à la technique générique $\tau_{Traduction}$ qui consiste à *interpréter la relation mathématique* et *appliquer les règles de conversion entre le registre sémiotique en jeu et celui des écritures algébriques* (Pilet, 2012, p. 80). Cette technique relève du genre de tâche T_T : *Traduire une expression algébrique dans un registre de représentation sémiotique et inversement*, constitutif de l'OM1, *génération des expressions algébriques*.

Ceci nous amène à nous intéresser aux commentaires, bien qu'ils soient souvent implicites et que leur interprétation soit laissée à la charge du lecteur.

Pour chaque secteur, les programmes recommandent une durée pour son enseignement. Le tableau ci-dessous présente un récapitulatif des durées conseillées pour l'enseignement des *expressions algébriques* et des *équations et inéquations* pour chacune des classes du cycle moyen.

Tableau 5.1 – Durée préconisée pour l'enseignement de chaque secteur en algèbre

Secteur d'étude	**Classe**	
	EB7	**EB8**
Expressions algébriques	15 heures soit 10% du programme annuel	20 heures soit environ 13,33% du programme annuel
Équations et inéquations	10 heures soit environ 6,67% du programme annuel	15 heures soit 10% du programme annuel

La durée préconisée pour l'enseignement de chacun des secteurs par rapport à la durée totale prévue pour le programme de mathématiques informe sur l'importance et la place qu'occupe le domaine algébrique au cycle moyen.

5.1.3 Terminologie adoptée

Dans les programmes de la classe d'EB7 et celle d'EB8, le terme « *algèbre* » apparaît une seule fois dans les textes, et ceci dans l'intitulé du premier domaine d'étude « *Arithmétique et algèbre* ». En groupant, dans la même rubrique, l'arithmétique et l'algèbre, les programmes semblent effacer l'opposition de l'arithmétique et de l'algèbre, et se baser sur le fait que l'arithmétique est *le fondement sur lequel l'apprentissage de l'algèbre va venir prendre appui* (Chevallard, 1985, p. 53).

Quant au vocabulaire utilisé dans les détails des programmes, il est varié, et comporte plusieurs termes pour désigner les objets algébriques : *expressions algébriques*, *écritures littérales*, *expressions littérales*, *fractions littérales*, *expressions fractionnaires*, *termes algébriques*. Les termes « *calcul littéral* » et « *calcul algébrique* » ne figurent pas dans les programmes. Ceci justifie notre choix de retenir le terme « *expression algébrique* », privilégié dans les instructions, pour faciliter la lecture de notre travail face à la variété de termes utilisés, et de ne pas distinguer entre « *calcul littéral* » et « *calcul algébrique* » pour désigner le *calcul sur les expressions algébriques*.

5.1.4 Étude du programme de l'algèbre de la classe d'EB7 et de celle d'EB8

Pour étudier le programme de l'algèbre en EB7 et en EB8 et répondre au questionnement déjà précisé au début de ce chapitre, nous avons recours à deux types d'analyse. D'abord une analyse globale de l'introduction et des objectifs généraux du programme, ensuite une analyse plus fine de la praxéologie régionale (cf. chapitre 1) relative aux expressions algébriques. L'étude et l'interprétation de l'introduction générale et des objectifs généraux fixés par les concepteurs renseignent sur l'approche recommandée de l'enseignement et fournissent des éléments sur la place de la résolution de problèmes et sur la prise en compte des aspects *outil* et *objet* des domaines mathématiques enseignés et particulièrement de l'algèbre. L'analyse de la praxéologie régionale relative aux expressions algébriques permet d'obtenir des éléments de la praxéologie à enseigner, complétée par l'étude des manuels. Celle-ci renseigne aussi sur les techniques et les technologies explicitées dans les programmes.

a) Approche préconisée pour l'enseignement de l'algèbre

i. Dans l'introduction et les objectifs généraux

L'introduction générale au curriculum soulève l'importance de la résolution de problèmes dans l'apprentissage des mathématiques et met l'accent sur la construction individuelle des connaissances, qui se manifeste dans la résolution de situations réelles. La méthode d'enseignement préconisée consiste à partir de ces situations à poser des problèmes, formuler des hypothèses et les vérifier. De plus, le texte mentionne que les contenus mathématiques traités doivent répondre aux besoins de formation des élèves et à leur développement culturel et avance quatre objectifs généraux à développer, dont la résolution de problèmes : « *La résolution de problèmes est peut-être l'activité la plus significative dans l'enseignement des mathématiques. D'une part tout savoir mathématique nouveau doit être construit à partir de situations-problèmes. D'autre part, l'élève doit apprendre à utiliser différentes stratégies pour surmonter les difficultés et arriver à résoudre un problème.* » (Objectifs généraux des programmes, 1996) [38]

La simple lecture de l'introduction et des objectifs généraux du programme montre la place accordée à la résolution de problèmes dans le processus enseignement-apprentissage des mathématiques. Leur interprétation didactique renseigne sur la nécessité de traiter tous les concepts mathématiques sous les deux aspects, *outil* et *objet*, et ceci grâce à l'accent mis sur la résolution de problèmes de la vie réelle, qui donnent du sens à l'apprentissage. Comme le domaine de l'algèbre élémentaire fait partie du programme des mathématiques, son enseignement doit donc répondre aux recommandations générales, plutôt implicites et dont l'interprétation est laissée à la charge du lecteur.

[38] http://crdp.org/curr-content-desc?id=2. Consulté le 18 novembre 2017.

Le fait que les instructions officielles préconisent l'enseignement des aspects *outil* et *objet* des concepts mathématiques nous amène à nous interroger sur la manifestation de ces recommandations dans les détails du contenu des programmes d'algèbre de l'EB6 à l'EB9.

ii. Dans le contenu du programme de l'algèbre

En nous référant à l'échelle des niveaux de co-détermination didactique, nous avons défini deux secteurs d'étude en EB7 et EB8, « *Expressions algébriques* » et « *Équations et inéquations* », relatifs à l'algèbre. L'étude des contenus détaillés des thèmes et des sujets d'étude correspondants à chacun de ces secteurs nous permet de repérer la place des aspects *outil* et *objet* recommandée pour chacun des secteurs.

L'élève arrive en EB7, en ayant déjà rencontré les écritures littérales dans la classe précédente, en EB6 à partir de la traduction d'un périmètre, d'une aire ou d'un énoncé par une expression littérale. L'absence du terme « algèbre » et de ses dérivés en EB6 laissent sous-entendre qu'il s'agit seulement de l'introduction de formules et d'expressions comprenant la lettre. En EB7 et en EB8, les thèmes et les sujets d'étude relatifs aux expressions algébriques portent sur les objets de l'algèbre et sur le calcul algébrique, l'application de la simple et de la double distributivité de la multiplication sur l'addition, les identités remarquables, la factorisation, etc.

Concernant le deuxième secteur, les équations sont introduites en EB7 et les inéquations en EB8. Les sujets d'étude correspondants mettent l'accent sur la traduction d'un problème en une équation ou en une inéquation.

L'outil algébrique apparaît donc dans la résolution de problèmes de traduction algébrique, et les raisons d'être de l'algèbre sont explicitées dans les programmes dans les « *équations et inéquations* », où l'algèbre est utilisée pour résoudre des problèmes de vie réelle.

b) Analyse praxéologique relative aux expressions algébriques

Nous menons une analyse des programmes de la classe d'EB7 et celle d'EB8 en nous appuyant sur l'OM de référence présentée à la section 2.3 du chapitre 2 et en étudiant les trois praxéologies mathématiques locales qui la définissent, la génération des expressions algébriques, l'équivalence des expressions et l'algèbre des polynômes.

L'analyse consiste à repérer, dans les programmes, les types de tâches de chaque OM locale, les techniques qui lui sont associées et les technologies qui justifient les techniques. Pour cela nous nous référons aux « *objectifs* » qui donnent directement les types de tâches, et aux « *commentaires* » qui sous-tendent parfois des types de tâches. Par exemple, en EB8, le commentaire « *On donnera une interprétation géométrique à chacune de ces identités* » qui accompagne le calcul en utilisant les identités remarquables (Programme de l'EB8, 1998, p. 138) peut induire les types de tâches *Traduire la longueur d'un segment par une expression algébrique*, et *Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique*.

Le tableau ci-dessous présente les types de tâches de la praxéologie mathématique relative aux expressions algébriques dans les programmes de la classe d'EB7 et celle d'EB8.

Tableau 5.2 – Types de tâches de l'OM régionale relative aux expressions algébriques dans les programmes d'EB7 et d'EB8

OM locale	Genres	Types de tâches	EB7	EB8
OM1 Génération des expressions algébriques	T_T Traduire	$T_{T-Exp\rightarrow Longueur}, T_{T-Exp\rightarrow Perimetre}, T_{T-Exp\rightarrow Air}$ $T_{T-Exp\rightarrow Volume}, T_{T-Exp\rightarrow Angle}$ Traduire une expression algébrique comme, respectivement, la longueur d'un segment ou d'un arc de cercle, le périmètre, l'aire d'une figure, le volume d'un solide, la mesure d'un angle.		×
		$T_{T-Longueur\rightarrow Exp}, T_{T-Perimetre\rightarrow Exp}, T_{T-Aire\rightarrow Ex}$ $T_{T-Volume\rightarrow Exp}, T_{T-Angle\rightarrow Exp}$ Traduire, respectivement, la longueur d'un segment, le périmètre, l'aire d'une figure, le volume d'un solide par une expression algébrique.		×
		$T_{T-Relation\rightarrow Formule}$ Traduire une relation entre deux grandeurs ou deux quantités par une formule.	×	×
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	×	
		$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	×	

		$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	×	
		$T_{DIR-som\times diff}$ Développer un produit de deux facteurs du type $(a+b)(a-b)$.		×
		$T_{DIR-car}$ Développer un carré.		×
	T_F Factoriser	T_{FA} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans tous les termes. - $T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes. - $T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans tous les termes.		×
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	×	×
		T_{FA^*} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est apparent dans un des termes. - $T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes. - $T_{FA^*/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans un des termes.		×
		T_{FNA} Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun n'est pas apparent. - $T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent. - $T_{FNA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme non apparent.		×
		$T_{FIR-diff}$ Factoriser une différence de deux carrés.		×
		$T_{FIR-som}$ Factoriser une somme algébrique de trois termes du type $a^2 \pm 2ab + b^2$.		×
	T_R Réécrire un monôme	$T_{R-carré}$ Réécrire un monôme sous la forme d'un carré.		×
		$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.	×	×
	T_C Calculer	$T_{CIR-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables.		×

Le tableau montre que les deux praxéologies locales de référence, la génération des expressions algébriques et l'algèbre des polynômes sont explicitées dans les programmes scolaires. Dans ce qui suit, nous commentons le tableau en abordant chacune des praxéologies locales.

- OM1, Génération des expressions algébriques[39]

Les types de tâches du genre *Produire une expression algébrique* sont absents des programmes de la classe d'EB7 et de celle d'EB8, malgré l'importance du rôle joué par la production d'expressions relativement à l'introduction d'expressions algébriques (cf. chapitre 2).

Quelques types de tâches du genre *Traduire* figurent dans les programmes. Ceux qui relèvent des liens entre les expressions algébriques et les mesures, longueur, périmètre et aire, sont sous-entendus dans les commentaires, comme par exemple dans le commentaire suivant : « *On donnera une interprétation géométrique à chacune de ces identités* » (Programme de la classe d'EB8, 1998, p. 138). Ceux qui se rapportent à la traduction d'une relation entre deux grandeurs par une formule sont explicités, comme par exemple « *Organiser des données et les traduire par une équation se ramenant à $ax=b$* » (Programme de la classe d'EB7, 1997, p. 107), qui est rattaché au secteur des équations et non pas à celui des expressions algébriques. Ainsi, la lettre a le statut d'inconnue et non pas de variable.

Les programmes ne présentent pas d'informations sur les techniques permettant de réaliser les types de tâches, ni sur les technologies les justifiant.

- OM2, Équivalence des expressions algébriques

Les types de tâches relatifs à l'équivalence de deux expressions algébriques et à l'identification de la structure d'une expression ne figurent pas dans les programmes de la classe d'EB7 et celle d'EB8.

[39] Correspondant aux lignes surlignées en rouge dans le tableau 5.2.

L'interprétation des programmes dans les manuels semble davantage nécessaire pour la définition de la praxéologie enseignée.

- OM3, Algèbre des polynômes

La majorité des types de tâches constitutifs de la praxéologie locale, a*lgèbre des polynômes,* est explicitée dans les programmes, selon une progression relative aux propriétés abordées. Par exemple, en EB7, il est recommandé de développer une expression en ayant recours à la simple ou à la double distributivité de la multiplication sur l'addition. En EB8, il s'agit de développer une expression en ayant recours aux identités remarquables.

Cependant, deux types de tâches de l'OM3 ne sont pas explicités en EB7, mais plutôt dans la classe précédente, en EB6. Il s'agit du *calcul de la valeur numérique d'une expression en donnant des valeurs particulières à la variable*, explicitée en EB6, et du *calcul d'une expression numérique en utilisant la distributivité simple*, sous-entendu en EB6. En effet, les types de tâches « *Développer* $n \times (a + b)$ et *Développer* $n \times (a - b)$*, n étant un nombre positif et en chiffres* » et « *Calculer* $n \times a + p \times b$ et *Calculer* $n \times a - p \times b$*, n et p positifs et en chiffres* » (Programme de la classe d'EB6, 1997, p. 35), laissent sous-entendre qu'il s'agit aussi bien d'un calcul de distributivité en utilisant la lettre comme d'un calcul numérique, surtout qu'il n'y a aucune donnée sur a et b.

Les techniques utilisées pour réaliser les types de tâches sont absentes du programme de la classe d'EB7, et peu explicitées dans celui de l'EB8. Elles portent sur l'application des identités remarquables pour développer ou factoriser une expression. Les éléments technologiques ne figurent pas dans les programmes.

5.1.5 Conclusion sur la praxéologie à enseigner définie dans les programmes

L'analyse des programmes de l'algèbre de la classe d'EB7 et celle d'EB8 montrent que, malgré l'importance accordée à la résolution de problèmes et à donner du sens à l'apprentissage dans les textes d'introduction du programme scolaire, l'outil algébrique n'est pas suffisamment évoqué dans les détails du contenu relatif aux expressions algébriques, par rapport à la praxéologie de référence autour des expressions algébriques.

La praxéologie locale relative à *l'algèbre des polynômes* est la plus présente dans les programmes d'EB7 et d'EB8, la majorité des types de tâches constitutifs de l'OM3 de référence y figurent. Ce qui n'est pas le cas pour les types de tâches de la praxéologie locale *génération des expressions algébriques*. Quant à *l'équivalence des expressions algébriques*, aucun type de tâches n'est présent dans les programmes. Il a y une absence de recommandations sur les programmes de calcul et l'équivalence d'expressions algébriques.

De plus, les techniques qui permettent de réaliser les types de tâches sont peu annoncées dans les programmes, et les technologies justifiant les techniques ne sont pas décrites. Ceci nous laisse supposer que l'interprétation des sujets d'études et des implicites est laissée à la charge du lecteur. Celui-ci peut avoir la liberté d'adopter les techniques qui lui conviennent pour réaliser les types de tâches recommandés. L'analyse du contenu des leçons portant sur les expressions algébriques dans les manuels peut renseigner davantage sur les éléments de la praxéologie à enseigner.

Enfin, l'absence de recommandations sur les programmes de calculs et l'équivalence d'expressions algébriques nous amène à nous interroger sur son influence sur l'enseignement et sur l'apprentissage des connaissances relatives à la praxéologie locale *Génération des expressions algébriques*, question à laquelle nous reviendrons ultérieurement.

5.2 Analyse de deux manuels scolaires d'EB7 (5^{e}) et d'EB8 (4^{e})

L'analyse de manuels scolaires permet, d'une part, d'interpréter le contenu des programmes préconisés et d'autre part, de mieux comprendre la composante cognitive des pratiques des enseignants, à partir des choix effectués. Notre but n'est pas de mener une analyse exhaustive des leçons d'algèbre qui figurent dans les manuels scolaires d'EB7 et d'EB8, mais de compléter la définition de la praxéologie à enseigner, déjà abordée dans l'analyse des programmes. La praxéologie à enseigner ainsi définie servira par la suite à l'étude des liens entre l'enseignement et l'apprentissage des élèves, objectif principal de cette recherche.

5.2.1 Choix des manuels

Pour comparer la praxéologie enseignée à celle à enseigner préconisée dans les programmes officiels et les manuels, les ressources à la portée des enseignants, nous nous limitons à analyser les leçons relatives aux expressions algébriques dans les manuels utilisés par les enseignants dont on cherche à observer les pratiques. Il s'agit donc des manuels d'EB7 et d'EB8 de deux collections, la collection *Théma* chez Hachette – Antoine, édition 1999, et la collection *Puissance* chez Al Ahlia, édition 2007. Les manuels des deux collections sont conformes au programme libanais de 1996. Ceux de la collection *Théma* sont inspirés des manuels de la collection *Cinq sur Cinq* chez Hachette, mais modifiés pour être adaptés au programme libanais. Pour faciliter la référence à chacun de ces manuels nous les désignons par la première lettre de la collection et la classe correspondante.

Tableau 5.3 – Liste des manuels scolaires analysés

Collection	Éditeur	Classe	Codage
Théma	Hachette – Antoine	EB7	T7
Théma	Hachette – Antoine	EB8	T8
Puissance	Al Ahlia	EB7	P7
Puissance	Al Ahlia	EB8	P8

5.2.2 Organisation des leçons d'algèbre

a) Les sommaires

Comme nous l'avons déjà signalé à la section 5.1.4, les programmes recommandent deux secteurs d'études pour le domaine de l'algèbre en EB7 et en EB8, les *expressions algébriques* et les *équations et les inéquations*. La lecture des sommaires montre qu'un chapitre, au moins, est réservé à l'étude de chacun de ces secteurs. Le tableau ci-dessous présente les chapitres qui portent explicitement sur l'algèbre dans chacun des manuels :

Manuel	Chapitre
T7	Expressions algébriques
	Résolution d'équations

T8	Calcul littéral – Équations
	Inéquations du premier degré
	Identités remarquables – Équations-produits
P7	Expressions algébriques
	Développement – Factorisation
	Équations
P8	Fractions littérales
	Identités remarquables – Développement – Réduction
	Factorisation
	Équations du types $(ax+b)(cx+d)=0$
	Inéquations du premier degré à une inconnue
	Expressions fractionnaires

Dans les manuels T7, P7 et P8, les chapitres correspondants aux secteurs d'étude suggérés par les programmes sont explicitement identifiés. Les expressions algébriques sont travaillées dans un seul chapitre (dans T7) ou dans plusieurs (P7 et P8), les équations sont traitées dans un chapitre et les inéquations en EB8 dans un autre chapitre. Tandis que dans T8, les expressions algébriques et les équations sont réunies dans les mêmes chapitres, en réservant un chapitre pour les inéquations. Ceci nous amène à nous interroger sur l'influence de cet assemblage sur les raisons d'être de la génération des expressions et des propriétés de calculs. L'analyse praxéologique des chapitres relatifs aux expressions algébriques permet de compléter la définition de la praxéologie à enseigner et de la situer par rapport à la praxéologie de référence.

b) Les chapitres

L'organisation des chapitres des expressions algébriques est différente entre les deux collections de manuels. Les mêmes parties y figurent, mais dans la collection *Puissance*, elles sont davantage regroupées par rapport à la collection *Théma*.

Dans les manuels T7 et T8, le chapitre s'organise en quatre parties. La partie *Activités*, qui se présente sous forme de tâches à résoudre. Elle constitue la première rencontre avec les connaissances. L'analyse de cette partie nous permet de déterminer les raisons d'être de l'OM régionale relative aux expressions algébriques et de les comparer à celles de l'OM de référence et à celles enseignées en classe.

La partie *Ce qu'il faut savoir*, qui représente le cours et dans laquelle nous trouvons les définitions et les propriétés à connaître. Dans cette partie, il y a exploration des techniques mises en jeu et du bloc technologico-théorique. Nous l'analysons pour dégager les types de tâches qui y figurent, les techniques associées et les technologies justifiant les techniques. Ainsi, nous définissons les praxéologies que nous situons par rapport aux praxéologies locales de l'OM de référence.

La partie *Apprendre à résoudre*, qui comporte des exercices résolus relatifs à certains genres de tâches. Cette partie vient compléter la précédente. Elle comporte des techniques et quelque fois des technologies. Son analyse permet de compléter celle relative au cours.

La partie *Exercices et problèmes*, qui constitue l'application et dans laquelle on doit mettre en œuvre les techniques annoncées. Nous analysons cette partie pour dégager aussi les types de tâches qui existent. Nous comptons le nombre d'apparitions de chaque type de tâches afin d'étudier l'importance qu'accordent les concepteurs des manuels aux différents types de tâches constitutifs des OM locales.

Dans les manuels P7 et P8, un chapitre s'organise en trois parties. La partie *Cours* qui englobe les parties *Activités, Ce qu'il faut savoir* et *Apprendre à résoudre* des manuels T7 et T8, la partie *Exercices* semblable à celle de T7 et T8 et la partie *Test* composée d'une série d'exercices variés. Pour l'analyse, nous rattachons la partie *Test* à la partie *Exercices*.

Nous organisons l'analyse praxéologique des manuels dépendamment des parties dégagées des manuels T7 et T8, et qui sont identifiables dans P7 et P8, c'est-à-dire nous étudions les activités, puis le cours et enfin les exercices des chapitres portant sur les expressions algébriques dans chacun des manuels. En effet, ces parties sont aussi celles identifiées dans les séquences d'enseignement analysées au chapitre suivant. Nous n'analysons pas les chapitres relatifs aux équations et aux inéquations, ni ceux portant sur les fractions littérales dans P8.

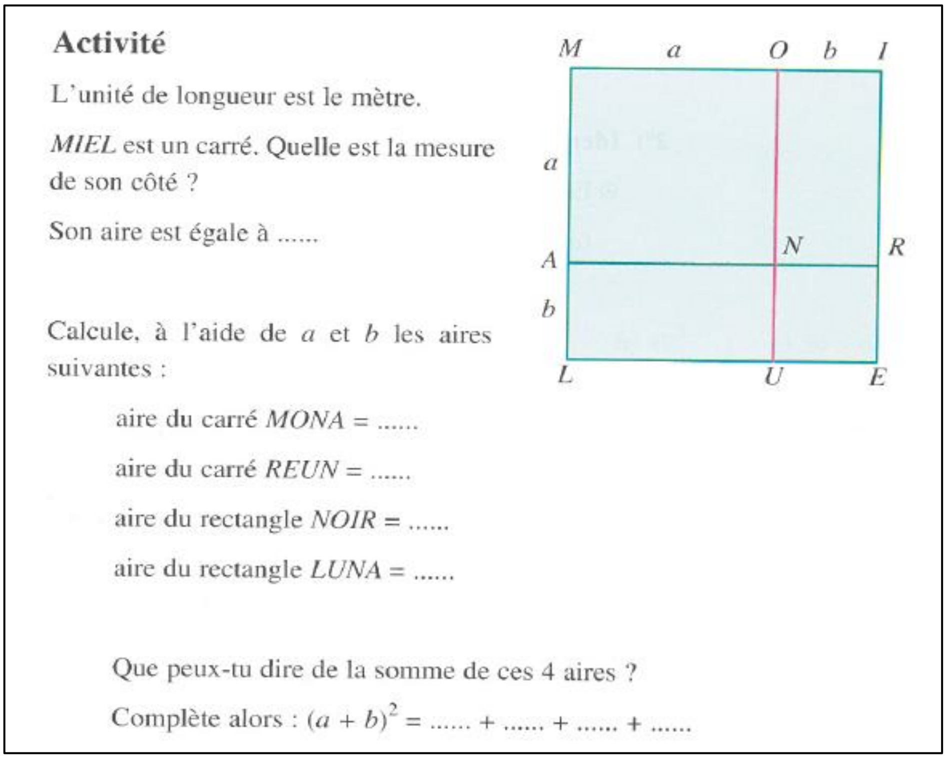
5.2.3 Analyse des activités

En nous référant aux raisons d'être de l'OM régionale mises en évidence dans l'OM de référence, nous nous intéressons à la raison d'être des expressions algébriques et à celle des propriétés de calcul (cf. chapitre 2). Autrement dit, nous cherchons ce qui est proposé dans les manuels et qui donne du sens aux expressions algébriques en mobilisant l'outil algébrique.

À partir de l'analyse praxéologique des activités introductives dans les chapitres d'expressions algébriques, nous repérons, d'une part, ce qui motive la génération des expressions algébriques. Nous rappelons que celle-ci est associée à une évolution de la considération des programmes de calcul comme résultat et non simplement comme processus (Pilet, 2012). D'autre part, nous cherchons ce qui motive l'introduction des propriétés de calcul, la distributivité en classe d'EB7 et les identités remarquables en EB8. Selon l'OM de référence, la motivation des propriétés du calcul algébrique est associée à la question de l'équivalence des programmes de calcul.

a) La motivation des expressions algébriques

Dans les quatre manuels étudiés, la motivation des expressions algébriques a lieu grâce à des problèmes de *traduction* entre un registre de représentation sémiotique et celui des écritures algébriques. Les expressions algébriques apparaissent comme un moyen pour représenter des grandeurs, comme dans la figure 5.1 tirée du manuel P8, ou des relations données en langage naturel, comme dans la figure 5.2, tirée de T7.



Activité

L'unité de longueur est le mètre.

MIEL est un carré. Quelle est la mesure de son côté ?

Son aire est égale à ......

Calcule, à l'aide de a et b les aires suivantes :

aire du carré *MONA* = ...

aire du carré *REUN* = ...

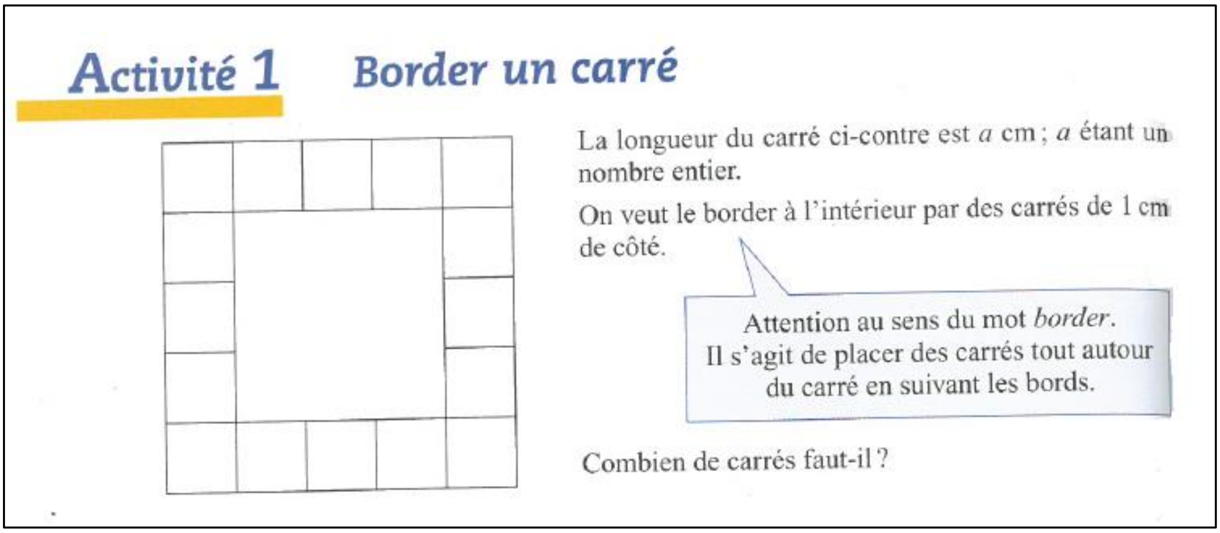
aire du rectangle *NOIR* = ...

aire du rectangle *LUNA* = ...

Que peux-tu dire de la somme de ces 4 aires ?

Complète alors : $(a + b)^2$ = ... + ... + ... + ...

Figure 5.1 – Motivation des expressions algébriques par la traduction dans le manuel P8 (activité, p. 89).



Activité 1 **Border un carré**

La longueur du carré ci-contre est a cm ; a étant un nombre entier.

On veut le border à l'intérieur par des carrés de 1 cm de côté.

Attention au sens du mot *border*.
Il s'agit de placer des carrés tout autour du carré en suivant les bords.

Combien de carrés faut-il ?

Figure 5.2 – Motivation des expressions algébriques par la traduction dans le manuel T7 (activité 1, p. 132).

Or, d’après l’OM de référence, la praxéologie locale OM1, *génération des expressions algébriques*, donne les raisons d’être des expressions algébriques grâce à la *production* d’une expression ou d’une formule pour résoudre un problème de généralisation, de preuve ou de modélisation, ou à la *traduction* entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques pour résoudre un problème.

Dans les manuels étudiés, la motivation par la *production* d’une expression algébrique ou d’une formule est absente, ainsi que le travail sur les programmes de calcul : prouver l’équivalence de deux programmes de calcul ou prouver le résultat du programme pour n’importe quelle valeur. Cependant, dans certaines activités, l’équivalence d’expressions est explicitée comme dans l’exercice de la figure 5.1, tandis que dans d’autres, elle est laissée à la charge du lecteur ou de l’enseignant, comme dans l’activité ci-dessous, tirée du manuel T7.

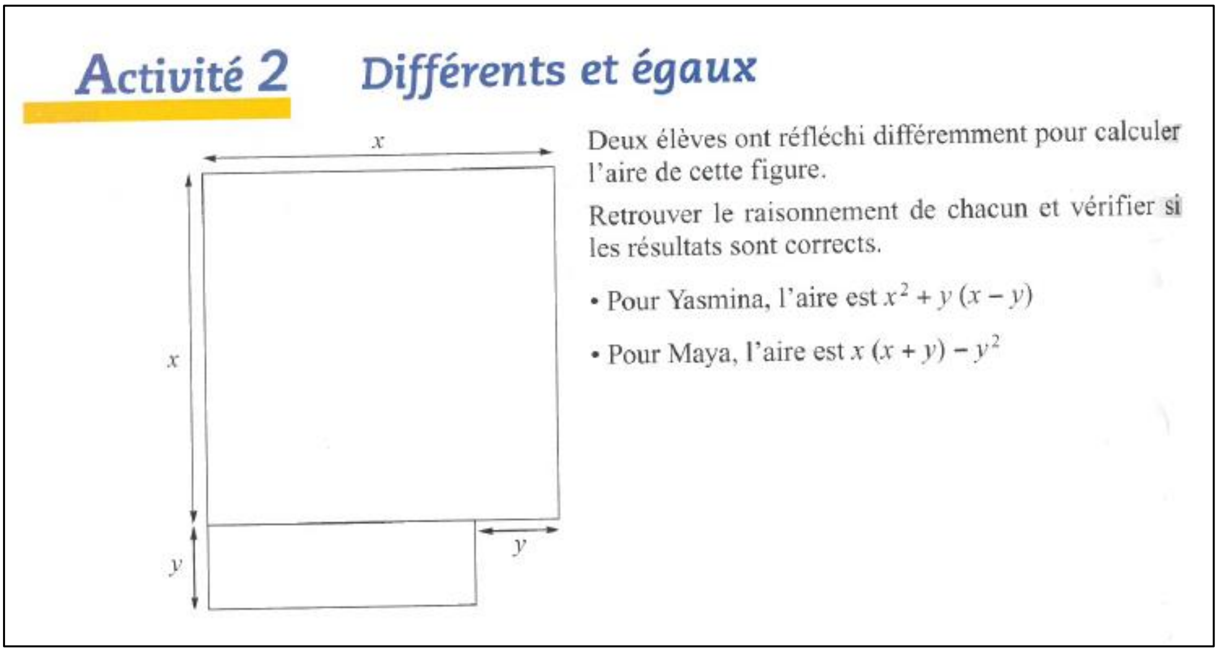


Figure 5.3 – L’équivalence des expressions algébriques non explicitée dans le manuel T7 (activité 2, p. 132).

Aucun élément de la consigne n’invite l’enseignant ou l’élève à montrer l’équivalence des deux expressions. Pour répondre à la question, il suffit de décrire la procédure utilisée en montrant les découpages réalisés pour calculer les aires des figures qui composent la figure de départ. Dans son enseignement, l’enseignant peut profiter de l'activité pour aborder l'équivalence des expressions algébriques en ayant recours aux règles de calcul algébrique.

b) La motivation des propriétés du calcul algébrique

Selon la progression recommandée dans les programmes officiels, la distributivité est travaillée en EB7 et les identités remarquables en EB8. L'analyse des activités constituant l'entrée dans l'algèbre dans les quatre manuels étudiés montre que les propriétés du calcul algébrique sont introduites à partir du calcul de l'aire d'une figure donnée de deux façons différentes, en faisant un changement de cadres entre le cadre des grandeurs et le cadre algébrique. Les expressions algébriques obtenues seront équivalentes. Mais dans ce cas, les expressions algébriques seront considérées du point de vue structural et non pas procédural, comme ça aurait été le cas s'il s'agissait de l'équivalence de programmes de calcul (Pilet, 2012). Cette approche qui s'appuie sur la décomposition des aires est celle préconisée dans les programmes de l'EB7 et de l'EB8. Dans chacun des manuels, on rencontre aussi des propriétés du calcul algébrique introduite en tant qu'objet, sans aucune motivation à leur raison d'être, comme si l'objectif était de faire acquérir aux élèves la règle sans s'appuyer sur une généralisation ou une modélisation.

Dans les manuels P7 et T7, nous retrouvons la même activité, pour effectuer le produit de deux monômes, mais avec des valeurs numériques différentes, comme l'illustre la figure 5.4 (à gauche, manuel P7, activité, p. 145 – à droite, manuel T7, activité 4, p. 133).

Activité

1°) Complète le tableau suivant :

x	2	−1	0,3
x^2			
$3x^2$			
x^3			
$2x^3$			
$3x^2 \times 2x^3$			
x^5			
$6x^5$			

2°) Compare les lignes coloriées en rose et complète :

$3x^2 \times 2x^3 =$ ....

Activité 4 Avec ma calculatrice

1 Utiliser la calculatrice pour compléter le tableau.

x	2	0,6	3
$4{,}5x^2$			
$2x^4$			
$4{,}5x^2 \times 2x^4$			
$9x^6$			

2 La dernière ligne du tableau était-elle prévisible ?

3 Justifier l'égalité :
$4{,}5x^2 \times 2x^4 = 9x^6$.

.Figure 5.4 – Introduction du produit de monômes en dégageant la règle à partir d'exemples numériques

Dans le manuel P8, l'introduction de la factorisation a lieu par une application directe des règles de calcul de distributivité.

Activité

Tu sais que :

$$ka + kb = k\,(a + b) \quad ; \quad ka - kb = k\,(a - b)$$

$$ka + kb + kc = k\,(a + b + c) \quad ; \quad ka - kb - kc = k\,(a - b - c)$$

Factorise :

1°) $3x - 9$; **2°)** $5x + 10y$; **3°)** $x + xy$

4°) $2x + 2y - 2$; **5°)** $xy + x^2 + x$; **6°)** $-5xy + 10x + 5x$.

Figure 5.5 – L'activité d'introduction à la factorisation dans le manuel P8 (activité, p. 98).

Ainsi, les quatre manuels analysés motivent les expressions algébriques par des problèmes de *traduction* portant principalement sur le calcul de grandeurs et sa traduction en écritures algébriques. Le recours à l'équivalence d'expressions algébriques a lieu quelque fois pour déduire les propriétés de calcul algébrique visées. L'équivalence de programmes de calcul ainsi que la dialectique algébrique / numérique semblent quasi absentes de la partie *Activités* des manuels étudiés.

5.2.4 Analyse du cours

Dans l'analyse des parties relatives au cours (qui incluent *Apprendre à résoudre* dans T7 et T8), nous mettons en évidence les types de tâches qui interviennent, les techniques qui leur sont associées et les technologies qui justifient les techniques. Nous nous référons à l'OM régionale de référence relative aux expressions algébriques, pour repérer à quelle praxéologie locale interviennent majoritairement les types de tâches proposés et pour déterminer le niveau d'atteinte du bloc technologico-théorique dans les quatre manuels étudiés. Ainsi, nous trouvons les éléments nécessaires pour compléter la définition de la praxéologie à enseigner, déjà entamée dans l'analyse des programmes.

a) Les types de tâches dans le cours

Pour chaque manuel, nous avons relevé les types de tâches qui sont présents dans le cours et nous les avons présentés dans le tableau ci-dessous, en nous référant aux praxéologies locales constitutives de l'OM régionale de référence, relative aux expressions algébriques.

Tableau 5.4 – Répartition des types de tâches présents dans le cours des manuels

OM	**Genre**	**Type de tâche**	**T7**	**T8**	**P7**	**P8**
OM1 Génération des expressions	T_P Produire	$T_{P-Exp-Equivalence-PC}$				
		$T_{P-Exp-Resultat-PC}$				
	T_T Traduire	$T_{T-Exp\to Prog}$				
		$T_{T-Prog\to Exp}$		×		
		$T_{T-LgNat\to Exp}$				
		$T_{T-Exp\to LgNat}$				
		$T_{T-Exp\to Longueur}$				
		$T_{T-Exp\to Perimetre}$				
		$T_{T-Exp\to Aire}$				
		$T_{T-Exp\to Volume}$				
		$T_{T-Exp\to Angle}$				
		$T_{T-Longueur\to Exp}$				
		$T_{T-Perimetre\to Exp}$				
		$T_{T-Aire\to Exp}$				
		$T_{T-Volume\to Exp}$				
		$T_{T-Angle\to Exp}$				
		$T_{T-Relation\to Formule}$				
		$T_{T-Formule\to Relation}$				
		$T_{T-Pteari\to Exp}$				
		$T_{T-Exp\to Pteari}$				
		$T_{T-Arbre\to Exp}$				
		$T_{T-Exp\to Arbre}$				
	T_A Associer	$T_{A-Exp-Longueur}$				
		$T_{A-Exp-Perimetre}$				
		$T_{A-Exp-Aire}$				
		$T_{A-Exp-Volume}$				
		$T_{A-Exp-Angle}$				
		$T_{A-Exp-Prog}$				
		$T_{A-Exp-LgNat}$				
		$T_{A-Relation\to Formule}$				
OM2 Équivalence des expressions	Prouver	$T_{Prouver-equiv}$				
	Tester	T_{Tester}				
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	$T_{Structure-som}$	×	×	×	
		$T_{Structure-produit}$	×	×	×	
		$T_{Structure-carre}$		×		
		$T_{Structure-cube}$				

	$T_{Choisir}$ Choisir	Choisir l'expression la plus adaptée.				
	Associer	$T_{Associer}$				
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer	$T_{DDS-mon\times som}$	×		×	×
		$T_{DDS-entier\times som}$	×	×	×	×
		$T_{DDD-som\times som}$		×	×	×
		$T_{DIR-som\times diff}$		×		×
		$T_{DIR-car}$		×		×
	T_F Factoriser	$T_{FA/mon}$		×	×	×
		$T_{FA/som}$		×	×	×
		$T_{FA-mon+mon}$	×	×	×	×
		$T_{FA^*/mon}$	×		×	×
		$T_{FA^*/som}$				×
		$T_{FNA/mon}$	×			×
		$T_{FNA/som}$				×
		$T_{FIR-diff}$		×		×
		$T_{FIR-som}$		×		×
	T_R Réécrire	$T_{R-carré}$		×		
		$T_{R-canonique}$	×	×	×	×
	T_C Calculer	T_{C-num}			×	×
		$T_{CDS-num}$			×	
		$T_{CIR-num}$				×

Le tableau ci-dessus montre que les types de tâches relatifs à la praxéologie locale l'*algèbre des polynômes* sont ceux qui sont majoritairement présents dans le cours, par rapport à ceux des deux autres praxéologies locales de référence, la *génération* et *l'équivalence des expressions*, dans les quatre manuels analysés.

En comparant les types de tâches qui figurent dans le cours des manuels à ceux préconisés dans les programmes des classes étudiées (cf. tableau 5.2), nous relevons l'absence du genre de tâche *Traduire* du cours des manuels T7, P7 et P8 bien qu'il soit recommandé dans les programmes de classe d'EB7 et celle d'EB8. Néanmoins, bien que les programmes n'explicitent aucun genre de tâches constitutif de l'*équivalence des expressions algébriques*, le cours des manuels T7, T8 et P7 comprennent des genres de tâches relatifs à l'OM2.

Le manuel T8 est le seul parmi les quatre dans lequel il existe, dans le cours, un exemple résolu sur les programmes de calcul, ainsi qu'une question sur la résolution d'équations, comme l'illustre la figure 5.6. Nous rappelons que dans ce manuel, le même chapitre traite les expressions algébriques et la résolution d'équations.

Exercice résolu 1

Énoncé

1° *Appliquer le programme de calcul ci-contre en prenant 4, puis – 1,5, puis x comme nombre de départ (dans ce dernier cas, on donnera une expression réduite du programme).*

2° *Quel est le nombre de départ sachant que le résultat annoncé est 61 ? – 74 ?*

Programme de calcul

- Choisir un décimal (relatif).
- Multiplier par (– 2).
- Ajouter 3.
- Multiplier le tout par 5.
- Retrancher 14.
- Annoncer le résultat.

Figure 5.6 – Un programme de calcul à traduire par une expression algébrique dans la manuel T8 (p. 84)

Il s'agit d'une tâche de traduction d'un programme de calcul en une expression algébrique, étant donné que l'introduction de la lettre n'est pas à la charge de l'élève.

Dans l'analyse de la partie *Activités* des manuels, nous avons montré la présence de deux raisons d'être, la traduction entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques pour motiver la *génération des expressions*, et la décomposition des aires pour introduire les propriétés du calcul algébrique. L'absence de ces raisons d'être du cours des chapitres étudiés montre le manque de rattachement entre les activités et le cours, et donc entre les différentes praxéologies locales, et peut induire l'importance accordée à l'aspect objet de l'algèbre au moment de l'exploration des connaissances.

b) *Les techniques associées aux types de tâches*

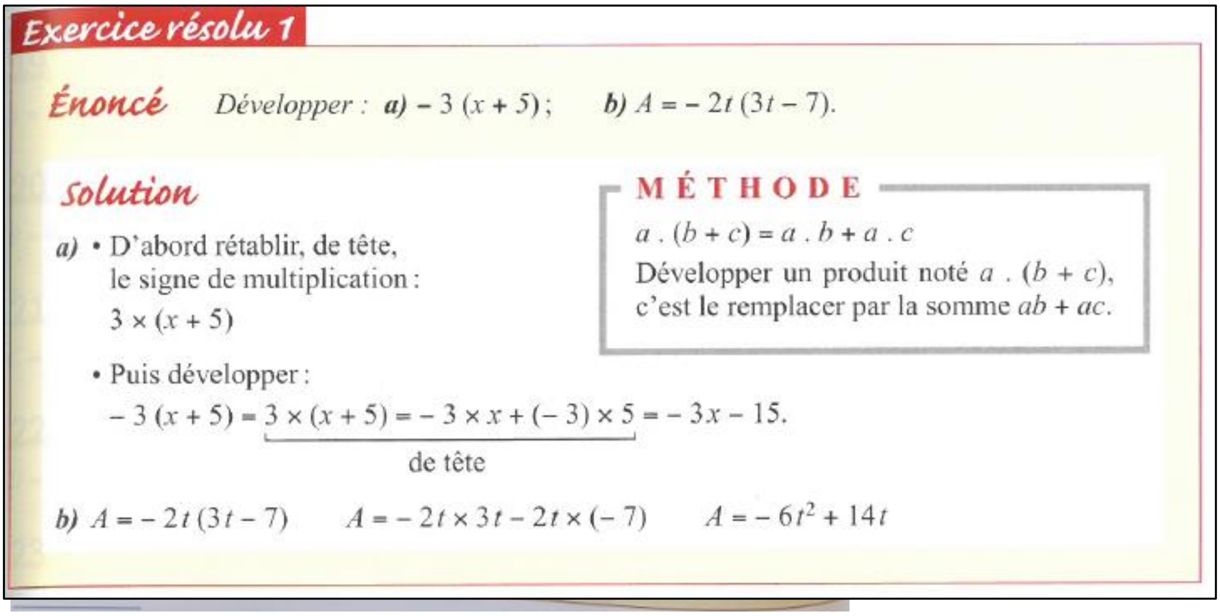
Nous repérons les techniques utilisées pour réaliser les types de tâches de l'OM3, les seules qui figurent dans les manuels analysés. Celles-ci reposent sur la technique générique de l'instanciation, figurant dans l'OM de référence (Pilet, 2012, p. 129) présentée à la section 2.3. Cette technique consiste en plusieurs étapes :

- *Reconnaître la structure de l'expression afin de déterminer la(les) propriété(s) à utiliser,*
- *Réécrire l'expression pour appliquer la(les) propriété(s),*

- *Appliquer la(les) propriété(s) en attribuant des valeurs particulières aux variables générales de l'expression.*

Ces étapes ne sont pas toutes explicitées dans le cours des manuels.

Dans les manuels T7 et T8, on trouve explicitement la reconnaissance de la structure d'une expression, comme l'illustrent les figures 5.7 et 5.8.



Exercice résolu 1

Énoncé *Développer :* **a)** $-3(x+5)$; **b)** $A = -2t(3t-7)$.

Solution

a) • D'abord rétablir, de tête, le signe de multiplication : $3 \times (x+5)$

• Puis développer :

$-3(x+5) = \underbrace{3 \times (x+5)}_{\text{de tête}} = -3 \times x + (-3) \times 5 = -3x - 15.$

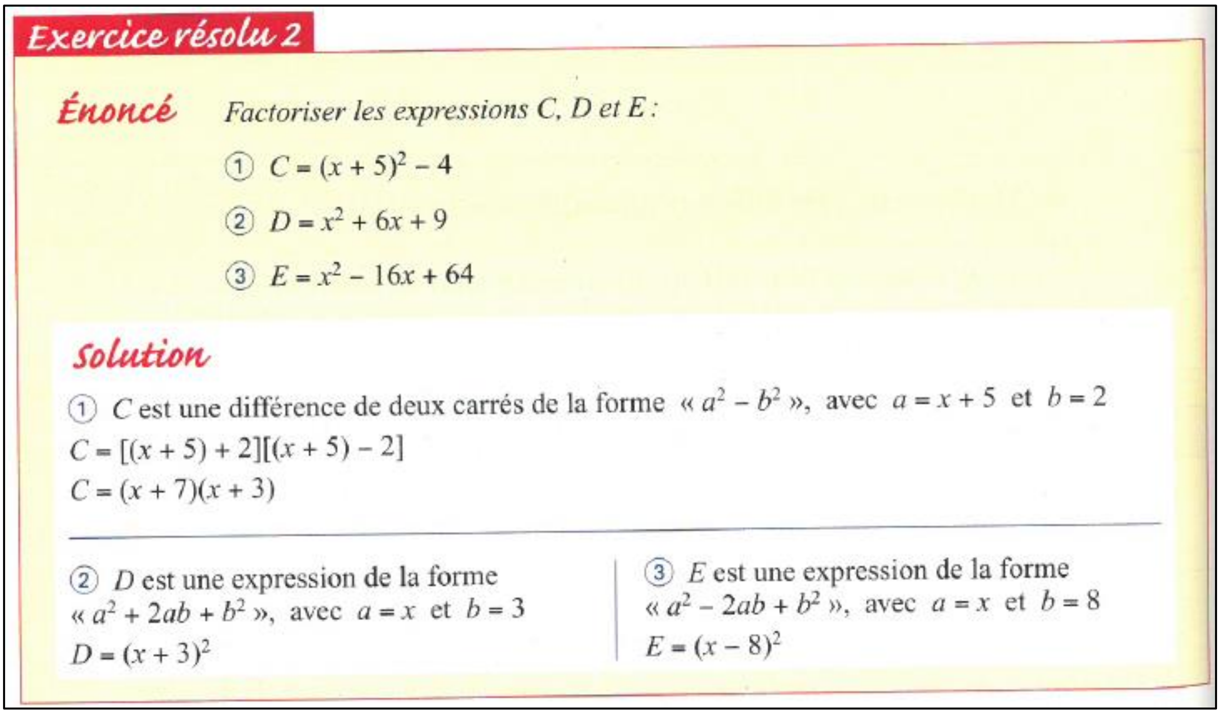
b) $A = -2t(3t-7)$ $A = -2t \times 3t - 2t \times (-7)$ $A = -6t^2 + 14t$

MÉTHODE

$a \,.\, (b+c) = a \,.\, b + a \,.\, c$

Développer un produit noté $a \,.\, (b+c)$, c'est le remplacer par la somme $ab + ac$.

Figure 5.7 – Identification du produit de facteurs dans le manuel T7 (question a, p. 135)



Exercice résolu 2

Énoncé *Factoriser les expressions C, D et E :*

① $C = (x+5)^2 - 4$

② $D = x^2 + 6x + 9$

③ $E = x^2 - 16x + 64$

Solution

① C est une différence de deux carrés de la forme « $a^2 - b^2$ », avec $a = x + 5$ et $b = 2$

$C = [(x+5)+2][(x+5)-2]$

$C = (x+7)(x+3)$

② D est une expression de la forme « $a^2 + 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 3$

$D = (x+3)^2$

③ E est une expression de la forme « $a^2 - 2ab + b^2$ », avec $a = x$ et $b = 8$

$E = (x-8)^2$

Figure 5.8 – Identification d'un carré dans le manuel T8 (question 1, p. 158)

Dans les manuels P7 et P8, la réécriture de l'expression pour appliquer la propriété est souvent accompagnée par l'activation d'ostensifs (cf. chapitre 1) dans les techniques comme les flèches pour montrer les propriétés de la distributivité, les traits soulignant ou les cercles entourant les facteurs communs, comme dans l'exemple de la figure 5.9.

$$\begin{aligned} \mathrm{F} &= (x-5)(2x+3) + x^2 - 25. \\ \mathrm{F} &= (\underline{x-5})(2x+3) + (\underline{x-5})(x+5) \\ &= (x-5)\left[(2x+3)+(x+5)\right] \\ &= (x-5)(3x+8). \end{aligned}$$

Figure 5.9 – Réécriture de l'expression et activation d'ostensifs pour factoriser une expression dans le manuel P8 (exemples d'application, question 6, p. 99).

c) Les technologies justifiant les techniques dans le cours

Les quatre manuels analysés mettent en évidence un discours technologique qui s'appuie sur la description des actions et des opérations à effectuer, auquel s'ajoute dans les manuels T7 et T8, l'identification de la structure de l'expression afin de reconnaître la propriété à utiliser.

Les actions sont décrites en ayant recours à des ostensifs pour faire apparaître les règles de calcul mises en jeu ou un discours précis comme « Développer l'expression $m(a+b)$ c'est la remplacer par $ma+mb$ » (manuel P7, p. 154) ou encore « Parenthèses précédées du signe +, on conserve les signes » (manuel T8, p. 82). Dans la plupart des cas, les propriétés utilisées ne sont pas mises en avant.

5.2.4 Analyse des exercices et des problèmes

À travers l'analyse de la partie *Exercices et problèmes* dans les manuels étudiés, nous visons principalement trois objectifs. Le premier consiste à compléter la définition de la praxéologie à enseigner, le second à relever l'importance accordée à chacun des types de tâches constitutifs des praxéologies locales de référence, et le troisième concerne le retour que nous ferons à cette partie lors de l'étude des pratiques des enseignants, au chapitre 6.

a) Méthodologie d'analyse

Nous relevons les types de tâches mis en jeu dans les exercices et les problèmes proposés dans les chapitres et nous précisons le nombre d'items de chaque type de tâches. Par *item* nous désignons une question ou une expression à effectuer dans un exercice en comportant plusieurs. Par exemple, l'exercice 16 est composé de quatre items :

16 Réduire :

a) $5t^2y \, . \, 2y$; *b)* $-t^2 \, . \, 8tz^2$;

c) $4xy \, . \, (-2xy)$; *d)* $4xy - 2xy$.

Exercice 16 – p. 136 – Manuel T7

Ceci nous renseigne sur les types de tâches peu ou pas proposés et ainsi sur les praxéologies locales de référence peu ou pas mises en évidence dans les manuels. Nous avons choisi de compter le nombre d'items et de calculer les pourcentages correspondants pour deux raisons. D'abord, il existe des exercices qui convoquent plusieurs types de tâches, soit parce qu'ils sont composés de plus d'une seule question, soit parce que chaque expression peut convoquer un type de tâche différent de l'autre. Par exemple, l'exercice 16 est composé d'une seule question mais convoque deux types de tâches. Les expressions *a*, *b* et *c* convoquent le type de tâche *Réécrire un monôme sous la forme canonique* aX^n *,* $a \in IR, n \in IN$, tandis que dans l'expression *d*, il s'agit de *réduire une somme algébrique* ou *factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite*. Ensuite, le dénombrement d'items facilitera, ultérieurement, la comparaison entre ce qui est proposé dans le manuel et ce qui est enseigné et résolu en classe parce que, face à un exercice composé de plusieurs expressions, les enseignants peuvent en sélectionner une ou plus à effectuer en classe.

Pour un item donné, nous considérons le(ou les) type(s) de tâches dépendamment de l'énoncé, c'est-à-dire, nous ne précisons pas les types de tâches R-convoqués pour la réalisation de l'item mais nous prenons en compte seulement les types de tâches T-convoqués (cf. section 1.3). Par exemple, pour le second item (l'expression B) de l'exercice de la figure 9 ci-dessous, les types de tâches mis en jeu portent sur le développement, *développer un carré* pour le calcul de $(x-3)^2$, *développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple* pour le calcul de $3x(2x+1)$ et sur la réduction, *factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite*. Nous ne considérons pas le type de tâches T-convoqué, non explicite, *réécrire un monôme sous la forme canonique* aX^n , $a \in IR, n \in IN$ malgré sa convocation pour la réduction de l'expression.

9 Développe et réduis.

1°) $A = (2x+1)^2 + (x-1)(3x-1)$.

2°) $B = (x-3)^2 - 3x(2x+1)$.

3°) $C = (x-2)(x+2) - (x-3)^2$.

4°) $D = (x-2y)^2 + (2x+y)^2$.

5°) $E = \left(\frac{x}{2}+y\right)^2 + \left(\frac{x}{2}-y\right)^2$.

6°) $F = (3x-y)^2 - (3x+y)^2$.

Exercice 9 – p. 93 – Manuel P8

Dans le manuel T8, les chapitres d'algèbre portent à la fois sur les expressions algébriques et les équations. Les exercices sont classés par catégories désignées par des titres. Étant donné que notre analyse porte seulement sur la praxéologie régionale relative aux expressions algébriques, nous avons choisi d'analyser les exercices et les problèmes correspondants, en ignorant ceux des équations et de la mise en équation.

b) *La présence des praxéologies locales de référence*

Le tableau ci-dessous présente les pourcentages d'apparition de chacune des praxéologies locales de référence dans la partie *Exercices et problèmes* des quatre manuels scolaires étudiés pour l'ensemble des items proposés.

Tableau 5.5 – Répartition des items relatifs aux praxéologies locales dans les manuels

Manuel	**T7**	**T8**	**P7**	**P8**
Total des items	191	355	242	383
OM1	0%	6,2%	6%	1%
OM2	4,7%	14,4%	7%	9,9%
OM3	95,3%	79,4%	87%	89%

Le tableau 5.5 montre la présence des trois praxéologies locales de référence dans trois des quatre manuels, la *génération des expressions* étant absente des exercices proposés dans le manuel T7. Le fort poids est accordé à l'*algèbre des polynômes* dans les quatre manuels. Autrement dit, la majorité des exercices proposés, plus de 80% des exercices, portent sur les objets de l'algèbre et sur l'entraînement au calcul algébrique. L'outil algébrique, mis en évidence dans les raisons d'être de la *génération des expressions* se manifeste en EB7 ou en EB8, selon la collection de manuels. 6% des exercices de P7 et de T8 portent sur la *génération des expressions*.

Le repérage des types de tâches relatifs à chacune des praxéologies locales de référence permettra d'étudier, de plus près, l'approche préconisée par les manuels pour l'enseignement des expressions algébriques et de compléter ainsi, la définition de la praxéologie à enseigner.

c) Les types de tâches constitutifs des praxéologies locales dans les exercices

Le tableau 5.6 ci-dessous montre les types de tâches présents dans la partie *Exercices et problèmes* des manuels, ainsi que leur pourcentage par rapport au nombre total d'items. Les cases vides correspondent aux types de tâches non convoqués dans les items.

Tableau 5.6 – Pourcentage d'items convoquant les types de tâches dans les manuels scolaires

Genres	**Types de tâches**	**T7**	**T8**	**P7**	**P8**
Total d'items		191	355	242	383
OM1, Génération des expressions					
T_PProduire	$T_{P-Exp-Equivalence-PC}$				
	$T_{P-Exp-Resultat-PC}$				
T_T Traduire	$T_{T-Exp\rightarrow Prog}$				
	$T_{T-Prog\rightarrow Exp}$		1,1%		
	$T_{T-LgNat\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Exp\rightarrow LgNat}$				

	$T_{T-Exp\rightarrow Longueur}$				0,2%
	$T_{T-Exp\rightarrow Perimetre}$				
	$T_{T-Exp\rightarrow Aire}$		0,3%		0,5%
	$T_{T-Exp\rightarrow Volume}$				
	$T_{T-Exp\rightarrow Angle}$				
	$T_{T-Longueur\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Perimetre\rightarrow Exp}$			2,5%	
	$T_{T-Aire\rightarrow Exp}$		1,7%		0,2%
	$T_{T-Volume\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Angle\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Relation\rightarrow Formule}$				
	$T_{T-Formule\rightarrow Relation}$		0,3%		
	$T_{T-Pteari\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Exp\rightarrow Pteari}$				
	$T_{T-Arbre\rightarrow Exp}$				
	$T_{T-Exp\rightarrow Arbre}$				
T_A Associer	$T_{A-Exp-Longueur}$		1,1%		
	$T_{A-Exp-Perimetre}$				
	$T_{A-Exp-Aire}$				
	$T_{A-Exp-Volume}$				
	$T_{A-Exp-Angle}$				
	$T_{A-Exp-Prog}$				
	$T_{A-Exp-LgNat}$		1,7%	3,7%	
	$T_{A-Relation\rightarrow Formule}$				
OM2, Équivalence des expressions algébriques					
$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	$T_{Prouver-equiv}$		0,3%	1,2%	2,6%
T_{Tester} Tester	T_{Tester}			3,7%	
$T_{Structure}$ Identifier la structure	$T_{Structure-som}$				
	$T_{Structure-produit}$		3,7%		1%
	$T_{Structure-carre}$		6%		2%
	$T_{Structure-cube}$				
$T_{Choisir}$ Choisir	Choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé.		0,3%		2,6%
$T_{Associer}$ Associer	$T_{Associer}$	4,7%	4,2%	2%	1,6%
OM3, Algèbre des polynômes					
T_D Développer	$T_{DDS-mon\times som}$	6,3%	2,5%	4,6%	1,8%
	$T_{DDS-entier\times som}$	12,6%	10,4%	12,8%	3,7%
	$T_{DDD-som\times som}$		6,5%	9,9%	3,4%
	$T_{DIR-som\times diff}$		4,8%		4%
	$T_{DIR-car}$		11,8%		11,8%
T_F Factoriser	$T_{FA/mon}$	4,2%	0,9%	2,9%	1,8%
	$T_{FA/som}$	4,2%	3,1%	2,5%	4,4%
	$T_{FA-mon+mon}$	34,6%	18,3%	25,2%	7,6%
	$T_{FA^*/mon}$	6,8%	0,9%	7%	3,1%
	$T_{FA^*/som}$				3,9%
	$T_{FNA/mon}$	5,8%	0,3%	6,2%	1%
	$T_{FNA/som}$			0,4%	8%
	$T_{FIR-diff}$		3,1%		11,5%
	$T_{FIR-som}$		4,8%		6,5%
T_R Réécrire un monôme	$T_{R-carré}$				
	$T_{R-canonique}$	14,1%		5,8%	
T_C Calculer	T_{C-num}	6,8%	12,1%	5,4%	11,8%
	$T_{CDS-num}$			4,1%	
	$T_{CIR-num}$				3,7%

Concernant la praxéologie locale de référence, la *génération des expressions*, les types de tâche du genre *Produire* ne sont pas présents dans les quatre manuels étudiés. Ceux des genres de tâches *Traduire* et *Associer*, ils sont convoqués dans les manuels P7, P8 et T8, et non pas dans T7. Les items de traduction dans les manuels de l'EB8 mettent en jeu les aspects procédural et structural des expressions parce qu'ils portent sur la traduction du registre des représentations sémiotiques vers celui des écritures algébriques et inversement. L'aspect structural est aussi mis en jeu dans les manuels P7 et T8 grâce aux items qui convoquent l'association d'une expression algébrique à une phrase en langage naturel. Ceci n'est pas présent dans les manuels T7 et P8. Le manuel T8 présente une variété de types de tâches du genre *Traduire* par rapport à ceux du manuel P8, et il est le seul qui contient des programmes de calcul. 1,1% des items dans T8 (ou 4 items de 355) font intervenir la traduction d'un programme de calcul en une expression algébrique. La comparaison des tableaux 5.4 et 5.6 montrent qu'il existe des genres de tâches absents du cours mais présents dans les exercices, comme le genre *traduire*.

Quant aux types de tâches constitutifs de la praxéologie locale de référence l'*équivalence des expressions*, ils sont relativement plus nombreux que ceux de l'OM1, mais beaucoup moins nombreux par rapport à l'*algèbre des polynômes*. La plupart de ces types de tâches figure dans des exercices à question fermée, où il s'agit de relier une expression algébrique à sa forme réduite, comme dans la figure 1 ci-dessous, ou bien de répondre par vrai ou faux comme dans l'exercice 9 qui suit, ou bien encore de compléter les écritures pour se ramener à une identité remarquable, comme dans la figure 11.

1 Associer chaque expression proposée à sa formule réduite :

$-x+7x$	•	•	x
$3x-4x$	•	•	$-6x$
$7x-6x$	•	•	$-x$
$-x-5x$	•	•	$-6x$
$x-7x$	•	•	$6x$

Exercice 1 – p. 136 – Manuel T7

9 Réponds par vrai ou faux .

1°) Soit l'expression algébrique:

$2x^3y - 6xy^5 + 4abx + 8$.

a) $2x^3y - 6xy^5$ est un monôme.

b) $4abx$ est un monôme.

2°) $3x^2 \times 5x^2 = 8x^2$.

3°) $3x^2 \times 5x^3 = 15x^5$.

4°) $4x^5 + 2x^5 = 6x^5$.

5°) $4x^5 + 2x^5 = 6x^{10}$.

6°) $2x^3 + 3x^2 = 5x^5$.

7°) $2a^3b + 3ab^3 = 6a^4b^4$.

Exercice 9 – p. 150 – Manuel P7

11 Complète.

1°) $(... + 4)^2 = x^2 + ... + 16.$

2°) $(x - ...)^2 = x^2 - ... + 9.$

3°) $(... + 2)^2 = 9a^2 + ... + ...$

4°) $\left(... + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + ... + ...$

Exercice 11 – p. 94 – Manuel P8

Il semble que dans ces exercices, ce n'est pas la dénotation des expressions, ni la justification de l'équivalence de deux expressions qui sont visées. Nous supposons qu'il ne s'agit pas de mettre en œuvre la preuve algébrique et d'aborder le contre-exemple, mais le but semble être de varier les consignes relatives aux types de tâches du calcul algébrique.

La praxéologie locale l'*algèbre des polynômes* est la plus présente dans les manuels étudiés. Plus de 80% des items proposés dans les exercices sur les expressions algébriques mettent en jeu des types de tâches constitutifs de l'OM3. Les types de tâches relatifs aux genres de tâches *développer* et *factoriser* sont répétés dans les manuels d'une classe à la suivante et respectent la progression proposée dans les programmes officiels. Plus d'un quart des items relèvent du développement et de la factorisation. Le seul type de tâche qui ne figure dans aucun item est r*éécrire un monôme sous la forme d'un carré*, du genre *réécrire un monôme*. En effet, aucun item ne porte explicitement sur ce type de tâche, sachant qu'il sera convoqué pour factoriser une expression par exemple, notamment pour faire apparaître une identité remarquable avant de factoriser. L'explicitation de ce type de tâches peut aider les élèves à réussir les tâches de factorisation. Quant à la *réécriture d'un monôme sous la forme canonique* aX^n *,* $a \in IR, n \in IN$, elle figure explicitement dans les manuels d'EB7, mais elle est convoquée dans les tâches de développement et de réduction. Enfin, pour les types de tâches du genre *calculer*, nous remarquons que ceux qui portent sur le calcul numérique en ayant recours à la distributivité de la multiplication sur l'addition ou aux identités remarquables sont peu présents. Ceci peut être une conséquence de l'interprétation du programme officiel, laissée souvent à la charge du lecteur.

5.2.6 Conclusion sur la praxéologie à enseigner définie dans les manuels

L'analyse de chacune des parties du(ou des) chapitre(s) relatif(s) aux expressions algébriques dans les manuels de l'EB7 et de l'EB8, des collections *Puissance* et *Théma* conduit à trois principales conclusions : les trois praxéologies locales de référence existent dans chacun des chapitres, mais elles sont travaillées indépendamment les unes des autres, et la praxéologie locale relative à l'*algèbre des polynômes* occupe la plus grande place.

À propos de la *génération des expressions algébriques*, elle est mise en jeu grâce à des problèmes du genre de tâches *traduire* qui figurent dans les parties *Activités* et *Exercices et problèmes*. Le genre de tâches *produire* est absent des chapitres. Dans le cours, les types de tâches constitutifs de l'OM1 ne sont pas mis en évidence, comme si leur introduction dans la partie *Activités* visait la déduction des règles de calcul algébrique exposées dans le cours sans faire intervenir les raisons d'être des expressions. Dans les parties *Activités* et *Exercices et problèmes*, l'aspect procédural des expressions est mis en jeu, l'aspect structural est peu présent dans les exercices. Les programmes de calcul sont quasi-absents des manuels, seul un manuel de l'EB8, T8, en présente quelques exercices, sans faire travailler la dialectique entre les aspects procédural et structural des expressions. L'équivalence des programmes de calcul est inexistante. Les propriétés de calcul algébrique sont plutôt présentées sous forme de règles à appliquer.

La technique associée aux types de tâches, comme nous l'avons déjà précisé, est la technique générique de l'instanciation. Elle figure dans la partie *Cours* des manuels analysés, mais sans que toutes ses étapes soient explicitées, celles qui mettent en jeu des genres de tâches constitutifs de l'OM2. Le discours technologique porte sur la présentation de suites d'actions à effectuer, avec la mobilisation de quelques ostensifs.

Les types de tâches constitutifs de l'*équivalence des expressions algébriques* figurent dans la partie *Exercices et problèmes*, mais l'accent n'est pas mis sur la preuve algébrique, ni sur le recours au contre-exemple pour justifier qu'une proposition est fausse. L'identification de la structure d'une expression, nécessaire pour effectuer les tâches de développement et de factorisation n'est abordée qu'implicitement. Aucun item dans les parties *Activités* et *Cours* n'abordent les types de tâches du genre de tâches *identifier la structure* de l'OM2.

La praxéologie locale l'*algèbre des polynômes* est la plus présente dans les manuels et elle figure dans toutes les parties. Tous les types de tâches constitutifs de l'OM3 sont mis en jeu dans au moins, l'un des manuels de chaque collection, selon la progression recommandée dans les programmes. Uniquement, le type de tâche portant sur la *réécriture d'un monôme sous la forme d'un carré* est absent des manuels. Bien qu'il doit être convoqué par l'élève lors de la factorisation en ayant recours aux identités remarquables, il ne figure explicitement dans aucun des chapitres étudiés. Ainsi, une grande partie des chapitres est consacrée à la manipulation des expressions algébriques, travail technique dont les raisons d'être ne semblent pas être suffisamment explicitées à partir de l'OM1 et de l'OM2.

Ces résultats ne semblent pas être spécifiques à quelques manuels libanais seulement, ils se retrouvent aussi dans plusieurs autres manuels français (Pilet, 2012).

5.3 La praxéologie à enseigner définie dans les instructions officielles de la classe d'EB7 (5e) et celle d'EB8 (4e)

L'objectif principal de l'analyse des instructions officielles est de déterminer la praxéologie à enseigner relative aux expressions algébriques, telle qu'elle est définie dans les programmes officiels et quatre manuels scolaires de l'EB7 et de l'EB8, et ceci en nous référant à l'OM régionale relative aux expressions algébriques définie à la section 2.3.

Nous avons précisé précédemment que le contenu du programme présente beaucoup d'implicites au niveau des savoirs et des savoir-faire à acquérir, que l'interprétation des textes est souvent laissée à la charge du lecteur et que les manuels constituent une interprétation des programmes. Pour cela, nous ne distinguons plus ce qui relève des programmes, de ce qui relève des manuels. Nous considérons qu'ils se complètent pour donner lieu à un ensemble d'éléments qui constitue la praxéologie à enseigner. Les principaux éléments auxquels ont abouti les analyses portent sur les praxéologies locales de référence, et précisément sur la place de l'outil algébrique dans les recommandations. En effet, les trois OM locales sont présentes dans les instructions, mais elles sont peu reliées entre elles. Des raisons d'être des expressions et des propriétés du calcul algébriques sont mises en jeu dans les instructions officielles. Les types de tâches relatifs à l'OM3 sont majoritaires et variés. Ils couvrent environ tous les types de tâches constitutifs de l'OM3 de référence. Plusieurs types de tâches constitutifs de l'OM1 et de l'OM2 ne figurent pas dans les instructions et particulièrement ceux qui se rapportent aux programmes de calcul, à la traduction du registre des écritures algébriques vers d'autres registres sémiotiques et à la reconnaissance de la structure de l'expression.

Ces caractéristiques dominantes observées dans les instructions officielles concernant l'enseignement et l'apprentissage de la génération et de la manipulation des expressions algébriques nous amènent à nous interroger davantage sur l'apprentissage des élèves et leur capacité à générer et à manipuler des expressions dans diverses situations, sans se limiter seulement à effectuer des calculs.

Dans le chapitre suivant, nous présentons les résultats obtenus suite à l'analyse des pratiques ordinaires d'enseignement.

CHAPITRE 6

LES PRATIQUES ORDINAIRES D’ENSEIGNEMENT DES EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de nos analyses des composantes médiative et cognitive des pratiques des enseignants, dont l'objectif est de déterminer des liens entre l'enseignement et l'apprentissage algébrique des élèves.

À cette fin, à travers l'observation de la séquence d'introduction de l'algèbre en EB7 et en EB8, nous visons trois objectifs principaux. Le premier est d'analyser la composante cognitive des pratiques des enseignants et de confronter la praxéologie enseignée, déterminée à partir du contenu enseigné, à la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques (Pilet, 2012), présentée à la section 2.3. Le second objectif est d'analyser la composante médiative des pratiques observée dans les déroulements, et de relever et d'étudier les interactions qui ont lieu entre l'enseignant et ses élèves, notamment celles qui se manifestent en tant que régulations didactiques définies à la section 3.3. Et le troisième objectif consiste à déterminer des régularités et des variabilités de pratiques inter-enseignants dans les contenus proposés et dans les régulations didactiques dégagées. Le croisement de ces analyses avec les résultats des élèves révélateurs, de leurs acquis, conduit à la mise en relation recherchée dans cette thèse entre l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre.

La pratique de l'enseignant ne se limite pas à son travail au sein de la classe, mais elle comporte aussi la programmation de l'enseignement sur l'année scolaire et la préparation de son cours, les séquences et les évaluations. Comme nous l'avons déjà dit, nous ne sommes pas intervenue dans la préparation de la séquence comme nous n'y avons pas assisté, et nous n'avons pas demandé à chaque enseignant de prévoir la préparation de sa séquence par écrit, ceci pour éviter de perturber l'activité de l'enseignant et d'influencer ses pratiques. Nous n'avons donc pas d'accès direct au travail de l'enseignant en amont de la classe. Nous limitons notre étude à celle du produit du travail de l'enseignant qui se manifeste dans la classe, le scénario de la séquence, que nous reconstituons à partir du déroulement observé de sa séquence d'enseignement.

L'analyse des scénarios des séquences observées s'organise en deux temps. Dans un premier temps, nous menons une analyse fine des tâches proposées en classe. Elle s'appuie sur l'analyse des connaissances en jeu et de leurs mises en fonctionnement. Pour chaque tâche proposée durant la séquence, nous précisons le type de tâche mis en jeu pour lequel nous relevons l'effectif et la fréquence d'items correspondants. Nous comparons les praxéologies locales rencontrées lors de l'enseignement des expressions algébriques à celles relevées dans la praxéologie de référence et à celles recommandées dans les instructions officielles et déterminées au chapitre 5, et nous en déduisons la place qu'accorde chaque enseignant à chacune des praxéologies locales de référence. De plus, nous déterminons le niveau de mise en fonctionnement des connaissances à partir de l'énoncé de la tâche, en nous référant à la catégorisation présentée à la section 3.2. Celle-ci permet aussi de différencier les pratiques des enseignants par leur choix effectué pour déterminer les tâches proposées.

Dans un second temps, nous menons une analyse plus globale des scénarios des séquences d'enseignement, portant sur l'étude de l'organisation des contenus proposés. Elle nous renseigne sur la place qu'occupe chacune des praxéologies locales dans la séquence de chaque enseignant et sur l'importance que ce dernier accorde à la mise en jeu des raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul. Celles-ci peuvent être déduites à partir de l'organisation et de la chronologie du contenu de la séquence. Nous considérons que l'enseignant organise sa séquence en fonction de ce qu'il considère important à travailler en premier. Par exemple, il peut commencer par proposer de résoudre une tâche qui porte sur la traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques avant d'introduire la distributivité de la multiplication sur l'addition, comme il peut commencer par expliquer la distributivité avant de proposer des exercices d'application. Ces deux cas montrent deux façons différentes de voir la justification des propriétés de calcul. Dans le deuxième cas, l'enseignant accorde plus d'importance à l'application des propriétés de calcul qu'à la justification correspondante.

Analyser ainsi l'organisation globale du scénario, nous permet aussi de comparer les pratiques des enseignants.

Par l'analyse des scénarios, nous tentons de répondre aux questions suivantes :

- Les types de tâches des trois praxéologies locales sont-ils enseignés ?
- Existe-t-il des relations entre les différents types de tâches mis en jeu ? Les praxéologies locales sont-elles travaillées indépendamment les unes des autres ?

- Les raisons d’être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique sont-elles travaillées en classe ? Et à quel moment de la séquence ?
- Les enseignants abordent-ils les programmes de calcul et l’équivalence de programmes malgré le manque de recommandations dans les instructions officielles ?
- L’enseignant atteint-il le discours technologique dans son cours ?
- Les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances sont-ils variés durant la séquence ? L’enseignant veille-t-il à proposer des tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances pour leur résolution ?
- Comment l’enseignant articule-t-il l’outil algébrique aux objets de l’algèbre ?

En outre, nous menons une analyse du déroulement en étudiant l’organisation globale de la séquence et des séances, les modalités du travail des élèves ainsi que les interactions entre l’enseignant et ses élèves, notamment les régulations didactiques.

Dans la suite de ce chapitre, et pour faciliter la lecture des résultats et des analyses, nous présentons, pour chaque enseignant, les composantes cognitive et médiative de ses pratiques. Ainsi, le lecteur pourra se construire une image globale du scénario de la séquence et de son déroulement. Ensuite, nous menons une étude comparative des éléments observés entre les cinq enseignants de l’étude. Nous commençons d’abord par les séquences des enseignants d’EB7 et nous les présentons par ordre alphabétique des prénoms des enseignants, ensuite, nous abordons les séquences d’enseignants d’EB8.

6.1 La séquence observée de Mme L. – EB7 (5e)

Mme L. a utilisé le manuel de l'EB7 de la collection *Puissance,* que nous avons désigné par P7 dans le chapitre 5. Ce manuel comporte deux chapitres consécutifs sur les expressions algébriques, le chapitre 15 intitulé *Expressions algébriques*, et le chapitre 16 intitulé *Développement – Factorisation*. Mme L a choisi de travailler les deux chapitres dans une même séquence d'enseignement allant de l'introduction des expressions algébriques jusqu'à la factorisation d'une expression. Cette séquence est composée de six séances, chacune de quarante minutes.

Dans la suite de cette section, nous analyserons le scénario et le déroulement de la séquence d'enseignement de Mme L., ainsi que les régulations didactiques qui y apparaissent. En ce qui concerne l'étude du scénario, nous menons une analyse de tâches afin de définir la praxéologie mathématique enseignée par Mme L., puis une analyse globale du scénario.

6.1.1 Le scénario de la séquence

Mme L. n'ayant pas de préparation de la séquence écrite au préalable, nous avons eu recours au visionnement des séances filmées pour recueillir les tâches proposées durant la séquence. L'enseignante s'est référée à la progression des chapitres qui figure dans le manuel P7 pour concevoir son cours[40].

a) Les praxéologies mathématiques enseignées

Pour définir la praxéologie enseignée, nous nous référons à la consigne de chaque tâche du scénario, et nous précisons le type de tâche et la praxéologie locale mis en jeu. Nous indiquons le nombre d'items relatifs à chaque praxéologie locale abordés durant toute la séquence.

[40] Par cours, nous désignons l'enseignement qui a lieu, tant au niveau de l'explication fournie par l'enseignante, qu'au niveau des exercices effectués.

Par exemple, l'exercice 4 ci-dessous comporte une seule tâche que nous désignons par 4, en référence au numéro de l'exercice dans le manuel, sans distinguer entre exercice et tâche.

4 Réduis les termes semblables dans chacune des expressions algébriques suivantes

1°) $3x^5 - 8y^4 + 6a^2b - 7 + 2x^5 + 3y^4 - 2a^2b + 6$.

2°) $x^2y - 3y^2 + 5y^3x^2 - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4$.

3°) $4a^2bc^3 - 8t + 5a^2bc^3 - 4at + 10t - 5y + 2at$.

4°) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}x + \frac{22}{29} + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{4}{3}x + \frac{7}{29}$.

Exercice 4 – p. 150 – Manuel P7

Cette tâche met en jeu un seul type de tâche, $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite*, et elle est composée de quatre items correspondants aux quatre expressions données, 1°, 2°, 3° et 4°. Autrement dit, à $T_{FA-mon+mon}$, constitutif de la praxéologie locale l'*algèbre des polynômes*, correspond quatre items.

À un même exercice ou tâche, peuvent correspondre plusieurs types de tâches, comme dans l'exercice 4 ci-dessous. Parmi les types de tâches que cet exercice convoque :

- $T_{FA/mon}$ *Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes*, dans les items 1°, 5° et 11°.
- $T_{FA^*/mon}$ *Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes*, dans les items 2°, 3°, 4°, 6°, 7° et 8°.

4 Factorise chacune des expressions suivantes .

1°) $9a + 9b$	5°) $7x + xy$	9°) $16ab - 12ac$
2°) $9a + 18b$	6°) $7x + 14xy$	10°) $14a - 21$
3°) $16u - 8$	7°) $5x^2 + 15x$	11°) $3x^2 - 5x$
4°) $4y^2 - 8xy$	8°) $4x^2y - 16xy^2$	12°) $-9ab^2 - 6ab$

Exercice 4 – p. 157 – Manuel P7

Cet exercice figurera alors au moins deux fois dans le tableau ci-dessous.

Après avoir relevé la série d'exercices travaillés en classe durant la séquence d'enseignement de Mme L., nous précisons les tâches correspondant à chacun d'entre eux et les types de tâches mis en jeu, puis nous dénombrons les items relatifs à chaque type de tâche.

Le tableau ci-dessous présente les praxéologies locales de référence et les types de tâches correspondants, ainsi que les tâches relatives à chaque type de tâche et le nombre d'items travaillés durant la séquence de Mme L. Nous désignons les exercices par leur numéro dans le manuel. Pour ceux du chapitre 16, le second chapitre sur les expressions algébriques dans le manuel P7, nous les désignons par leur numéro suivi par un astérisque (*). Les énoncés des exercices correspondent à ceux des chapitres 15 et 16 du manuel P7.

Tableau 6.1 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme L.

<table>
<tr><th colspan="4">Praxéologies mathématiques enseignées par Mme L</th></tr>
<tr><th>OM locale</th><th>Types de tâches</th><th>Tâches</th><th>Nb d'items</th></tr>
<tr><td rowspan="4">OM1 Génération des expressions algébriques</td><td rowspan="2">$\mathbf{T_{T-Aire\rightarrow Exp}}$ Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique.</td><td>Activité 1[41]</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Activité 1*[42]</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$T_{T-Perimetre\rightarrow Exp}$ Traduire le périmètre d'une figure par une expression algébrique.</td><td>6</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$T_{A-Exp-LgNat}$ Associer une expression algébrique à une phrase en langage naturel (aspect structural) et inversement.</td><td>2</td><td>9</td></tr>
<tr><td></td><td>Total nb d'items de l'OM1</td><td colspan="2">16</td></tr>
<tr><td>OM2 Équivalence des expressions algébriques</td><td>$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Total nb d'items de l'OM2</td><td colspan="2">5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">OM3 Algèbre des polynômes</td><td rowspan="2">$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.</td><td>1*</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2*</td><td>1</td></tr>
</table>

[41] Manuel P7, chapitre 15, activité § 1, p. 142.
[42] Manuel P7, chapitre 16, activité § 1, p. 154.

	$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k \in IR$.	Ex suppl 4[43]	2
		10	3
		11	2
		1*	2
		2*	3
	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.	4*	3
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.	Ex suppl 1[44]	2
		4	3[45]
		Ex suppl 2[46]	2
		Ex suppl 4	2
		10	3
		11	2
		2*	4
	$T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes.	4*	6
	$T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent.	4*	3
	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique $aX^n, a \in IR, n \in IN$.	Ex suppl 3[47]	3
		8	6
		10	1
		2*	4
	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	5	2
	Total nb d'items de l'OM3	63	
	Total nb d'items de la séquence	84	

[43] Exercice supplémentaire 4 :

A=$3x^2-4x+5$; B=$-5x^2+3x-7$
Calculer A+B et A-B.

[44] Exercice supplémentaire 1 :

Réduire : $2x+3x$ et $2x+3y+4x$

[45] L'enseignante a sélectionné trois expressions des quatre à réaliser en classe. Le nombre d'items correspond aux items résolus en classe, et non pas figurant dans le manuel.

[46] Exercice supplémentaire 2 :

Réduire : $3x^2-4x^2+8x^2$ et $a^2b^4+3a^2b^4-0{,}5a^2b^4+3x^2-2y-3x^2$

[47] Exercice supplémentaire 3 :

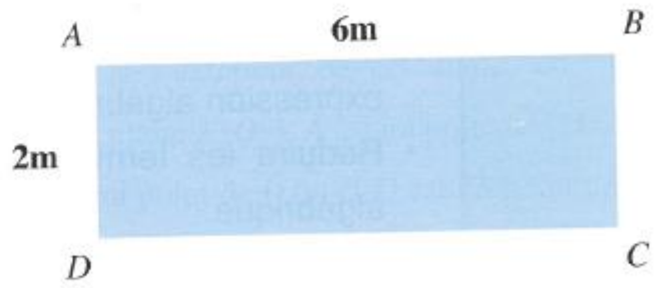
Multiplier : $2x^3\times 5x^2$; $3y^3\times(-3y^4)$; $2ay^3\times xy$

On constate que Mme L. fait intervenir dans son enseignement les trois praxéologies locales de référence, grâce à la mise en jeu d’un ou de plusieurs types de tâches constitutifs de chaque praxéologie. Nous présentons ci-dessous les caractéristiques observées de chacune de ces praxéologies.

i. Des raisons d’être pour la *génération des expressions*

La séquence de Mme L. comporte plusieurs items relevant de la praxéologie locale relative à la *génération des expressions* (lignes surlignées en rouge dans le tableau 6.1). Elle introduit chacun des chapitres par une activité de traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques. Il s’agit précisément de la traduction de l’aire d’un rectangle en une expression algébrique, mettant en évidence l’aspect procédural des expressions.

Activité



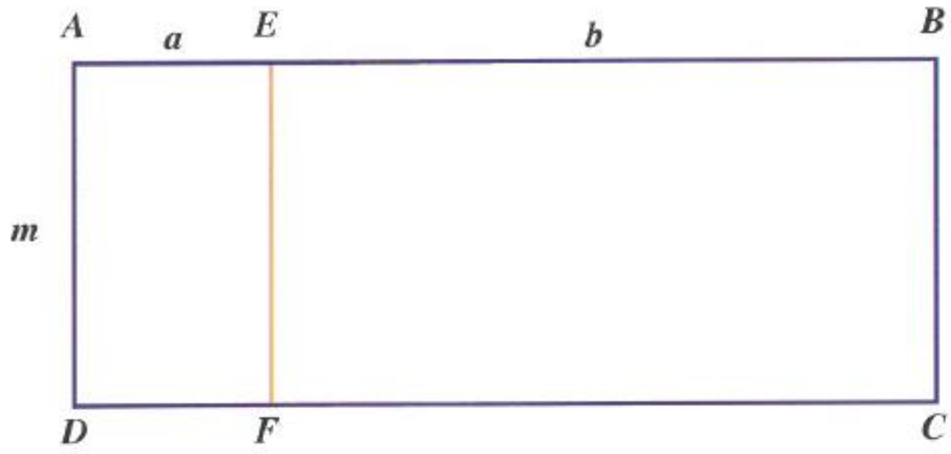
1°) Un terrain rectangulaire $ABCD$ a pour dimensions 6 m et 2 m.
Calcule l’aire de ce terrain.

2°) En désignant par L et l les dimensions de $ABCD$, exprime l’aire $\mathscr{A}$ en fonction de L et l.

3°) Que devient l’expression de $\mathscr{A}$ en prenant comme longueur $2 \times a$ et comme largeur $3 \times b$?

Figure 6.1 – Introduction des expressions algébriques par Mme L. – p.142 – Manuel P7

Activité



Calcule l'aire du rectangle *ABCD* de deux manières :

1°) en calculant le produit de sa longueur par sa largeur ;

2°) en calculant la somme des aires des deux rectangles *AEFD* et *EBCF*.

Quelle est la manière la plus simple ?

Figure 6.2 – Justification de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition par Mme L – p. 154 – Manuel P7

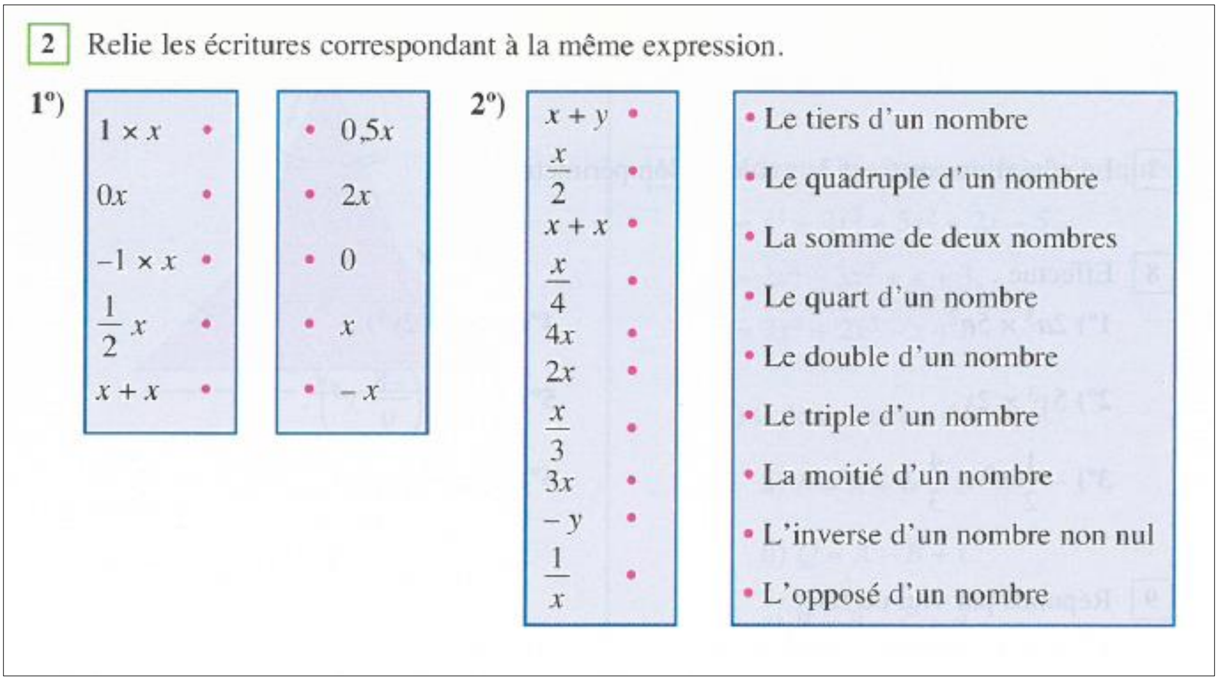
La réalisation de ces activités a lieu collectivement, en classe. Mme L., au tableau, effectue les calculs tout en interrogeant les élèves sur le calcul de l'aire d'un rectangle. Les échanges qui ont eu lieu entre l'enseignante et ses élèves durant la résolution de ces activités (cf. annexe C) nous amènent à supposer que son choix est motivé par le contexte du calcul de l'aire d'un rectangle, familier pour des élèves de l'EB7.

Grâce à l'activité de découverte du chapitre 15 (figure 6.1), Mme L. mobilise une raison d'être des expressions algébriques, la traduction de relations mathématiques entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques (Pilet, 2012, p. 77). Quant à l'activité de découverte du chapitre 16 (figure 6.2), Mme L. montre une de règle de calcul algébrique, la distributivité de la multiplication sur l'addition.

De plus, l'enseignante propose deux autres types de tâches constitutifs de la *génération des expressions algébriques* durant la phase d'entraînement et de résolution d'exercices (cf. tableau 6.1). Néanmoins, lors de la résolution de la tâche relative à $T_{A-Exp-LgNat}$ *Associer une expression algébrique à une phrase en langage naturel et inversement* de la deuxième question de l'exercice de la figure 6.3, Mme L. aurait pu mettre en jeu le passage de l'aspect structural vers le procédural à partir de la traduction des écritures algébriques vers celui du langage naturel. Mais elle se limite aux réponses correctes données par les élèves sans mettre en évidence l'outil algébrique.

ii. L'équivalence des expressions légèrement abordée

L'*équivalence des expressions algébriques* et l'identification de la structure d'une expression sont peu explicitées dans la séquence de Mme L. Une seule tâche du manuel, mettant en jeu le genre *Associer* a été effectuée (ligne surlignée en bleu dans le tableau 6.1). Il s'agit de la première question de l'exercice 2 de la figure 6.3, résolue et corrigée collectivement au tableau, sans faire intervenir la preuve algébrique ou le contre-exemple. De même, Mme L. ne semble pas mettre en avant l'équivalence de deux expressions algébriques, comme elle aurait pu le faire aussi lors de la résolution des deux activités de découverte des figures 6.1 et 6.2 sans se limiter aux calculs des aires demandés.



2 Relie les écritures correspondant à la même expression.

1°)

$1 \times x$ •	• $0{,}5x$
$0x$ •	• $2x$
$-1 \times x$ •	• 0
$\frac{1}{2}x$ •	• x
$x + x$ •	• $-x$

2°)

$x + y$ •	• Le tiers d'un nombre
$\frac{x}{2}$ •	• Le quadruple d'un nombre
$x + x$ •	• La somme de deux nombres
$\frac{x}{4}$ •	• Le quart d'un nombre
$4x$ •	• Le double d'un nombre
$2x$ •	• Le triple d'un nombre
$\frac{x}{3}$ •	• La moitié d'un nombre
$3x$ •	• L'inverse d'un nombre non nul
$-y$ •	• L'opposé d'un nombre
$\frac{1}{x}$ •	

Figure 6.3 – Question 2 : Association d'une expression à une phrase en langage naturel et inversement – p. 149 – Manuel P7

iii. L'*algèbre des polynômes* fréquemment abordé

Le tableau 6.1 montre que les items mettant en jeu des types de tâches constitutifs de l'*algèbre des polynômes* (lignes surlignées en vert) sont beaucoup plus nombreux que ceux relatifs à la *génération* et à l'*équivalence des expressions algébriques*. Dans sa pratique, Mme L. accorde de l'importance à l'*algèbre des polynômes* et donc à l'acquisition des techniques de calcul algébrique par les élèves et surtout le développement, la factorisation et la réduction d'une expression.

L'enseignante insiste aussi sur la reconnaissance de termes semblables telle qu'elle est proposée dans le manuel. Elle propose en classe un exercice qui vise cet objectif avant de passer à la réduction. Il s'agit de l'exercice 3 ci-dessous :

3 Groupe les termes semblables :

$4y^6$;	$2x^3$;	$-4a^2b^5$
$6a^2b^5$;	$2cza^2b^2$;	$-1{,}5a^2b^5$
$0{,}3x^3$;	$-5{,}6za^2b^2c$;	$3{,}5\ a^2b^5$

Exercice 3 – p.149 – Manuel P7

Dans la praxéologie de référence à laquelle nous nous référons (Pilet, 2012), aucun type de tâche ne porte sur la reconnaissance de termes semblables. Bien que la liste des types de tâches ne soit pas exhaustive selon l'auteure, nous n'avons pas ajouté explicitement ce type de tâche parce que nous considérons que la reconnaissance de termes semblables n'est pas une fin en soi, c'est une procédure pour ajouter des monômes lorsqu'on n'a pas encore appris la factorisation d'expressions.

De plus, dans le cours du chapitre 15, ressource à laquelle Mme L. a recours dans son enseignement, la réduction d'une expression algébrique est donnée à partir du calcul de la somme algébrique de monômes semblables, et non pas à partir de la factorisation, introduite dans le chapitre suivant. Nous n'avons pas tenu compte de cette variable dans la catégorisation des items faite dans le tableau 6.1 parce que nous considérons que cette procédure fait appel, implicitement, à la factorisation par un monôme. Nous avons donc considéré que les items de réduction mettent en jeu le type de tâche $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite*.

En comparant les genres de tâches qui figurent dans la séquence de Mme L. avec ceux constitutifs des praxéologies locales de référence, nous observons que tous les genres de tâches constitutifs de l'OM3, *développer*, *factoriser*, *réécrire un monôme* et *calculer*, sont enseignés par des items de nombres variés. Pour l'OM1, le genre *produire* n'est pas abordé, tandis que pour l'OM2, *associer* est le seul genre de tâche travaillé. Or, la *génération* et l'*équivalence d'expressions* ne sont pas explicitées dans les recommandations institutionnelles, ce qui laisse supposer que Mme L., dans son enseignement, tente de mettre en jeu l'outil algébrique de manière assez complète.

b) Le poids accordé à chaque praxéologie locale dans la séquence

Dans la séquence de Mme L., les items effectués mettent en jeu plusieurs genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales de référence. Pour chacun, nous calculons la fréquence par rapport au total d'items résolus. Celle-ci nous renseigne sur l'importance qu'accorde Mme L. à chacune des praxéologies locales et à la variété de genres de tâches qui les composent. Le tableau ci-dessous montre le rapport du nombre d'items de chaque genre de tâches par rapport au total des items travaillés.

Tableau 6.2 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche.

OM locale	Genres de tâches	Nb d'items	En %
OM1 Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	0	0%
	T_T Traduire.	7	8%[48]
	T_A Associer.	9	11%
	Total nb d'items relatifs à l'OM1	16	19%
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	0	0%
	T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions	0	0%
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	0	0%
	$T_{Choisir}$ Choisir	0	0%
	$T_{Associer}$ Associer.	5	6%
	Total nb d'items relatifs à l'OM2	5	6%
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer.	17	20%
	T_F Factoriser.	30	36%
	T_R Réécrire un monôme.	14	17%
	T_C Calculer.	2	2%
	Total nb d'items relatifs à l'OM3	63	75%
	Total	84	100%

[48] 8% des items résolus durant la séquence font intervenir le genre *Traduire*.

Nous remarquons que le nombre de genres de tâches de la séquence de Mme L. varie selon la praxéologie. Un seul genre de tâche constitutif de l'OM2 est travaillé explicitement dans la séquence, il correspond à la ligne surlignée en bleu dans le tableau 6.2, tandis que tous ceux constitutifs de l'OM3 dans la praxéologie de référence sont abordés. Ces derniers correspondent aux lignes surlignées en vert.

En analysant le contenu du tableau 6.2 du point de vue des aspects outil et objet de l'algèbre, nous constatons que les deux aspects sont abordés dans la séquence et que les items mobilisant l'outil algébrique constituent environ 20% du total d'items résolus. En effet, la *génération des expressions algébriques* mobilise l'outil algébrique et l'*équivalence des expressions* et l'*algèbre des polynômes* relèvent des objets de l'algèbre.

Le nombre d'items portant sur le calcul de la valeur numérique d'une expression pour une valeur particulière de la variable semble être le plus réduit dans la séquence. En effet, c'est un type de tâche déjà introduit dans la classe précédente selon le programme officiel libanais.

Ainsi, dans la pratique de Mme L., les items effectués en classe sont variés et sont répartis de manière plutôt homogène entre les trois praxéologies locales. Néanmoins, ces items peuvent avoir des niveaux de complexité variés en fonction du niveau de mise en fonctionnement des connaissances en jeu, c'est à cet aspect que nous allons nous attarder dans le paragraphe suivant.

c) Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

Toutes les tâches n'étant pas équivalentes quant au niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances et ne mobilisant pas nécessairement les mêmes connaissances dépendamment de leur niveau de complexité, nous avons choisi de préciser, dans l'analyse des tâches, le NMF des connaissances algébriques en jeu. Cette classification constitue un élément supplémentaire pour caractériser la pratique de chaque enseignant, quant au choix des tâches à réaliser en classe. Elle repose sur l'analyse de l'énoncé afin de déterminer la nature de la mise en fonctionnement nécessaire pour répondre à la question posée. Nous nous référons à Douady (1986) et à Roditi et Salles (2015) et nous distinguons entre les tâches qui visent le caractère objet et celles qui visent le caractère outil des connaissances. La dimension objet se décompose en deux catégories, *calcul* et *concept*, tandis que la dimension outil se décompose en trois catégories, *directe*, avec *adaptation* et avec *intermédiaire*. Ces catégories ont été développées à la section 3.2.

Dans la séquence d'enseignement de Mme L., l'outil algébrique est mobilisé dans quatre exercices, les activités de découverte des deux chapitres et les exercices 2 et 6 du premier chapitre des expressions algébriques. L'analyse des énoncés de ces exercices montre qu'ils nécessitent la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure. Les autres exercices de la séquence relèvent de l'aspect *objet* de l'algèbre.

Pour la résolution des deux exercices 1 et 3 ci-dessous, les élèves doivent témoigner de la compréhension des concepts de monômes et de monômes semblables, sans les mettre en œuvre. Elle nécessite alors la *compréhension qualitative de concept*, désignée par *Concept* (Roditi et Salles, 2015, p.240).

1 Complète le tableau suivant :

monôme	variable	coefficient	exposant de la variable
$-6x^7$			
	t	$-3{,}54$	4
$5a^3$			
	z	6	2

Exercice 1 – p. 149 – Manuel P7

3 Groupe les termes semblables :

$4y^6$;	$2x^3$;	$-4a^2b^5$
$6a^2b^5$;	$2cza^2b^2$;	$-1{,}5a^2b^5$
$0{,}3x^3$;	$-5{,}6za^2b^2c$;	$3{,}5\ a^2b^5$

Exercice 3 – p. 149 – Manuel P7

Quant au reste des exercices[49] de la séquence, ils sont de l’ordre de *calcul* (Artigue, 2005) parce qu’ils portent sur des connaissances calculatoires, et ne sont pas mis en relation avec une situation pour laquelle le calcul serait nécessaire en tant qu’outil au service de la résolution (Salles, 2017). Celle-ci nécessite la mise en œuvre d’une technique ou d’une méthode, d’un *répertoire* de techniques.

Le tableau suivant expose les NMF des connaissances en jeu de chaque exercice de la séquence de Mme L.

Tableau 6.3 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme L.

Niveau de mise en fonctionnement			Nb de tâches	En %
OBJET	Concept		2	11%
	Calcul	Répertoire	12	67%
		Flexibilité	0	0%
OUTIL	Directe		4	22%
	Adaptation		0	0%
	Intermédiaires		0	0%
		Total	18	100%

On constate que les exercices résolus de la séquence de Mme L. ont divers niveaux de complexité et nécessitent la mise en fonctionnement de connaissances algébriques relevant à la fois des aspects *outil* et *objet* de l’algèbre.

À travers les tâches qui sont de l’ordre du *calcul*, Mme L. insiste sur l’acquisition d’un *répertoire* de calcul chez les élèves, constitué de techniques, de méthodes et de situations de référence, mais ne cherche pas à leur proposer des tâches qui nécessitent un certain niveau de flexibilité dans les calculs (Salles, 2017).

Ainsi, la praxéologie enseignée de Mme L. se caractérise par la diversité de tâches qu’elle comporte tant au niveau de l’existence de genres et de types de tâches constitutifs de la praxéologie de référence, qu’au niveau de la diversité de NMF des connaissances

[49] Nous rappelons que, nous ne distinguons pas entre tâche et exercice que lorsque l’exercice est composé de plusieurs tâches de NMF différents, nous le signalons lorsque le cas se présente.

algébriques mises en jeu. Dans le paragraphe ci-dessous, nous décrivons le déroulement du scénario auquel Mme L. a recours dans son enseignement.

6.1.2 L'analyse globale du scénario

a) La progression globale du contenu

Comme nous l'avons déjà précisé, la séquence d'enseignement des expressions algébriques chez Mme L. comporte les deux chapitres relatifs aux expressions algébriques dans le manuel P7 qui portent sur leur introduction et sur les techniques de calcul algébrique.

La première rencontre avec les expressions algébriques a lieu, à la première séance de la séquence, grâce à la résolution de l'activité de découverte du début du chapitre (cf. figure 6.1), et la justification de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition a lieu, quelques séances plus tard, par la résolution de l'activité de découverte du chapitre suivant (cf. figure 6.2).

L'enseignante se réfère au contenu de la partie *Cours* du manuel utilisé, et suit la progression proposée en alternant explication du cours et résolution d'exercices d'entraînement. Après avoir énoncé les définitions d'une expression algébrique, d'un monôme et de termes semblables, Mme L. fournit quelques exemples illustratifs et propose de résoudre des exercices du manuel. Ensuite elle explique comment réduire des termes semblables en ayant recours à la règle qui figure dans le manuel : « *Réduire des termes semblables dans une expression algébrique revient à les remplacer par un terme unique, semblable à chacun d'eux et ayant pour coefficient la somme algébrique de leurs coefficients.* » (p.147 – Manuel P7). L'explication de la suite du cours a lieu à travers la résolution collective d'exercices supplémentaires proposés par l'enseignante. Elle semble avoir le statut de l'exposé de procédures et de techniques à mettre en place pour répondre à la question posée. Par exemple, pour expliquer l'addition d'expressions algébriques, Mme L. propose l'exercice supplémentaire de la figure ci-dessous, qu'elle résout elle-même au tableau en développant les étapes à suivre.

On donne : A=$3x^2 - 4x + 5$ et B=$-5x^2 + 3x - 7$ Calculer A+B et A-B

Exercice supplémentaire – Addition d'expressions algébriques – Mme L.

Dans la pratique de Mme L., chaque nouvelle propriété ou règle de calcul est suivie par une phase d'entraînement par la résolution d'un ou de plusieurs exercices du manuel, avant de passer à la règle suivante. Ceci est illustré dans le tableau 6.4, qui présente, par ordre chronologique, les différentes catégories qui figurent dans la séquence de Mme L. (la résolution d'activités préparatoires, l'explication du cours et la résolution et la correction d'exercices), les genres de tâches travaillés et le contenu correspondant.

Tableau 6.4 – Progression globale de la séquence de Mme L.

Chapitre 15 : Expressions algébriques	
Activité préparatoire	Activité 1
Explication du cours	Définition d'une expression algébrique Définition d'un monôme Définition de termes semblables
Résolution et corrections d'exercices	Reconnaître les caractéristiques d'un monôme : Exercice 1. Reconnaître des termes semblables : Exercice 3. Associer : Exercice 2.
Explication du cours	Réduction des termes semblables
Résolution et correction d'exercices	Factoriser : Exercice 4, ex suppl 1, 2. Calculer + Explication : Calcul la valeur numérique d'une expression pour une valeur particulière de la variable : Exercice 5.
Explication du cours	Ex suppl 3 + Explication : Multiplication des monômes.
Résolution et correction d'exercices	Réécrire un monôme : Exercice 8. Traduire : Exercice 6.
Explication du cours	Ex suppl 4 + Explication : Addition d'expressions algébriques.
Résolution et correction d'exercices	Factoriser, réécrire un monôme, développer : Exercices 10, 11.
Chapitre 16 : Développement – Factorisation	
Activité préparatoire	Activité 1
Explication du cours	Développement et factorisation
Résolution et correction d'exercices	Développer : Exercices 1, 2.
Explication du cours	Factorisation
Résolution et correction d'exercices	Factoriser : Exercice 4.

Ce tableau montre l'alternance entre l'explication du cours et la résolution et la correction d'exercices dans la séquence de Mme L.

b) Les liens entre les praxéologies locales de référence

La séquence de Mme L. se caractérise par la présence de seulement deux des trois praxéologies locales de référence, la *génération des expressions*, OM1 (dans 19% des items de la séquence) et l'*algèbre des polynômes*, OM3 (dans 75% des items) dans les différentes parties de la séquence allant de la résolution de l'activité de découverte jusqu'à la correction des exercices. L'OM1 est mise en jeu au début par une activité de découverte, puis dans un exercice d'application et enfin, par une deuxième activité de découverte vers la fin de la séquence. Tandis que l'OM3, plus fréquemment présente, est mise en jeu dès la première séance de la séquence. Cependant, l'enchaînement entre les activités et le cours n'est pas toujours explicite. Après avoir mobilisé l'outil algébrique dans un problème de traduction[50] du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques, Mme L. ne fait aucun retour à cette raison d'être des expressions lors de l'explication du cours. Elle expose le contenu du chapitre tel qu'il se présente dans le manuel. Cette raison d'être réapparaît lors de la résolution d'un exercice d'application. Ceci n'est pas le cas concernant la deuxième activité de la séquence, à laquelle Mme L. se réfère dans l'explication de la règle de distributivité de la multiplication sur l'addition, et justifie l'égalité à partir du calcul, de deux façons différentes, de l'aire d'un rectangle décomposé en deux autres rectangles.

Les genres de tâches relatifs à l'équivalence des expressions algébriques sont peu évoqués durant la séquence ; Mme L. insiste peu sur les genres de tâches convoqués par la réalisation d'une tâche donnée, et particulièrement ceux relatifs à l'identification de la structure d'une expression. Le fait que chaque règle de calcul introduite soit suivie par ses items d'application peut réduire, chez les élèves, la nécessité d'identifier la structure d'une expression afin de mettre en œuvre la règle correspondante, et par suite, chez l'enseignante, la nécessite d'expliciter les genres de tâches convoqués. Ils seront laissés à la charge de l'élève lorsque l'occasion se présentera. Par exemple, aucun exercice résolu ne comporte à la fois, des expressions de somme algébrique et d'autres de produit. Ainsi, l'identification

[50] Nous utilisons ce terme en référence au genre de tâches *Traduire*.

de la structure des expressions ne semblait pas nécessaire pour effectuer les calculs demandés.

Dans sa pratique, Mme L. tient compte quelquefois de l'enchaînement entre les phases de son cours et accorde beaucoup d'importance à l'alternance entre ces différentes phases, et par la suite entre OM1 et OM3 particulièrement. Cependant, il semble qu'elle favorise peu l'agrégation des praxéologies locales dans son enseignement, pratique encouragée par la praxéologie à enseigner dont une partie est définie dans le manuel.

c) La cohérence des praxéologies enseignées avec les praxéologies à enseigner

Le manuel de la collection *Puissance*, désigné par P7, constitue la ressource principale à laquelle Mme L. a recours dans son enseignement. Le contenu de la partie *Cours* est exposé intégralement, tandis que les tâches et les items effectués sont sélectionnés parmi ceux proposés dans les chapitres. Comme nous l'avons dit, les quelques exercices supplémentaires sont destinés à expliquer une technique de calcul algébrique.

La résolution des activités de découverte fait intervenir, d'une part, une raison d'être des expressions algébriques qui consiste à traduire une grandeur par une écriture algébrique, et d'autre part, une raison d'être des propriétés de calcul. Elle répond ainsi à des recommandations des instructions officielles, définies dans la praxéologie à enseigner au chapitre 5.

Nous avons déjà signalé que la séquence de Mme L. comporte peu de tâches qui mettent en jeu l'*équivalence des expressions algébriques*, OM2. Il semble que c'est le choix de l'enseignante étant donné qu'elle a exclu les items qui comportent les genres $T_{Prouver-equiv}$ *Prouver* et T_{Tester} *Tester l'égalité de deux expressions*, qui figurent dans les exercices 8 et 9 ci-dessous, extraits du manuel qu'elle utilise :

8 Vérifie les égalités suivantes

1°) $(x + y)(x + y) = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

2°) $(x - y)(x - y) = (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.

3°) $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$.

9 Réponds par vrai ou faux.

1°) $5(y - 2) = 5y - 2$.

2°) $6(x + 3) = 6x + 18$.

3°) $7(xy) = (7x)(7y)$.

4°) $(a - 2)(b - 7) = ab + 14$.

5°) $(x + y) \,.\, (x + y) = x^2 + y^2$.

6°) $8x - 8y = 8(x - y)$.

7°) $ax + x = (a + x)\, x$.

8°) $3(x + 5) = 3x + 8$.

9°) $yx + zx = (y + z) \,.\, x$.

10°) $(x - 2)(x + 3)$ est une expression factorisée.

Exercices 8 et 9 – p. 158 – Manuel P7

Cela nous amène à nous interroger sur les choix effectués par l'enseignante et sur leurs effets sur les apprentissages des élèves. Dans le paragraphe suivant, nous analysons le déroulement de la séquence de Mme L.

6.1.3 Le déroulement

L'analyse du déroulement des scénarios renseigne aussi sur des pratiques dans l'enseignement de Mme L., relatives à l'organisation des séances et de la classe et les interventions de l'enseignante.

a) L'organisation des séances

La séquence d'enseignement des expressions algébriques dure six séances et porte sur les deux chapitres relatifs aux expressions algébriques dans le manuel. Elle est composée de trois catégories, les activités préparatoires ou d'introduction, le cours et les exercices. Ces catégories s'alternent tout au long de la séquence, selon la chronologie présentée dans le tableau 6.4.

La résolution d'exercices occupe une grande partie de la séquence. Mme L. explique le cours et présente les étapes d'un calcul algébrique à effectuer à partir d'un exercice à résoudre, puis propose une série d'exercices d'entraînement à effectuer. Il semble que Mme L. accorde une grande importance à l'acquisition de techniques de calcul algébrique.

Dans la plupart des séances de la séquence, Mme L. suit une organisation type. À partir d'échanges avec les élèves, elle rappelle les notions déjà vues et qui seront utilisées durant la séance, ensuite elle explique une nouvelle propriété ou règle de calcul, donne des exemples puis propose de résoudre des exercices d'entraînement du manuel. La correction des exercices est collective, elle a lieu durant la séance.

b) L'organisation de la classe

L'organisation de la classe de Mme L. lors de la résolution d'exercices varie entre l'individuel et le collectif en fonction de la tâche à effectuer. Elle prend en charge la résolution collective des activités préparatoires et des exercices supplémentaires destinés à l'explication d'une règle de calcul, elle explicite les détails et les étapes à suivre et interroge quelquefois les élèves sur les calculs numériques intermédiaires.

Quant à la résolution des exercices, elle a lieu sous forme d'un travail collectif ou au tableau ou de recherche individuelle suivie d'une correction collective. En effet, l'organisation de la classe pour la réalisation de cette phase dépend de la tâche à effectuer et de la mise en fonctionnement qu'elle nécessite. Pour les exercices qui exigent la *compréhension qualitative des concepts* (cf. tableau 6.3), Mme L. donne du temps pour la résolution autonome et s'assure que la majorité des élèves ont effectué les exercices avant de faire la correction collective ; les élèves, à tour de rôle, donnent leurs réponses oralement pendant que l'enseignante les note au tableau et les corrige.

Pour les exercices de *calcul* qui nécessitent la mise en œuvre d'un *répertoire* de techniques, Mme L. a recours à deux types d'organisation. Dans le premier cas, la résolution est collective s'il s'agit d'un exercice nouveau, c'est-à-dire si les élèves ne sont pas encore entraînés à effectuer le type de tâche proposé. Dans le deuxième cas, l'enseignante donne un temps de recherche autonome pour effectuer l'exercice s'il s'agit d'un énoncé qui a déjà été traité, suivi d'une correction collective au tableau.

La classe de Mme L. se caractérise par le peu de passage d'élèves au tableau, leur participation se fait à l'oral depuis leur place.

Durant la séquence observée, Mme L. n'a pas donné d'exercices à préparer en devoir. Elle a plutôt tendance à les faire travailler davantage en classe, et à répondre à leurs questions en circulant entre eux et en vérifiant leurs réponses.

c) Les interventions de Mme L

Les interventions de Mme L. diffèrent à chaque étape de la séquence. Lors de l'explication du cours, elles se limitent surtout à rappeler un déjà vu, comme pour la formule de calcul de l'aire d'un rectangle ou le calcul de la valeur numérique d'une expression pour une valeur particulière de la variable. Concernant la résolution des exercices, Mme L. n'expose pas la démarche à suivre pour effectuer un exercice. La grande majorité des interventions ont lieu alors lors de la résolution et de la correction des exercices.

Une pratique courante caractérise les interventions de Mme L. lors de la correction d'une réponse. Elle interroge l'élève concerné sur la réponse donnée, et sur ce qu'il a fait pour l'obtenir, comme l'illustre le passage ci-dessous, extrait de la troisième séance, lors de la correction d'une partie de l'exercice 8, extrait de la page 150 du manuel P7.

8 Effectue .

1°) $2a^3 \times 5a^2$.

2°) $5x^3 \times 2x$.

3°) $-\frac{1}{2}x^2 \times \frac{4}{3}x$.

4°) $y^3 \times (-2y^5)$.

5°) $\frac{3}{4}y \times \left(\frac{-8}{9}y^4\right)$.

6°) $-4x^2y^2 \times 3xy^2$.

E[51] : $2a^3 \times 5a^2 = 10a^5$
P : qu'est-ce que tu fais tout d'abord ?
E : je fais 2 × 5
P : 2 × 5, je multiplie les coefficients, c'est 10
E : les exposants, je les additionne
P : j'additionne les exposants de la même variable : $a^3 \times a^2 =?$
E : a^5
P : a^5
E : $5x^3 \times 2x = 10x^4$
P : pourquoi $10x^4$ et non pas x^3?
E : parce que *x* c'est x exposant 1
P : *x* exposant 1

En cas de réponse fausse, Mme L. demande aussi à l'élève qui s'est trompé de lui expliquer comment il a fait pour obtenir sa réponse. Ainsi, il aura probablement la possibilité de remettre en question sa réponse, de repérer son erreur et de la corriger, comme l'illustre le passage ci-dessous portant sur la correction de la troisième expression de l'exercice 8 :

E : $-\frac{1}{2}x^2 \times \frac{4}{3}x = \frac{4}{5}x^3$
P : répète s'il te plaît : $-\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$?
E : est égal à $\frac{4}{5}$
P : comment tu as obtenu 5 ?
E : ah, 6
P : $\frac{4}{6}$
E : $\frac{4}{6}x^3$
P : $x^2 \times x = x^3$. Est-ce que tu as pensé au signe ? tu as regardé les signes ?
Es : moins
P : fais attention, - fois + ?
Es : moins
E : $-\frac{4}{6}x^3$
P : $-\frac{4}{6}x^3$

Grâce au travail collectif, Mme L. semble accorder de l'importance à faire participer le groupe classe, tout en veillant à chacun des élèves lors de la résolution autonome. Les élèves se sentent davantage impliqués dans le cours et n'hésitent pas à poser leurs questions.

[51] P désigne l'enseignante et E désigne un élève.

Nous renvoyons le lecteur à l'annexe C pour consulter les échanges qui ont lieu durant la séquence.

Nous constatons aussi que Mme L. se préoccupe, non seulement de l'acquisition des connaissances algébriques chez ses élèves, mais aussi du développement de leurs capacités à expliquer les démarches et les techniques mises en œuvre.

Cependant, une analyse plus fine des interactions entre l'enseignante et ses élèves s'avère utile afin de compléter l'analyse globale. Les interactions qui nous intéressent sont celles qui se manifestent en tant que régulations didactiques, décrites à la section 3.3. Elles permettent de comprendre davantage le contenu algébrique mis en jeu par l'enseignante et par les élèves et fournit des éléments caractéristiques des pratiques de l'enseignante.

6.1.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme L.

Des six séances de Mme L., nous dégageons tous les couples (I ; A) où I correspond à l'information reçue et A à l'action de l'enseignant face à cette information. Les transcriptions des échanges entre l'enseignante et ses élèves, codées, figurent en annexe C.

Nous avons déjà présenté la catégorisation du codage à la section 3.3.5. Nous rappelons que l'information reçue peut porter sur le résultat (que nous désignons par R), comme c'est le cas lorsque l'élève demande à l'enseignante si sa réponse est juste : *Si on a* $2x^4 + 8x^5$*, on peut faire* $10x^{20}$, ou lorsqu'il donne la forme factorisée d'une expression : $9a + 18b = 9(a + 2b)$ (Extrait du manuel P7, p. 157, exercice 4, item b).

Elle peut indiquer la procédure mise en œuvre (P), lorsqu'il montre le monôme, facteur commun, dans une expression à factoriser (Extrait du manuel P7, p. 157, exercice 4, item d) : $4y^2 - 8xy = 4y \times y - 4y \times 2x = 4y(y - 2x)$. L'information reçue de l'élève peut montrer un état de connaissance (C), comme c'est le cas d'un élève qui répond qui justifie le produit négatif obtenu : *moins fois plus c'est moins*. Il montre ainsi un état de connaissance relatif aux règles de calcul sur les nombres relatifs.

Quant à l'action de l'enseignante face à l'information reçue de l'élève, elle peut aussi porter sur un résultat (R) lorsqu'elle valide ou invalide une réponse donnée (c'est vrai, c'est faux). Comme elle peut mettre en évidence la procédure suivie, lorsqu'elle demande à un élève de lui expliquer ce qu'il a fait pour obtenir la réponse. L'action de l'enseignante peut montrer un état de connaissance (C) comme, pour développer l'expression $-m(-3+4m)$, elle demande aux élèves d'indiquer la forme utilisée, $a(b+c)$.

Nous repérons tous les couples (I ; A) des six séances de la séquence et nous les présentons dans le tableau ci-dessous, ainsi que les **fréquences d'apparition**, en ligne, de chaque couple :

Tableau 6.5 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme L.

Action / Information	Résultat	Procédure	Connaissance	Total
Résultat	88 **(68%)**	23 **(18%)**	18 **(14%)**	129 **(100%)**
Procédure	16 **(28%)**	35 **(60%)**	7 **(12%)**	58 **(100%)**
Connaissance	8 **(27%)**	4 **(13%)**	18 **(60%)**	30 **(100%)**
Total	112 **(51%)**	62 **(29%)**	43 **(20%)**	217 **(100%)**

Note pour la lecture du tableau : Lorsque l'information reçue porte sur le résultat, 68% des actions de Mme L portent sur le résultat aussi, 18% portent sur la procédure et 14% sur l'état de connaissance. Autrement dit, pour le total de 129 interactions dont l'information reçue porte sur le résultat, 88 des actions de Mme L portent sur le résultat, 23 sur la procédure et 18 sur l'état de connaissance.

L'examen du tableau ci-dessus montre quelques éléments de la pratique de Mme L.

D'abord, la moitié des retours que Mme L. fait aux élèves porte sur le résultat. Le contenu de la plus grande partie de ces retours porte sur tâches dont la mise en fonctionnement nécessite la *compréhension qualitative des concepts* ; il s'agit surtout de la reconnaissance des caractéristiques d'un monôme et des termes semblables, comme l'illustre l'épisode ci-dessous, dont l'objectif est de faire un rappel des caractéristiques d'un monôme :

N°	**Interactions**	**I**	**A**
1	E : $x^2 + 3y^3 - 4$	R	
2	P : c'est une expression algébrique. Si je prends le premier terme, x^2, comment j'appelle x ?		R
3	Es : variable	R	
4	P : le 2 ?		R
5	Es : exposant de la variable	R	
6	P : de quoi a-t-on parlé aussi ?		R
7	E : termes, monômes	R	
8	P : monômes ? j'ai pris le monôme x^2, x est la variable, 2 est l'exposant. Alors on a parlé de coefficient. Quel est le coefficient dans le premier monôme ?		R
9	E1 : aucun	R	
10	P : j'ai pris le premier monôme (en indiquant x^2)		R
11	E2 : c'est nul	R	
12	P : c'est zéro alors ? qui pense que c'est zéro ?		R
13	E : non, 1	R	

Ensuite, les régulations didactiques dont l'action porte sur la procédure représentent les deux tiers des 217 régulations de la séquence. En effet, nous avons déjà relevé chez Mme L. l'intérêt qu'elle porte aux questions sur les procédures et les techniques mises en œuvre.

Quant aux régulations dont l'action porte sur la connaissance, elles constituent les 20% du total des régulations de la séquence. Ceci constitue une caractéristique de la pratique de Mme L. qui ne manque pas de développer l'état de connaissance des élèves chaque fois que l'occasion se présente.

Après avoir relevé les fréquences d'apparition de chaque catégorie, R – P ou C, dans les retours de l'enseignante observés dans la séquence, nous nous interrogeons sur l'information reçue et sur la catégorie correspondante. Nous repérons, d'une part, les régulations didactiques dont l'action de l'enseignante est au même niveau que l'information reçue ; nous les avons désignées par *régulations didactiques horizontales*, elles correspondent aux cases surlignées en bleu dans le tableau ci-dessus, d'autre part, nous déterminons les fréquences des *régulations didactiques verticales*, celles pour lesquelles l'action de l'enseignante n'est pas au même niveau que l'information reçue (cf. section 3.3).

Dans la séquence de Mme L., 65%[52] des 217 régulations didactiques sont horizontales et 35% sont verticales. Autrement dit, dans les deux-tiers des régulations didactiques environ, l'action de Mme L est au même niveau que l'information reçue. Il s'agit des couples (R ; R), (P ; P) et (C ; C) dans le tableau 6.5. Tandis que les régulations didactiques verticales se répartissent entre des régulations *ascendantes,* lorsque l'action de l'enseignante est à un niveau plus élevé que l'information reçue[53] et constituent 22% de total des régulations didactiques, et les régulations *descendantes*[54] qui constituent 13% des régulations de la séquence.

Ainsi, nous constatons que dans la pratique de Mme L., les retours faits aux élèves sont variés, quelle que soit l'information reçue. Bien que les régulations didactiques horizontales soient dominantes, l'enseignante tente aussi de proposer des actions qui ne soient pas seulement au même niveau que l'information reçue. Les retours portant sur la procédure et sur la connaissance ne semblent pas être négligés dans les interactions entre Mme L. et ses élèves.

6.1.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme L.

L'observation de la séquence d'enseignement des expressions algébriques renseigne sur des caractéristiques relatives aux composantes médiative et cognitive des pratiques de Mme L. Nous allons utiliser ces caractéristiques dans le chapitre 7 pour comprendre les apprentissages algébriques des élèves de cette enseignante.

[52] Il s'agit de calculer la fréquence d'apparition des régulations à la diagonale, par rapport au total des régulations : (88 + 35 + 18) /217 équivaut environ à 65%.
[53] Il s'agit des couples (R ; P), (R ; C) et (P ; C).
[54] Elles correspondent aux régulations pour lesquelles l'action de l'enseignant est à un niveau moins élevé que l'information reçue. Il s'agit des couples (P ; R), (C ; R) et (C ; P).

a) *À propos de la composante cognitive*

La séquence d’enseignement des expressions algébriques de Mme L. se caractérise par la présence des deux aspects *outil* et *objet* de l’algèbre. Elle fait intervenir l’outil algébrique, d’une part, par la mise en jeu d’une raison d’être des expressions algébriques relative à la traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques à travers une activité de lancement de la séquence. D’autre part, la résolution de l’activité de lancement du chapitre *Développement – Factorisation* met en jeu une raison d’être de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l’addition. Ainsi, Mme L. fait intervenir quelques genres de tâches constitutifs de la *génération d’expressions algébriques*. Cependant, c’est l’aspect procédural des expressions qui est abordé. L’aspect objet de l’algèbre est mobilisé par la mise en jeu de tous les genres de tâches constitutifs de l’OM3, *algèbre des polynômes,* durant les différentes séances.

Quant aux genres de tâches constitutifs de l’OM2, ils sont peu explicités durant la séquence, bien qu’ils figurent dans la praxéologie à enseigner définie au chapitre 5. En effet, dans la sélection des tâches et d’items à réaliser, la preuve algébrique et l’équivalence d’expressions n’y figurent pas. L’identification de la structure d’une expression est quelque fois mise en avant lors de la résolution d’exercices.

L’agrégation entre les praxéologies locales de référence est peu présente ; celles-ci sont travaillées indépendamment les unes des autres.

Mme L. a recours au manuel comme ressource principale à son enseignement. Elle suit la progression du contenu, tel qu’il se présente dans les deux chapitres sur les expressions algébriques, en alternant à chaque fois entre l’explication d’un contenu nouveau et l’application correspondante. Elle propose des tâches supplémentaires à partir desquelles elle introduit une nouvelle règle ou technique de calcul ; celles-ci n’étant pas destinées à compléter le contenu algébrique qui figure dans le manuel.

Dans les exercices choisis à résoudre en classe, Mme L. semble éviter de proposer beaucoup de tâches identiques. Les items travaillés sont partagés sur les divers types de tâches mis en jeu. Les énoncés sont variés et portent plutôt sur la mise en fonctionnement de *calcul* et le développement d'un *répertoire* de calcul chez les élèves. La séquence comporte aussi des exercices qui nécessitent une mise en fonctionnement *directe* des connaissances. Ces derniers sont répartis sur plusieurs séances, ce qui montre l'intérêt que peut avoir Mme L. à mobiliser l'outil algébrique dans son enseignement, en y retournant à plusieurs reprises durant la séquence. Mais le rôle de l'élève dans la résolution de ces items se limite à répondre aux questions de l'enseignante, qui portent plutôt sur les calculs intermédiaires à effectuer, beaucoup plus que sur la motivation de la lettre ou la génération d'expression algébrique.

b) À propos de la composante médiative

Mme L. a recours à une organisation régulière durant les différentes séances de la séquence. Elle prend en charge la résolution des activités de lancement et des exercices supplémentaires qu'elle donne et l'explication du cours. Pour les tâches qui nécessitent la *compréhension qualitative des concepts*, elle propose un travail autonome suivi d'une correction collective, orale. Pour les autres tâches, elles sont résolues collectivement au tableau, s'il s'agit de nouvelles tâches, ou résolues en individuel puis corrigées en collectif s'il s'agit de tâches identiques à celles déjà effectuées.

La correction collective est faite par les élèves, à l'oral. L'enseignante note les réponses au tableau, et les corrige au fur et à mesure en interrogeant les élèves sur la procédure mis en œuvre. Ainsi, Mme L. veille à faire acquérir les techniques de calcul algébrique chez ses élèves, mais ne néglige pas la mise en avant des règles et des procédures utilisées et des justifications correspondantes. En effet, les retours que fait l'enseignante à ses élèves en classe sont variés dépendamment de la tâche et de l'information reçue de l'élève. Ces retours portent sur le résultat lorsqu'il s'agit de la compréhension de concepts ou de la correction d'exercices types de calcul, sur la procédure lorsque l'enseignante interroge ou met en évidence les procédures utilisées et sur la connaissance lorsque l'enseignante interroge les élèves ou intervient sur les règles de calcul, les propriétés et les justifications.

De plus, la pratique de Mme L. se caractérise par le nombre élevé de régulations horizontales et ascendantes. Dans seulement 13% des régulations de la séquence, l'action de l'enseignante est à un niveau moins élevé que l'information reçue.

6.2 La séquence observée de Mme M. – EB7 (5e)

La séquence d'introduction des expressions algébriques chez Mme M. est composée de trois séances, chacune d'une quarantaine de minutes. Durant cette séquence, Mme M. travaille le chapitre 12, *Expressions algébriques*, du manuel de l'EB7 de la collection *Théma*, que nous avons désigné par T7 (cf. chapitre 5).

Dans la suite de cette section, nous analysons le scénario de la séquence d'enseignement de Mme M., le déroulement et les régulations qui ont eu lieu.

6.2.1 Le scénario de la séquence

Nous avons recueilli les tâches proposées dans la séquence de Mme M. suite au visionnement des séances filmées, étant donné que Mme M. ne dispose pas de préparation écrite de la séquence. Elle se réfère au fur et à mesure au manuel dont elle suit la progression pour l'explication du cours.

L'analyse du scénario de Mme M. est composée de l'analyse des tâches conduisant à dégager la praxéologie mathématique enseignée, et de l'analyse globale du scénario.

a) Les praxéologies mathématiques enseignées

Comme nous l'avons déjà présenté précédemment, pour chaque tâche du scénario, en nous référant à la consigne, nous précisons le type de tâche et la praxéologie locale mis en jeu, et nous indiquons le nombre d'items relatifs à chaque praxéologie locale abordés durant toute la séquence.

Par exemple, l'exercice 13 de la figure ci-dessous comporte deux types de tâches :

$T_{R-canonique}$ *Réécrire un monôme sous la forme canonique* $aX^n, a \in IR, n \in IN$ et $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.*

13 Réduire :

a) $3x^2 . (-3x^2)$; *b)* $3x^2 - 3x^2$;

c) $4x^2 . 7x^2$; *d)* $4x^2 - 7x^2$.

Exercice 13 – p. 136 – Manuel T7

Chaque type de tâche est mis en jeu dans deux items de l'exercice 13. Les expressions a et c convoquent $T_{R-canonique}$, et les expressions b et d convoquent $T_{FA-mon+mon}$. Ces deux types de tâches, explicités dans l'énoncé, sont constitutifs de la praxéologie locale OM3, *algèbre des polynômes*.

Dans certains exercices, la réponse nécessite de réaliser plusieurs types de tâches ; à un même item on peut donc faire correspondre plus d'un type de tâche. Par exemple, pour réduire l'expression *a* de l'exercice 17 ci-dessous, les deux types de tâches $T_{R-canonique}$ et $T_{FA-mon+mon}$ sont mis en jeu. Le même item correspond donc aux deux types de tâches précisés.

17 Réduire :

a) $2x \times 5 + 4x \times 2$;

b) $-x^2 \times 6x + x \times 7x^2$;

c) $(-3x^2) \times (2x^2) - 6x^4$;

d) $3x \times (-2x^3) + 5x^4$.

Figure – Exercice 17 – p. 136 – manuel T7

Ainsi, après avoir établi la liste des tâches proposées dans la séquence de Mme M., nous indiquons les praxéologies mathématiques T-convoquées[55] et nous les situons par rapport aux trois praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques (cf.

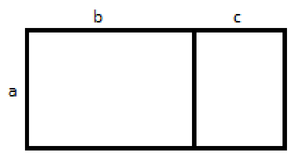
[55] L'organisation mathématique efficace OM_0 intervient au niveau OM t-convoquée lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâche et certains éléments de la tâche font qu'une seule technique est envisageable. (Castela, 2008, p. 152)

section 2.3). Nous relevons aussi le nombre d'items[56] correspondants à chaque type de tâche. Nous présentons les types de tâches convoqués dans la séquence de Mme M., les numéros de ces tâches, tels qu'ils figurent dans le manuel, ainsi que le nombre d'items correspondants dans le tableau ci-dessous.

Tableau 6.6 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme M.

Praxéologies mathématiques enseignées par Mme M			
OM locale	**Types de tâches**	**Tâches**	**Nb d'items**
OM1 Génération des expressions algébriques	$T_{T-Aire \to Exp}$ Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique.	Activité 2[57]	2
	Total nb d'item de l'OM1	2	
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	Ex supplémentaire[58]	1
	Total nb d'items de l'OM2	1	
OM3 Algèbre des polynômes	$T_{DDS-mon \times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	31	3
	$T_{DDS-entier \times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	24	2
		25	2
		29	3
	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.	32	1
		33	4
		34	1
		35	1
		36	1
	$T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans tous les termes.	38	1

[56] Par item, nous désignons une question ou une expression de l'exercice.
[57] Activité 2, p. 132, Manuel T7,
[58] Calculer l'aire du rectangle ci-dessous de deux façons différentes :



	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.	7	4
		13	2
		14	2
		17	4
		24	2
		25	2
		29	3
		31	3
	$T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes.	32	3
		33	2
		34	2
		35	4
		37	2
	$T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent.	32	2
		34	3
		35	1
		36	3
		37	2
	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique $aX^n, a \in IR, n \in IN$.	11	4
		12	4
		13	2
		14	2
		15	4
		17	4
		25	2
		31	3
	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	19	2
		20	2
		21	1
		22	1
		23	1
		24	2
		25	2
	Total nb d'items de l'OM3	101	
	Total nb d'items de la séquence	104	

L'analyse des tâches relevées de la séquence de Mme M. et présentées dans le tableau ci-dessus montre que l'enseignante fait intervenir dans son enseignement les trois praxéologies mathématiques locales, avec des différences au niveau du nombre de types de tâches mis en jeu et des items résolus.

i. La génération des expressions légèrement visée

À propos de l'OM1, la *génération des expressions*, Mme M. propose une tâche nécessitant la traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques (lignes surlignées en rouge dans le tableau 6.6). Il s'agit d'une tâche qui figure dans la partie *Activités* du manuel T7 (figure 6.4).

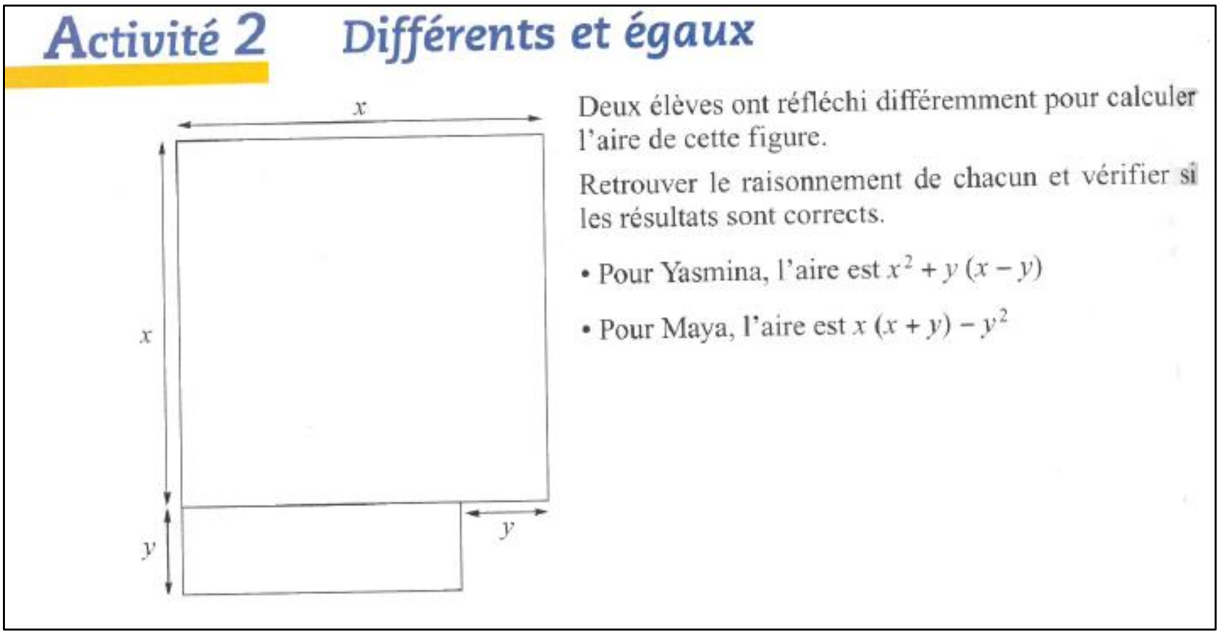
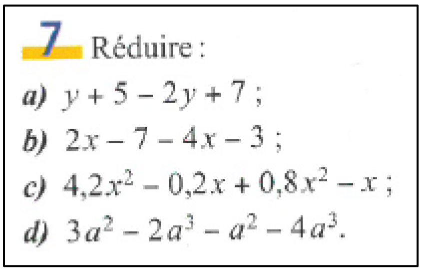


Figure 6.4 – Introduction des expressions algébriques par Mme M – p. 132 – Manuel T7

L'observation de la résolution de cette tâche par l'enseignante nous amène à nous interroger sur les raisons qui ont mené à la choisir parmi la série proposée. Bien que le choix des tâches à travailler se fasse en concertation avec l'équipe des enseignants de mathématique des autres sections, Mme M. est la seule à proposer cette tâche. Nous pensons qu'elle souhaite, ce faisant, introduire l'algèbre par une activité de traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques. Son approche, lors de la résolution, consiste à trouver la bonne réponse plutôt qu'à motiver la lettre ; cela nous conduit à supposer que l'activité est choisie dépendamment de son contexte familier pour les élèves puisqu'il s'agit du calcul de longueurs et d'aires. Ainsi, Mme M. a mobilisé une raison d'être des expressions algébriques, tout en veillant à mettre en place la résolution d'une activité préparatoire pour introduire un nouveau chapitre.

ii. L'*équivalence des expressions* rarement mise en avant

La tâche relative à l'OM2 (lignes surlignées en bleu dans le tableau 6.6) est une question supplémentaire à laquelle Mme M. a eu recours pour aider ses élèves à réussir l'item correspondant à l'expression c de l'exercice 7 ci-dessous en leur justifiant la règle de calcul de la distributivité de la multiplication sur l'addition.



7 Réduire :

a) $y + 5 - 2y + 7$;

b) $2x - 7 - 4x - 3$;

c) $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x$;

d) $3a^2 - 2a^3 - a^2 - 4a^3$.

Exercice 7 – p. 136 – Manuel T7

Cette tâche a été proposée après avoir obtenu trois réponses erronées données par des élèves différents sur la réduction de $4{,}2x^2 + 0{,}8x^2$ dans l'expression $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x$ (Manuel T7, chapitre 12, p. 136, exercice 7, item c). Mme M. trace un rectangle de dimensions *a* et (*b* + *c*) et demande aux élèves de calculer l'aire de ce rectangle de deux façons différentes, en les interrogeant étape par étape sur le calcul à effectuer. Voici un extrait des échanges qui ont lieu entre cette enseignante, désignée par P, et des élèves désignés respectivement par E1, E2 et E3 :

E1 : $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x \; = \; 0{,}8x^2$.
P : c'est quoi ?
E1 : $1{,}2x^2$
P : alors, Marie Line, tu passes s'il te plait au tableau. Qu'est-ce qu'il faut faire pour réduire ?
E1 : on va factoriser le *x*.
P : tu vas factoriser le *x* pour les quatre termes en même temps ?
E : non, pour le premier.
P : oui, c'est-à-dire tu vas quoi faire ? qu'est-ce qu'elle va faire ? elle va ?
Es[59] : factoriser
P : factoriser les quatre termes ?
Es : non, les x^2 en même temps.
P : vas-y
E1 : = $x^2(4{,}2 - \; 0{,}2$
P : là tu factorises $4{,}2x^2$ avec $-0{,}2x$? qui est d'accord ? qui n'est pas d'accord ? oui qu'est-ce qu'il faut faire Karl ?

[59] *Es* désigne le groupe classe, ou plusieurs élèves ayant répondu en même temps.

E2 : $x^2(4{,}2 + 0{,}2x^2)$
P : vous êtes d'accord avec Karl ? oui qu'est-ce qu'il faut faire ? qui va me donner la réponse ? oui ?
E3 : 4,2 + 0,2, on factorise x^2.
P : c'est-à-dire, qu'est-ce qu'il faut factoriser ? les deux termes $4{,}2x^2$ et $0{,}2x^2$. On factorise les expressions qui ont même variable et même exposant.
E3 : $x^2(4{,}2 + 0{,}2x^2)$
P : ah c'est vrai ? on garde le x^2. Attends.

À travers l'exercice supplémentaire proposé, l'enseignante aurait pu mobiliser l'algèbre comme un outil de généralisation et de preuve. Cependant, il semble que l'objectif de Mme M. est de montrer l'égalité de la distributivité de la multiplication sur l'addition, sans nécessairement mettre en évidence l'équivalence de deux expressions algébriques, et sans donner du sens à la justification en ayant recours à l'algèbre. Ceci peut être déduit à partir des échanges qui ont eu lieu avec les élèves et l'approche adoptée par l'enseignante pour atteindre le but visé. Voici un extrait qui illustre le découpage de la tâche par Mme M., en interrogeant un élève désigné par E sur la solution de l'exercice :

P : Si j'ai à calculer l'aire d'un rectangle formé de deux rectangles avec les côtés a, b et c. Comment tu vas calculer l'aire de ce rectangle ?
E : $a \times b$
P : pour celui-là (en désignant le second rectangle) ?
E : $a \times c$
P : pour calculer l'aire du grand rectangle, qu'est-ce qu'on fait ?
E : $a \times b + c$
P : + *c* ? écoute. Tu as calculé l'aire de ce rectangle, qui est quoi ?
E : $a \times b$
P : de celui-là ?
E : $a \times c$
P : et pour calculer l'aire du grand rectangle ?
E : $a \times b + a \times c$
P : est-ce qu'il y a une autre façon pour calculer l'aire de ce rectangle ?
E : oui, on factorise : $a \times (b + c)$.
P : tu connais bien la factorisation. Mais ce n'est pas ça. C'est une autre façon pour calculer l'aire. Quel est ce côté ?
E : $(b + c)$
P : pour calculer l'aire du rectangle je peux faire le petit côté fois le grand côté. Et là on a remarqué que c'est une factorisation. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$

De plus, Mme M. ne semble pas mettre en avant l'équivalence de deux expressions algébriques, comme elle aurait pu faire aussi lors de la résolution de l'activité de la figure 6.4, sans se limiter aux calculs de longueurs et d'aires.

iii. L'*algèbre des polynômes* fréquemment abordée

À propos de l'OM3, le tableau 6.6 montre le fort poids accordé aux types de tâches constitutifs de l'*algèbre des polynômes* (lignes surlignées en vert), relativement aux deux autres praxéologies locales[60]. En effet, 101 des 104 items (soit 97% des items) proposés dans la séquence de Mme M. relèvent du calcul algébrique, tandis que 2 items (soit 2% du total des items) relèvent de l'OM1 et un item de l'OM2. Ainsi, dans sa pratique, Mme M. semble accorder beaucoup plus d'importance aux types de tâches techniques, portant sur le calcul algébrique et mobilisant le passage de l'aspect procédural des expressions au structural, que ceux de modélisation et de preuve.

En comparant les genres de tâches présents dans la séquence de Mme M. à ceux qui constituent les praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques, nous remarquons que les genres de tâches constitutifs de l'OM3 figurent tous dans la séquence de Mme M., *développer*, *factoriser*, *réécrire un monôme* et *calculer*. Ce n'est pas le cas pour l'OM1 et l'OM2, pour lesquels un seul genre de tâches figure dans la séquence, *traduire* pour l'OM1 et *prouver* pour l'OM2. Néanmoins, dans la praxéologie à enseigner (cf. chapitre 5), nous avons déjà relevé le manque de recommandations institutionnelles concernant la *génération* et l'*équivalence des expressions algébriques*. Cela peut influencer le choix des items à effectuer, surtout si Mme M. se réfère principalement au contenu du manuel et aux recommandations officielles explicites.

b) Le poids accordé à chaque praxéologie locale dans la séquence

Dans l'analyse des praxéologies enseignées, nous avons relevé le nombre d'items effectués en classe, relatifs à chaque type de tâche de la praxéologie de référence. Dans le tableau ci-dessous, nous regroupons les types de tâches précisés dans le tableau 6.6 par les

[60] Nous rappelons que les tâches et les items correspondants à $T_{R-canonique}$ *Réécrire un monôme sous la forme canonique* $aX^n, a \in IR, n \in IN$, sont T-convoqués.

genres correspondants pour avoir une idée plus globale des genres de tâches abordés dans la séquence, surtout que nous ne cherchons pas à interpréter chaque type de tâche en particulier.

Tableau 6.7 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche.

OM locale	**Genres de tâches**	**Nb d'items**	**En %**
OM1 Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	0	0%
	T_T Traduire.	2	2%[61]
	T_A Associer.	0	0%
	Total nb d'items relatifs à l'OM1	2	2%
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	1	1%
	T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions	0	0%
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	0	0%
	$T_{Choisir}$ Choisir	0	0%
	$T_{Associer}$ Associer.	0	0%
	Total nb d'items relatifs à l'OM2	1	1%
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer.	10	10%
	T_F Factoriser.	55	53%
	T_R Réécrire un monôme.	25	24%
	T_C Calculer.	11	10%
	Total nb d'items relatifs à l'OM3	101	97%
	Total	104	100%

Comme nous l'avons déjà signalé, les genres de tâches constitutifs de l'OM1 et de l'OM2 travaillés dans la séquence de Mme M. ne sont pas très variés. Un seul genre de tâche correspond à l'OM1, et deux à l'OM2 dont l'un est implicitement abordé. Quant à l'entraînement au calcul algébrique, il a lieu grâce à la couverture de tous les genres de tâches constitutifs de l'OM3, à partir de plusieurs items. Par exemple, 10% des items de la séquence portent sur *Développer*. Mais le poids le plus élevé paraît être accordé au genre *Factoriser*. En effet, la moitié des items relatifs à la factorisation (26 items des 55, soit 25% du total des items résolus) correspond au type $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite*, qui consiste à réduire une somme algébrique.

Ainsi, dans la pratique de Mme M., la majorité des items relève du calcul algébrique et est répartie sur tous les genres de tâches de l'OM3. Cependant, ces items peuvent avoir

[61] 2% des items résolus durant la séquence font intervenir le genre *Traduire*.

différents niveaux de complexité dépendamment du niveau de mise en fonctionnement des connaissances en jeu.

c) Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

Comme nous l'avons précisé dans l'analyse des tâches de la séquence de Mme L. (cf. section 6.1.1), nous menons une analyse des énoncés des tâches proposées dans la séquence de Mme M. et nous déterminons le niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances en jeu en nous référant à Douady (1986) et à la catégorisation proposée par Roditi et Salles (2015) et par Salles (2017) développée à la section 3.2.

Dans la séquence d'enseignement de Mme M., l'activité 2 de la figure 6.4 est la seule qui fait intervenir l'aspect *outil* de l'algèbre, et qui nécessite la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure ; l'élève peut obtenir le résultat attendu par le calcul de l'aire d'une figure composée de rectangles et de carrés, procédure automatisée en EB7 et indiquée par l'énoncé. Les autres tâches[62] relèvent de l'aspect *objet*, et précisément de la catégorie *calcul*. Salles (2017) propose deux sous-catégories relevant du *calcul* (Artigue, 2005) selon que le calcul à effectuer fait appel à un *répertoire* de techniques et de stratégies de calcul mobilisable ou nécessite un NMF des connaissances plus avancé et une *flexibilité* de calcul.

Par exemple, les exercices 19 et 24 ci-dessous sont de l'ordre du *calcul* parce qu'ils portent sur des connaissances calculatoires, et ne sont pas mis en relation avec une situation pour laquelle le calcul serait nécessaire en tant qu'outil au service de la résolution (Salles, 2017).

19 Trouver la valeur numérique de :
A$=3x^2-2x$, pour $x=1$, puis $x=2{,}5$.

Exercice 19 – p. 137 – Manuel T7

[62] Dans ce paragraphe, nous ne distinguons pas entre tâche et exercice que lorsque l'exercice est composé de plusieurs tâches de NMF différents, nous le signalons lorsque le cas se présente.

24 On donne $a = -2$, $b = 3$ et $c = 4$.
Calculer, le plus simplement possible, la valeur des expressions suivantes :
a) $A = a - (b + a - c) + b - 3a - 2c$;
b) $B = (a - b) - (a + b) - (b - c) + (b - c)$.

Exercice 24 – p. 137 – Manuel T7

La réalisation de l'exercice 19 nécessite la mise en œuvre d'une technique ou d'une méthode, d'un *répertoire* de techniques, qui consiste à remplacer la variable par la valeur numérique proposée, en identifiant les produits de termes qui figurent dans l'expression, et à effectuer les calculs en respectant les lois de priorités opératoires.

La réalisation de l'exercice 24 nécessite certaines adaptations laissées à la charge de l'élève. Le fait qu'il faut calculer le plus simplement possible, exige de réduire l'expression avant d'effectuer la substitution, et ceci n'est pas explicité dans la consigne. L'exercice exige donc de la part de l'élève un certain niveau de *flexibilité* entre différentes stratégies de calcul algébrique.

Dans le tableau ci-dessous, nous présentons les NMF des connaissances en jeu de chaque exercice de la séquence de Mme M.

Tableau 6.8 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme M.

<table>
<tr><th colspan="3">Niveau de mise en fonctionnement</th><th>Nb de tâches</th><th>En %</th></tr>
<tr><td rowspan="3">OBJET</td><td colspan="2">Concept</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Calcul</td><td>Répertoire</td><td>20</td><td>87%</td></tr>
<tr><td>Flexibilité</td><td>2</td><td>9%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OUTIL</td><td colspan="2">Directe</td><td>1</td><td>4%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adaptation</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Intermédiaires</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Total</td><td>23</td><td>100%</td></tr>
</table>

La séquence de Mme M. se caractérise par la mise en jeu de deux niveaux de mise en fonctionnement des connaissances algébriques dans les exercices proposés, le *calcul* relatif à l'aspect *objet* et la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure, relative à l'aspect *outil* de l'algèbre. Mais le poids accordé à la catégorie *calcul* est beaucoup plus élevé que celui de la catégorie *directe*. Ceci montre, encore une fois, l'importance qu'accorde Mme M. au calcul algébrique et aux objets de l'algèbre dans son enseignement. Nous avons déjà obtenu un résultat semblable suite à l'analyse des praxéologies enseignées par Mme M menées dans le section précédente.

Les sous-catégories correspondant à la catégorie *calcul* figurent dans la séquence. Cependant, Mme M., dans sa pratique, semble viser principalement la construction d'un répertoire de faits numériques, de techniques, de méthodes et situations de référence chez ses élèves. Cette constatation nous conduit à nous interroger sur la capacité des élèves à utiliser ce répertoire de calcul algébrique dans la résolution des tâches calculatoires et sur les effets de la disponibilité de répertoire sur l'apprentissage des élèves relatifs aux techniques de calculs.

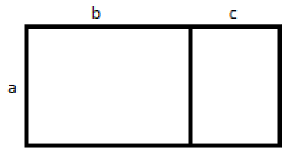
6.2.2 L'analyse globale du scénario

a) La progression globale du contenu

Mme M. aborde le chapitre des expressions algébriques par la résolution de l'activité 2 (cf. figure 6.4), considérée comme le moment de la première rencontre avec les expressions algébriques[63]. Ensuite, elle procède à l'explication des différentes parties du cours, telles qu'elles se présentent dans *Ce qu'il faut savoir* et *Apprendre à résoudre* du chapitre, puis propose d'effectuer un exercice du manuel relatif au type de tâche $T_{FA-mon+mon}$ *Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite*. La difficulté rencontrée par les élèves interrogés à réduire la somme de deux monômes semblables amène l'enseignante à proposer une tâche supplémentaire, donnée ci-dessous, qui traduit la règle de la distributivité de la multiplication sur l'addition à partir de la décomposition des aires et d'un changement de cadre (Douady, 1986) par le passage du cadre des grandeurs vers le cadre algébrique.

[63] Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre 5, l'introduction des expressions algébriques a lieu en classe de l'EB7 (5[e]), selon le programme libanais.

Calculer l’aire du rectangle ci-dessous de deux façons différentes :



Exercice supplémentaire proposé par Mme M.

Mme M. poursuit sa séquence par un entraînement sur les techniques de calcul algébrique, à partir d’exercices de genres de tâches constitutifs de la praxéologie locale de référence *Algèbre des polynômes*, selon leur ordre d’apparition dans le manuel. Avant d’aborder le type de tâche T_{C-num} *Calculer la valeur d’une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques*, Mme M. rappelle la substitution qu’elle n’a pas abordée lors de l’exposé du cours. Selon le programme libanais, le calcul de la valeur numérique d’une expression littérale est traité en EB6 (6^{e}).

Le tableau ci-dessous présente, par ordre chronologique, les différentes catégories qui figurent dans la séquence de Mme M., les genres de tâches travaillés et le contenu correspondant.

Tableau 6.9 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme M.

Chapitre 12 : Expressions algébriques	
Activité préparatoire	Activité 2
Explication du cours	Définition d'un monôme. Réduction d'un produit de monômes. Réduction d'une somme de monômes. Développement d'une expression algébrique. Factorisation d'une expression algébrique. Retour : Réduction d'une somme de monômes par la factorisation.
Résolution et corrections d'exercices	Factoriser - Réécrire un monôme : Exercice 7, 11, 12, 13, 14, 15, 17, ex suppl. Calculer : Exercices 19 à 22, 24, 23, 25. Développer : Exercices 29 et 31. Factoriser : Exercices 32, 33, 34, 35, 36, 37 et 38.

Nous constatons que les différentes parties de la séquence ne s'articulent pas entre elles : après avoir résolu l'activité préparatoire, Mme M. explique le cours entièrement, en suivant la progression du manuel, puis proposent les exercices à résoudre. Or, tous les exercices sélectionnés du manuel convoquent des types de tâches de l'OM3, ce qui montre, encore une fois, l'importance qu'accorde Mme M. à l'acquisition des techniques de calcul algébrique, tant au niveau du nombre d'items qu'au niveau de la durée. En effet, plus des deux-tiers de la séquence (soit deux des trois séances) portent sur la résolution d'exercices, pendant laquelle l'enseignante retourne peu aux rasions d'être des expressions algébriques et au cours expliqué. Nous développons davantage dans le paragraphe suivant les liens entre les praxéologies locales.

b) Les liens entre les praxéologies locales de référence

L'organisation du scénario de Mme M. révèle une nette distinction entre les catégories composant la séquence. L'enchaînement entre l'activité et le cours semble inexistant. Les cinq activités préparatoires de la partie *Activités* du manuel de l'EB7 la collection *Théma* sont destinées à introduire les expressions algébriques. Mme M. semble faire le choix de s'appuyer sur des connaissances antérieures des élèves, le calcul de l'aire d'une figure donnée, pour faire intervenir l'une des raisons d'être des expressions algébriques, la traduction entre le registre des grandeurs et celui des écritures algébriques. Or, dans l'exposé du cours, cette mise en relation n'est pas explicitée, comme si elle est laissée à la charge des élèves.

Lors de la résolution d'exercices, Mme M. insiste souvent sur le genre de tâche convoqué pour la réalisation d'une tâche donnée. Il s'agit principalement du genre de tâche *Identifier la structure*, constitutif de l'OM2, convoqué dans la réalisation de genres des tâches *Factoriser* et *Réécrire un monôme*. Dans sa pratique, Mme M. peut prendre en charge l'identification de la structure d'une expression comme elle peut la laisser à la charge des élèves. Dans certains cas, l'enseignante invite les élèves à identifier la structure pour réduire une expression, comme par exemple, pour réduire l'expression $-0{,}5x^3 - 8x^3$ (Extrait du manuel T7, p. 136, exercice 14, item d), Mme M. demande aux élèves s'il s'agit d'une somme ou d'un produit. Tandis que, pour réduire l'expression $4x^2(-2y)$ (Extrait du manuel T7, p. 136, exercice 15, item b), elle affirme qu'il s'agit d'un produit de termes pour justifier la réponse d'un élève. Les types de tâches constitutifs de l'OM2, mis en évidence lors de l'enseignement, complètent, implicitement, la praxéologie enseignée définie à la section 6.2.1.

Ainsi, malgré le manque d'enchaînement entre les différentes parties de la séquence et le peu de retours aux raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébrique lors de la résolution d'exercices, Mme M. semble favoriser, dans sa pratique, l'agrégation des praxéologies pour donner du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation (Pilet, 2012).

c) La cohérence des praxéologies enseignées avec les praxéologies à enseigner

Mme M. se réfère au manuel de l'EB7 (5e) de la collection *Théma*, désigné par T7, dans le choix des tâches à réaliser durant la séquence. Elle ne propose pas aux élèves tout ce qui figure dans le manuel, mais elle sélectionne certaines tâches, comme par exemple l'activité 2 (cf. figure 6.4) parmi les cinq activités proposées dans la partie *Activités* pour lancer la leçon, et une série d'exercices à effectuer.

La résolution de l'activité 2 fait intervenir une raison d'être des expressions algébriques portant sur la traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques, et répond ainsi à l'une des recommandations des instructions officielles (cf. chapitre 5). Toutefois, en sélectionnant les exercices à effectuer, Mme M. exclut les tâches qui mettent en jeu $T_{Associer}$ *Associer deux expressions égales pour tout x*, relatif à l'OM2, et qui figurent dans les exercices 1 et 8 ci-dessous :

1 Associer chaque expression proposée à sa formule réduite :

$-x+7x$ •	• x
$3x-4x$ •	• $-6x$
$7x-6x$ •	• $-x$
$-x-5x$ •	• $-6x$
$x-7x$ •	• $6x$

8 Relier les expressions égales :

$-(3-x)-2$ •	• $x-1$
$-(3-x-2)$ •	• $-x+5$
$-(2-x-1)$ •	• $-1-x$
$-3-(x-2)$ •	• $x-5$

Figure 6.5 – Tâches qui mettent en jeu l'association de deux expressions égales pour tout x – p. 136 – Manuel T7

Ainsi, Mme M. fait intervenir, dans son enseignement, la majorité des types de tâches, en cohérence avec ceux définis dans les praxéologies à enseigner, mais certains ne sont pas travaillés. Nous nous interrogeons alors sur les raisons pour lesquelles ces types de tâches n’étaient pas proposés durant la séquence, et sur les effets sur les apprentissages des élèves.

6.2.3 Le déroulement

À partir de l’analyse du déroulement des scénarios, nous identifiions les pratiques d’enseignement de Mme M. relatives à l’organisation des séances et de la classe et les interventions de l’enseignantes.

a) L’organisation des séances

Le chapitre des expressions algébriques dure trois séances et est réparti en trois catégories (cf. tableau 6.9). La résolution de l’activité préparatoire et l’explication du cours ont lieu lors de la première séance et la résolution d’exercices d’application a commencé dès la première séance et s’est étalée sur les deux autres. Le travail sur les exercices occupe donc plus des deux-tiers du temps. Ce qui montre, encore une fois, que le travail sur les exercices de calcul algébrique est privilégié dans la pratique de Mme M.

Les séances de Mme M. n’ont pas une organisation type, selon qu’il s’agisse de la séance d’introduction du chapitre ou d’une séance d’application. Les rappels de cours ne sont pas systématiques, ils ont lieu lorsqu’elle l’estime nécessaire, pendant la résolution d’exercices. Le rappel peut être fait par l’enseignante ou par un élève qu’elle désigne.

b) L’organisation de la classe

La plupart des exercices sont réalisés en classe, seuls quelques-uns identiques à ce qui est fait en classe, sont à faire à la maison. Le travail en classe est souvent individuel, Mme M. donne du temps pour effectuer les exercices, et procède ensuite à la correction collective, orale ou au tableau. Pour les exercices d’entraînement, dont l’énoncé est répété et le calcul semble être simple, la correction se fait souvent à tour de rôle, oralement.

Lorsqu'un élève se trompe, l'enseignante lui demande de passer au tableau pour écrire sa réponse, la discuter et la corriger. De même la correction du devoir est collective, à l'oral. La correction des items dont la solution semble être compliquée à lire parce qu'ils sont composés de nombres décimaux et contiennent plusieurs termes se fait au tableau, par des élèves désignés par l'enseignante, puis discutée et corrigée collectivement. Certaines tâches sont directement résolues collectivement au tableau, sans que les élèves n'aient eu un temps de recherche individuelle. Il s'agit principalement de l'activité préparatoire qui relève de l'OM1 et de l'exercice supplémentaire qui relève de l'OM2 que l'enseignante effectue elle-même au tableau, en interrogeant les élèves et en notant les réponses au tableau.

En croisant les NMF des connaissances présentées ci-dessus (cf. tableau 6.8) aux modalités d'organisation de la classe, nous remarquons que les tâches relevant du *calcul* en se référant à un *répertoire* sont résolues individuellement et corrigées oralement, celles qui nécessitent une *flexibilité* dans le calcul sont corrigées au tableau, tandis que la tâche qui porte sur la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure est effectuée par l'enseignante au tableau. Dans ce dernier cas, l'enseignante n'accorde pas un temps de recherche aux élèves avant la correction collective.

c) Les interventions de Mme M.

La plupart des interventions de Mme M. ont lieu lors de la résolution ou de la correction collective des exercices, étant donné qu'elle prend en charge, elle-même, l'exposé du cours et qu'elle n'intervient que rarement avant et pendant le travail individuel des élèves. Elle ne décrit que rarement la démarche à suivre pour effectuer un exercice. Pour la résolution des exercices, l'enseignante désigne les élèves à tour de rôle pour répondre aux questions. Lorsqu'un élève se trompe, elle sollicite d'autres élèves, ceux qui demandent la parole ou bien ceux qui commencent par donner partiellement la réponse lorsqu'elle s'adresse à toute la classe. En cas d'erreur, Mme M. adopte principalement deux pratiques. Elle signale l'erreur commise ou elle oriente l'élève à repérer son erreur et à la corriger à partir d'une série de questions. Ces questions sont le plus souvent fermées et visent la correction de l'erreur..

Voici un extrait d'une séance, dans lequel, pour réduire $0{,}2x^2 - 1{,}2x^2$, Mme M. guide l'élève pour corriger son erreur :

E : c'est égal à $1x^2$.
P : tu passes un peu au tableau. Comment tu vas réduire cette expression ?
E : on factorise
P : qu'est-ce qu'on peut factoriser ?
E : le x
P : x seulement ?
E : x^2
P : oui on peut factoriser par x^2. Factorise par x^2.
L'élève écrit au tableau : $x^2(0{,}2 - 1{,}2)$
P : 0,2 – 1,2 c'est combien ?
E : – 1
P : très bien, –1 donc ?
E : -1 x^2

Ceci nous amène à supposer que les aides dispensées pour corriger une réponse fausse se présentent sous forme d'aides procédurales, tournées vers la réussite de la tâche.

D'un autre côté, on constate l'importance que Mme M. accorde à faire participer le groupe classe en les interrogeant fréquemment ou en leur demandant ce qu'ils pensent de la réponse obtenue, indépendamment de sa justesse.

Mme M. ignore rarement la réponse d'un élève. Une seule fois dans la séquence, elle a fait semblant de ne pas écouter la réponse correcte donnée par un élève. Ceci est peut-être dû au fait qu'elle souhaite donner plus de temps aux autres élèves pour réfléchir à la solution.

Les interventions de Mme M. montrent l'intérêt qu'elle porte à l'acquisition des connaissances algébriques par ses élèves en leur permettant de répondre aux questions et de se tromper, et en les guidant pour corriger leurs erreurs. Afin de mieux comprendre le contenu algébrique mis en jeu par Mme M., nous présentons dans le paragraphe suivant les interactions qui se manifestent en tant que régulations didactiques dégagées durant l'enseignement de Mme M.

6.2.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme M.

Des trois séances de Mme M., nous dégageons tous les couples (I ; A) où I correspond à l'information reçue et A à l'action de l'enseignant face à cette information. Les transcriptions des échanges entre l'enseignante et ses élèves, codées, figurent en annexe D.

Nous rappelons que l'information reçue peut porter sur le résultat de l'activité de l'élève (que nous désignons par R), comme c'est le cas lorsque l'élève donne la forme réduite d'une expression : $y + 5 - 2y + 12 = -y + 7$ (Extrait du manuel T7, p. 136, exercice 7, item a). Elle peut indiquer la procédure mise en œuvre durant cette activité (P), lorsqu'il montre le monôme, facteur commun, dans une expression à réduire : $0{,}2x^2 - 1{,}2x^2 = x^2(0{,}2 - 1{,}2)$ (Extrait du manuel T7, p. 136, exercice 14, item c). L'information reçue de l'élève peut montrer un état de connaissance (C), comme c'est le cas d'un élève qui répond que *dans un produit, on ajoute les exposants* pour répondre à la question : *Pourquoi tu obtiens exposant 4 ?* Il montre ainsi un état de connaissance relatif aux propriétés de calcul sur les puissances.

Quant à l'action de l'enseignante face à l'information reçue de l'élève, elle peut aussi porter sur un résultat (R) lorsqu'elle valide ou invalide une réponse donnée (c'est vrai, c'est faux). Comme elle peut mettre en évidence la procédure suivie, lorsqu'elle demande à un élève de lui expliquer ce qu'il a fait ou de lui donner une autre méthode pour effectuer la tâche. L'action de l'enseignante peut montrer un état de connaissance (C) comme, pour réduire
$-b - b$, l'enseignante interroge l'élève s'il s'agit d'un produit ou d'une somme. Nous repérons tous les couples (I ; A) des trois séances de la séquence et nous les présentons dans le tableau ci-dessous, ainsi que les **fréquences d'apparition**, en ligne, de chaque couple :

Tableau 6.10 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme M.

Action / Information	Résultat	Procédure	Connaissance	Total
Résultat	91 **(72%)**	25 **(20%)**	10 **(8%)**	126 **(100%)**

Procédure	29 **(54%)**	21 **(39%)**	4 **(7%)**	54 **(100%)**
Connaissance	2 **(20%)**	3 **(30%)**	5 **(50%)**	10 **(100%)**
Total	122 **(64%)**	49 **(26%)**	19 **(10%)**	190 **(100%)**

Note pour la lecture du tableau : Lorsque l'information reçue porte sur le résultat, 72% des actions de Mme M. portent sur le résultat aussi, 20% portent sur la procédure et 8% sur l'état de connaissance. Autrement dit, pour le total de 126 interactions dont l'information reçue porte sur le résultat, 91 des actions de Mme M. portent sur le résultat, 25 sur la procédure et 10 sur l'état de connaissance.

L'examen du tableau ci-dessus montre quelques éléments de la pratique de Mme M.

D'abord, l'action qui porte sur le résultat est dominante par rapport à celle qui porte sur la procédure ou sur la connaissance. 64% des 190 régulations didactiques portent sur le résultat. Cela s'explique par la pratique de Mme M. lors de la correction des exercices. En effet, lorsque la réponse donnée est juste, elle admet cette réponse, précise qu'elle est juste (en interrogeant quelquefois le groupe classe) et passe à la résolution de la tâche ou de l'item qui suit, autrement dit, elle interroge rarement sur la procédure mise en œuvre ou la connaissance qui la justifie. Lorsque la réponse donnée est fausse, Mme M. a souvent tendance à indiquer l'erreur avant de procéder à la correction, qui se fait, soit en modifiant la procédure utilisée soit en interrogeant les élèves sur la propriété ou la connaissance.

Dans la séquence de Mme M., 62%[64] des 190 régulations didactiques sont horizontales et 38% sont verticales. Autrement dit, dans les deux-tiers des régulations didactiques environ, l'action de Mme M. est au même niveau que l'information reçue. Il s'agit des couples (R ; R), (P ; P) et (C ; C) dans le 6.10. Tandis que les régulations didactiques verticales se répartissent entre des régulations *ascendantes*, lorsque l'action de

[64] Il s'agit de calculer la fréquence d'apparition des régulations à la diagonale, par rapport au total des régulations : (91 + 21 + 5) /190 équivaut environ à 62%.

l'enseignante est à un niveau plus élevé que l'information reçue[65] et constituent 20% de total des régulations didactiques, et les régulations *descendantes*[66] qui constituent 18% des régulations de la séquence.

Avant d'interpréter davantage ces résultats, illustrons-les par un extrait d'échanges entre Mme M désignée par P, et un élève (E), qu'elle a choisi pour réduire, au tableau, l'expression $-0{,}5x^3 - 8x^3$ (Extrait du manuel T7, p. 136, exercice 14, item d):

N°	Interactions	I	A
1	E : $-0{,}5x^3 - 8x^3 = -4x^3$	R	
2	P : c'est une somme ou un produit ?		C
3	E : c'est une somme	C	
4	P : c'est-à-dire qu'est-ce que tu as fait pour réduire ?		P
5	E : (− 0,5) par (− 8)	P	
6	P : mais tu viens de dire que c'est une somme. Si c'est une somme on multiplie les coefficients ?		P
7	E : non	P	
8	P : qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
9	E : c'est $7{,}5x^3$	R	
10	P : alors, passe au tableau. Qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
11	E : il faut factoriser le x^3	P	
12	P : factorise		R
13	E : $x^3(-0{,}5 - 8)$	P	
14	P : c'est-à-dire ?		R
15	E : -7,5	R	
16	P : qui est d'accord avec Ali ?		R
17	Élèves : non c'est (-8,5)	R	
18	P : c'est une somme de deux nombres relatifs qui ont le même signe, alors qu'est-ce qu'il fallait faire ?		C
19	E : additionner	C	
20	P : voilà donc ?		R
21	E : 8,5	R	
22	P : 8,5 ?		R
23	E : $-8{,}5x^3$	R	

Cet extrait montre comment, à partir des échanges qui ont lieu, l'élève est amené à corriger son erreur et illustre plusieurs types de régulations didactiques, horizontales (R ; R)

[65] Il s'agit des couples (R ; P), (R ; C) et (P ; C).
[66] Elles correspondent aux régulations pour lesquelles l'action de l'enseignant est à un niveau moins élevé que l'information reçue. Il s'agit des couples (P ; R), (C ; R) et (C ; P).

et (P ; P), verticales ascendantes (R ; C) et (R ; P) et verticales descendantes (C ; P) et (C ; R).

Dans la pratique de Mme M., les régulations didactiques horizontales sont dominantes, et l’action qui porte sur le résultat semble être privilégiée. Lorsque l’élève donne le résultat d’un item ou d’une tâche, Mme M. semble privilégier le résultat aussi dans le retour qu’elle fait. Dans certains cas, elle met en évidence ou elle interroge l’élève sur la procédure ou sur la connaissance mobilisée pour la réalisation de la tâche. Les régulations didactiques pour lesquelles l’action concerne un état de connaissance figurent peu dans la séquence de Mme M. Celles-ci comprennent plutôt les propriétés et les règles de calcul mises en œuvre, comme les règles de calcul de la somme et du produit de deux nombres relatifs, les règles de calculs en respectant les lois de priorité, etc.

6.2.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme M.

L’observation de la séquence d’enseignement des expressions algébriques renseigne sur des caractéristiques relatives aux composantes médiative et cognitive des pratiques de Mme M. Nous allons utiliser ces caractéristiques dans le chapitre suivant pour comprendre les apprentissages algébriques des élèves de cette enseignante.

a) *À propos de la composante cognitive*

Le scénario de Mme M. se caractérise par la présence des tâches qui relèvent de tous les genres de tâches constitutifs de l’OM3 et de quelques-unes relatives à la génération des expressions algébriques. L’équivalence des expressions algébriques est peu abordée explicitement dans les tâches résolues, mais elle est implicite dans quelques échanges de l’enseignante avec ses élèves en classe.

Mme M. semble utiliser le manuel comme principale ressource pour son enseignement. La séquence est identique au contenu du chapitre des expressions algébriques. Elle propose les parties, dans l’ordre dans lesquelles elles se présentent dans le manuel (activité puis cours puis exercices), et sélectionne les exercices à résoudre en classe parmi ceux du manuel, hormis un seul exercice supplémentaire qu’elle a improvisé au tableau pour justifier l'égalité de la distributivité de la multiplication sur l'addition. L'enseignante a probablement eu recours à cet exercice pour aider ses élèves à réussir la réduction d'une somme algébrique.

Dans le choix d'exercices effectué, Mme M. semble limiter les objectifs d'apprentissages de la séquence à la maîtrise de techniques de calcul algébrique – développement, factorisation, réduction et substitution. Les énoncés des exercices choisis sont souvent répétés, ils sont calculatoires et mettent en jeu du *calcul* et tendent surtout à développer un *répertoire* de calcul chez les élèves. Comme il y a quelques exercices qui concernent la *flexibilité* dans le calcul. Un seul exercice dont la mise en fonctionnement nécessite des adaptations est effectué dans la séquence. Il met en jeu la traduction entre le registre des grandeurs et celui des écritures algébriques. Il est proposé au début de la séquence et a le statut d'une activité de lancement. Toutefois, il semble que Mme M ne souhaitait pas faire intervenir une raison d'être des expressions algébriques. Nous soutenons cette remarque par le fait que, durant l'explication du cours et la suite de la séquence, l'enseignante n'a fait aucun retour à la génération d'expressions, et que l'équivalence de deux expressions n'a pas été mise en évidence lors de la résolution.

Au niveau de l'algèbre, nous identifions quelques carences relativement à la praxéologie de référence relative aux expressions algébriques. Tout d'abord, la séquence de Mme M. comporte des tâches qui font intervenir les raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique, mais leur enjeu n'est pas de motiver l'usage de la lettre, ni de produire des expressions algébriques, ou de travailler sur la preuve de l'équivalence de deux expressions algébriques. Ensuite, l'aspect structural des expressions algébriques n'est pas travaillé. C'est l'aspect procédural qui est mis en jeu grâce à la traduction du registre des grandeurs vers celui des écritures algébriques. Enfin, les praxéologies locales de référence sont travaillées indépendamment l'une de l'autre. Les liens existent surtout entre des types de tâches d'une même praxéologie, l'OM3. Or, une agrégation entre les trois praxéologies locales de référence donne du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation (Pilet, 2012). Nous nous interrogeons donc sur le sens que donnent les élèves aux expressions algébriques et sur leur capacité à réussir la résolution de tâches portant sur le sens suite à l'enseignement qui a eu lieu.

b) À propos de la composante médiative

L'organisation de la résolution et de la correction d'exercices est régulière. Pour les calculs qui nécessitent une application directe des règles, Mme M. propose un travail autonome, suivi de la correction orale ou écrite au tableau, validée par l'enseignante.

Face à une erreur, l'enseignante procède souvent à une série de questions orientant l'élève qui s'est trompé vers la bonne réponse. Si la correction est orale, l'élève qui s'est trompé passe au tableau pour noter puis corriger sa réponse. Au cas où il ne réussirait pas, Mme M. interroge un autre élève. Pour les tâches nouvelles ou celles qui nécessitent une autre mise en fonctionnement que le calcul, la résolution se fait directement au tableau, sans que les élèves n'aient eu nécessairement un temps de recherche individuelle. Selon nous, cette organisation reflète, d'une part, la volonté de Mme M. de faire avancer son cours, sans faire confronter les élèves à une situation susceptible de leur poser des difficultés. D'autre part, elle renseigne sur la représentation que peut avoir Mme M. sur l'algèbre et les expressions algébriques et qui consiste à faire acquérir leur aspect objet et particulièrement, les techniques de calcul algébrique, sans faire intervenir les programmes de calcul et l'équivalence de deux programmes de calcul, qui ne figurent pas d'ailleurs dans les instructions officielles. Ceci rejoint aussi nos résultats sur l'analyse des régulations didactiques de la séquence de Mme M. Dans la plupart des régulations, Mme M. agit sur le résultat, et quelque fois sur la procédure, quelle que soit l'information reçue. L'action sur l'état de connaissance ne concerne que 10% du total des régulations de la séquence.

6.3 La séquence observée de M. R. – EB7 (5e)

Dans cette section, nous menons une analyse de la séquence d'enseignement des expressions algébriques de M. R. D'abord, nous déterminons la praxéologie enseignée que nous comparons à la praxéologie à enseigner définie au chapitre 5, ensuite nous menons une analyse plus globale du scénario des séances et du déroulement. Enfin, nous dégageons les régulations didactiques observées afin de déterminer des éléments de pratiques de M. R. relatifs aux composantes médiative et cognitive de sa pratique enseignante.

La séquence d'introduction des expressions algébriques chez M. R. est composée de six séances, chacune d'une quarantaine de minutes. M. R. utilise le manuel de l'EB7 de la collection *Puissance* que nous avons désigné au chapitre 5 par P7. Dans ce manuel, les expressions algébriques occupent deux chapitres, le chapitre 15 intitulé *Expressions algébriques* et le chapitre 16 intitulé *Développement – Factorisation*. Comme pour Mme L. dont on a analysé la séquence enseignée à la section 6.1, M. R. aborde les deux chapitres sur les expressions algébriques durant la même séquence.

6.3.2 Le scénario de la séquence

Nous avons recueilli les tâches proposées durant la séquence de M. R. suite au visionnement des séances filmées, afin de définir la praxéologie enseignée, et nous avons reconstitué, dans la mesure du possible, le scénario à analyser. En effet, comme pour Mme L. et Mme M., M. R. ne dispose pas de préparation écrite *a priori* de la séquence, son projet d'enseignement est plutôt déterminé par le contenu des chapitres du manuel.

a) *Les praxéologies mathématiques enseignées*

Après avoir établi la liste des tâches[67] proposées dans la séquence de M. R., nous indiquons les types de tâches T-convoqués, lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâche envisageable, et nous les situons par rapport aux trois praxéologies locales de référence relative aux expressions algébriques (cf. section 2.3). Nous relevons aussi le nombre d'items[68] correspondant à chaque type de tâche.

Le tableau ci-dessous comporte les types de tâches convoqués dans la séquence de M. R., les tâches et le nombre d'items[69] effectués relatifs à chaque type de tâche. Nous conservons les mêmes désignations[70] que celles du manuel, sauf pour les exercices supplémentaires[71] que nous désignons par « Ex suppl » et que nous numérotons par ordre d'apparition dans la séquence. Nous utilisons le numéro de l'exercice suivi par un astérisque

[67] Nous rappelons que nous ne distinguons pas entre tâche et exercice.
[68] Par item, nous désignons une question ou une expression de l'exercice.
[69] Nous rappelons que si un item convoque deux types de tâches, nous le considérons deux fois.
[70] « Act » pour désigner une « activité » de découverte et « Appl » pour désigner une « application » figurant dans la partie *Cours*.
[71] Il s'agit des exercices qui ne figurent pas dans le manuel.

(*) pour désigner les exercices du chapitre 16, le second chapitre sur les expressions algébriques du manuel P7.

Tableau 6.11 – Praxéologies enseignées dans la séquence de M. R.

Praxéologies mathématiques enseignées par M. R.			
OM locale	**Types de tâches**	**Tâches**	**Nb d'items**
OM1 Génération des expressions algébriques	$T_{T-LgNat\to Exp}$ Traduire une expression donnée en langage naturel par une expression algébrique.	Ex suppl 1	1
	$T_{T-Aire\to Exp}$ Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique.	Ex suppl 4	2
	$T_{T-Perimetre\to Exp}$ Traduire le périmètre d'une figure par une expression algébrique.	6	3
		7	1
	$T_{A-Exp-LgNat}$ Associer une expression algébrique à une phrase en langage naturel (aspect structural) et inversement.	2	9
	Total nb d'items de l'OM1	16	
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.	2	5
	Total nb d'items de l'OM2	5	
OM3 Algèbre des polynômes	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	1*	4
		2*	1
	$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k\in IR$.	1*	2
		2*	3
		3*	3
	$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	3*	6
	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.	4*	2
		5*	2
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.	4	4
		10	2
		14	4
		2*	4
		3*	4
	$T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes.	4*	4
		5*	1
	$T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent.	5*	2

	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique $aX^n, a \in IR, n \in IN.$	Ex suppl 3	2
		8	6
		13	4
		2*	4
		3*	9
	T_{C-num} Calculer la valeur d’une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	5	4
	$T_{CDS-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant la distributivité simple.	6*	2
	Total nb d’items de l’OM3	79	
	Total nb d’items de la séquence	100	

D’après le tableau ci-dessus, on constate que M. R. fait intervenir dans sa séquence, des tâches qui relèvent des trois praxéologies locales de référence, et que les effectifs des items résolus diffèrent d’une praxéologie à l’autre. Dans la suite de ce paragraphe, nous détaillons le contenu enseigné relatif à chaque praxéologie locale de référence.

i. Une variété de types de tâches relatifs à la *génération des expressions*

Pour introduire les expressions algébriques, M. R. a cherché à motiver la lettre par le passage du numérique à l’algèbre. Il introduit la séquence par un exercice supplémentaire de traduction d’une expression donnée en langage naturel en une expression algébrique :

> Exercice supplémentaire 1 :
>
> Traduire chacune des phrases suivantes par des phrases en langage mathématique :
>
> Phrase 1 : Multiplier cinq par deux et soustraire trois au résultat.
>
> Phase 2 : Multiplier un nombre par cinq et soustraire deux au résultat.

Puis il propose une tâche de calcul du périmètre d’un rectangle connaissant ses dimensions :

> Exercice supplémentaire 2 :
>
> On donne un rectangle de longueur 7 et de largeur 3. Trouver le périmètre de ce rectangle.

Dans le second exercice supplémentaire ci-dessus, l'énoncé ne montre aucun rapport *a priori* avec les expressions algébriques, toutefois les questions de l'enseignant et les échanges qui ont eu lieu durant la résolution visent l'introduction de la lettre et des expressions algébriques. Ci-dessous un extrait illustratif de ces échanges entre M. R. désigné par *P*, en référence à « Professeur » et plusieurs élèves désignés par *E1*, *E2*, *E3*, *E4*, *E5*, *E6* et *Es* (pour le groupe) :

E1 : $7 \times 2 + 3 \times 2$
P : je veux une autre forme
E2 : largeur fois deux et longueur fois deux
L'enseignant note au tableau : $l \times 2 + L \times 2$
P : oui Salim
E3 : $7 + 7 + 3 + 3$
P : oui ?
E4 : $7 \times 3 \times 2$
P : non, 7×3, non
E5 : 7 plus 3 fois 2.
P : comment je vais écrire ça ? $7 + 3 \times 2$, comme ça ? qu'est-ce qu'il a oublié ?
E6 : les parenthèses
P : $(7 + 3) \times 2$, il a oublié les parenthèses. Je vais m'arrêter avec ces réponses, on va essayer de regarder la deuxième : $(l \times 2 + L \times 2)$. Dans la deuxième, je vais essayer de l'écrire sous une autre forme : $2 \times (L + l)$. Je peux écrire sous cette forme ?
Es : oui
P : comment je vais appeler cette expression ?
Es : expression algébrique

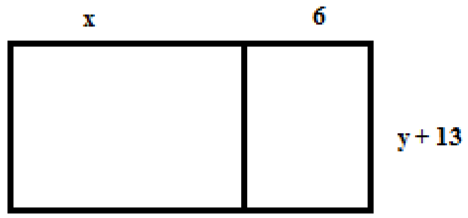
À partir de ces échanges, il semble que l'enseignant vise l'introduction de la lettre grâce à la formule de calcul du périmètre d'un rectangle, sans que l'énoncé de l'exercice ne l'induise.

Pour introduire le chapitre 16, Développement – Factorisation, M. R. propose l'exercice supplémentaire 4 ci-dessous, dans lequel il met en jeu, encore une fois, la traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques, mais en écartant la possibilité de résoudre l'exercice en ayant recours au numérique.

Exercice supplémentaire 4 :

Un rectangle est divisé en deux, comme le montre la figure ci-dessous.

Exprime son aire de deux manières différentes.



La tâche proposée vise l’introduction de la double distributivité de la multiplication sur l’addition, en abordant implicitement la simple distributivité. En effet, M. R. propose cette tâche alors qu’il n’a pas encore expliqué la simple distributivité de la multiplication sur l’addition, ce qui pourrait influencer les acquisitions des élèves relatives au développement d’une expression.

Ces tâches supplémentaires sont résolues collectivement en classe. M. R., au tableau, échange avec les élèves et dirige leurs réponses vers celles souhaitées et qui visent la motivation de la lettre et l’introduction des expressions algébriques.

La mobilisation de la *génération des expressions algébriques* à partir de tâches qui relèvent de l’outil algébrique dans la séquence de M. R. ne se limite pas à la phase d’introduction. L’enseignant propose dans la phase d’entraînement, d’autres tâches relatives à cette praxéologie locale, l’OM1 (cf. tableau 6.11).

Ainsi, nous venons de montrer qu’en introduction de sa séquence, et à partir de la résolution de tâches faisant intervenir les types de tâches relatifs à l’OM1 et qui correspondent aux lignes surlignées en rouge dans le tableau ci-dessus, M. R. fait intervenir une raison d’être des expressions algébriques, la traduction de relations mathématiques d’un registre sémiotique, celui du langage naturel et celui des grandeurs et des mesures, vers le registre des écritures algébriques en mettant en évidence l’aspect procédural des expressions. Et il montre une règle de calcul algébrique, la double distributivité de la multiplication sur l’addition.

ii. L'*équivalence des expressions* légèrement abordée

M. R. résout une seule tâche (cf. figure 6.3) qui met en jeu le genre *Associer* (ligne surlignée en bleu dans le tableau 6.11) constitutif de la praxéologie locale *Équivalence des expressions*. Mais il n'évoque pas l'équivalence de deux expressions algébriques en ayant recours à la justification ou au contre-exemple, comme il aurait pu faire aussi lors de la correction de l'exercice supplémentaire 4. Ainsi, M. R. mobilise peu, explicitement, l'OM2 durant la séquence.

iii. L'*algèbre des polynômes* fréquemment abordée

D'après le tableau 6.11, nous constatons qu'un grand nombre d'items qui mettent en jeu l'OM3 (lignes surlignées en vert dans le tableau) sont résolus dans la séquence de M. R. Ils constituent les 79% du total des items effectués, soit 79 des 100 items proposés. Cela met en évidence l'importance qu'accorde l'enseignant à l'acquisition du calcul algébrique chez ses élèves. De plus, M. R. insiste sur la reconnaissance des éléments caractéristiques d'un monôme et sur la reconnaissance de termes semblables, avant d'introduire la réduction. Comme nous l'avons présenté et justifié à la section 6.1.1, aucun type de tâche de la praxéologie de référence à laquelle nous nous référons (Pilet, 2012, 2015) ne porte sur la reconnaissance de termes semblables et sur la réduction d'une expression en ayant recours à la réduction des coefficients des termes semblables. Il s'agit d'une contrainte institutionnelle à laquelle sont confrontés Mme L. et M. R. et qui consiste à introduire la factorisation après avoir travaillé la réduction d'une somme algébrique.

Le fait que M. R. ait varié les types de tâches constitutifs de l'OM1 montre un aspect de la composante personnelle de sa pratique. En effet, il porte de l'intérêt à développer chez les élèves l'aspect *outil* de l'algèbre à partir des tâches supplémentaires qu'il leur propose, ces tâches étant planifiées à l'avance. Toutefois, la grande partie de leur réalisation en classe est à la charge de l'enseignant ; la participation des élèves est plutôt limitée à répondre aux questions de l'enseignant, et quelquefois à deviner la réponse attendue, comme nous pouvons le constater dans l'extrait de la page 5.

Le nombre d'items relatifs à chaque type de tâche étant différent d'une praxéologie à l'autre, nous présentons dans le paragraphe suivant, le poids accordé à chacune d'entre elles.

b) *Le poids accordé à chaque praxéologie locale dans la séquence*

Nous rappelons que l'un des objectifs de notre recherche consiste à étudier la présence des trois OM locales de référence dans la praxéologie enseignée. Étant donné que nous ne cherchons pas l'existence de chaque type de tâche dans la séquence, nous regroupons les types de tâches relatifs à chaque genre et nous calculons, pour chaque genre, le rapport entre le nombre d'items relatifs à chaque genre de tâches et le total des items travaillés. Le tableau ci-dessous présente ces rapports relevés dans la séquence de M. R :

Tableau 6.12 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche.

OM locale	**Genres de tâches**	**Nb d'items**	**En %**
OM1 Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	0	0
	T_T Traduire.	7	7%[72]
	T_A Associer.	9	9%
	Total nb d'items relatifs à l'OM1	16	16%
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	0	0
	T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions	0	0
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	0	0
	$T_{Choisir}$ Choisir	0	0
	$T_{Associer}$ Associer.	5	5%
	Total nb d'items relatifs à l'OM2	5	5%
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer.	19	19%
	T_F Factoriser.	29	29%
	T_R Réécrire un monôme.	25	25%
	T_C Calculer.	6	6%
	Total nb d'items relatifs à l'OM3	79	79%
	Total	100	100%

On constate, encore une fois, que les genres de tâches relatifs à l'OM3 sont les plus travaillés dans la séquence de M. R., et que tous les genres constitutifs de cette praxéologie locale sont mis en jeu, dans plusieurs items. Les nombres d'items relevant du développement, de la factorisation et de la réécriture d'un monôme sont à peu près équivalents, et plus élevés que ceux relatifs au calcul de la valeur numérique d'une expression pour une valeur particulière de la variable et au calcul réfléchi. Ceci montre l'importance que M. R. accorde à l'entraînement au calcul algébrique, sans toutefois

[72] 7% des items résolus durant la séquence font intervenir le genre *Traduire*.

négliger la mobilisation de l'outil algébrique par les items relatifs à l'OM1. Les genres de tâches constitutifs de l'OM2 sont les moins travaillés, ils constituent 5% du total d'items effectués en classe.

La comparaison des genres de tâches qui figurent dans la séquence de M. R. à ceux qui constituent les praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques, nous remarquons l'absence du genre *Produire*, constitutif de l'OM1 et de la majorité des genres de tâches de l'OM2. Or, la praxéologie à enseigner définie au chapitre 5 ne comporte pas explicitement les genres de tâches relatifs à la *génération* et à l'*équivalence des expressions algébriques*.

Ainsi, dans la pratique de M. R., les items résolus sont variés et portent sur les trois praxéologies locales de référence. Cependant, leurs niveaux de complexité peuvent varier dépendamment du niveau de mise en fonctionnement des connaissances en jeu.

c) Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

La classification des tâches de la séquence selon le niveau de mise en fonctionnement[73] (NMF) des connaissances algébriques constitue un élément supplémentaire pour caractériser la composante cognitive, et probablement la composante personnelle de la pratique d'un enseignant. Nous nous référons à l'énoncé de la tâche pour déterminer la nature de la mise en fonctionnement nécessaire et pour préciser la catégorie correspondantes en nous référant à Roditi et Salles (2015) et à Salles (2017).

Dans la séquence de M. R., l'outil algébrique est mobilisé dans cinq tâches, dont deux exercices supplémentaires occupant le statut d'activités de découverte ou d'introduction aux chapitres 15, *Les expressions algébriques*, et 16, *Développement – Factorisation*. L'analyse des énoncés de ces exercices montre qu'ils nécessitent la mise en fonctionnement directe d'une procédure. Tandis que les autres exercices relèvent de l'aspect *objet* de l'algèbre.

[73] Selon l'énoncé, un exercice ne peut pas avoir deux NMF.

Mme L. et M. R. utilisant le même manuel, ils ont proposé les mêmes tâches qui témoignent de la *compréhension des concepts* de monômes et des monômes semblables (cf. section 6.1.1). De plus, M. R. s'est attardé sur l'écriture simplifiée d'une expression et a proposé l'exercice supplémentaire ci-dessous, que nous ajoutons à la catégorie *Concept*.

Exercice supplémentaire 3 : Complète le tableau suivant :

Écriture avec le signe ×	Écriture sans le signe ×
	$2x + 5$
	xyz
$2 \times 3 \times a$	
$5 \times (y + 2b)$	

Tous les autres exercices de la séquence relèvent *du calcul* (Artigue, 2005).

Dans le tableau suivant, nous précisons l'effectif des tâches résolues relatives à chaque niveau de mise en fonctionnement dans la séquence de M. R :

Tableau 6.13 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de M. R

Niveau de mise en fonctionnement			Nb de tâches	En %
OBJET	Concept		4	18%
	Calcul	Répertoire	13	59%
		Flexibilité	0	0%
OUTIL	Directe		5	23%
	Adaptation		0	0%
	Intermédiaires		0	0%
		Total	22	100%

On constate le nombre de tâches élevé destinées à développer chez les élèves un *répertoire* de faits numériques, de techniques et situations de référence. Cette constatation rejoint ce que nous avons avancé dans le paragraphe précédent sur l'intérêt de M. R. à faire acquérir chez ses élèves les techniques de calcul algébrique et justifie l'approximation entre les nombres d'items relatifs à chaque genre de l'OM3, *développer*, *factoriser* incluant la réduction d'une somme algébrique et *réécrire un monôme* incluant la réduction d'un produit algébrique.

Pour comprendre la mise en œuvre de ces tâches, nous décrivons dans le paragraphe suivant le déroulement du scénario de M. R.

6.3.2 L'analyse globale du scénario

a) La progression globale du contenu

La séquence de M. R. comporte les deux chapitres du manuel P7, sur les expressions algébriques ; le premier vise l'introduction des expressions et la réduction d'une somme ou d'un produit algébriques, et le deuxième porte sur le développement et la factorisation d'expressions.

À la première séance de la séquence, M. R. motive l'introduction de la lettre à partir d'un exercice de traduction d'une expression en langage naturel en une expression algébrique, et en assurant le passage du numérique vers l'algébrique (exercice supplémentaire 1). Néanmoins, il introduit la lettre en tant qu'inconnue, et non pas en tant que variable, comme l'illustre le passage ci-dessous extrait de la première séance de la séquence :

P : je vais écrire une autre phrase, elle est un peu différente et on va essayer d'analyser. Phrase 2 : Multiplier un nombre par cinq et soustraire deux au résultat. Dans cette phrase, qu'est-ce que j'ai ? Oui Jessy ?
Un élève pose une question : *E* : on a le droit de choisir le nombre ?
P : on a le droit de choisir le nombre.
E2 : on doit multiplier et soustraire.
P : Ok. Alors, j'ai des opérations, multiplier et soustraire et j'ai quoi encore ?
E3 : deux nombres 5 et 2
P : deux nombres 5 et 2, et quoi aussi ?
E4 : un nombre de choix
P : c'est-à-dire quoi ? comment est ce nombre ?
E5 : il n'est pas indiqué.
P : il n'est pas indiqué. C'est-à-dire quoi ?
E6 : on peut dire x ?
P : on peut dire x, mais comment il est ce nombre ? il est
E7 : *inindiqué*
P : *inindiqué*
E8 : entier
P : ça m'est égal entier

E9 : inconnu
P : Très bien, il est inconnu. Il n'est pas indiqué, oui. Il est inconnu. Donc si je vais essayer de traduire cette phrase en langage mathématique, je vais l'écrire. Comment je vais représenter ce nombre ? je vais mettre à sa place ?
E : *x*
P : si vous voulez *x*.
E1 : une lettre.
P : une lettre, très bien. Donc c'est *x*.

Ensuite, M. R. propose un autre exercice supplémentaire (exercice supplémentaire 2), dont le contexte est familier aux élèves parce qu'il s'agit du calcul du périmètre d'un rectangle connaissant ses deux dimensions. À partir de la formule du calcul du périmètre d'un rectangle, $2 \times l + 2 \times L$, l et L désignent respectivement la largeur et la longueur, l'enseignant introduit l'utilisation de la lettre pour généraliser, et l'écriture simplifiée d'une expression. Pendant la résolution collective de ces exercices supplémentaires, et en se référant au contenu de la partie *Cours* du manuel, M. R. définit, au fur et à mesure, le vocabulaire nouveau : expression algébrique, monôme, termes semblables et présente l'écriture simplifiée d'une expression. Ensuite, il propose des exercices d'entraînement à résoudre.

La suite de l'explication du cours a lieu au fur et à mesure, en avançant dans les exercices. Par exemple, pour l'exercice de la figure ci-dessous, M. R. explique comment réduire une expression algébrique, effectue lui-même le premier item en détaillant les étapes à suivre puis donne un temps de résolution individuelle de la suite des items, suivi par une correction collective.

4 Réduis les termes semblables dans chacune des expressions algébriques suivantes

1°) $3x^5 - 8y^4 + 6a^2b - 7 + 2x^5 + 3y^4 - 2a^2b + 6$.

2°) $x^2y - 3y^2 + 5y^3x^2 - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4$.

3°) $4a^2bc^3 - 8t + 5a^2bc^3 - 4at + 10t - 5y + 2at$.

4°) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}x + \frac{22}{29} + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{4}{3}x + \frac{7}{29}$.

Exercice 4 – p. 150 - Manuel P7

M. R. alterne donc entre le cours, définitions et propriétés de calcul algébrique, et l'entraînement par les exercices.

Cette alternance ne s'observe plus au chapitre 16, *Développement – Factorisation*, où l'enseignant, sans suivre l'ordre dans le manuel, commence par présenter la définition de la factorisation d'une expression, telle qu'elle figure dans le manuel :

> Factoriser l'expression $m a + m b$ c'est la remplacer par $m(a + b)$.
> **m est un facteur commun à ma et mb.**
>
> $$\boxed{ma + mb = m\,(a + b)}$$

La factorisation d'une expression définie dans le manuel P7 – p.155

Ensuite, il propose un exercice supplémentaire (exercice supplémentaire 4) et le fait suivre par l'explication de la simple et de la double distributivité de la multiplication sur l'addition et sur la soustraction, et par la résolution d'une série d'exercices d'application du manuel. Pour la plupart de ces exercices, il sélectionne des items à effectuer.

Afin de mieux comprendre la progression de la séquence de M. R., nous présentons dans le tableau ci-dessous, par ordre chronologique, les différentes étapes de la séquence ainsi que les exercices correspondants à chaque genre de tâches. Cela peut renseigner sur la pratique enseignante de M. R.

Tableau 6.14 – Progression globale du contenu de la séquence de M. R.

Chapitre 15 : Expressions algébriques	
Exercices supplémentaires	Traduire : ex suppl 1, 2.
Explication du cours	Définition d'une expression algébrique Écriture simplifiée d'une expression algébrique
Résolution et corrections d'exercices	Donner l'écriture simplifiée d'une expression algébrique : ex suppl 3.
Explication du cours	Définition d'un monôme Reconnaître les caractéristiques d'un monôme Reconnaître des termes semblables
Résolution et correction d'exercices	Reconnaître les caractéristiques d'un monôme : Application 1 - Exercices 1, 3. Associer : Exercice 2.

	Factoriser + Explication : Réduction des termes semblables : Exercice 4. Calculer + Explication : calcul de la valeur numérique d'une expression pour une valeur particulière de la variable : Exercice 5. Traduire : Exercices 6, 7. Réécrire un monôme + Explication : multiplication des monômes : Exercice 8. Factoriser : Exercice 10. Réécrire un monôme : Exercice 13. Factoriser : Exercice 14.
Chapitre 16 : Développement – Factorisation	
Explication du cours	Factorisation d'une expression algébrique
Résolution et correction d'exercices	Traduire : ex suppl 4.
Explication du cours	Développement d'une expression algébrique
Résolution et correction d'exercices	Factoriser : Exercices 4, 5. Développer : Exercices 1, 2, 3. Calculer : Exercice 6.

On constate à nouveau que M. R. organise les deux chapitres sur les expressions algébriques de deux façons différentes, en alternant entre le cours et les exercices dans le premier, et en exposant le cours en entier avant de passer aux exercices dans le second. Les trois praxéologies locales mises en jeu dans la séquence sont peu liées entre elles, comme nous le montrons dans le paragraphe suivant. Il semble que M. R. insiste sur l'apprentissage des démarches de calcul pour les propriétés de calcul algébrique qu'il introduit progressivement lors de la résolution d'exercices. Cependant, il accorde plus d'importance au passage du numérique à l'algébrique et à la mise en évidence de divers statuts de la lettre. Toutefois, nous nous interrogeons sur les statuts que M. R. donne à la lettre selon la situation proposée.

b) Les liens entre les praxéologies locales de référence

En distinguant dans la séquence la phase d'introduction ou de la première rencontre avec les expressions algébriques, le cours ou l'exposé de définitions et de règles de calcul et la phase de résolution d'exercices, nous remarquons que les trois praxéologies locales ne sont pas explicitées dans toutes les phases de la séquence de M. R., et qu'il existe une articulation remarquable entre le cours et la résolution d'exercices .

L'OM1 est mise en jeu dans les exercices supplémentaires, jouant le rôle d'activités de découverte au début de chaque chapitre. M. R. n'a pas eu recours aux activités du manuel introduisant les expressions algébriques et la distributivité de la multiplication sur l'addition, mais il prévoit des tâches différentes, dont l'une fait intervenir $T_{T-LgNat \to Exp}$ *Traduire une expression donnée en langage naturel par une expression algébrique*, type qui ne figure pas dans le manuel, et une autre tâche à partir de laquelle il introduit à la fois la simple et la double distributivité de la multiplication sur l'addition. Cette praxéologie locale intervient aussi dans certains exercices par la traduction entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques.

L'OM2 est peu travaillée, elle est mise en jeu dans une seule tâche au début de la séquence. De plus, M. R. insiste peu sur l'identification de la structure d'une expression pour mettre en œuvre la règle convenable. Étant donné que chaque règle de calcul est suivie par une application directe, l'identification de la structure d'une expression ne paraît pas nécessaire. Elle est donc laissée implicitement à la charge de l'élève.

Quant à l'OM3, elle est la plus fréquemment présente dans la séquence dès la première séance. Les types de tâches relatifs à cette praxéologie sont répartis sur les différentes phases. Ce qui montre, encore une fois, l'intérêt que M. R. accorde à l'acquisition des règles de calcul algébrique.

L'enchaînement entre l'introduction et le cours n'est pas toujours explicité dans la séquence. Après avoir motivé la lettre, M. R. énonce les définitions et procède à la résolution d'exercices. Il se réfère aux premiers items des tâches pour expliquer, en détail, les techniques de calcul visées. Cela conduit à observer une importante articulation entre le cours et les exercices desquels se sert l'enseignant pour expliquer le cours.

Ainsi, M. R. favorise peu l'agrégation des praxéologies locales dans son enseignement. Celles-ci sont distribuées sur les phases de la séquence : le lancement se caractérise par la mise en jeu des types de tâches relatifs à la *génération des expressions* et la majeure partie du cours et des exercices fait intervenir les types relatifs à l'*algèbre des polynômes*. L'enseignement de M. R. se caractérise aussi par l'intégration du cours dans les exercices. Il se réfère à des items des exercices pour expliquer le cours.

c) *La cohérence des praxéologies enseignées avec les praxéologies à enseigner*

M. R. ne se réfère pas seulement au manuel de l'EB7 (5^e) de la collection *Puissance*, désigné par P7, dans le choix des tâches proposées durant la séquence, mais il propose des tâches supplémentaires que nous désignons par exercices supplémentaires. Trois de ces quatre exercices supplémentaires[74] ont le statut d'activités de découverte parce qu'ils sont effectués avant le lancement du chapitre. Ils portent sur la traduction entre un registre sémiotique, des grandeurs et mesures et du langage naturel, et celui des écritures algébriques. Deux de ces trois[75] mettent en jeu des types de tâches inexistants dans le manuel. Le quatrième exercice[76] est une application directe à l'écriture simplifiée d'une expression algébrique, inexistante aussi dans le manuel. Ainsi, M. R enrichit sa séquence par des exercices supplémentaires, mettant en jeu des types de tâches recommandés dans la praxéologie à enseigner définie au chapitre 5.

L'exercice supplémentaire 4 de la figure 6.6 fait intervenir une raison d'être de la distributivité de la multiplication sur l'addition, tandis que l'activité 1 extraite du manuel P7 fait intervenir le même type de tâche.

Exercice supplémentaire 4 :

Un rectangle est divisé en deux, comme le montre la figure ci-dessous.

Exprime son aire de deux manières différentes.

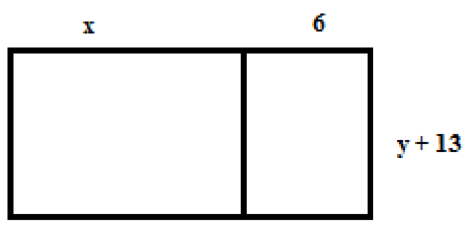
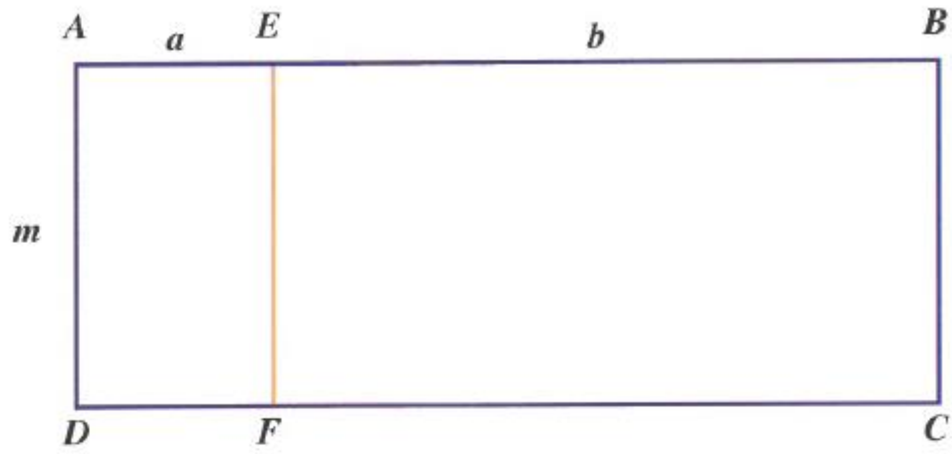


Figure 6.6 – Justification de la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition par M. R.

[74] Il s'agit des exercices supplémentaires 1, 2 et 4.
[75] Les exercices supplémentaires 1 et 2.
[76] L'exercice supplémentaire 3.

Activité



Calcule l’aire du rectangle $ABCD$ de deux manières :

1°) en calculant le produit de sa longueur par sa largeur ;

2°) en calculant la somme des aires des deux rectangles $AEFD$ et $EBCF$. Quelle est la manière la plus simple ?

Activité – p. 154 – Manuel P7

L’enseignant choisit probablement de remplacer l’activité du manuel par l’exercice supplémentaire pour justifier les propriétés de la simple et de la double distributivité, à la fois, grâce aux calculs d’aires, la double distributivité n’étant pas mise en évidence dans l’activité du manuel.

Le choix des tâches du manuel dépend du chapitre travaillé. Dans le chapitre 15, *Expressions algébriques*, M. R. résout environ toutes les tâches qui y figurent. Il exclut seulement les items qui nécessitent l’application de la distributivité, introduite dans le chapitre suivant. Il s’agit du troisième et du quatrième items de l’exercice 10 suivant :

10 On donne $A = 2x^3 - 4x^2 - 3x + 8$
et $B = x^4 - 2x^3 + 6x - 4$.

Calcule :
$A + B$; $A - B$; $2A + B$; $3A - 2B$.

Exercice 10 – p. 151 – Manuel P7

Dans le chapitre 16, *Développement – Factorisation*, M. R. sélectionne certaines tâches, de sorte à couvrir les types de tâches relatifs aux genres *développer*, *factoriser*, *réécrire un monôme* et *calculer*.

Ainsi, la praxéologie enseignée par M. R. correspond à la praxéologie à enseigner définie au chapitre 5. Dans la pratique de M. R., nous observons un aspect caractéristique de la composante personnelle ; il n'hésite pas à ajouter des exercices supplémentaires lorsque les types de tâches mis en jeu dans le manuel semblent être insuffisants ou incomplets. De plus, il sélectionne les tâches à effectuer en fonction des acquis des élèves.

Dans la section suivante, nous complétons l'analyse de tâches par la description de la séquence de M. R.

6.3.3 Le déroulement

L'analyse du déroulement des scénarios nous donne accès à quelques pratiques dans l'enseignement de M. R., relatives à l'organisation des séances et de la classe et aux interventions de l'enseignant.

a) L'organisation des séances

La séquence des expressions algébriques comporte deux chapitres du manuel et se répartit en trois catégories qui se chevauchent entre elles (cf. tableau 6.14). Le lancement de chaque chapitre a lieu à partir de la résolution d'exercices supplémentaires mettant en jeu le passage du numérique à l'algébrique et des raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébrique. L'explication du cours est étalée sur plusieurs séances et est souvent intégrée à la résolution d'exercices, qui occupe une grande partie du temps de la séquence. L'explication d'une règle de calcul est rarement isolée dans la séquence de M. R., elle suit la résolution d'une tâche de lancement ou elle s'intègre à un exercice d'application. M. R. semble donc privilégier l'acquisition des techniques de calcul algébrique et des démarches à suivre pour réussir des calculs algébriques, sur la justification des propriétés et leur généralisation.

Les séances de la séquence n'ont pas une structure déterminée. M. R. peut introduire la séance par un rappel du cours, comme il peut commencer tout de suite la résolution d'un exercice.

b) L'organisation de la classe

L'organisation de la classe de M. R. lors de la résolution d'exercices varie selon la tâche effectuée. Le travail autonome des élèves est peu présent dans la séquence ; les élèves ont rarement le temps de résoudre individuellement les tâches avant de suivre la correction. M. R. privilégie le travail collectif ; la plupart des tâches est directement résolue et corrigée collectivement au tableau par l'enseignant ou par des élèves qu'il désigne.

M. R. prend en charge la résolution des tâches supplémentaires. Il assure le lancement de la plupart de tâches à effectuer, en exposant les étapes à suivre et en résolvant souvent le premier item. Ensuite, il désigne des élèves pour compléter l'exercice au tableau puis il corrige les réponses obtenues.

La correction des tâches qui nécessitent la *compréhension de la qualité des concepts* se fait oralement. L'enseignant intervient pour valider les réponses.

c) Les interventions de M. R.

Les interventions de M. R. prennent surtout la forme d'échanges avec les élèves ; il les interroge souvent lors de la résolution des tâches supplémentaires et un peu moins lors de l'explication du cours et de la résolution d'exercices d'application.

Comme nous l'avons déjà mentionné, la plupart des règles de calcul est introduite à travers la résolution d'exercices, ce qui amène l'enseignant à décrire en détail la démarche à suivre, et quelquefois à effectuer un item en tant qu'exemple. Cette étape comporte peu d'échanges avec les élèves, ils se limitent surtout aux calculs numériques obtenus. Ensuite, M. R. désigne des élèves pour effectuer les items au tableau. Il les interroge peu sur la procédure ou la démarche mise en œuvre et s'attarde peu sur les erreurs commises.

Lorsqu'un élève se trompe, l'enseignant lui indique son erreur, le guide pour obtenir la bonne réponse ou adresse la question au groupe classe.

Voici un extrait d'une séance qui illustre l'intervention de M. R. face à une réponse fausse, obtenue par un élève lors de la réduction du produit algébrique $2a^3 \times 5a^2$ (Exercice 8 – Item 1 – p. 150 – Manuel P7).

E : $2a^3 \times 5a^2 = 10(a^3 + a^2) = 10a^5$
P : s'il te plait tu peux décomposer ce que tu multiplies ?
E : $2 \times 5 \times a^3 + a^2$
P : D'où tu as cherché ce plus, où tu vois un plus là-bas ? On va essayer de l'aider. Je vais ajouter le fois (×), qu'est-ce que j'écris ? $2 \times a^3 \times 5 \times a^2$. N'est-ce pas ?
Es : si
P : on va essayer de corriger. Il n'y a pas de plus. D'où tu as cherché le plus ? Qu'est-ce que je fais à cette étape ?
E : 2×5 et $a^3 \times a^2$
P : très bien, on va essayer de changer les places. Tu vas grouper 2 à côté du 5 et a à côté du a.
E : $10a^6$
P : $2 + 3$?
Es : 5
E : $10a^5$

Dans cet extrait, l'élève a obtenu la bonne réponse mais en se trompant à l'étape intermédiaire. Ceci a poussé M. R. à le questionner sur les étapes intermédiaires de calcul. Nous remarquons que l'élève a multiplié correctement les coefficients et les variables, mais s'est probablement trompé dans l'écriture avec les exposants. Il semble que M. R. cherche à obtenir la bonne réponse sans nécessairement mettre en avant les règles de calcul d'un produit algébrique.

Les aides dispensées en classe paraissent être donc des aides procédurales, destinées à faire réussir la tâche proposée.

Ainsi, les interventions de M. R. qui se manifestent en tant qu'interactions avec les élèves, montrent qu'il favorise les échanges collectifs et veille à faire participer le groupe classe durant les différentes phases de la séquence. L'enseignant oriente souvent les élèves pour donner les réponses attendues ou pour corriger leurs erreurs, sans toutefois essayer de comprendre les procédures erronées. Une analyse plus fine de ces interactions entre M. R. et ses élèves semble utile pour compléter l'analyse globale et comprendre davantage le contenu algébrique mis en jeu. Afin d'analyser ces interactions, nous présentons dans le paragraphe suivant les régulations didactiques dégagées durant l'enseignement de M. R.

6.3.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de M. R.

Nous dégageons tous les couples (I ; A) où I correspond à l'information reçue et A à l'action de l'enseignant face à cette information des six séances de la séquence de M. R. Les transcriptions des échanges entre l'enseignant et ses élèves, codées, figurent en annexe E.

Nous rappelons que l'information reçue peut porter sur le résultat de l'activité de l'élève (que nous désignons par R), comme c'est le cas lorsque l'élève donne la forme factorisée d'une expression, sans faire apparaître le facteur commun non apparent dans les termes :
$25a^2 + 30ab \ = 5a(5a + 6b)$ (Exercice 5 – Item 2 – p. 157 – Manuel P7).

Elle peut indiquer la procédure mise en œuvre durant cette activité (P), lorsqu'il montre le monôme, facteur commun, dans une expression à factoriser :

$7x + 14xy \ = 7x + 2 \times 7xy = 7x(1 + 2y)$ (Exercice 4 – Item 6 – p. 157 – Manuel P7).

L'information reçue de l'élève peut également montrer un état de connaissance (C), comme c'est le cas lorsqu'un élève compare l'écriture simplifiée d'une expression à des connaissances dans le domaine de la numération. En désignant l'expression *2ab*, l'élève annonce qu'il s'agit peut-être *d'un nombre formé de centaines, dizaines et unités, et non pas* $2 \times a \times b$.

Quant à l'action de l'enseignant face à l'information reçue de l'élève, elle peut elle aussi porter sur le résultat (R) lorsqu'il valide ou invalide une réponse donnée (c'est vrai, c'est faux). Comme il peut mettre en évidence la procédure suivie, lorsqu'il demande à un élève de lui expliquer comment il fait pour réduire une expression donnée. L'action de l'enseignant peut montrer un état de connaissance (C) comme, pour réduire l'expression $= \frac{3}{5}a^3b^2 - \frac{2}{3}a^3b^2 + a^3b^2$(Exercice 14 – Item 1 – p. 151 – Manuel P7), M. R. précise qu'*on ne peut pas simplifier les coefficients entre eux puisqu'il s'agit d'une somme et non pas d'un produit*.

Nous repérons tous les couples (I ; A) des six séances de la séquence et nous les présentons dans le tableau ci-dessous, ainsi que les **fréquences d'apparition**, en ligne, de chaque couple :

Tableau 6.15 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de M. R.

Action / Information	Résultat	Procédure	Connaissance	Total
Résultat	135 **(73%)**	34 **(18%)**	17 **(9%)**	186 **(100%)**
Procédure	10 **(14%)**	56 **(79%)**	5 **(7%)**	71 **(100%)**
Connaissance	7 **(25%)**	3 **(11%)**	18 **(64%)**	28 **(100%)**
Total	152 **(53%)**	93 **(33%)**	40 **(14%)**	285 **(100%)**

Note pour la lecture du tableau : Lorsque l'information reçue porte sur le résultat, 73% des actions de M. R. portent sur le résultat aussi, 18% portent sur la procédure et 9% sur l'état de connaissance. Autrement dit, pour le total de 186 interactions dont l'information reçue porte sur le résultat, 135 des actions de M. R. portent sur le résultat, 34 sur la procédure et 17 sur l'état de connaissance.

L'examen du tableau ci-dessus montre quelques éléments de la pratique de M. R., et renforce d'autres observations effectuées dans les paragraphes précédents.

On remarque que plus de la moitié des actions de l'enseignant portent sur le résultat, soit 53% des 285 régulations didactiques. En effet, lors de la résolution des exercices supplémentaires, M. R. collecte les réponses des élèves jusqu'à obtenir celle attendue, sans nécessairement intervenir sur la procédure mise en jeu, ni sur la connaissance qui la justifie. Lors de la résolution collective des tâches, il corrige la réponse donnée par l'élève et l'interroge quelque fois sur la procédure utilisée, surtout lorsqu'il se trompe. Ceci apparaît dans la fréquence des actions qui portent sur la procédure ; pour le tiers des régulations didactiques, l'action de M. R. relève de la procédure mise en jeu. Le retour sur la procédure s'accentue surtout par une caractéristique de la composante médiative de la pratique de l'enseignant qui consiste à introduire, à partir d'un exercice du manuel, une règle de calcul algébrique et à détailler les étapes à suivre pour effectuer la tâche. Quant au retour qui porte sur l'état de connaissance, il figure dans 14% des régulations didactiques (ou 40 régulations des 285), lorsque l'enseignant interroge les élèves sur la connaissance qui justifie la procédure utilisée ou évoque la connaissance pour justifier la procédure.

Dans la séquence de M. R, 73%[77] des régulations didactiques sont des régulations didactiques horizontales (cf. section 3.3) et 27% sont verticales. Autrement dit, dans près des trois quarts des régulations didactiques, l'action de M. R. est au même niveau que l'information reçue. Il s'agit des couples (R ; R), (P ; P) et (C ; C) dans le tableau 6.15. Tandis que les régulations didactiques verticales se répartissent entre des régulations *ascendantes*, lorsque l'action de l'enseignant est à un niveau plus élevé que l'information reçue[78] et constituent 20% de total des régulations didactiques, et les régulations *descendantes*[79] qui constituent 7% des régulations de la séquence. Lorsque M. R. n'agit pas au même niveau que l'information reçue, il cherche souvent à expliciter la procédure mise en jeu dans une réponse donnée ou à la justifier. Il semble qu'il ne se limite seulement au résultat donné.

Dans la séquence observée, bien que M. R. privilégie le retour sur le résultat, il ne néglige pas d'inclure la procédure et l'état de connaissance qui justifie la procédure dans les

[77] Il s'agit de calculer la fréquence d'apparition des régulations à la diagonale, par rapport au total des régulations : (135 + 56 + 18) /285 équivaut environ à 73%.
[78] Il s'agit des couples (R ; P), (R ; C) et (P ; C).
[79] Elles correspondent aux régulations pour lesquelles l'action de l'enseignant est à un niveau moins élevé que l'information reçue. Il s'agit des couples (P ; R), (C ; R) et (C ; P).

actions. Cependant, dans certains cas, l'action de M. R. aurait pu être à un niveau plus élevé. En voici deux exemples.

Le premier exemple porte sur les interactions qui ont eu lieu lors de la résolution du premier exercice supplémentaire[80], destiné à lancer la séquence. Cet exercice permet le passage du numérique à l'algébrique et motive l'introduction de la lettre pour traduire une expression en langage naturel en une expression algébrique. Les interactions de l'enseignant avec ses élèves lors de la résolution collective visent principalement l'introduction d'une lettre pour désigner le terme « un nombre » de la phrase 2, en essayant de « *deviner* » son statut. La majorité des régulations didactiques est de type (R – R) (cf . annexe E). M. R. explicite peu la procédure à suivre pour traduire la phrase donnée en une expression, et ne met pas en avant la lettre pour généraliser, comme s'il laissait ce travail à la charge de l'élève.

Le second exemple porte sur la résolution de la deuxième question de l'exercice 2 ci-dessous :

[80] Exercice supplémentaire 1 :

Traduire chacune des phrases suivantes par des phrases en langage mathématique :
Phrase 1 : Multiplier cinq par deux et soustraire trois au résultat.
Phase 2 : Multiplier un nombre par cinq et soustraire deux au résultat.

2 Relie les écritures correspondant à la même expression.

1°)

$1 \times x$ •	• $0{,}5x$
$0x$ •	• $2x$
$-1 \times x$ •	• 0
$\frac{1}{2}x$ •	• x
$x + x$ •	• $-x$

2°)

$x + y$ •	• Le tiers d'un nombre
$\frac{x}{2}$ •	• Le quadruple d'un nombre
$x + x$ •	• La somme de deux nombres
$\frac{x}{4}$ •	• Le quart d'un nombre
$4x$ •	• Le double d'un nombre
$2x$ •	• Le triple d'un nombre
$\frac{x}{3}$ •	• La moitié d'un nombre
$3x$ •	• L'inverse d'un nombre non nul
$-y$ •	• L'opposé d'un nombre
$\frac{1}{x}$ •	

Exercice 2 – p.149 – Manuel P7

Pour la deuxième question mettant en jeu le type de tâche $T_{A-Exp-LgNat}$ *Associer une expression algébrique à une phrase en langage naturel (aspect structural) et inversement*, constitutif de la praxéologie locale relative à la *génération des expressions*, les régulations didactiques relevées sont de type (R – R). C'est-à-dire que M. R., dans les retours qu'il fait suite à la réponse des élèves, se limite à la validation. Il interroge peu les élèves sur la procédure mise en œuvre ou sur la justification de cette procédure.

M. R. aurait pu profiter de ces tâches pour faire intervenir l'équivalence des expressions algébriques et la preuve algébrique. Ainsi il aurait fait des retours de niveau plus élevé que celui du résultat de l'activité de l'élève. Il semble que M. R. porte de l'intérêt à fournir aux élèves des éléments leur permettant de réussir les tâches de calcul algébrique, sans s'attarder sur les raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébrique et sans les évoquer à chaque fois que l'occasion se présente.

6.3.5 Conclusion sur les pratiques observées de M R.

L'observation de la séquence d'enseignement des expressions algébriques renseigne sur des caractéristiques relatives aux composantes médiative et cognitive de la pratique de

M. R. Nous reviendrons sur ces caractéristiques dans le chapitre suivant pour comprendre les apprentissages algébriques des élèves de cet enseignant.

a) À propos de la composante cognitive

Dans le scénario de M. R., il existe des tâches qui font intervenir les trois praxéologies locales de référence, avec des proportions différentes. L'*algèbre des polynômes* est la praxéologie la plus abordée, tous les genres de tâches qui la constituent sont présents dans la séquence de M. R. et sont abordés dans plusieurs items. La séquence comporte aussi des tâches qui font intervenir des genres constitutifs de la *génération des expressions*. L'*équivalence des expressions algébriques* est peu abordée.

M. R. se réfère à d'autres ressources que le manuel dans la préparation de son enseignement. Ceci apparaît dans les exercices supplémentaires qu'il a choisis de proposer en classe pour faire le lancement des chapitres, à la place des activités préparatoires du manuel. Les types de tâches convoqués dans ces exercices ne sont pas explicités dans le manuel. Il paraît donc que M. R. complète le contenu du manuel pour répondre à un objectif général de l'enseignement des maths figurant dans le curriculum et présenté au chapitre 5. Il s'agit de donner du sens aux notions mathématiques et de les apprendre à partir de problèmes. Comme il peut être influencé par sa formation et par la volonté d'aborder l'aspect *outil* des savoirs mathématiques et de l'algèbre précisément.

L'introduction des règles de calcul algébrique s'intègre à la résolution d'exercices. À partir de la résolution d'un item d'un certain exercice, l'enseignant expose les techniques et détaille les étapes à suivre. Il procède rarement à une synthèse ou à une généralisation de la nouvelle règle introduite dans l'exercice, comme si la décontextualisation des règles de calcul était laissée à la charge des élèves. Pour les exercices d'application, ils sont sélectionnés parmi ceux du manuel. Ces exercices nécessitent la mise en fonctionnement de *calculs* et le développement d'un *répertoire* de calcul chez les élèves. De plus, M. R. propose des exercices qui mettent en jeu la *compréhension de la nature de concepts*, un monôme et des termes semblables. Les exercices dont la mise en fonctionnement nécessite des *adaptations* sont uniquement travaillés au début de chaque chapitre et visent l'introduction des expressions algébriques et la motivation de la lettre, grâce aux tâches de traduction entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques, ou la justification des règles de la distributivité de la multiplication sur l'addition, grâce aux tâches de calcul d'aires.

M. R. a prévu de faire intervenir ces raisons d'être dans la séquence. Cependant, la gestion des tâches en classe et les interactions qui ont eu lieu entre l'enseignant et ses élèves ont peu motivé le passage du numérique à l'algébrique, l'introduction de la lettre, la production des expressions et la preuve de l'équivalence de deux expressions algébriques. M. R. s'est contenté de valider les réponses des élèves, sans chercher à aller plus loin dans l'interprétation de ces réponses, ni à aborder l'aspect structural des expressions algébriques.

Enfin, l'agrégation entre les trois praxéologies locales de référence semble inexistante dans la séquence de M. R. Ceci nous amène à nous interroger sur la capacité des élèves à donner du sens aux expressions en réussissant des tâches de production d'expressions, de traduction entre un registre sémiotique et le registre des écritures algébriques et de preuve de l'équivalence de deux expressions.

b) À propos de la composante médiative

L'organisation du travail des élèves dans la séquence de M. R. se caractérise par le peu de temps accordé au travail autonome des élèves. L'enseignant valorise le travail collectif dans toutes les phases de la séquence. Ce travail comporte la résolution et la correction collectives d'exercices, par un élève ou par l'enseignant lui-même.

Avant de commencer la résolution de n'importe quelle tâche, M R. intervient pour expliquer la démarche à suivre, ensuite il désigne des élèves pour effectuer les calculs au tableau. Ainsi, il guide les élèves et leur laisse peu la possibilité de découvrir ce qu'on leur demande de faire. Ceci peut réduire la confrontation aux difficultés et la possibilité de se tromper en réalisant les tâches. Les erreurs sont surtout de l'ordre de calcul numérique ou d'une application erronée d'une règle de calcul. Lorsqu'un élève se trompe, l'enseignant précise souvent l'erreur et l'interroge sur la procédure mise en œuvre. Au cas où cet élève n'arrive pas à répondre, l'enseignant s'adresse au groupe classe.

Selon nous, cette organisation reflète, d'une part, la volonté de M. R. de faire réussir ses élèves, sans les confronter à des situations nouvelles ou à une situation susceptible de leur poser des difficultés. D'autre part, elle renseigne sur la représentation que peut avoir M. R. de l'algèbre et de son apprentissage. Malgré sa volonté de faire intervenir des raisons d'être de l'algèbre dans le lancement de la séquence, M. R. ne semble insister que sur l'acquisition des techniques de calcul algébrique. Ceci s'observe dans les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances requis pour les exercices : ils ne relèvent que de l'acquisition d'un répertoire de calcul. D'autre part, les régulations didactiques observées mettent en évidence l'intérêt porté sur le résultat et moins sur la procédure mise en œuvre, dans les retours que faits l'enseignant. L'action sur l'état de connaissance ne concerne que 14% des régulations de la séquence malgré qu'elle aurait être plus valorisée si M. R avait abordé différemment certaines situations.

Dans les deux sections qui suivent, nous complétons l'étude des pratiques des enseignantes de l'EB8 (4e) à partir de l'observation de leurs activités en classe, en procédant de façon identique à celle de l'analyse des séances de classe des enseignants de l'EB7 (5e) dans les trois sections précédentes.

D'abord, nous déterminons la praxéologie enseignée par Mme A., que nous comparons à la praxéologie à enseigner. Ensuite, nous analysons le scénario des séances de classe et le déroulement. Enfin, nous dégageons les interventions de l'enseignante, notamment les régulations didactiques observées afin de déduire des éléments de pratique de Mme A. relatifs aux composantes médiative et cognitive des pratiques enseignantes. Nous procédons de façon identique pour la séquence de Mme T.

6.4 La séquence observée de Mme A. – EB8 (4e)

Mme A. utilise le manuel de l'EB8 de la collection *Théma*, que nous avons désigné par T8 (cf. chapitre 5). Dans ce manuel, il n'y a pas de chapitre entier réservé aux expressions algébriques. Celles-ci figurent dans deux chapitres, avec les équations, dans le chapitre 6 intitulé *Calcul littéral – Équations* et dans le chapitre 11 intitulé *Identités remarquables – Équations-produits*.

Les expressions algébriques et les équations étant introduites en EB7, les concepteurs du manuel T8 ont fait un rappel de ce qui a déjà été vu dans la classe précédente dans le chapitre *Calcul littéral – Équations* et ont réservé le chapitre suivant pour les identités remarquables et les équations-produits. Les séances de classe observées chez Mme A. portent seulement sur le second chapitre, *Identités remarquables – Équations-produits*, le premier n'étant pas travaillé.

Or, dans notre recherche, nous nous limitons à l'étude de l'enseignement et de l'apprentissage des expressions algébriques et nous n'abordons pas les équations, comme nous l'avons déjà précisé dans l'introduction de cette recherche. Étant donné que Mme A. traite le chapitre en entier dans une même séquence, nous allons retirer des analyses tout ce qui se rapporte aux équations. En d'autres termes, dans la suite de cette section, nous n'allons pas tenir compte de ce qui relève des équations, tâches, interventions de l'enseignante et déroulement ayant eu lieu lors de la résolution des tâches, et nous n'allons pas les faire figurer dans les analyses. Ce choix ne gêne pas nos analyses parce que les équations-produits doivent être traitées après les identités remarquables, dans la classe de Mme A., elles sont abordées dans la dernière séance. Ainsi, nous étudions la séquence de Mme A. composée de cinq séances, dont le contenu porte sur les expressions algébriques.

6.4.1 Le scénario de la séquence

Nous avons recueilli les tâches proposées durant la séquence de Mme A. suite au visionnement des séances filmées, afin de définir la praxéologie enseignée, et nous avons reconstitué, dans la mesure du possible, le scénario à analyser. En effet, Mme A. ne dispose pas de préparation écrite *a priori* de la séquence, son projet d'enseignement est plutôt déterminé par le contenu du chapitre dans le manuel.

a) *Les praxéologies mathématiques enseignées*

Suite au visionnement des vidéos, nous établissons la liste des tâches[81] proposées dans la séquence de Mme A., nous indiquons les praxéologies mathématiques T-convoquées, lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâche, et nous les situons par rapport aux trois praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques (cf. section 2.3). Nous relevons aussi le nombre d'items[82] correspondant à chaque type de tâche.

Le tableau ci-dessous comporte les types de tâches convoqués dans la séquence de Mme A., les tâches et le nombre d'items[83] effectués relatifs à chaque type de tâche. Par « Ex suppl », nous désignons un exercice supplémentaire, c'est-à-dire un exercice qui ne figure pas dans le manuel. Nous désignons les exercices du chapitre *Identités remarquables – Équations-produits* par leur numéro dans le manuel.

Tableau 6.16 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme A.

Praxéologies mathématiques enseignées par Mme A			
OM locale	**Types de tâches**	**Tâches**	**Nb d'items**
OM1 Génération des expressions algébriques	$T_{T-Exp\rightarrow Aire}$ Traduire une expression algébrique comme l'aire d'une figure.	Activité 1	1
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales.	Activité 1	1
OM3 Algèbre des polynômes	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	48	1
	$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k \in IR$.	Ex suppl 1	2
		27	1
		48	3
		49	3
		50	2

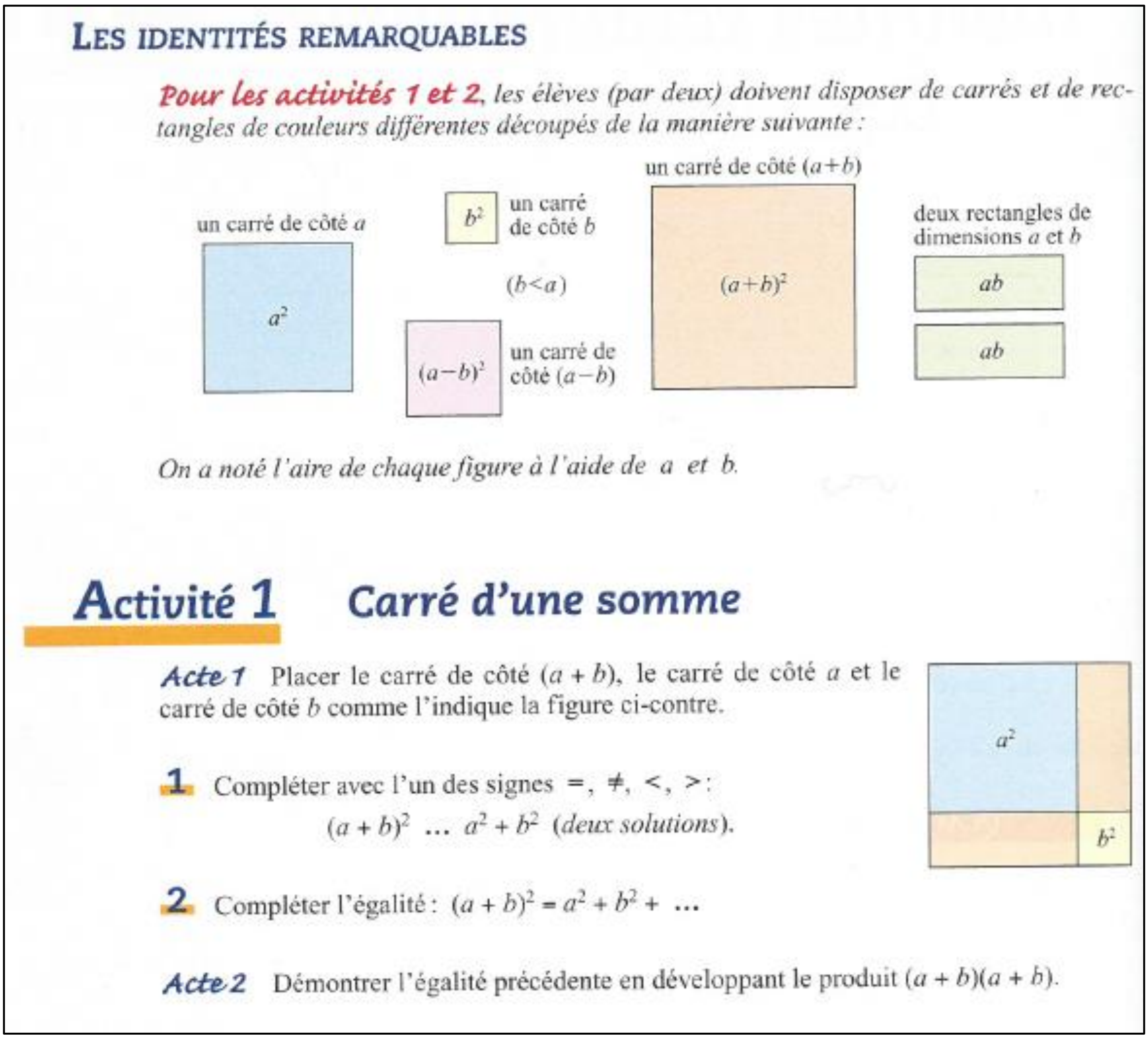
[81] Nous rappelons que nous ne distinguons pas entre tâche et exercice.
[82] Par item, nous désignons une question ou une expression de l'exercice.
[83] Nous rappelons que si un item convoque deux types de tâches, nous le considérons deux fois.

		59	1
	$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	Act 1	1
		27	1
		59	1
	$T_{DIR-som\times diff}$ Développer un produit de deux facteurs du type (a+b)(a-b).	7	4
		9	1
		48	1
		50	1
	$T_{DIR-car}$ Développer un carré.	7	2
		Ex suppl 1	5
		29	1
		48	3
		49	3
		50	2
	$T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparente dans tous les termes.	27	1
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.	27	1
		29	1
		48	3
		49	3
		50	2
		59	1
	$T_{FA^*/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparente dans un des termes.	59	1
	$T_{FIR-diff}$ Factoriser une différence de deux carrés.	19	2
		21	2
		29	1
		59	1
	$T_{FIR-som}$ Factoriser une somme algébrique de trois termes du type $a^2 \pm 2ab + b^2$	19	2
		21	2
	$T_{R-carre}$ Réécrire un monôme sous la forme d'un carré.	29	1
		59	1
	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique $aX^n, a \in IR, n \in IN.$	27	1
		29	1
		48	1
		49	1
		59	1
	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	29	2
	Total nb d'items de l'OM3	71	
	Total nb d'items de la séquence	73	

Le tableau ci-dessus montre que la séquence de Mme A. comporte des tâches qui font intervenir les trois praxéologies locales de référence, et que le poids fort est accordé aux items relevant de l'*algèbre des polynômes*.

i. La *génération* et l'*équivalence des expressions* peu mobilisées dans une même tâche

Pour introduire les expressions algébriques en EB8, Mme A. a eu recours à une activité du manuel, présentée dans la figure 6.7. L'enseignante n'explicite pas le rappel de l'EB7 sur la distributivité de la multiplication sur l'addition et sur la factorisation d'une expression, qui figure au chapitre *Calcul littéral – Équations*, mais elle propose une tâche de traduction du registre des expressions algébriques vers celui des grandeurs et mesures. Celle-ci fait intervenir aussi la preuve de l'équivalence (ou de la non équivalence) de deux expressions algébriques.



LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Pour les activités 1 et 2, les élèves (par deux) doivent disposer de carrés et de rectangles de couleurs différentes découpés de la manière suivante :

On a noté l'aire de chaque figure à l'aide de a et b.

Activité 1 **Carré d'une somme**

Acte 1 Placer le carré de côté $(a + b)$, le carré de côté a et le carré de côté b comme l'indique la figure ci-contre.

1 Compléter avec l'un des signes $=$, $\neq$, $<$, $>$:

$(a + b)^2 \ \dots \ a^2 + b^2$ (*deux solutions*).

2 Compléter l'égalité : $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + \dots$

Acte 2 Démontrer l'égalité précédente en développant le produit $(a + b)(a + b)$.

Figure 6.7 – Introduction des expressions algébriques par Mme A – p. 154 – Manuel T8

Cette tâche fait intervenir trois genres de tâches, constitutifs des trois praxéologies locales :

- l'équivalence des expressions algébriques dans l'item ci-dessous, désigné par item 1 :

> Compléter avec l'un des signes =, ≠, <, > :
> $(a+b)^2$ … a^2+b^2 (*deux solutions*).

Item 1 – Convocation de $T_{Prouver-equiv}$ et de $T_{T-Exp\rightarrow Aire}$ – Manuel T8 – p.154

- la traduction du registre des écritures algébriques vers celui des grandeurs et mesures dans l'item 1 et dans l'item, désigné par item 2 :

> Compléter l'égalité : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 +$ …

Item 2 – Convocation de $T_{T-Exp\rightarrow Aire}$ – Manuel T8 – p. 154

- le développement en ayant recours à la double distributivité de la multiplication sur l'addition dans l'item suivant, désigné par item 3 :

> Démontrer l'égalité précédente en développant le produit $(a+b)(a+b)$.

Item 3 – Convocation de $T_{DDD-som\times som}$ – Manuel T8 – p. 154

Menons une analyse *a priori* de cette tâche pour mieux comprendre le choix de l'enseignante et dégager des éléments sur sa pratique.

Pour résoudre l'item 1, on peut mettre en œuvre deux procédures. La première consiste à justifier que les deux expressions $(a+b)^2$ et a^2+b^2 ne sont pas équivalentes en ayant recours au contre-exemple.

Par exemple, pour $a = 1$ et $b = 2$, $(a+b)^2 = 3^2 = 9$ et $a^2 + b^2 = 1 + 4 = 5$. $5 \neq 9$, alors $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$. La deuxième procédure consiste à se référer à la figure donnée, au carré de côté $(a+b)$ et à sa décomposition en deux carrés, l'un de côté *a* et l'autre de côté *b*, et deux rectangles identiques de dimensions *a* et *b*, où *a* et *b* sont deux réels positifs.

À partir de cette décomposition, on peut déduire que l'aire du grand carré, $(a+b)^2$, est différente de la somme des aires des deux autres carrés, celui en bleu et celui en jaune, et qu'elle est supérieure à cette somme, étant donné qu'il manque les deux rectangles pour composer le grand carré. Cette comparaison est vraie parce que les réels a et b sont positifs ; ça ne sera pas le cas si $a=5$ et $b=-4$ par exemple.

L'énoncé de l'item nous laisse penser que c'est la deuxième procédure qui est privilégiée par les concepteurs du manuel, à cause de l'utilisation des symboles =, ≠, < et >, souvent utilisés pour comparer des valeurs numériques et non pas des expressions algébriques. Dans sa classe, Mme A. a eu recours à la deuxième procédure pour résoudre l'item 1. Aucune indication sur l'équivalence d'expressions, ni sur la preuve en utilisant le contre-exemple n'a eu lieu dans le déroulement.

L'observation du carré de côté $(a+b)$ et de sa décomposition permet de répondre à l'item 2 et le développement de $(a+b)(a+b)$ à partir de la double distributivité de la multiplication sur l'addition conduit à la réponse de l'item 3.

Or, Mme A. change l'ordre de résolution des items 2 et 3. Les élèves utiliseront ainsi, le résultat de $(a+b)(a+b)$ pour déduire $(a+b)^2$.

Ainsi, malgré l'existence du genre $T_{Prouver-equiv}$ *Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales*, il n'est pas mis en évidence par Mme A. lors de la résolution.

D'un autre côté, dans l'analyse de la praxéologie à enseigner menée au chapitre 5, nous avons montré que le manuel T8 comporte des tâches qui font intervenir le genre $T_{Choisir}$ *Choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé*, constitutif de l'OM2, comme dans la question 3 de l'exercice 59 ci-dessous :

59. Soit $A = (x-4)(2x+1) + (x^2-16)$.
1° Développer et réduire A.
2° Factoriser A après avoir remarqué une identité remarquable.
3° Choisir l'écriture la plus adaptée pour résoudre, d'une part, l'équation $A = 0$ et, d'autre part, $A = -20$.

Exercice 59 – p. 164 – Manuel T8

L'observation de la séance de Mme A. montre qu'elle fait intervenir le genre de tâche $T_{Choisir}$ pour répondre à la question 3, et précisément dans le choix de l'expression la plus adaptée pour résoudre les équations demandées. Or ce genre de tâche n'a pas été explicité dans notre étude parce qu'il est convoqué pour résoudre une équation et qu'on avait retiré tout ce qui se rapporte directement à la résolution d'équations, ne faisant pas l'objet de notre étude.

Mme A. fait alors intervenir des genres de tâches constitutifs de l'OM1 et de l'OM2, mais de manière réduite. Elle met en avant une raison d'être des expressions, la traduction du registre des écritures algébriques vers celui des grandeurs et mesures, mettant en avant l'aspect structural des expressions.

ii. L'*algèbre des polynômes* fréquemment abordée

La séquence de Mme A. se caractérise par l'importance accordée aux techniques de calcul algébrique, et précisément au calcul avec les identités remarquables, à partir du nombre d'items effectués en classe. Ils constituent 97% du total des items, soit 71 de 73 items effectués.

La comparaison de la praxéologie enseignée, à la praxéologie de référence (Pilet, 2012, 2015) et à la praxéologie à enseigner définie montre que certains genres de tâches ne sont pas explicités dans la séquence de Mme A. Pour la *génération des expressions* à partir de la résolution de problèmes, les genres T_P *Produire* et T_A *Associer* ne sont pas explicités, tandis que T_T *Traduire* est convoqué dans un item. Pour l'*équivalence des expressions algébriques*, le genre $T_{Prouver-equiv}$ *Prouver* figure dans l'analyse de la tâche, mais il est peu mis en avant lors de l'enseignement. Quant aux genres de tâches relatifs à l'*algèbre des* *polynômes*, T_D *Développer*, T_F *Factoriser*, T_R *Réécrire un monôme* et T_C *Calculer*, ils sont explicités à partir de types de tâches de la classe d’EB8 (4e), à l’exception d’un seul. En effet, le genre $T_{CIR-num}$ *Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables*, est absent de la séquence observée de Mme A. sachant qu’il est explicité dans les recommandations officielles.

Nous présentons dans le paragraphe qui suit le poids accordé à chaque praxéologie locale de référence.

b) Le poids accordé à chaque praxéologie locale dans la séquence

Pour déterminer la présence des trois OM locales dans la praxéologie enseignée par Mme A., nous dénombrons les items relatifs aux genres de tâches de chaque praxéologie et nous calculons leur fréquence par rapport au total d’items de la séquence. En nous référant au tableau 6.16, nous regroupons les types de tâches relatifs à chaque genre parce que nous ne nous intéressons pas à chaque type en particulier. Nous faisons apparaître aussi, tous les genres de tâches constitutifs de la praxéologie de référence.

Le tableau ci-dessous présente le nombre d’items relatifs à chaque genre et les pourcentages correspondants :

Tableau 6.17 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d’items par genre de tâche.

OM locale	**Genres de tâches**	**Nb d’items**	**En %**
OM1 Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	0	0
	T_T Traduire.	1	1%[84]
	T_A Associer.	0	0
	Total nb d’items relatifs à l’OM1	1	1%
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	1	1%
	T_{Tester} Tester l’égalité de deux expressions	0	0
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	0	0
	$T_{Choisir}$ Choisir	0	0
	$T_{Associer}$ Associer.	0	0
	Total nb d’items relatifs à l’OM2	1	1%
OM3	T_D Développer.	39	53%

[84] 1% des items résolus durant la séquence font intervenir le genre *Traduire*.

Algèbre des polynômes	T_F Factoriser.	23	32%
	T_R Réécrire un monôme.	7	10%
	T_C Calculer.	2	3%
	Total nb d'items relatifs à l'OM3	71	98%
	Total	73	100%

Le tableau 6.17 montre le fort poids accordé aux genres de tâches relatifs au calcul algébrique dans la séquence de Mme A., et surtout aux tâches de développement et de factorisation en ayant recours aux identités remarquables. Plus de la moitié des items effectués (39 items des 73) portent sur le développement d'une expression, et le tiers (23 items des 73) porte sur la factorisation d'une expression. Aucune tâche portant sur le calcul numérique d'une expression en ayant recours aux identités remarquables n'a été travaillée durant la séquence.

Mme A. accorde donc une grande importance à l'acquisition des techniques de calcul algébrique. La mobilisation de l'outil algébrique a eu lieu au début de la première séance de la séquence par un item de traduction du registre des écritures algébriques vers celui des grandeurs et des mesures. L'aspect structural des expressions est mis en jeu.

Ainsi, dans la séquence de Mme A., les praxéologies locales relatives à la *génération* et à l'*équivalence des expressions* sont peu mises en œuvre, contrairement à l'*algèbre des polynômes*. Cependant, la mise en fonctionnement des connaissances en jeu peut être différente d'une tâche à l'autre.

c) Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

La détermination du niveau de mise en fonctionnement des connaissances algébriques dans les tâches proposées dans la séquence de Mme A. constitue un élément supplémentaire caractéristique de la composante cognitive de la pratique de l'enseignante. Nous déterminons la nature de la mise en fonctionnement nécessaire pour la réalisation des tâches en nous référant aux énoncés et en adoptant la catégorisation proposée par Roditi et Salles (2015) et par Salles (2017).

Mme A. mobilise l'outil algébrique dans une tâche, la première activité de la partie *Activités* du chapitre *Identités remarquables – Équations-produits* du manuel (cf. figure 6.3). Cette tâche nécessite le recours à l'égalité entre l'aire d'un carré et la somme des aires des figures qui composent ce carré pour aboutir à l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Elle nécessite donc la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure. Les autres exercices de la séquence portent sur l'aspect objet de l'algèbre. L'analyse de leurs énoncés montre qu'ils relèvent de la catégorie *calcul* d'après Salles (2017).

Le tableau ci-dessous montre le nombre de tâches relatives à chaque NMF dans la séquence de Mme A :

Tableau 6.18 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme A

<table>
<tr><td colspan="3">Niveau de mise en fonctionnement</td><td>Nb de tâches</td><td>En %</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OBJET</td><td colspan="2">Concept</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Calcul</td><td>Répertoire</td><td>11</td><td>92%</td></tr>
<tr><td>Flexibilité</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OUTIL</td><td colspan="2">Directe</td><td>1</td><td>8%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adaptation</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Intermédiaires</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Total</td><td>12</td><td>100%</td></tr>
</table>

La grande majorité de tâches est destinée à faire acquérir chez les élèves un répertoire de techniques et situations de référence, et portent principalement sur le développement et la réduction et sur la factorisation d'une expression.

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que Mme A. insiste sur l'acquisition du calcul algébrique chez les élèves, et plus précisément le développement et la factorisation en utilisant les identités remarquables. Ce constat est renforcé par le choix des tâches dont les énoncés sont directs et répétitifs, et nécessitent la mise en fonctionnement d'un *répertoire* de calcul et de techniques pour leur réalisation.

6.4.2 L'analyse globale du scénario

a) La progression globale du contenu

Comme nous l'avons précisé précédemment, dans le manuel T8, deux chapitres sont réservés aux expressions algébriques et aux équations à la fois. Le contenu du premier chapitre, le chapitre 6 intitulé *Calcul littéral – Équations* est déjà vu en EB7 (5^{e}), et c'est dans le second chapitre, le chapitre 11 intitulé *Identité remarquables – Équations-produits*, que sont abordées les identités remarquables dans le développement et la factorisation d'expressions algébriques.

La séquence de Mme A. porte seulement sur le second chapitre, en rappelant, si nécessaire, les connaissances algébriques déjà vues dans la classe précédente. Nous rappelons que nous ne tenons pas compte de ce qui se rapporte aux équations étant donné que notre étude se limite à celle des expressions algébriques.

À la première séance de la séquence, Mme A. introduit les expressions algébriques à partir d'une activité tirée du manuel (cf. figure 6.7). Cette activité convoque des types de tâches relatifs aux trois praxéologies locales. Néanmoins, l'*équivalence des expressions algébriques* n'est pas explicitée à travers cette activité. En effet, pour comparer $(a+b)^2$ et a^2+b^2, Mme A. aurait pu en profiter pour mettre en évidence la preuve de l'équivalence de deux expressions algébriques, sans se limiter à la mobilisation de la traduction du registre des écritures algébriques vers celui des grandeurs et mesures. De plus, elle a eu recours aux règles de calcul algébrique, et précisément à la distributivité de la multiplication sur l'addition pour compléter l'égalité $(a+b)^2 = a^2+b^2+\cdots$ au lieu de poursuivre la procédure basée sur la traduction entre divers registres.

L'extrait ci-dessous montre comment Mme A. inverse les items 2 et 3 et utilise la réponse de l'item 3 pour répondre à l'item 2 :

P[85] : x^2. On va travailler, chacun seul, l'activité 1 de la page 154. Alors, comment on compare $(a+b)^2$ et a^2+b^2 ? Qui a trouvé ? Oui ?
E : Ils sont égaux
P : Comment tu as trouvé qu'ils sont égaux ? Comment on peut vérifier ?
E : d'après la propriété
P : Laquelle ?
E2 : Non madame, c'est différent
P : Comment tu peux vérifier ?
E2 : D'après la figure
P : D'après la figure. Que représente $(a+b)^2$? C'est l'aire du grand carré. Comment elle est l'aire du grand carré par rapport aux carrés bleu et jaune ?
E3 : plus grande
P : On observe la figure et on remarque que $(a+b)^2 > a^2+b^2$. Pour compléter l'égalité, qu'est-ce que je peux faire ?
E : Calculer
P : Calculer ? C'est-à-dire ? C'est développer. Comment je développe $(a+b)^2$? À quoi est égale $(a+b)^2$?
E : $(a+b)\times(a+b)$
P : Comment je développe $(a+b)(a+b)$? Passe au tableau
E : $(a+b)(a+b) = a\times a + a\times b + b\times a + b\times b = a^2+b^2+2ab$
P: Voilà. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$. C'est la première identité, le carré d'une somme.

Ensuite, Mme A. présente les trois identités remarquables et procède à la résolution d'exercices d'application tirés du manuel T8, à l'exception d'un seul exercice, proposé en supplément par l'enseignante.

Les genres de tâches, T_D *Développer*, T_F *Factoriser* et T_R *Réécrire un monôme*[86] sont travaillés durant les trois premières séances de la séquence. À la quatrième séance, Mme A. rappelle la factorisation d'une expression algébrique à partir de l'exercice 27 ci-dessous, et présente brièvement la factorisation en utilisant les identités remarquables.

[85] *E* désigne un élève et *P* désigne l'enseignant, en référence au *professeur* et pour le distinguer de la désignation de l'élève.
[86] T_F et T_R sont convoqués pour réduire une expression algébrique.

27 Soit $E = (2x - 3)(x - 5) - 4(2x - 3)$.

1° Développer et réduire E.

2° Factoriser E.

3° Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 9) = 0$.

Exercice 27 – p. 161 – Manuel T8

L'extrait ci-dessous tiré de la quatrième séance de la séquence illustre des échanges qui se sont déroulés entre Mme A. et ses élèves pour rappeler la factorisation d'une expression.

E : $E = (2x - 3)(x - 5) - 4(2x - 3)$
P : s'il te plait explique ce que tu vas faire ici pour factoriser ? quelle est la différence entre développer et factoriser ?
E : on va factoriser, on va trouver le facteur commun
P : dans ce cas, on retrouve le facteur commun, on le met en facteur et je continue. Le facteur commun est $(2x - 3)$.
E : $E = (2x - 3)[(x - 5) - 4] = (2x - 3)(x - 5 - 4)$
Un élève pose une question. P : oui Ziad ?
E1 : il y a deux façons de factoriser.
P : deux méthodes ou deux factorisations. Comment ?
E1 : la première normalement et la deuxièmement par …
P : comment normalement c'est-à-dire ?
E1 : on trouve un facteur commun
P : on retrouve le facteur commun qui est $(2x - 3)$. Ok
E1 : la deuxième c'est par identité remarquable
P : est-ce qu'il y a une identité ? est-ce qu'on voit ici la forme développée d'une identité remarquable pour factoriser ?
Es : non
P : donc dans ce cas on retrouve seulement le facteur commun et on le met en facteur
E : $E = (2x - 3)(x - 9)$

Ensuite, Mme A. propose des exercices qui convoquent tous les genres de tâches constitutifs de l'OM3, développer, factoriser, réécrire un monôme et calculer, comme dans l'exercice 29 suivant :

> **29** Soit $G = (2x-3)^2 - 16$.
> 1° Factoriser G.
> 2° Développer et réduire G.
> 3° Calculer G pour $x = 0$, puis pour $x = -\dfrac{1}{2}$.
> 4° Résoudre l’équation $G = 0$.

Exercice 29 – p. 161 – Manuel T8

Ces exercices comportent aussi la résolution d’équations, que nous n’étudions pas.

Le tableau ci-dessous expose, par ordre chronologique, les différentes étapes de la progression de la séquence ainsi que les exercices correspondants à chaque genre de tâche.

Tableau 6.19 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme A.

Chapitre 11 : Identités remarquables – Équations-produits	
Activité préparatoire	Activité 1
Explication du cours	Les identités remarquables
Résolution et corrections d'exercices	Développer, réécrire un monôme : ex suppl 1, exercices 7, 9. Développer, factoriser, réécrire un monôme : exercices 48, 49, 50.
Explication du cours	Factoriser une expression algébrique Reconnaître un facteur commun
Résolution et correction d’exercices	Développer, factoriser, réécrire un monôme, calculer : exercices 27, 29, 59.
Explication du cours	Reconnaître le développement d’une identité remarquable
Résolution et correction d’exercices	Factoriser : exercice 19, 21.

Nous constatons que Mme A. donne du temps pour l’acquisition des identités remarquables avant d’aborder le genre T_F *Factoriser* et de proposer des exercices variés, qui convoquent plusieurs genres de tâches constitutifs de l’*algèbre des polynômes*. Il semble qu’elle accorde beaucoup d’importance à l’acquisition de règles de calcul algébrique sans toutefois les mettre en relation avec les raisons d’être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique.

b) Les liens entre les praxéologies locales de référence

À partir de l'organisation du scénario de Mme A., nous observons une alternance entre l'explication du cours et la résolution d'exercices.

L'activité résolue au début de la séquence, mettant en jeu une raison d'être des expressions algébriques, semble être destinée à introduire l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ à partir d'un contexte familier aux élèves, celui de la décomposition de l'aire d'un carré en la somme des aires de deux rectangles et de deux carrés (cf. figure 6.7). En effet, après avoir obtenu l'identité grâce à la traduction entre le registre des grandeurs et celui des écritures algébriques, Mme A. ne fait plus aucun retour à cette raison d'être des expressions algébriques ni à celle de la propriété de calcul algébrique. Or, elle aurait pu y retourner lors de l'explication du cours, ou de la résolution des exercices, ou encore en aidant un élève à corriger son erreur. Ceci nous amène à supposer que l'objectif de Mme A. pourrait être de répondre à une exigence institutionnelle qui consiste à introduire une nouvelle séquence par une activité préparatoire. Cette constatation renseigne sur une caractéristique de la composante personnelle de la pratique de Mme A. : l'apprentissage de l'algèbre élémentaire se manifeste par la capacité à effectuer du calcul algébrique, sans nécessairement tenir compte de l'outil algébrique. Ainsi l'OM1 est mise en jeu dans l'activité préparatoire qui mobilise l'aspect structural des expressions algébriques.

L'OM2 est peu explicitée dans la séquence de Mme A., elle est mise en jeu dans un seul item de l'activité préparatoire et n'a pas été évoquée lors de l'enseignement. Cependant, Mme A., dans sa pratique, insiste sur l'identification de la structure d'une expression. Elle traduit la règle de calcul algébrique utilisée par une phrase en langage naturel. Par exemple, elle traduit $(a+b)^2$ par « *le carré d'une somme* » et $(a+b)(a-b)$ par « *le produit d'une somme par une différence de deux termes* », comme elle précise que $(2x)^2$ est « *le carré de 2x* ». Nous ajoutons que l'enseignante met en jeu le genre de tâche $T_{Choisir}$, qui consiste à choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé lors de la résolution de certains exercices portant sur les équations. Bien que nous ne tenions pas compte de ces exercices dans les analyses, nous pensons qu'ils affecteront la réussite des élèves aux items de l'OM2, comme nous le verrons au chapitre suivant.

Quant à l'OM3, elle est la plus fréquemment présente dans la séquence de Mme A. Les items relatifs à cette praxéologie occupent plus de quatre séances des cinq de la séquence. Ceci vient renforcer notre constatation sur l'importance qu'accorde Mme A. à l'acquisition de règles de calcul algébrique.

La séquence de Mme A. se caractérise donc par la présence de liens entre les trois praxéologies locales de référence. En effet, comme nous l'avons déjà montré, les trois OM sont mises en jeu dans l'activité 1, ce qui incite l'enseignante à les mettre en relation à la première séance, moment où l'OM1 est mise en jeu.

Le genre de tâche $T_{Structure}$ *Identifier la structure d'une expression algébrique*, constitutif de l'OM2 est mis en jeu en effectuant du calcul algébrique, ce qui montre une articulation entre ces deux praxéologies locales dans une grande partie de la séquence, surtout que l'OM3 occupe la majorité du temps.

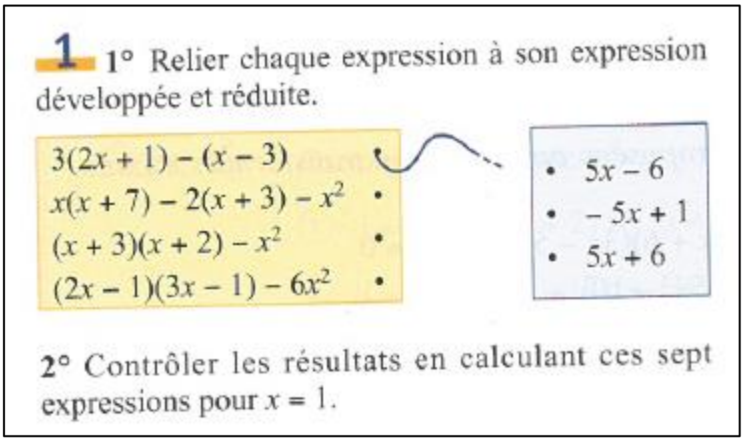
Ainsi, Mme A. favorise l'agrégation des praxéologies locales dans son enseignement, notamment l'*équivalence des expressions algébriques* et l'*algèbre des polynômes* durant une grande partie de la séquence. Le lancement se caractérise par la mise en jeu de types de tâches relatifs à la *génération des expressions*. Grâce à l'agrégation des praxéologies, Mme A. semble donc chercher à donner du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation (Pilet, 2012), bien que certains types de tâches de la praxéologie à enseigner ne figurent pas dans la praxéologie enseignée comme le montre le paragraphe suivant.

c) La cohérence des praxéologies enseignées avec les praxéologies à enseigner

Mme A. se réfère au manuel de l'EB8 (4^{e}) de la collection *Théma*, désigné par T8, dans le choix des tâches proposées durant la séquence. Elle ne donne qu'un seul exercice d'application directe de développement en utilisant les identités remarquables au début de la séquence. Les autres tâches sont sélectionnées parmi celles qui figurent dans le manuel.

La résolution de l'activité 1 fait intervenir une raison d'être des expressions algébriques, la traduction du registre des expressions algébriques vers celui des grandeurs et des mesures, en mobilisant l'aspect structural des expressions, et une raison d'être des propriétés de calcul algébrique pour justifier l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Elle répond ainsi à l'une des recommandations des instructions officielles présentes au chapitre 5.

Les tâches choisies dans le manuel couvrent les types de tâches constitutifs de l'OM3, et présentés à la section 2.3. Quant à l'OM2, le genre $T_{Structure}$ *Identifier la structure* est abordé implicitement. Pourtant le manuel T8 comporte des tâches qui convoquent des types de tâches constitutifs de l'équivalence des expressions algébriques, comme dans l'exercice 1 de la figure ci-dessous :



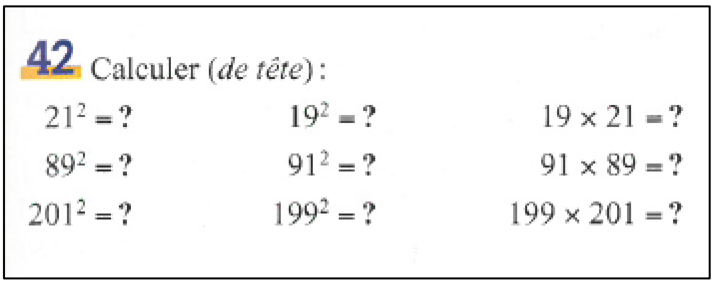
1 1° Relier chaque expression à son expression développée et réduite.

$3(2x+1)-(x-3)$ •	• $5x-6$
$x(x+7)-2(x+3)-x^2$ •	• $-5x+1$
$(x+3)(x+2)-x^2$ •	• $5x+6$
$(2x-1)(3x-1)-6x^2$ •	

2° Contrôler les résultats en calculant ces sept expressions pour $x = 1$.

Figure 6.8 – Tâche qui met en jeu l'association de deux expressions égales pour tout x – p. 160 – Manuel T8

Pour l'OM3, la plupart des types de tâches relevés dans l'analyse de la praxéologie à enseigner figurent dans la séquence de Mme A., à l'exception du type $T_{CIR-num}$ *Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables*, absent de la séquence sachant qu'il est recommandé dans les instructions officielles, et qu'il figure dans le manuel comme le montre l'exercice suivante :



42 Calculer (*de tête*) :

$21^2 = ?$	$19^2 = ?$	$19 \times 21 = ?$
$89^2 = ?$	$91^2 = ?$	$91 \times 89 = ?$
$201^2 = ?$	$199^2 = ?$	$199 \times 201 = ?$

Tâche qui met en jeu le calcul numérique en ayant recours aux identités remarquables – p. 162 – Manuel T8

Ainsi, Mme A. fait intervenir dans son enseignement, la majorité des types de tâches relevant de l'*algèbre des polynômes*, et quelques-uns constitutifs de l'OM1 et de l'OM2 malgré leur existence dans le manuel.

Cette observation renforce notre constat concernant l'importance qu'accorde Mme A. à l'acquisition des techniques de calcul algébrique, et nous conduit à nous interroger davantage sur la capacité des élèves à mobiliser l'outil algébrique, peu explicité dans la séquence en EB8 (4^{e}).

Nous analysons maintenant le déroulement de la séquence afin de dégager davantage des éléments permettant de décrire la pratique de Mme A. et de la comparer avec celle des autres enseignants de l'étude, d'une part, et de justifier l'apprentissage des élèves dépendamment de cette pratique, d'autre part.

6.4.3 Le déroulement

Nous présentons dans ce paragraphe l'organisation des séances et de la classe dans la séquence de Mme A. ainsi que ses interventions durant l'enseignement.

a) L'organisation des séances

Nous rappelons que le chapitre *Identités remarquables – Équations-produits* dure six séances, dont cinq portent sur les expressions algébriques et une porte sur les équations et la résolution d'équations. La séquence se répartit sur trois catégories, l'activité préparatoire, le cours et les exercices.

L'activité, mettant en jeu des raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébrique, est résolue à la première séance.

Le cours se divise en deux parties. Après avoir résolu l'activité, Mme A. introduit les identités remarquables, les justifie à partir de la distributivité de la multiplication sur l'addition et propose une série d'exercices à résoudre et à corriger en classe. À la quatrième séance, Mme A introduit la factorisation d'une expression algébrique en retrouvant la forme d'une identité ou en recherchant un facteur commun, puis propose deux catégories d'exercices, ceux d'application directe de factorisation et d'autres qui convoquent plus d'un genre de tâche de l'*algèbre des polynômes*. L'acquisition des techniques de calcul algébrique semble constituer une importante préoccupation de Mme A. dans son enseignement. De plus, l'enseignante favorise l'identification de la structure d'une expression lors de la résolution de tâches de calcul algébrique.

Les séances de Mme A. ont une organisation particulière. À l'exception de la première séance, l'enseignante lance le travail par un rappel des identités remarquables. Elle interroge un ou plusieurs élèves et demande à d'autres de les noter au tableau, puis elle énonce, en langage naturel, l'identité proposée. Par exemple, après avoir donné : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, Mme A. énonce que *le carré de la somme est égal à la somme des carrés des deux termes plus le double produit*. Ensuite l'enseignante propose des exercices à résoudre et à corriger, en variant quelque fois l'organisation des élèves, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

b) L'organisation de la classe

Lors de la résolution d'exercices, Mme A. donne souvent un temps de travail autonome, durant lequel les élèves résolvent, individuellement, l'exercice proposé. Ensuite, elle procède à la correction collective de l'exercice résolu. Elle désigne un élève pour noter la réponse au tableau et l'interroge souvent sur la démarche mise en œuvre, surtout lorsqu'il se trompe. Les élèves ont alors l'occasion de justifier leurs réponses et de corriger leurs erreurs.

Mme A. accorde donc de l'importance au travail autonome, elle circule quelquefois entre les élèves et vérifie leurs réponses avant de corriger au tableau. Elle pratique cette démarche lorsqu'il s'agit des tâches de *calcul* et notamment celles qui sont destinées à faire acquérir un *répertoire* de techniques. L'activité préparatoire est la seule tâche qui nécessite la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure et qui relève de l'OM1. Elle est résolue par l'enseignante qui interroge les élèves sur les calculs obtenus.

L'observation de l'organisation de la classe nous conduit à émettre deux hypothèses. La première concerne l'importance que Mme A. accorde à l'acquisition des règles de calcul algébrique et qui l'amène à donner du temps de recherche individuelle aux élèves avant de procéder à la correction collective. La deuxième concerne la représentation que peut avoir Mme A. sur la capacité des élèves à mobiliser l'outil algébrique pour résoudre des problèmes. Autrement dit, Mme A. résout elle-même l'activité parce qu'elle pense que ses élèves ne sont pas capables de trouver la solution sans son intervention et son aide.

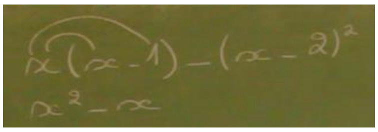
Nous ne cherchons pas à vérifier directement ces hypothèses, mais les interventions de l'enseignante en classe et plus précisément les régulations didactiques dégagées au cours de l'enseignement peuvent fournir des éléments supplémentaires permettant d'observer et d'analyser la pratique de Mme A.

c) Les interventions de Mme A

Dans les séances de Mme A., nous étudions les échanges qui ont eu lieu entre l'enseignante et les élèves au cours des différents moments dans une séance, l'introduction, l'explication, la résolution et la correction des exercices.

L'enseignante interroge les élèves sur des connaissances déjà vues pour les rappeler, elle les questionne lors de la résolution d'une tâche pour leur demander d'expliquer la démarche utilisée et de corriger une erreur commise. Mme A. intervient souvent lorsque l'élève désigné n'a pas effectué la tâche ; elle le fait pour reprendre la propriété ou la règle de calcul mise en œuvre, pour développer les étapes de calcul, pour corriger une erreur ou pour donner un autre exemple, identique à celui dans lequel l'élève s'est trompé. Au cas où ce dernier ne réussit pas à corriger sa réponse, l'enseignante interroge un autre élève.

Face à certaines erreurs, Mme A. invite les élèves à utiliser les ostensifs graphiques[87] précisément pour appliquer la règle de la distributivité de la multiplication sur l'addition, et corriger leurs erreurs, comme l'illustre l'extrait ci-dessus :

Passage d'un élève au tableau pour développer et réduire l'expression : $x(x-1)-(x-2)^2$. E : $x(x-1)-(x-2)^2 = x^2 - x$
P : Tu peux mettre des flèches, comment tu développes ?
E : 
E : $3x-4$

Mme A. accepte les diverses procédures correctes mises en œuvre, surtout au début de la séquence lorsque les élèves procèdent à la distributivité de la multiplication sur l'addition au lieu d'appliquer une identité remarquable, puis les incite à avoir recours aux identités remarquables comme étant plus rapides.

Les aides apportées par l'enseignante en classe sont plutôt structurales, pas seulement destinées à faire réussir la tâche. Elle essaie de rappeler la règle utilisée, en traduisant, souvent, les expressions algébriques par des phrases en langage naturel.

Ainsi, Mme A. favorise les échanges collectifs en classe ; en s'adressant à l'élève au tableau, elle fait participer le groupe classe. Elle favorise le rappel de propriétés et de règles de calcul, procède à des généralisations à chaque fois que l'occasion se présente et oriente l'élève à mieux comprendre son erreur et à y remédier.

[87] Pour Chevallard (1999), les ostensifs sont les objets qui ont une forme matérielle, sensible, au demeurant quelconque. Les gestes sont des ostensifs gestuels, les mots sont des ostensifs discursifs, les schémas, dessins et graphismes sont des ostensifs graphiques, les écritures sont des ostensifs scripturaux.
Les non-ostensifs sont les mots, les concepts, les idées.

Ceci nous conduit à nous interroger davantage sur le contenu de ces interventions et particulièrement celles qui se manifestent en régulations didactiques afin de repérer les connaissances algébriques mises en jeu.

6.4.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme A.

Pour analyser le contenu algébrique abordé dans les interactions qui ont eu lieu entre l'enseignante et ses élèves, nous nous intéressons aux échanges composés d'une information I reçue de l'élève, suivie de l'action A de l'enseignante face à cette information. Ces échanges sont dégagés à partir de l'observation des séances d'enseignement. Nous repérons donc les couples (I ; A) des cinq séances de la séquence de Mme A. et nous renvoyons le lecteur à l'annexe F pour les transcriptions des échanges entre l'enseignante et ses élèves.

L'information reçue peut porter sur le résultat de l'activité de l'élève (que nous désignons par R), comme c'est le cas lorsque l'élève donne la forme développée d'une expression en utilisant une identité remarquable : $(2n-3)^2 = 4n^2 + 9 - 12n$, ou lorsqu'il énonce l'identité remarquable, sans la contextualiser : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Elle peut indiquer la procédure mise en œuvre durant cette activité (P), lorsque l'élève, par exemple, applique la double distributivité de la multiplication sur l'addition pour effectuer
$(a+b)^2$, en développant les étapes :
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + b^2 + 2ab$.

L'information reçue de l'élève peut montrer un état de connaissance (C), comme c'est le cas lorsqu'un élève identifie l'identité remarquable à laquelle il a recours pour développer
$(x+1)^2$, par exemple.

Quant à l'action de l'enseignante face à l'information reçue de l'élève, elle peut aussi porter sur un résultat (R) lorsqu'elle valide ou invalide une réponse donnée (c'est vrai, c'est faux) ou demande aux les élèves s'il y a une erreur au tableau. Comme elle peut mettre en évidence la procédure suivie, lorsqu'elle demande à un élève d'identifier les termes d'une identité remarquable, comme par exemple le fait de préciser que dans $(x+1)^2$, le premier terme est x et le second terme est 1. L'action de l'enseignante peut montrer un état de connaissance (C) lorsque l'enseignante interroge les élèves sur la différence entre *développer* et *factoriser*, et leur précise qu'il faudra trouver un facteur commun pour factoriser une expression.

Nous repérons tous les couples (I ; A) des cinq séances de la séquence et nous les présentons dans le tableau ci-dessous, ainsi que les **fréquences d'apparition**, en ligne, de chaque couple :

Tableau 6.20 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme A.

Action / Information	Résultat	Procédure	Connaissance	Total
Résultat	73 **(65%)**	19 **(17%)**	21 **(19%)**	113 **(100%)**
Procédure	17 **(26%)**	37 **(56%)**	12 **(18%)**	66 **(100%)**
Connaissance	2 **(7%)**	6 **(20%)**	22 **(73%)**	30 **(100%)**
Total	92 **(44%)**	62 **(30%)**	55 **(26%)**	209 **(100%)**

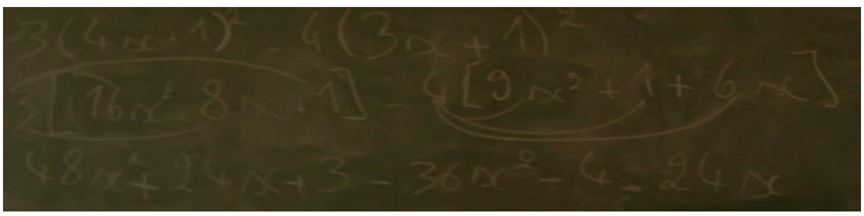
Note pour la lecture du tableau : Lorsque l'information reçue porte sur le résultat, 65% des actions de Mme A. portent sur le résultat aussi, 17% portent sur la procédure et 19% sur l'état de connaissance. Autrement dit, pour le total de 113 interactions dont l'information reçue porte sur le résultat, 73 des actions de Mme A. portent sur le résultat, 19 sur la procédure et 21 sur l'état de connaissance.

L'examen du tableau 6.20 montre quelques éléments de la pratique de Mme A.

D'abord, nous constatons que les actions de l'enseignante sont variées. En effet, si les retours qui portent sur le résultat sont les plus nombreux dans la séquence par rapport à ceux qui portent sur la procédure ou sur la connaissance. Ils constituent cependant, moins de la moitié des actions de l'enseignante, soit 44% des 209 régulations didactiques relevées. L'action de l'enseignante qui porte sur le résultat apparaît surtout lors de la correction des exercices, lorsque l'enseignante confirme la justesse d'une réponse ou interroge un élève sur une réponse donnée, ou encore lorsqu'elle demande de réciter les identités remarquables. Face à une réponse fausse, Mme A. peut agir sur le résultat et demander à l'élève qui s'est trompé ou à un autre de repérer l'erreur et de la corriger, comme l'illustre le passage suivant, tiré de la première séance de la séquence[88] :

N°	Interactions	I	A
1	*E1* : $(2x-1)^2 = 2x^2 + 1 - 6x$	R	
2	*P* : Est-ce qu'il y a une erreur au tableau ?		R
3	*Es* : Oui	R	
4	*P* : Maria, ou est-elle cette erreur ? Comment tu peux la corriger ?		R
5	*E2* : $2x^2 + 1^2 - 4x$	R	

Le retour de Mme A. peut porter aussi sur la procédure mise en jeu, comme dans l'extrait ci-dessous :

N°	Interactions	I	A
1	*E* : $3(4x+1)^2 - 4(3x+1)^2 \; = \; 48x^2 + 8x + 1 - 36x^2 + 1 + 6x$	R	
2	*P* : est-ce qu'il y a un problème au tableau ?		R
3	*Es* : oui *E* : j'ai multiplié le 3 avec $16x^2$, sans $8x$, sans 1….	P	
4	*P* : donc tu as oublié de développer le 3 avec $8x$ et avec 1. Mets s'il te plaît les flèches. Comment tu as développé ?		P
5	*E* : 	P	

88 E1 et E2 désignent deux élèves différents et Es désigne un groupe d'élèves, ou la classe.

6	P : ok. Est-ce que le 4 est développé avec $9x^2$, 1 et $6x$? ou bien le (-4) ?		P
7	$E2 : -4$	P	
8	$P : -4$. Attention. $(-4) \times 9x^2$, $(-4) \times 1$ et $(-4) \times 6x$		R

30% des 209 régulations didactiques portent sur la procédure mise en œuvre et 26% sur la connaissance justifiant la procédure. Mme A. ne néglige pas les procédures utilisées en effectuant du calcul algébrique ; les élèves détaillent les étapes de calcul que l'enseignante corrige collectivement. Quant au retour sur la connaissance, Mme A. insiste sur l'identification de l'identité remarquable utilisée pour développer ou pour factoriser une expression, et sur l'identification de la structure d'une expression afin d'aider les élèves à effectuer les calculs. Or, nous avons déjà montré au début de la section que Mme A. accorde une grande importance à l'*algèbre des polynômes*. L'analyse des régulations didactiques montre qu'elle ne se limite pas à faire acquérir seulement les techniques de calcul, mais qu'elle fait intervenir les procédures mises en jeu et évoque quelquefois la connaissance justifiant la procédure. Ceci constitue une caractéristique de la composante médiative de la pratique de Mme A., susceptible de justifier les taux de réussite des élèves au pré-test, comme nous le verrons au chapitre 7.

Ensuite, nous remarquons que les deux-tiers environ des régulations didactiques sont *horizontales*. Autrement dit, dans 63%[89] des régulations didactiques, l'action de Mme A. est au même niveau que l'information reçue. Elles correspondent aux cases en bleu dans le tableau ci-dessus indiquant les effectifs des couples (R ; R), (P ; P) et (C ; C). Le tiers des régulations sont des régulations didactiques *verticales* ; elles correspondent aux couples (I ; A) pour lesquels l'action A de l'enseignante n'est pas au même niveau que l'information I reçue. Nous distinguons les régulations didactiques *ascendantes*, lorsque l'action de l'enseignante est à un niveau plus élevé que l'information reçue[90] et constituent 25%[91] environ des régulations, et les régulations *descendantes*, lorsque l'action de l'enseignante

[89] Il s'agit de calculer la fréquence d'apparition des régulations à la diagonale, par rapport au total des régulations : (73 + 37 + 22) /209 équivaut environ à 63%.
[90] Elles correspondent aux couples (R ; P), (R ; C) et (P ; C).
[91] Ce pourcentage correspond à la fréquence : (19 + 21 + 12)/209.

est à un niveau moins élevé que l'information reçue et constituent 12%[92] environ des régulations.

Le repérage des régulations didactiques horizontales et verticales permet d'appuyer une constatation sur la pratique de Mme A. Elle ne se limite pas à faire acquérir les techniques de calcul algébrique et à développer les genres de tâches relatifs à l'algèbre des polynômes, mais elle tient compte de la procédure mise en œuvre et de la justification de cette procédure dans son enseignement, en tentant d'agir à un niveau plus élevé que l'information reçue.

6.4.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme A.

L'observation de la séquence d'enseignement des expressions algébriques renseigne sur des caractéristiques liées aux composantes médiative et cognitive de la pratique de Mme A. Nous reviendrons à ces caractéristiques ultérieurement pour justifier les apprentissages algébriques des élèves de cette enseignante.

a) À propos de la composante cognitive

Le scénario de la séquence de Mme A. comporte des tâches qui font intervenir les trois praxéologies locales de référence, bien que l'*algèbre des polynômes* soit dominante. Une raison d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique, notamment des identités remarquables, sont mises en jeu dès le lancement du chapitre, et font intervenir l'aspect structural des expressions à travers la traduction du registre des expressions algébriques vers celui des grandeurs et mesures. L'*équivalence des expressions* est peu exploitée dans les tâches effectuées, mais le genre $T_{Structure}$ est fréquemment mis en jeu dans les échanges de Mme A. avec ses élèves. Quant aux genres de tâches relatifs à l'*algèbre des polynômes*, ils sont abordés dans la séquence, à l'exception du calcul numérique en utilisant les identités. Comme si le transfert de la mise en place des identités

[92] Ce pourcentage correspond à la fréquence : (17 + 2 + 6)/209.

remarquables dans les expressions algébriques vers les expressions numériques était laissé à la charge de l'élève.

Mme A. a eu recours au manuel scolaire dans l'explication du cours et dans le choix des tâches à effectuer en classe. Celles-ci ne portent que sur le calcul algébrique, à l'exception de l'activité préparatoire de la première séance, qui convoque la *génération* et l'*équivalence d'expressions*. La praxéologie à enseigner est donc cohérente avec la praxéologie enseignée.

Dans le choix des exercices, Mme A. ne propose pas seulement ceux qui mobilisent un seul genre de tâche, mais donne à résoudre des exercices qui convoquent plusieurs genres de tâches, le développement, la factorisation et la substitution. Ceci peut aider les élèves à développer à distinguer entre les genres proposés et à adopter la procédure convenable pour résoudre l'exercice.

Mme A. procède souvent à l'identification de l'identité remarquable à mettre en jeu et de ses termes et à l'identification de la structure d'une expression. Ceci permet de donner du sens aux expressions algébriques grâce à l'agrégation entre les trois praxéologies locales de référence. Parmi les exercices de la séance, il n'existe qu'un seul, l'activité préparatoire, qui nécessite une adaptation directe des connaissances, les autres relèvent du calcul et précisément du développement d'un répertoire de calcul.

Enfin, Mme A. encourage les élèves à utiliser des ostensifs graphiques, comme les flèches, lorsqu'ils se trompent ou pour faciliter la justification de la procédure utilisée lorsqu'il s'agit de la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Cela apparaît aussi dans l'étude des régulations didactiques qui caractérisent la composante médiative de la pratique de Mme A.

b) À propos de la composante médiative

Mme A. donne une importance considérable au travail autonome des élèves. Avant la correction de n'importe quel exercice, les élèves ont un temps de résolution individuelle, suivi par la correction collective. L'enseignante interroge les élèves et désigne l'un d'entre eux pour noter la réponse au tableau. Elle n'intervient que lorsque l'élève désigné a terminé son travail, ou reste bloqué.

Mme A. interroge les élèves sur les réponses de leurs camarades, et les invite quelquefois à les corriger ou à préciser l'erreur commise. Elle valorise aussi le travail collectif dans toutes les phases de la séquence.

Les échanges qui ont eu lieu en classe ne se limitent pas à la correction des réponses obtenues. Celles-ci occupent une grande partie des échanges, mais l'enseignante veille à évoquer aussi les procédures mises en jeu et à les justifier. L'ensemble de ses actions sur la procédure et sur la connaissance occupe plus de la moitié des régulations didactiques relevées.

Ainsi, Mme A. montre une volonté de développer chez les élèves le sens des expressions algébriques, bien que les raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul n'aient été travaillées qu'au début de la séquence. Ses actions portent aussi bien sur le résultat que sur la procédure et sur la connaissance. Ce qui révèle une préoccupation de Mme A., de faire acquérir, dans son enseignement, non seulement les techniques de calcul algébrique, mais aussi les procédures et leurs justifications. Ceci peut favoriser la réussite des élèves sur les items relatifs à chaque praxéologie locale du pré-test et du post-test, étudiée dans la section suivante.

6.5 La séquence observée de Mme T. – EB8 (4e)

Mme T. est la deuxième enseignante de l'EB8 (4e) qui nous a ouvert les portes de sa classe pour que nous puissions observer la séquence d'enseignement de l'algèbre. Elle a fait passer le pré-test et le post-test et mis en place le dispositif expérimental dans l'une de ses classes, la classe expérimentale et a fait passer les tests dans l'autre, la classe témoin.

Dans cette section, nous procédons de façon identique aux sections précédentes : nous déterminons la praxéologie enseignée par Mme T. et nous la comparons à la praxéologie à enseigner déjà définie. Nous analysons ensuite le scénario et le déroulement des séances d'enseignement des expressions algébriques, puis nous dégageons les interventions de l'enseignante, notamment les régulations didactiques observées. Ainsi, nous repérons des éléments caractéristiques des composantes médiative et cognitive de la pratique de Mme T.

Mme T. utilise le manuel de l'EB8 de la collection *Puissance*, que nous avons désigné par P8 (cf. chapitre 5). Dans ce manuel, les expressions algébriques sont proposées dans deux chapitres consécutifs, le chapitre 9 intitulé *Identités remarquables – Développement – Réduction* et le chapitre 10 intitulé *Factorisation*. Mme T. travaille ces deux chapitres à la suite, durant la même séquence d'enseignement de neuf séances, dont nous décrivons et nous analysons le scénario, le déroulement et les régulations qui ont eu lieu lors de l'enseignement.

6.5.1 Le scénario de la séquence

Nous avons recueilli les tâches proposées durant la séquence de Mme T. suite au visionnement des séances filmées, afin de définir la praxéologie enseignée, et nous avons reconstitué, dans la mesure du possible, le scénario à analyser. En effet, Mme T., comme les autres enseignants de l'étude, ne dispose pas de préparation écrite *a priori* de la séquence, son projet d'enseignement est plutôt déterminé par le contenu du chapitre dans le manuel, complété par une fiche supplémentaire distribuée aux élèves à la première séance.

a) Les praxéologies mathématiques enseignées

Suite au visionnement des vidéos, nous établissons la liste des tâches proposées dans la séquence de Mme T., nous indiquons les praxéologies mathématiques T-convoquées[93] et nous les situons par rapport aux trois praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques (cf. section 2.3). Nous relevons aussi le nombre d'items correspondants à chaque type de tâche. Nous présentons les types de tâches convoqués dans la séquence de Mme T., les numéros de ces tâches, tels qu'ils figurent dans le manuel, ainsi

[93] L'organisation mathématique efficace OM_0 intervient au niveau OM t-convoquée lorsque l'énoncé mentionne explicitement le type de tâche et certains éléments de la tâche font qu'une seule technique est envisageable. (Castela, 2008, p. 152)

que le nombre d'items correspondants dans le tableau ci-dessous. Les numéros des tâches du chapitre 10 sont accompagnés d'un astérisque et un exercice supplémentaire est désigné par « Ex suppl ».

Tableau 6.21 – Praxéologies enseignées dans la séquence de Mme T.

Praxéologies mathématiques enseignées par Mme T			
OM locale	**Types de tâches**	**Tâches**	**Nb d'items**
OM1 Génération des expressions algébriques	$T_{T-Perimetre \rightarrow Exp}$ Traduire le périmètre d'une figure par une expression algébrique.	Ex suppl 3	1
		Ex suppl 15	1
	$T_{T-Aire \rightarrow Exp}$ Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique.	Ex suppl 4	1
		Ex suppl 8	2
		Ex suppl 12	2
		Ex suppl 15	1
	$T_{A-Exp-Aire}$ Associer une expression algébrique à une aire d'une figure et inversement.	18	1
	Total nb d'items de l'OM1	9	
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales.	18	1
		Ex suppl 8	1
	$T_{Structure}$ Identifier un produit de facteurs.	12	4
		Ex suppl 11	2
	$T_{Structure}$ Identifier un carré.	11	4
		12	4
		Ex suppl 11	2
	$T_{Choisir}$ Choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé.	16	1
	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.	19	3
	Total nb d'items de l'OM2	22	
OM3 Algèbre des polynômes	$T_{DDS-mon \times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	Ex suppl 2	1
		9	1
		10	1
		Ex suppl 13	1
	$T_{DDS-entier \times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	Ex suppl 1	3
		9	4
		10	5
		Ex suppl 10	1
		15	1
		Ex suppl 13	1
	$T_{DDD-som \times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	Ex suppl 2	2
		Ex suppl 4	2
		Ex suppl 5	2
		9	1

		10	2
		Ex suppl 10	1
	$T_{DIR-som\times diff}$ Développer un produit de deux facteurs du type (a+b)(a-b).	Ex suppl 7	2
		9	1
		10	2
		13	4
		Ex suppl 13	1
	$T_{DIR-car}$ Développer un carré.	Ex suppl 4	1
		Ex suppl 6	2
		9	4
		Ex suppl 7	1
		5	3
		10	6
		13	4
		Ex suppl 10	1
		15	1
	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.	Ex suppl 14	1
		Ex suppl 17	1
		14*[94]	2
	$T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparente dans tous les termes.	Ex suppl 14	3
		Ex suppl 16	2
	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes de même degré pour en donner la forme réduite.	9	4
		10	6
		Ex suppl 10	1
		15	1
		Ex suppl 13	1
	$T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes.	14*	3
		Ex suppl 16	1
		Ex suppl 17	2
	$T_{FA^*/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparente dans un des termes.	13*	1
		14*	1
	$T_{FNA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, non apparent.	Ex suppl 14	1
	$T_{FIR-diff}$ Factoriser une différence de deux carrés.	13*	2
		14*	4
	$T_{FIR-som}$ Factoriser une somme algébrique de trois termes du type $a^2 \pm 2ab + b^2$	13*	1
		14*	2
	$T_{R-carre}$ Réécrire un monôme sous la forme d'un carré.	11	3
		12	2
		Ex suppl 11	2
		14*	1
		9	4
		10	6

[94] Il s'agit de l'exercice 14 du chapitre 10 intitulé *Factorisation*.

	$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique $aX^n, a \in IR, n \in IN.$	13	8
		Ex suppl 10	1
		15	1
		Ex suppl 13	1
	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	18	1
		15	1
		16	1
		Ex suppl 16	2
	$T_{CIR-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables	Ex suppl 9	9
		7	9
	Total nb d'items de l'OM3	154	
	Total nb d'items de la séquence	185	

L'observation du tableau ci-dessus montre que la séquence de Mme T. comporte des tâches qui font intervenir les trois praxéologies locales des référence et que celles relatives à l'*algèbre des polynômes* sont plus nombreuses que celles relatives à la *génération* et à l'*équivalence des expressions*, comme le montrent les totaux déterminés dans le tableau.

i. La *génération des expressions* la moins mobilisées dans la séquence

La séquence de Mme T. se caractérise par le nombre d'exercices supplémentaires, ne figurant pas dans le manuel, qu'elle travaille en classe. Comme nous l'observons dans le tableau 6.21, elle effectue en classe dix-sept exercices supplémentaires dont treize (exercices supplémentaires de 1 à 13) correspondent au chapitre *Identités remarquables – Développement – Réduction*, et quatre (de 14 à 17) relèvent du chapitre *Factorisation*. Ces exercices se caractérisent par la diversité de leurs fonctions que nous étudierons ultérieurement, dans la suite de cette section.

Mme T. débute la séquence par deux exercices supplémentaires dont l'objectif est de rappeler les règles de calcul algébrique de l'année précédente, l'EB7 (5^e), notamment le développement d'une expression en appliquant la distributivité simple ou double de la multiplication sur l'addition. Ensuite, elle propose un exercice qui met en jeu l'une des raisons d'être des expressions algébriques, la traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques, avant d'introduire les identités remarquables à partir de la distributivité double de la multiplication sur l'addition. Mme T. n'a proposé aucune tâche qui met en jeu la raison d'être des propriétés de calcul algébrique, sachant que dans le manuel, il existe une activité préparatoire qui consiste à justifier l'identité $(a +$

$b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ à partir de la décomposition d'un carré en deux rectangles et deux carrés et du calcul des aires correspondantes.

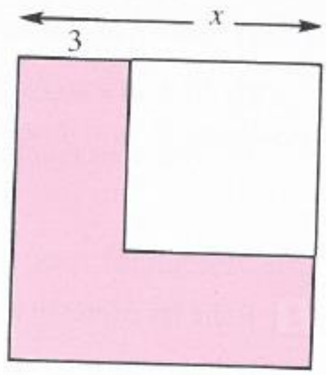
À la deuxième séance, Mme T. propose une tâche qui met en jeu l'association d'une expression algébrique à l'aire d'une figure. Il s'agit de l'exercice suivant :

18 Un carré a pour côté x, exprimé en cm ($x > 3$). On diminue le côté de 3 cm.

1°) Quelle est, parmi les trois expressions algébriques suivantes, celle qui exprime la diminution de l'aire du carré :
$(x+3)^2 - x^2$; $x^2 - (x-3)^2$; $(x-3)^2 - x^2$.

2°) a) Montre que cette diminution est égale à : $6x - 9$.

b) Calcule sa valeur numérique, lorsque le côté du carré est de 6 cm.



Exercice 18 – p. 95 – Manuel P8

L'observation du déroulement de cette tâche en classe montre que Mme T. met en avant la traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques, beaucoup plus que l'association d'une expression algébrique à l'aire d'une figure, comme l'illustre l'extrait ci-dessous, tiré du la deuxième séance de la séquence de Mme T :

Un élève lit l'énoncé de l'exercice. P[95] : Donc il y a : $(x+3)^2 - x^2$; $x^2 - (x-3)^2$. Il faut détailler avant. Détailler donc l'hypothèse. Qu'est-ce qu'il y a par hypothèse ? E : x est le côté du carré
P : Il y a un carré de côté x, n'est-ce pas ? Le carré ABCD de côté x. Comment je calcule l'aire de ce carré ?
Es : côté × côté
P : Côté × côté, c'est-à-dire ?
Es : x^2
P : c'est égale à x^2. Après qu'est-ce qu'il y a ?
E : x plus grand que
P : x toujours plus grand parce que je veux diminuer de 3. Après ?
E : On diminue le côté de 3 cm

[95] P désigne l'enseignant, en référence au professeur et pour le distingue du E qui désigne l'élève.

P : On diminue le côté de 3 cm. Qu'est-ce que je calcule maintenant ?
E : $(-x-3)^2$
P : Répète
E : $(x-3)^2$
P : $(x-3)^2$. Pourquoi ? C'est vrai, mais pourquoi ? Qu'est-ce que tu cherches avant ?
E : La mesure de [EB]
P : très bien. La mesure de [EB]. Quelle est la mesure de [EB] ?
E : $x-3$
P : Quelle est la mesure de [EB], c'est $x-3$. Pourquoi ? De A à B c'est x, de A à E c'est 3. Donc $(x - 3)$ c'est la longueur de, la mesure de [EB]. Après ?
E : Pour savoir l'aire, on doit faire au carré.
P : L'aire de ce carré, EGBF c'est ?
E : $(x-3)^2$

Bien que l'exercice 18 mette en jeu une raison d'être des expressions algébriques, il semble que sa place dans la séquence et la gestion du déroulement la transforment en un exercice d'application, de contexte familier pour les élèves au lieu de viser le lancement des expressions algébriques.

À l'exception de l'exercice 18 ci-dessus, les autres tâches relevant de l'OM1 ne figurent pas dans le manuel, elles sont données par l'enseignante dans une fiche supplémentaire, et sont résolues tout au long de la séquence. Ceci nous amène à supposer que, par ces tâches supplémentaires, Mme T. ne visait pas seulement l'introduction des identités remarquables ou de la factorisation, mais semble varier dans les tâches d'application proposées entre le calcul algébrique et la résolution de problèmes faisant intervenir le calcul de périmètre et d'aire et les expressions algébriques. Il semble que le peu de tâches du manuel qui convoquent la traduction entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques conduit Mme T. à concevoir des exercices supplémentaires à effectuer en classe. Toutefois, elle n'a pas eu recours aux tâches figurant dans la partie *Activités* du manuel P8, et qui convoquent des types de tâches relatifs à l'OM1 comme nous l'avons présenté au chapitre 5. De plus, ces tâches mettent en jeu l'aspect procédural des expressions algébriques et non pas leur aspect structural étant donné qu'il s'agit de la traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques. Nous nous interrogeons donc sur les raisons qui motivent Mme T. à résoudre des exercices supplémentaires en ignorant ceux du manuel relatifs à la même praxéologie locale, la *génération des expressions*. Connaissant les exercices du manuel, Mme T. a probablement souhaité effectuer de nouveaux exercices, qu'elle n'avait pas l'habitude de résoudre dans les années précédentes. Cette pratique apparaît moins dans les tâches relatives à l'OM2 comme nous le montrons dans le paragraphe suivant.

ii. L'équivalence des expressions mise en jeu

La séquence de Mme T. se caractérise par la mise en jeu de tâches relevant de la praxéologie relative à l'*équivalence des expressions*. En effet, parmi les cinq enseignants dont nous étudions la praxéologie enseignée dans la séquence sur les expressions algébriques en EB7 (5ᵉ) et EB8 (4ᵉ), Mme T. est la seule qui fasse intervenir tous les types de tâches constitutifs de l'OM2, à l'exception d'un seul, T_{Tester} *Tester l'égalité de deux expressions d'une ou de plusieurs variables*. Il s'agit donc d'une caractéristique remarquable de la composante cognitive de la pratique de Mme T.

Les tâches relatives à l'OM2 sont proposées tout au long de la séquence à partir de la deuxième séance, sans qu'elles ne visent explicitement la justification algébrique. En effet, l'analyse *a priori* de l'exercice 18 montre que la résolution du second item[96] convoque le type de tâche $T_{Prouver-equiv}$ *Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales*. Lors de la résolution de cet item, l'enseignante aurait pu expliciter l'équivalence de deux expressions et profiter de la tâche pour évoquer la démarche à suivre et justifier l'équivalence ou la non équivalence de deux expressions. Cependant, Mme T. résout l'item en le ramenant à un calcul algébrique, et en faisant un rappel de l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, introduite la séance précédente.

L'extrait ci-dessous illustre la démarche de Mme T. dans la résolution du second item de l'exercice 18 :

P : Alors j'écris comme hypothèse, x^2, cette diminution qui est $x^2 - (x-3)^2$, comment je dois démontrer que c'est égal à $6x - 9$? Qu'est-ce qu'il faut faire ?
Es : Développer
P : Je développe et je réduis. Alors ?
E : $x^2 - (x-3)^2 = x^2$
P : Moins, toujours lorsqu'il y a moins avant les parenthèses, pour éviter l'erreur, c'est l'opposé. Placer les parenthèses puis passer à la deuxième étape. Pour éviter l'erreur.
Hier, j'ai donné une seule identité, laquelle ?
E : $(a+b)^2$

[96] Question 2°) a) Montrer que cette diminution est égale à : $6x - 9$.

P : Écris là. À quoi est égale ?
E : $a + b^2$
P : $(a + b)^2$
Es : $a^2 + 2ab + b^2$
P : Que signifie $(a + b)^2$?
E : $(a + b) \times (a + b)$
P : Donc que signifie maintenant $(x - 3)^2$?
E : $(x - 3) \times (x - 3)$
P : Toujours lorsqu'il y a le moins, c'est-à-dire c'est l'opposé, je développe entre les parenthèses.
E : $(x - 3)(x - 3) = x^2 - 3x - 3x + 9$
Un élève pose une question. *E1* : de quelle façon on obtient (inaudible) ?
P : C'est la réponse de l'identité, c'est la méthode pour passer à l'identité. C'est la première identité remarquable, et maintenant il faut passer à la deuxième et à la troisième identité. L'une après l'autre. Tout d'abord, $x^2 - (x^2 - 3x - 3x + 9)$. $-3x - 3x$ ça fait ? $-3 - 3$? $-6x$ puis plus. Pour supprimer les parenthèses maintenant, hier on a fait un exercice pareil. S'il y a le moins, c'est-à-dire ? C'est l'opposé, c'est vrai. s'il y a des termes semblables, il faut les réduire. $x^2 - x^2$?
E : 0
P : Il reste $6x - 9$. C'est la réponse demandée ? C'est ce qu'il fallait démontrer ? Oui ou non ?
Es : Oui

Nous constatons qu'à partir de la résolution de l'exercice 18, Mme T. ne vise pas explicitement l'équivalence de deux expressions algébriques. En effet, après avoir exprimé la diminution de l'aire du carré par $x^2 - (x - 3)^2$, et pour montrer que cette diminution est égale à $6x - 9$, Mme T. oriente les élèves à la procédure sans évoquer l'équivalence d'expressions algébriques. Elle conduit les élèves à développer et à réduire l'expression puis à vérifier si la réponse correspond à celle souhaitée. Or, elle aurait pu expliciter qu'il s'agit de prouver l'équivalence des deux expressions algébriques, dont une procédure correspond à celle mise en œuvre. Mme T. accorde plutôt de l'importance à l'acquisition des règles de calcul algébrique quel que soit le cadre de la situation, algébrique ou grandeurs et mesures. Ceci apparaît aussi dans le poids important que Mme T. accorde aux tâches relatives à l'*algèbre des polynômes*.

iii. L'*algèbre des polynômes* fréquemment explicitée

Le nombre d'items relatifs à l'OM3, relevés dans le tableau 6.21 montre en effet le fort poids qu'accorde Mme T. aux types de tâches constitutifs de l'*algèbre des polynômes* dans son enseignement, par rapport aux deux autres praxéologies locales : 154 des 185 items (soit 83% des items) proposés dans la séquence de Mme T. relèvent du calcul algébrique, tandis que 9 items (soit 5% des items) relèvent de l'OM1 et 22 items (ou 12%) de l'OM2.

Ainsi, dans sa pratique, Mme T. semble accorder beaucoup d'importance aux tâches techniques qui portent sur la mise en œuvre des règles de calcul algébrique et qui mobilisent l'aspect structural des expressions algébriques davantage qu'à ceux de modélisation et de preuve ou qui mobilisent l'outil algébrique pour résoudre des problèmes.

Tous les types de tâches constitutifs de l'OM3 dans la praxéologie de référence sont convoqués dans la séquence de Mme T., par un item au moins, à l'exception d'un seul, $T_{CDS-num}$ *Calculer une expression numérique en utilisant la distributivité simple*.

Cette couverture du domaine, observée aussi pour l'OM2, distingue la pratique de Mme T. de celle des autres enseignants de l'étude, bien qu'elle ne soit pas explicitée dans la praxéologie à enseigner. Nous pouvons alors observer une caractéristique de la composante cognitive de la pratique de Mme T. ; elle ne se limite pas au contenu du manuel dans la conception de son cours mais multiplie les ressources et propose plusieurs tâches supplémentaires pour couvrir autant que possible, les notions pouvant être enseignées. Cette observation est renforcée par le nombre d'exercices supplémentaires proposés. De plus, elle renseigne sur une caractéristique de la composante personnelle de Mme T. et plus précisément sur sa conception de l'algèbre. Il semble qu'elle ne limite pas l'apprentissage de l'algèbre à la capacité d'effectuer du calcul algébrique mais aussi à la capacité de résoudre des problèmes qui mobilisent l'outil algébrique et d'identifier la structure d'une expression algébrique.

Ainsi, une grande partie de la praxéologie à enseigner (cf. chapitre 5) est couverte dans la séquence de Mme T. Tous les genres de tâches figurent dans la praxéologie enseignée à l'exception de $T_{Produire}$, tandis qu'une grande partie des types de tâches est mise en jeu.

Cependant, les poids accordés aux praxéologies locales diffèrent entre les trois OM comme nous l'exposons dans le paragraphe suivant.

b) Le poids accordé à chaque praxéologie locale dans la séquence

Dans l'analyse des praxéologies enseignées, nous précisons le nombre d'items effectués dans la séquence de Mme T., relatifs aux genres de tâches de chaque praxéologie, et nous calculons leur fréquence par rapport au total d'items de la séquence. Nous regroupons les types de tâches précisés dans le tableau 6.21 par les genres correspondants pour avoir une idée plus globale des genres de tâches abordés dans la séquence, surtout que nous ne cherchons pas à interpréter chaque type de tâche en particulier.

Le tableau ci-dessous présente le nombre d'items relatifs à chaque genre et les pourcentages correspondants :

Tableau 6.22 – Pourcentage des items résolus par rapport au total d'items par genre de tâche.

OM locale	**Genres de tâches**	**Nb d'items**	**En %**
OM1 Génération des expressions algébriques	T_P Produire.	0	0
	T_T Traduire.	8	4%[97]
	T_A Associer.	1	0,5%
	Total nb d'items relatifs à l'OM1	9	5%
OM2 Équivalence des expressions algébriques	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver	2	1%
	T_{Tester} Tester l'égalité de deux expressions	0	0
	$T_{Structure}$ Identifier la structure	16	9%
	$T_{Choisir}$ Choisir	1	0,5%
	$T_{Associer}$ Associer.	3	2%
	Total nb d'items relatifs à l'OM2	22	12%
OM3 Algèbre des polynômes	T_D Développer.	62	34%
	T_F Factoriser.	40	22%
	T_R Réécrire un monôme.	29	16%
	T_C Calculer.	23	12%
	Total nb d'items relatifs à l'OM3	154	83%
	Total	185	100%

[97] 4% des items résolus durant la séquence font intervenir le genre *Traduire*.

Nous constatons que dans la séquence de Mme T., les genres de tâches constitutifs de *l'algèbre des polynômes* sont les plus nombreux par rapport à ceux de la *génération* et de l'*équivalence d'expressions*. Le genre de tâche constitutif de l'OM3 le moins travaillé est T_C *Calculer,* 12% des items (soit 23 items des 185) lui correspondent et le genre de tâche le plus travaillé est T_D *Développer,* 34% des items (soit 62 items des 185) lui correspondent.

Quant aux genres de tâches relatifs à l'OM1 et à l'OM2, ils sont abordés tout au long de la séquence et ne visent pas seulement le lancement des expressions algébriques à la première séance. Ainsi, les élèves sont confrontés aux tâches qui mettent en jeu les raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul tout au long de la séquence.

Les tâches proposées peuvent l'être selon différents niveaux de complexité, c'est-à-dire selon le niveau mise en fonctionnement des connaissances en jeu ; nous les présentons dans le paragraphe suivant.

c) Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

Dans l'analyse *a priori* des tâches proposées dans la séquence de Mme T., nous déterminons le niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances algébriques en jeu, afin d'obtenir un élément supplémentaire caractéristique de la composante cognitive de sa pratique. Nous nous référons aux énoncés des tâches tels qu'ils figurent dans le manuel ou dans la fiche supplémentaire et nous les catégorisons en nous référant à Roditi et Salles (2015) et à Salles (2017).

Mme T. mobilise l'outil algébrique dans six tâches correspondant aux lignes surlignées en rouge dans le 6.22. Cinq d'entre elles convoquent la traduction du registre des grandeurs et des mesures vers celui des écritures algébriques et la sixième convoque l'association d'une expression à l'aire d'une figure ; elles mettent en jeu l'aspect procédural des expressions algébriques. Ces tâches nécessitent la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure. Les autres exercices de la séquence portent sur l'aspect objet de l'algèbre, et leurs énoncés relèvent précisément de la catégorie *calcul* (Salles, 2017).

Le tableau ci-dessous montre le nombre de tâches relatives à chaque NMF dans la séquence de Mme T. :

Tableau 6.23 – Les NMF des connaissances en jeu dans la séquence de Mme T.

<table>
<tr><td colspan="3">Niveau de mise en fonctionnement</td><td>Nb de tâches</td><td>En %</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OBJET</td><td colspan="2">Concept</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Calcul</td><td>Répertoire</td><td>24</td><td>75%</td></tr>
<tr><td>Flexibilité</td><td>2</td><td>6%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">OUTIL</td><td colspan="2">Directe</td><td>6</td><td>19%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adaptation</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Intermédiaires</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Total</td><td>32</td><td>100%</td></tr>
</table>

Nous constatons que la majorité des tâches réalisées en classe visent l’acquisition d’un *répertoire* de techniques et situations de référence chez les élèves. Comme nous l’observons dans le tableau 6.22, il s’agit surtout des tâches de *développement*, de *factorisation* et de *réduction d’expressions* en ayant recours aux identités remarquables. Or, nous avons déjà signalé l’importance qu’accorde Mme T. à l’acquisition de techniques de calcul, surtout que les tâches qui mobilisent l’outil algébrique sont étalées tout au long de la séquence, et ne visent pas nécessairement l’introduction des expressions algébriques. Cette constatation est renforcée par la catégorisation des énoncés figurant dans le tableau 6.23. La plupart des tâches requièrent une mise en fonctionnement directe des connaissances ou des calculs standards, aussi bien dans les exercices du manuel que ceux donnés en supplément.

6.5.2 L’analyse globale du scénario

a) *La progression globale du contenu*

Dans le manuel P8 utilisé par Mme T., les expressions algébriques sont réparties en deux chapitres consécutifs, le chapitre 9 intitulé *Identités remarquables – Développement – Réduction*, et le chapitre 10 intitulé *Factorisation*.

Mme T. aborde les deux chapitres dans une même séquence, tout en proposant une série d’exercices supplémentaires. À la première séance, elle rappelle des notions algébriques de l’année précédente par des tâches qui mettent en jeu la *génération des* *expressions algébriques*, grâce à la traduction du registre des grandeurs et mesures vers celui des écritures algébriques, et l'*algèbre des polynômes* par des tâches qui mobilisent la distributivité simple de la multiplication sur l'addition et la réduction d'une expression algébrique.

Mme T. introduit les identités remarquables par le recours à la double distributivité de la multiplication sur l'addition pour calculer le carré d'un binôme. Elle explicite l'équivalence des expressions algébriques[98] à partir de tâches qui montrent l'équivalence entre différentes écritures se ramenant aux identités remarquables, à partir d'exemples suivis de la généralisation. L'extrait ci-dessous, tiré de la deuxième séance de la séquence, illustre la démarche suivie par Mme T pour montrer l'égalité $(a-b)^2 = (b-a)^2$:

P : Développer $(x-5)^2$ et $(5-x)^2$. Quelle conclusion en tirer ?
Passage d'un élève au tableau *E* : $(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = x^2 - 5x - 5x + 5^2$
P : Ce n'est pas faux, c'est vrai. Il n'a pas utilisé l'identité mais c'est correct. Alors x^2, $-5x - 5x$? – $10x$. 5^2 ?
Es : 25
P : Mais en utilisant l'identité, développe $(5-x)^2$. Et là faites attention parce que j'ai permuté les deux termes. Essayez de développer sous forme $(a-b)^2$: 5^2, moins le double produit, $2 \times 5 \times x + x^2$. Alors c'est $25 - 10x + x^2$. Comparez les deux, comment sont les deux ?
E : Égaux.
P : Égaux, c'est la même réponse je peux permuter les termes. Alors quelle conclusion je peux tirer ? $(x-5)^2 = (5-x)^2$, parce que deux nombres opposés ont le même carré. Par exemple $(-5)^2 = (+5)^2 = 25$. Donc $(5-x)$ et $(x-5)$ sont deux nombres opposés. L'opposé de $(x-5)$ c'est $(5-x)$, mais au carré, les deux ont même carré. Parmi les propriétés : $(a-b)^2 = (b-a)^2$, je peux permuter les termes.

À partir de la troisième séance, Mme T. propose surtout des tâches qui mettent en jeu le développement, la réduction et la substitution. Elle introduit la factorisation les deux dernières séances de la séquence, c'est-à-dire à la huitième et la neuvième séance, à partir d'expressions rappelant la factorisation par un monôme apparent dans l'un des termes au

[98] $(a+b)^2 = (-a-b)^2$ et $(a-b)^2 = (b-a)^2$.

moins, avant de proposer des expressions à factoriser en ayant recours aux identités remarquables.

Tous les genres de tâches constitutifs de l'OM3 sont convoqués dans la séquence de Mme T qui accorde plus de temps au développement qu'à la factorisation ; celle-ci est travaillée dans deux des neuf séances de la séquence, tandis que les autres séances traitent du développement, de la réduction et de la substitution.

Le tableau ci-dessous expose, par ordre chronologique, les différentes étapes de la progression de la séquence ainsi que les exercices correspondants à chaque genre de tâches.

Tableau 6.24 – Progression globale du contenu de la séquence de Mme T.

Chapitre 9 : Identités remarquables - Développement - Réduction	
Explication du cours	Rappel de quelques règles de calcul. Développement. Réduction Développement de $(a+b)(c+d)$
Résolution et corrections d'exercices	Développer : Ex suppl 1, 2. Traduire : ex suppl 3, 4. Développer, factoriser : ex suppl 4.
Explication du cours	Développement de $(a+b)^2$
Résolution et correction d'exercices	Traduire, prouver : Exercice 18. Développer, factoriser : ex suppl 5, 6.
Explication du cours	Développement de $(a-b)^2$ et de $(a-b)(a+b)$.
Résolution et correction d'exercices	Développer, factoriser, réécrire un monôme : Exercices 5, 9, 10, 13, ex suppl 7. Traduire ; ex suppl 8.
Explication du cours	Calculer la valeur numérique d'une expression
Résolution et correction d'exercices	Calculer : Exercice 7, ex suppl 9. Développer, factoriser, réécrire un monôme : Exercice 10. Associer : Exercice 19. Identifier un carré : Exercices 11 12, ex suppl 11. Développer, factoriser, réécrire un monôme : Exercices 15, 16, ex suppl 10, 13. Traduire : ex suppl 12.
Chapitre 10 : Factorisation	
Explication du cours	Factorisation
Résolution et correction d'exercices	Factoriser : ex suppl 14, 16. Traduire : ex suppl 15. Calculer : ex suppl 16. Factoriser : Exercices 13*, 14*.

	Factoriser : ex suppl 17

Mme T. aborde les deux chapitres du manuel sur les expressions algébriques dans une même séquence d'enseignement. Pourtant, d'après la chronologie des tâches figurant dans le tableau 6.22, nous constatons que Mme T. divise la séquence en deux parties. La première relève du chapitre 9 et concerne l'enseignement du développement et de la réduction d'une expression algébrique, et la deuxième relève du chapitre 10 et concerne la factorisation d'une expression. Mme T. propose des exercices supplémentaires qui mettent en jeu une raison d'être des expressions algébriques, la traduction entre un registre de représentation sémiotique et celui des écritures algébriques, dans la première partie de la séquence beaucoup plus que dans la deuxième. Ainsi les praxéologies locales ne sont pas indépendantes.

b) Les liens entre les praxéologies locales de référence

L'organisation du scénario de Mme T. montre qu'elle alterne entre l'explication du cours et la résolution d'exercices.

La séquence est introduite par un rappel de la distributivité de la multiplication sur l'addition abordée dans la classe précédente, suivie par la résolution de quelques tâches qui convoquent les types $T_{DDS-entier\times som}$ *Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition* $k(a+b)=ka+kb$ *où* $k \in IR$ et $T_{DDD-som\times som}$ *Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition*.

Certaines séances de la séquence comportent, avec le calcul algébrique, des tâches qui mettent en jeu une raison d'être des expressions algébriques, comme la traduction entre un registre sémiotique et celui des écritures algébriques, ou une raison d'être des propriétés de calcul algébrique, comme pour l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Ainsi, dans la plupart des séances (dans six des neuf séances de la séquence), Mme T. met en jeu deux ou trois praxéologies locales, à partir de tâches différentes. La convocation des types de tâches de l'OM3 dans la résolution des tâches mettant en jeu l'OM1 ou l'OM2 est souvent à la charge des élèves, comme dans l'exercice 18.

Les types tâches relatifs à l'OM2 sont surtout explicités dans des tâches d'identification de la structure d'une expression pour compléter la forme développée du carré d'un binôme, comme dans l'exercice 11 ci-dessous :

11 Complète.

1°) $(... + 4)^2 = x^2 + ... + 16.$

2°) $(x - ...)^2 = x^2 - ... + 9.$

3°) $(... + 2)^2 = 9a^2 + ... + ...$

4°) $\left(... + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + ... + ...$

Exercice 11 – p. 94 – Manuel P8

Ces tâches relèvent de type de tâches de l'OM2 et de l'OM3 ; Mme T. insiste sur l'identification de la structure d'une expression afin de la développer ou de la factoriser.

Quant aux tâches de l'OM3, nous avons déjà évoqué l'importance qu'accorde Mme T. à l'acquisition du calcul algébrique. Ce constat est renforcé par la place qu'occupent les types de tâches de l'OM3 dans la séquence.

La séquence de Mme T. se caractérise donc par la présence des liens entre les trois praxéologies locales de référence, souvent mises en jeu dans une même séance. Ce qui montre une articulation entre elles tout au long de la séquence. Le genre de tâches $T_{Structure}$ constitutif de l'OM2 est mis en jeu en effectuant du calcul algébrique, et les genres de l'OM3 sont convoqués dans les tâches relatives à l'OM1 et à l'OM2.

Ainsi, il existe une agrégation des trois praxéologies locales mobilisées dans la séquence de Mme T. La *génération* et l'*équivalence des expressions* sont mises en jeu dans plusieurs séances et convoquent l'*algèbre des polynômes*. Mme T. semble donc donner du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation grâce à l'agrégation des praxéologies (Pilet, 2012), et la majorité des types de tâches de la praxéologie à enseigner figurent dans la séquence.

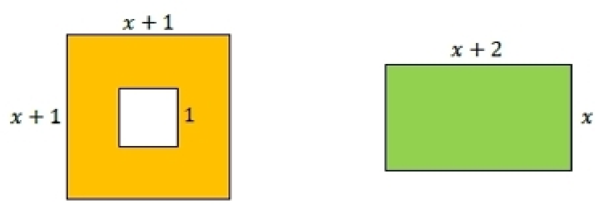
c) *La cohérence des praxéologies enseignées avec les praxéologies à enseigner*

Comme nous l'avons déjà dit, Mme T. propose dans la séquence plusieurs exercices supplémentaires à effectuer en classe, parallèlement à ceux sélectionnés du manuel utilisé, celui de l'EB8 de la collection *Puissance* désigné par P8. Il semble qu'elle tente de compléter la praxéologie à enseigner, telle qu'elle est définie dans le manuel P8 avec ce qu'elle propose en supplément, surtout que ces exercices mettent en jeu surtout l'OM1 et l'OM2.

Elle a eu recours à des exercices supplémentaires dans diverses phases de la séquence, pour rappeler un déjà vu, comme la règle de la distributivité de la multiplication sur l'addition par exemple, pour introduire une nouvelle règle de calcul algébrique comme la justification de l'identité remarquable en passant par la double distributivité et pour appliquer cette nouvelle règle, comme dans les exercices de développement ou de factorisation.

Certains exercices supplémentaires mettent en jeu des types de tâches relatifs aux trois praxéologies locales à la fois, comme dans l'exercice supplémentaire 8 de la figure ci-dessous :

1. Calculer les aires colorées des deux figures ci-dessous en fonction de x.



2. Que remarque-t-on ?

Exercice supplémentaire proposé par Mme T.

Cet exercice met en jeu à la fois, l'OM1 par la convocation du type de tâche $T_{T-Aire \to Exp}$ *Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique*, l'OM2 par la convocation de $T_{Prouver-equiv}$ *Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales*, et implicitement l'OM3 par la convocation des genres T_D *Développer* et T_F *Factoriser*. Aucun exercice du manuel P8 ne mobilise les trois praxéologies de cette façon.

Ceci montre, encore une fois, que, malgré l'importance qu'accorde Mme T. à l'acquisition des règles de calcul algébrique, elle ne néglige pas la mobilisation de la *génération* et de l'*équivalence des expressions,* en proposant des tâches dont le contexte est familier aux élèves, il s'agit du calcul d'aires et de périmètres de figures usuelles comme le rectangle et le carré.

La plupart des genres de tâches constitutifs de la praxéologie globale des expressions algébriques sont mobilisés dans la séquence de Mme T., ceux qui n'y figurent pas sont T_P *Produire* et T_{Tester} *Tester l'égalité de deux expressions*. Les types de tâches relevés dans la praxéologie à enseigner figurent dans la séquence.

Ainsi, Mme T. fait intervenir dans son enseignement tous les genres de tâches définissant la praxéologie à enseigner et relevant des trois praxéologies locales de référence, abordées à la section 2.3. Nous déduisons donc qu'il existe une cohérence entre les praxéologies à enseigner et celles enseignées dans la séquence de Mme T.

Nous analysons, dans la section suivante, le déroulement de la séquence afin de dégager davantage des éléments permettant de décrire la pratique de Mme T. et de la comparer avec celle des autres enseignants de l'étude, d'une part, et de justifier l'apprentissage des élèves dépendamment de cette pratique, d'autre part.

6.5.3 Le déroulement

Dans ce paragraphe, nous développons l'organisation de la classe et celle des séances de Mme T., ainsi que ses interventions repérées durant l'enseignement.

a) L'organisation des séances

La séquence de Mme T. comporte neuf séances et porte sur les deux chapitres sur les expressions algébriques dans le manuel P8. L'explication du cours et la résolution et la correction d'exercices s'alternent tout au long de la séquence.

Au début de chacun des deux chapitres, l'enseignante fait un rappel des notions déjà vues l'année précédente. Ensuite, elle explique le cours en y insérant, au fur et à mesure, des exercices à effectuer.

Les exercices proposés se divisent en deux catégories, selon leur fonction. La première est formée des exercices supplémentaires ou sélectionnés du manuel, qui jouent le rôle d'activités préparatoires dont l'objectif est d'introduire les identités remarquables. La deuxième catégorie est formée des exercices qui se présentent sous la forme d'application. Ces exercices sont donnés en supplément par l'enseignante.

Les exercices attribués aux activités préparatoires mettent en jeu des raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébriques, et sont résolues dans plusieurs séances de la séquence.

Le cours est réparti sur plusieurs séances, les règles de calcul algébrique sont justifiées à partir des exercices supplémentaires en se référant à la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Les exercices ayant la fonction d'application mettent en jeu les trois praxéologies locales, sachant que les tâches relatives à l'*algèbre des polynômes* sont plus valorisées par Mme T. Le contenu de ces exercices n'est pas toujours explicité dans le cours, surtout lorsqu'il s'agit des tâches qui mobilisent la *génération* ou l'*équivalence des expressions*.

Mme T. adopte une organisation particulière des séances. L'introduction de la plupart d'entre elles consiste à rappeler les identités remarquables, en désignant un ou plusieurs élèves pour répondre à ses questions. Elle valide les réponses données et les note au tableau. Mme T. favorise aussi l'identification de la structure d'une expression lors de la résolution de tâches de calcul algébrique. Enfin, elle propose les exercices à résoudre et à corriger, en variant peu l'organisation du travail des élèves.

b) L'organisation de la classe

La séquence de Mme T. se caractérise par l'importance donnée au travail collectif. Lors de la résolution des exercices, Mme T. procède de façon identique durant toute la séquence. Elle donne du temps pour résoudre individuellement les exercices, puis elle désigne un élève pour noter la réponse au tableau. Entre temps, elle détaille les étapes de calcul, justifie la procédure mise en œuvre et corrige les erreurs en interrogeant souvent le groupe classe. Ainsi, l'activité de l'élève au tableau se limite à noter ce qu'on lui dicte. Durant une grande partie de la séquence, Mme T. fait participer beaucoup plus le groupe classe que les élèves individuellement.

Pendant le travail autonome, Mme T. circule entre les élèves, vérifie leur travail et répond à leurs questions. Elle adopte cette démarche pour tous les exercices, indépendamment du niveau de mise en fonctionnement des connaissances en jeu.

À partir de l'observation de l'organisation de la classe, il semble que Mme T. adopte la démarche décrite afin de garder une ambiance de classe convenable à l'apprentissage et de faire avancer son cours en faisant participer le maximum d'élèves pour la résolution de la tâche.

Cependant, les interventions de Mme T. peuvent avoir différentes formes dépendamment du contenu algébrique évoqué. La section ci-dessous présente les interventions de Mme T. dans sa classe et les régulations didactiques dégagées au cours de l'enseignement, afin de caractériser les pratiques de Mme T.

c) Les interventions de Mme T

La plupart des échanges qui ont lieu entre Mme T. et ses élèves, dans différents moments de la séance, sont collectifs. L'introduction porte plutôt sur un rappel du cours et des propriétés de calcul algébrique à utiliser durant la séance. L'explication a eu lieu à partir de tâches résolues et corrigées collectivement. La résolution des exercices est individuelle puis collective, et la correction est collective.

L'enseignante intervient au fur et à mesure pour développer les étapes de calcul ou pour valider une réponse. Face à une erreur commise par un élève, Mme T. adopte l'une des deux attitudes. Soit elle décompose les étapes et guide l'élève qui s'est trompé pour qu'il repère son erreur et la corrige, soit elle s'adresse au groupe classe et interroge souvent un autre élève pour corriger l'erreur commise et donner la bonne réponse.

Mme T. interroge les élèves sur les identités remarquables utilisées pour développer une expression algébrique et accepte souvent les diverses procédures mises en jeu. Par exemple, pour développer $(2x-3)^2$, elle accepte la réponse d'un élève qui l'écrit sous la forme $(2x-3)(2x-3)$ puis applique la double distributivité de la multiplication sur l'addition au lieu d'avoir recours à l'identité $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Ainsi, Mme T. favorise les échanges collectifs en classe, et fait participer l'ensemble des élèves malgré le passage fréquent des élèves au tableau. La majorité des aides proposées dans la séquence sont des aides procédurales, elles visent la réussite des tâches proposées.

Parmi les interventions de Mme T., certaines constituent des régulations didactiques. Dans le paragraphe suivant, nous décrivons les régulations didactiques observées dans la séquence.

6.5.4 Les régulations didactiques durant l'enseignement de Mme T.

Comme nous avons procédé dans l'analyse des interactions qui se sont déroulées dans les séquences des enseignants déjà étudiées, nous analysons le contenu algébrique repéré dans les interactions qui ont eu lieu entre Mme T. et ses élèves. Nous repérons dans les échanges, l'information I reçue de l'élève et l'action A de l'enseignante suite à la prise en compte de cette information. Nous dégageons ces échanges à partir de l'observation des séances d'enseignement et nous repérons les coupes (I ; A) des neuf séances de la séquence de Mme T. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe G pour les transcriptions des échanges entre l'enseignante et ses élèves.

Nous rappelons que l'information reçue peut porter sur le résultat de l'activité de l'élève (que nous désignons par R), comme c'est le cas lorsque l'élève donne la forme développée d'une expression en utilisant une identité remarquable :
$(x - \sqrt{6})^2 = x^2 - 2x\sqrt{6} + 6$.

Elle peut indiquer la procédure mise en œuvre durant cette activité (P), lorsque l'élève, par exemple, détaille les étapes d'un calcul numérique en ayant recours à l'une des identités remarquables : $31^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$.

L'information reçue de l'élève peut montrer un état de connaissance (C) relative à la procédure mise en œuvre, comme c'est le cas lorsqu'un élève identifie l'identité remarquable à laquelle il a recours pour factoriser $(a^2 - 1)$, par exemple.

Nous rappelons aussi que, face à l'information reçue de l'élève, l'action de Mme T. peut aussi porter sur un résultat (R) lorsqu'elle valide ou invalide une réponse donnée (c'est vrai, c'est faux) ou demande de trouver la réponse de la différence de termes semblables, comme $2a - 3a$ par exemple.

Mme T. peut mettre en évidence la procédure suivie, lorsqu'elle demande à un élève d'identifier les termes d'une identité remarquable, comme c'est le cas avec Mme A., ou lorsqu'elle donne la possibilité d'appliquer la double distributivité de la multiplication sur l'addition au lieu de l'identité remarquable, comme pour cette intervention : « *Je peux développer normalement, par termes, ou bien j'applique l'une des identités* $(a - b)(a + b)$. *À quoi est égale* $(a - b)(a + b)$ *?* »

L'action de l'enseignante peut montrer un état de connaissance (C) lorsqu'elle interroge les élèves sur l'identité utilisée pour développer une expression algébrique.

Nous repérons tous les couples (I ; A) des neuf séances de la séquence et nous les présentons dans le tableau ci-dessous, ainsi que les **fréquences d'apparition**, en ligne, de chaque couple :

Tableau 6.25 – Effectifs et fréquences des couples (I ; A) dans la séquence de Mme T.

Action / Information	Résultat	Procédure	Connaissance	Total
Résultat	214 **(64%)**	70 **(21%)**	53 **(16%)**	337 **(100%)**
Procédure	26 **(19%)**	83 **(61%)**	27 **(20%)**	136 **(100%)**
Connaissance	19 **(24%)**	9 **(11%)**	52 **(65%)**	80 **(100%)**
Total	259 **(47%)**	162 **(29%)**	132 **(24%)**	553 **(100%)**

Note pour la lecture du tableau : Lorsque l'information reçue porte sur le résultat, 64% des actions de Mme T. portent sur le résultat aussi, 21% portent sur la procédure et 16% sur l'état de connaissance. Autrement dit, pour le total de 337 interactions dont l'information reçue porte sur le résultat, 214 des actions de Mme T. portent également sur le résultat, 70 sur la procédure et 53 sur l'état de connaissance.

L'examen du tableau ci-dessus montre quelques éléments de la pratique de Mme T., qui se rapprochent de ceux observés chez Mme A., enseignante de l'EB8 (cf. section 6.4).

Les retours de Mme T. sont variés. Bien que ceux qui portent sur le résultat soient les plus nombreux, ils constituent moins de la moitié du total des actions de la séquence, soit 47% des 553 régulations didactiques de la séquence. L'enseignante agit sur le résultat lorsqu'elle interroge les élèves sur les identités remarquables, au début des séances surtout, ou lors de la correction des exercices. Nous rappelons que celle-ci occupe une grande partie de la séquence de Mme T. Pendant qu'un élève travaille au tableau, l'enseignante a tendance à l'interroger ou à interroger le groupe classe sur les étapes da calcul intermédiaires, comme l'illustre l'extrait suivant, tiré de la quatrième séance de la séquence, lors du développement de l'expression : $C = 4(a-2)^2 - 3a(1-2a) - 2a + 1$ (Exercice 10, p. 93, Manuel P8).

N°	Interactions	I	A
1	E : $C = 4(a^2 - 2 \times a \times 2 + 2^2) - 3a + 6a^2 - 2a + 1$ $= 4(a^2 - 4a + 4) - 3a + 6a^2 - 2a + 1$ $= 4a^2 - 16a + 16 - 3a + 6a^2 - 2a + 1$	P	
2	*L'enseignante lit ce que l'élève écrit au tableau.* P : c'est juste. Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		P
3	E : oui	R	
4	P : $4a^2 + 6a^2$?		R
5	E : $10a^2$	R	
6	P : $-16a - 3a - 2a$?		R
7	E : $-12a$	R	
8	P : +16 + 1 ?		R
9	E : + 17 $C = 10a^2 - 21a + 17$	R	

Mme T. peut aussi agir sur la procédure mise en jeu ou la connaissance qui justifie la procédure. L'extrait ci-dessous (déjà exposé dans cette section), tiré de la deuxième séance, montre comment, pour montrer que $(a - b)^2 = (b - a)^2$, Mme T. a eu recours à la généralisation, à partir du développement des carrés de deux binômes :

N°	Interactions	I	A
	P : Développer $(x - 5)^2$ et $(5 - x)^2$. Quelle conclusion en tirer ?		
1	*Passage d'un élève au tableau* E : $(x - 5)^2 = (x - 5)(x - 5) = x^2 - 5x - 5x + 5^2$	P	
2	P : Ce n'est pas faux, c'est vrai. il n'a pas utilisé l'identité mais c'est correct. Alors x^2, $-5x - 5x$? – $10x$, 5^2 ?		P
3	Es : 25	R	
4	P : Mais en utilisant l'identité, développe $(5 - x)^2$. Et là faites attention. Parce que j'ai permuté les deux termes. Essayez de développer sous forme $(a - b)^2$: 5^2 moins le double produit, $2 \times 5 \times x$, plus x^2. Alors c'est $25 - 10x + x^2$. Comparez les deux, comment sont les deux ?		P
5	E : égaux	R	
6	P : Égaux, c'est la même réponse je peux permuter les termes. Alors quelle conclusion je peux tirer ? $(x - 5)^2 = (5 - x)^2$, parce que deux nombres opposés ont le même carré. Par exemple : $(-5)^2 = (+5)^2 = 25$. Donc $(5 - x)$ et $(x - 5)$ sont deux nombres opposés. L'opposé de $(x - 5)$ c'est $(5 - x)$, mais au carré, les deux ont même carré. Parmi les propriétés : $(a - b)^2 = (b - a)^2$, je peux permuter les termes.		C

En effet, la fréquence des retours sur la procédure est proche de celle des retours sur la connaissance ; 29% des actions portent sur la procédure et 24% sur la connaissance. Lors du travail collectif, Mme T. détaille les étapes de calcul ou demande à l'élève de le faire. Quant aux retours sur la connaissance, Mme T. valorise l'identification de l'identité remarquable utilisée pour développer ou pour factoriser une expression ou encore pour généraliser une règle de calcul utilisée.

Ainsi, bien que Mme T. accorde de l'importance à l'acquisition des techniques de calcul algébrique, elle ne néglige pas l'explicitation des procédures mises en jeu, ni la mise en évidence des connaissances qui justifient ces procédures.

Dans 63%[99] des régulations didactiques dégagées de la séquence, l'action de Mme T. est au même niveau que l'information reçue. Ceci est identique à ce que nous avons observé dans la séquence de Mme A. dans la section précédente. Il s'agit des régulations didactiques *horizontales*, correspondant aux cases en bleu dans le tableau ci-dessus. Ces cases représentent les effectifs des couples (R ; R), (P ; P) et (C ; C). Le tiers des régulations sont des régulations didactiques *verticales* ; elles correspondent aux couples (I ; A) pour lesquels l'action A de Mme T. n'est pas au même niveau que l'information I reçue. Parmi les régulations didactiques verticales, nous distinguons celles *ascendantes*, lorsque l'action de l'enseignante est à un niveau plus élevé que l'information reçue[100] et constituent 27%[101] environ des régulations, et celles *descendantes*, lorsque l'action de l'enseignante est à un niveau moins élevé que l'information reçue et constituent 10%[102] environ des régulations.

Les fréquences des régulations didactiques horizontales et verticales renforcent une observation déjà faite sur la pratique de Mme T. Elle tient compte, dans l'enseignement, de la procédure mise en jeu et de la connaissance qui la justifie, tout en développant les techniques de calcul algébrique. Elle agit souvent à un niveau plus élevé que l'information reçue. Dans certains cas, Mme T. ne s'attarde pas à la procédure mise en jeu ni à la justification de la procédure, mais elle recourt au résultat correspondant. Cela peut être

[99] Ce pourcentage correspond à la fréquence : (214 + 83 + 52)/553.
[100] Elles correspondent aux couples (R ; P), (R ; C) et (P ; C).
[101] Ce pourcentage correspond à la fréquence : (70 + 53 + 27)/553.
[102] Ce pourcentage correspond à la fréquence : (26 + 19 + 9)/553.

justifié par la nécessité de gagner du temps pour faire avancer le cours ou parce qu'elle juge peu utile de s'arrêter dessus.

6.5.5 Conclusion sur les pratiques observées de Mme T.

Nous présentons dans ce paragraphe les caractéristiques relatives aux composantes médiative et cognitive de la pratique de Mme T. que nous avons dégagé suite à l'observation de la séquence d'enseignement des expressions algébriques.

a) À propos de la composante cognitive

La séquence de Mme T. contient des tâches qui font intervenir les trois praxéologies locales de référence. Les tâches qui mettent en jeu l'*algèbre des polynômes* sont les plus nombreuses, pourtant, Mme T., dans sa pratique, explicite l'*équivalence des expressions* dans 12% des items résolus, ce qui la distingue des autres enseignants de l'étude.

Les raisons d'être des propriétés de calcul algébrique, notamment des identités remarquables, ne sont pas évoquées dans la séquence de Mme T., comme elle aurait pu faire à travers la résolution d'une tâche sur le calcul d'aires et la décomposition d'une figure en des sous-figures afin de mener des calculs d'aires de différentes façons. Elle justifie les identités en ayant recours à la distributivité double de la multiplication sur l'addition.

Il semble que l'objectif de Mme T. dans la mise en jeu des tâches relatives à la *génération* et à l'*équivalence d'expressions* n'est pas d'assurer un lancement ou une introduction des propriétés et des règles de calcul, mais de les justifier en variant le contexte, surtout que le contexte de calcul de l'aire et du périmètre d'une figure est familier pour les élèves. Ces tâches sont réparties tout au long de la séquence, parallèlement à celles relatives à l'*algèbre des polynômes*. De plus, l'*équivalence d'expressions* est mise en jeu lors de l'enseignement ; Mme T. demande souvent aux élèves d'identifier l'identité utilisée et la structure d'une expression. Les trois praxéologies locales de référence n'étant pas travaillées indépendamment les unes des autres, il existe donc une agrégation entre elles. Ce qui permet de donner du sens aux expressions algébriques (Pilet, 2012).

Le scénario de la séquence de Mme T. se caractérise par le nombre d'exercices supplémentaires qu'elle a proposés. Ces exercices complètent la praxéologie enseignée qui se distingue de celles de ses collègues par la quasi couverture du domaine par rapport à la praxéologie de référence et à la praxéologie à enseigner.

Enfin, la plupart des énoncés des tâches effectuées en classe sont calculatoires ; ils visent précisément le développement d'un *répertoire* de calcul. Tandis que celles qui mobilisent l'outil algébrique nécessitent une adaptation *directe* des connaissances.

b) À propos de la composante médiative

Deux modalités d'organisation de la classe caractérisent la séquence de Mme T., le travail individuel et le travail collectif. La résolution des exercices se fait individuellement en classe et la correction est collective. À cette phase, l'enseignante désigne des élèves pour écrire les solutions au tableau et elle intervient au fur et à mesure en les interrogeant sur la réponse obtenue ou la procédure utilisée. Cependant, Mme T. en vient souvent à expliciter elle-même les procédures utilisées et à les justifier. Ceci apparaît dans les régulations didactiques observées. En effet, suite à une information reçue de l'élève, Mme T. agit sur le résultat dans la moitié des cas, et sur la procédure et sur la connaissance dans l'autre moitié.

Ainsi, Mme T., dans sa pratique, travaille le sens des expressions algébriques à partir de l'agrégation des trois praxéologies locales de référence. Elle accorde de l'importance au calcul algébrique, sans toutefois sous-estimer les procédures et les connaissances qui les justifient. Cependant, les élèves n'ont pas toujours la possibilité de justifier les procédures qu'ils mettent en jeu, ni de repérer et de comprendre leurs erreurs à cause du travail collectif, dirigé par l'enseignante, malgré le passage au tableau. Cela peut être dû à la volonté de Mme T. de faire avancer son cours, et peut influencer les apprentissages des élèves, que nous présentons dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 7
LES APPRENTISSAGES ALGEBRIQUES DES ELEVES

Après avoir exposé dans le chapitre précédent, les éléments qui caractérisent les composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants observés, nous poursuivons, dans ce chapitre, la présentation et l'analyse des données recueillies, celles relatives aux apprentissages des élèves. Nous rappelons que l'objectif général de notre étude est de déterminer des liens entre l'enseignement et l'apprentissage algébrique des élèves d'une part, et entre l'enseignement et les évolutions possibles de l'apprentissage, d'autre part.

À cette fin, nous avons eu recours à évaluer les acquis algébriques des élèves, notamment sur les expressions algébriques, à comparer leurs performances et à mettre en relation les évoluions de performances avec l'enseignement ayant eu lieu. Dans la suite, nous ne distinguons pas évolution de performances et évolutions des apprentissages et des acquis. L'évaluation des acquis se fait par la passation de deux tests, un test prévu pour l'EB7 et un autre pour l'EB8. La description et l'analyse de ces tests figurent au chapitre 4 et à l'annexe A.

Les objectifs du pré-test, ayant eu lieu après l'enseignement ordinaire, consistent à :

- déterminer les acquis algébriques des élèves relatifs à chaque praxéologie locales de référence (cf. section 2.3) ;
- comparer les acquis du groupe expérimental à la praxéologie enseignée par chaque enseignant et déterminée au chapitre 6.

Quant aux objectifs du post-test, ayant eu lieu aussi auprès de l'ensemble des élèves après avoir mis en place le dispositif expérimental auprès du groupe expérimental, ils consistent à :

- comparer les performances des élèves, celles du pré-test à celles du post-test et déterminer les évolutions qui ont eu lieu ;
- comparer les évolutions des performances du groupe expérimental à celle du groupe témoin, entre les deux tests.

Les comparaisons ainsi faites vont nous permettre de mettre en relation les évolutions des performances déterminées à partir des évolutions des résultats des élèves, à des éléments des composantes cognitive et médiative analysée au chapitre 6.

Ce chapitre s'organise en cinq sections, chacune présentant les résultats des élèves d'un enseignant, en mettant en relation les acquis relevés à la pratique de l'enseignant observée.

7.1 Analyse des résultats des élèves de Mme L.

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats globaux de la classe expérimentale de 34 élèves de Mme L., obtenus au pré-test et au post-test. Nous rappelons que chaque test est composé de 31 items et les réponses des élèves sont relevées en termes de réussite / échec pour chaque item, ce qui permet d'obtenir le score de chaque élève. Le score correspond donc au nombre de « réussites » obtenu sur l'ensemble des items.

Nous rappelons que les résultats que nous allons présenter portent sur les réponses des élèves obtenues aux tâches et aux items résolus. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec.

Nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des items et l'ensemble de classe, ensuite, nous analysons plus précisément les réussites sur les items de chaque praxéologie locale de référence. Enfin, nous comparons les résultats obtenus, au pré-test et au post-test.

7.1.1 Résultats globaux en classe expérimentale

Sur l'ensemble des exercices du test, soit les 31 items, les taux de réussite, par élève, en classe expérimentale, varient entre 13%[103] et 74%[104] au pré-test et entre 13% et 90% au post-test.

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite pour chaque élève aux deux tests :

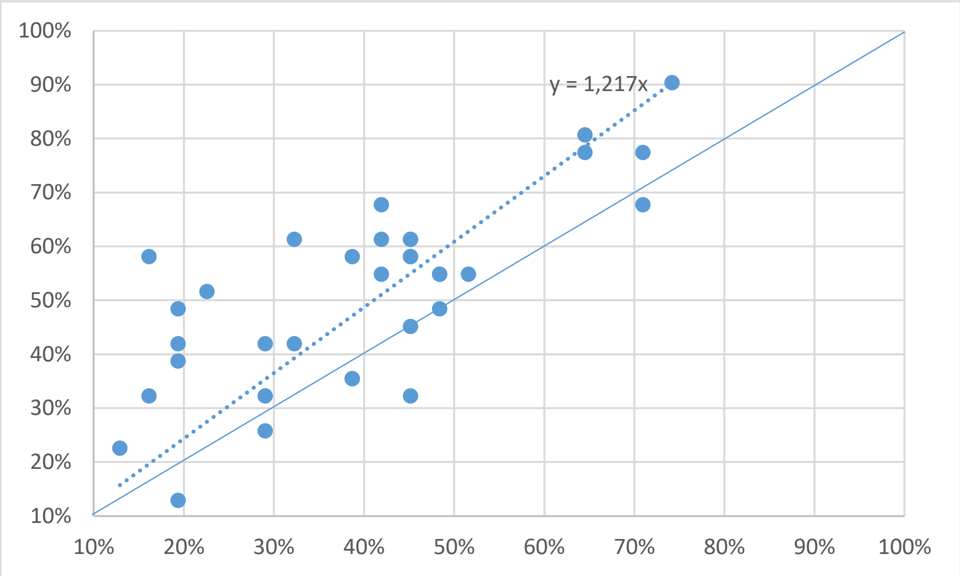


Figure 7.1 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme L.

Dans le graphique de la figure 7.1, l'abscisse d'un point correspond au taux de réussite d'un élève au pré-test, et l'ordonnée correspond à son taux de réussite au post-test.

En observant ce graphique et en étudiant la répartition des points par rapport à la première bissectrice, tracée en bleu, nous remarquons que les résultats de la majorité des élèves de Mme L. ont évolué entre les deux tests. Six des trente-quatre élèves avaient mieux

---

[103] Ce pourcentage correspond à la réussite des 13% des items proposés, soit quatre items des trente-et-un proposés.
[104] Équivaut à vingt-trois items réussis des trente-et-un proposés.

réussi le pré-test, mais l'écart est minime : un item pour quatre d'entre eux, deux items pour le cinquième et quatre items pour le sixième élève.

En moyenne, un élève de la classe de Mme L. réussit 40% des items du pré-test et 51% de ceux du post-test. Les moyennes de réussite obtenues laissent supposer qu'il y a un progrès dans les performances algébriques entre les deux tests.

Le coefficient de la droite de régression tracée en pointillés, montre que les scores des élèves de la classe expérimentale de Mme L. ont progressé entre le pré-test et le post-test. En effet, le coefficient directeur de cette droite choisie avec une ordonnée à l'origine nulle est supérieur à 1, il vaut 1,217. Cela signifie que le score progresse d'environ 22% du pré-test au post-test. Il semble important d'observer également les taux de réussite des élèves sur les items relatifs à chaque praxéologie afin d'étudier les progrès pouvant être réalisés suite à la mise en place du dispositif expérimental.

7.1.2 Résultats aux praxéologies locales de référence

Sur l'ensemble des items du pré-test, les taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie locale sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7.1 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test

En %	Items relatifs à l'OM1 (9 items)	Items relatifs à l'OM2 (7 items)	Items relatifs à l'OM3 (15 items)
Expérimentale	29%[105]	35%	49%

On constate qu'environ, la moitié des items mettant en jeu l'OM3 sont réussis dans la classe de Mme L. Ils sont d'ailleurs les mieux réussis par rapport aux items de l'OM1 et de l'OM2.

[105] Ce pourcentage représente la moyenne des taux de réussite des élèves sur les tâches de l'OM1. Il se lit : 29% des réponses aux items de l'OM1 sont correctes.

Ceci reste vrai pour les résultats obtenus au post-test, mais avec des taux plus élevés par rapport à ceux du pré-test, comme le montre le tableau ci-dessous :

Tableau 7.2 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test

En %	Items relatifs à l'OM1 (9 items)	Items relatifs à l'OM2 (7 items)	Items relatifs à l'OM3 (15 items)
Expérimentale	38%	56%	57%

La comparaison des valeurs des tableaux 7.1 et 7.2 montre que les taux de réussite aux items de chaque praxéologie locale ont évolué entre le pré-test et le post-test et que les items relatifs à l'OM3 restent les mieux réussis par les élèves de la classe de Mme L.

Pour affiner davantage ce constat, nous relevons les taux moyens de réussite de chaque élève, à chaque praxéologie locale, et nous comparons ceux du pré-test à ceux du post-test. Pour faciliter la lecture des tableaux et des graphiques, nous séparons dans la suite de cette section, les résultats obtenus au pré-test de ceux obtenus au post.

a) La réussite à chaque praxéologie dans le pré-test

Nous représentons les taux de réussite des élèves à chacune des trois praxéologies locales par les diagrammes de Tukey[106] ci-dessous :

[106] Le diagramme de Tukey, appelé aussi boîte à moustache, représente la valeur minimale, le premier quartile, la médiane, le troisième quartile et la valeur maximale d'une série.

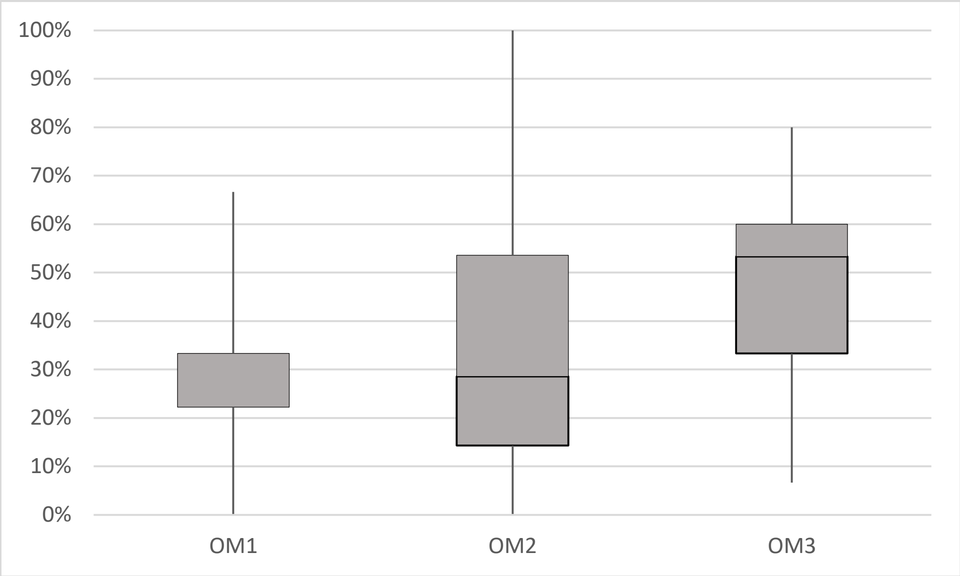


Figure 7.2 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme L.

L'observation des diagrammes ci-dessus montre qu'il existe un écart entre les médianes de chaque série. Elle varie entre 22% pour l'OM1 et 53% pour l'OM3. Autrement dit, la moitié des trente-quatre élèves ont réussi 22% des items relatifs à l'OM1, soit deux items des neuf proposés, et plus de la moitié des quinze items de l'OM3. Les items de l'OM3 sont les plus réussis par rapport à ceux de l'OM1 et de l'OM2. Les intervalles interquartiles renforcent cette constatation. En effet, 50% des élèves ont réussi entre 22% et 33% des items relatifs à l'OM1, entre 14% et 54% des items relatifs à l'OM2 et entre 33% et 60 de ceux relatifs à l'OM3.

Il existe des élèves qui n'ont réussi aucun item de l'OM1 et de l'OM2 ; deux élèves n'ont réussi aucun item relatif à l'OM1 et deux autres n'ont réussi aucun item relatif à l'OM2, tandis qu'un seul élève a réussi tous les items relatifs à l'OM2. Cet écart considérable peut refléter le décalage entre les niveaux des élèves de la même classe, et peut justifier certaines pratiques enseignantes de Mme L auxquelles nous reviendrons dans la suite de cette section.

Nous remarquons aussi qu'aucun élève n'a réussi tous les items de l'OM3 malgré que tous les genres constitutifs de cette praxéologie figurent dans la praxéologie enseignée par Mme L. définie à la section 6.1.1..

Les taux de réussite au post-test montrent, comme nous allons le voir, que les items de l'OM3 sont mieux réussis que ceux de l'OM1 et de l'OM2, et qu'il existe une évolution de performances entre les deux tests.

b) La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Les diagrammes ci-dessous représentent la dispersion des trois séries des taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie obtenues au post-test :

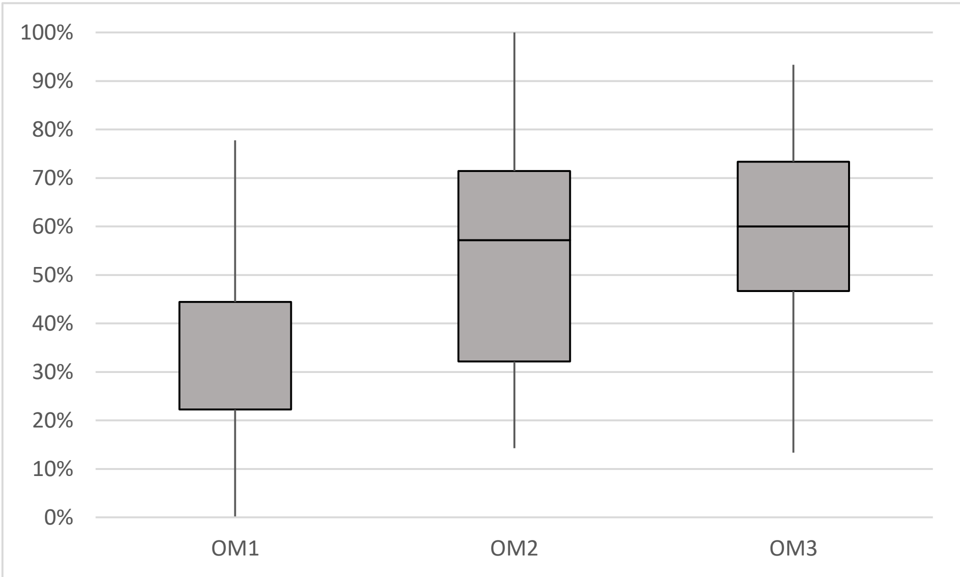


Figure 7.3 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme L.

Comme nous l'avons observé dans la dispersion des points représentants les taux de réussite des élèves aux deux tests par rapport à la droite de régression, nous remarquons une évolution entre les taux de réussite au pré-test et ceux au post-test, particulièrement au niveau des items relatifs à l'OM2. Tous les élèves ont réussi au moins un item de l'OM2. La médiane de l'OM2 a évolué de 29% au pré-test à 57% au post-test, elle est environ égale à celle de l'OM3. Autrement dit, au pré-test, la moitié des élèves ont réussi moins de 29% des items de l'OM2 tandis qu'au post-test, ils ont réussi 57% des items.

De plus, les taux de réussite aux items de l'OM1 se distinguent par le passage de la valeur maximale de 67% au pré-test à 78% au post-test et par la médiane qui a évolué de 22% à 44%.

L'augmentation des moyennes de réussite aux items des trois praxéologies (cf. section 7.1.1) induisent aussi l'évolution de performances des élèves et plus particulièrement dans la performance aux items de l'OM1 et de l'OM2.

Ainsi, les élèves de la classe expérimentale de Mme L. ont globalement progressé entre le pré-test et le post-test. Ce progrès paraît être plus important pour les tâches de l'OM2, que pour celles de l'OM1 et de l'OM3.

7.1.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme L.

L'analyse des taux de réussite obtenus dans la classe de Mme L. montrent que les items qui mettent en jeu l'*algèbre des polynômes* sont les plus réussis par les élèves. En effet, dans la praxéologie enseignée définie à la section 6.1.1, nous avons constaté que tous les genres de tâches constitutifs de cette praxéologie locale ont été enseignés et que les élèves ont eu du temps de travail autonome pour effectuer la majorité de ces tâches, ce qui aurait pu influencer leurs acquis. Les items qui portent sur l'équivalence des expressions algébriques sont moins réussis ; Mme L., dans son enseignement, ne les aborde pas fréquemment. Quant aux items qui mobilisent l'algèbre comme outil de résolution de problèmes, ils ont été réussis au pré-test par le tiers des élèves.

Suite à l'enseignement expérimental, nous percevons un progrès dans les résultats des élèves obtenus globalement sur le test, et sur les items relatifs à chaque praxéologie locale.

Ces deux constatations nous conduisent à souligner l'effet de la praxéologie enseignée sur les apprentissages des élèves.

Le fait que les items de l'OM1 ne soient pas assez réussis au pré-test nous amène à nous interroger, d'une part, sur l'importance du travail autonome des élèves, et s'ils apprennent mieux lorsqu'ils essaient eux-mêmes de trouver la solution avant qu'elle ne leur soit communiquée, et d'autre part, sur les connaissances acquises des années précédentes, que nous ne développons pas dans cette étude.

D'un autre côté, la classe de Mme L. semble comporter des élèves de niveaux variés, parce qu'il existe un grand décalage entre les taux de réussite, allant d'aucun item réussi au total des items réussis. Ce décalage peut affecter des pratiques de l'enseignante. Nous avançons des hypothèses justificatives à quelques-unes de ces pratiques présentées à la section 6.1.

D'abord, Mme L. a recours à alterner entre le cours et les applications afin de permettre aux élèves de mieux acquérir les applications directes des règles et des techniques introduites avant de passer aux suivantes, en leur donnant le temps nécessaire et en réduisant le nombre de nouvelles connaissances introduites.

Ensuite, les retours que Mme L. faits en classe, et qui portent à la fois sur le résultat, la procédure et la connaissance, peuvent avoir pour objectif de fournir aux élèves une variété d'outils auxquels ils peuvent avoir recours pour réussir leur travail.

Enfin, la démarche qui consiste à éviter de faire passer des élèves au tableau peut être justifiée par le souci de l'enseignante de gagner du temps et de faire avancer son cours.

7.2 Analyse des résultats des élèves de Mme M.

7.2.1 Résultats globaux

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats globaux des 44 élèves de Mme M., des deux classes expérimentale et témoin obtenus au pré test et au post test. Il y a 22 élèves en classe expérimentale et 22 en témoin. Nous rappelons que chaque test est composé de 31 items et les réponses des élèves sont relevées en terme de réussite / échec pour chaque item, ce qui permet d'obtenir le score de chaque élève. Le score correspond donc au nombre de « réussites » obtenu sur l'ensemble des items. Les résultats que nous allons présenter portent sur les réponses des élèves obtenues aux tâches et aux items résolus. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec chez l'élève.

Nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des items et l'ensemble de chaque classe, ensuite, nous analysons précisément les réussites sur les items de chaque praxéologie locale de référence, en considérant la classe expérimentale et la classe témoin. Enfin, nous comparons les résultats obtenus, au pré test et au post test dans chacune des classes.

a) Réussite globale en classe expérimentale

Sur l'ensemble des exercices du test, soit les 31 items, les taux de réussite, par élève, en classe expérimentale, varient entre 32%[107] et 87%[108] au pré test et entre 55% et 90% au post test.

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite pour chaque élève aux deux tests :

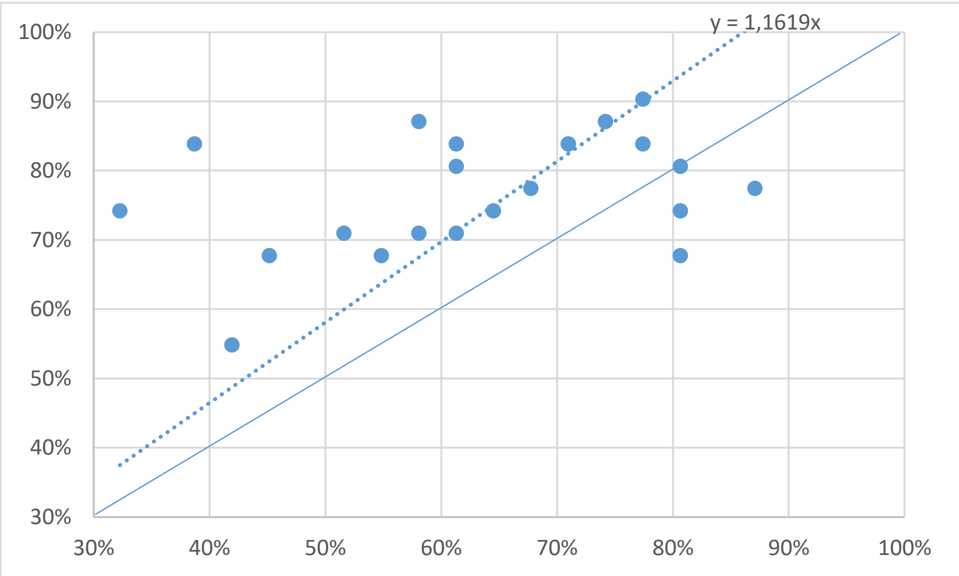


Figure 7.4 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme M.

Dans ce graphique, les coordonnées d'un point correspondent au taux de réussite d'un élève au pré-test, en abscisse, et au post-test, en ordonnée.

L'observation de la répartition des points par rapport à la première bissectrice, tracée en bleu, montre que les scores de la plupart des élèves de la classe expérimentale de Mme

107 Ce pourcentage correspond à la réussite des 32% des items proposés, soit 10 items des 31 proposés.
108 Équivaut à 27 items réussis des 31 proposés.

M. ont évolué entre les deux tests. Trois élèves des vingt-deux ont mieux réussi le pré-test, tout en ayant des taux de réussite relativement élevés, supérieurs à 70%.

En moyenne, un élève de la classe expérimentale de Mme M. réussit 63% des items du pré-test et 77% de ceux du post-test. Les moyennes de réussite paraissent importantes, et il semble qu'il y a un progrès dans les scores des élèves, et probablement dans les apprentissages algébriques entre les deux tests. En effet, le coefficient directeur de la droite de régression choisie avec une ordonnée à l'origine nulle, tracée en pointillés, est supérieur à 1, il vaut 1,1619. Cela signifie que le score progresse d'environ 16% du pré-test au post-test chez les élèves ayant effectué le dispositif expérimental. Dans la classe témoin, le progrès est moins important.

b) Réussite globale en classe témoin

En classe témoin, les taux de réussite au pré test varient entre 32%[109] et 84%[110], et au post test, entre 55% et 84%. Les taux pour chaque élève sont représentés dans le graphique ci-dessous :

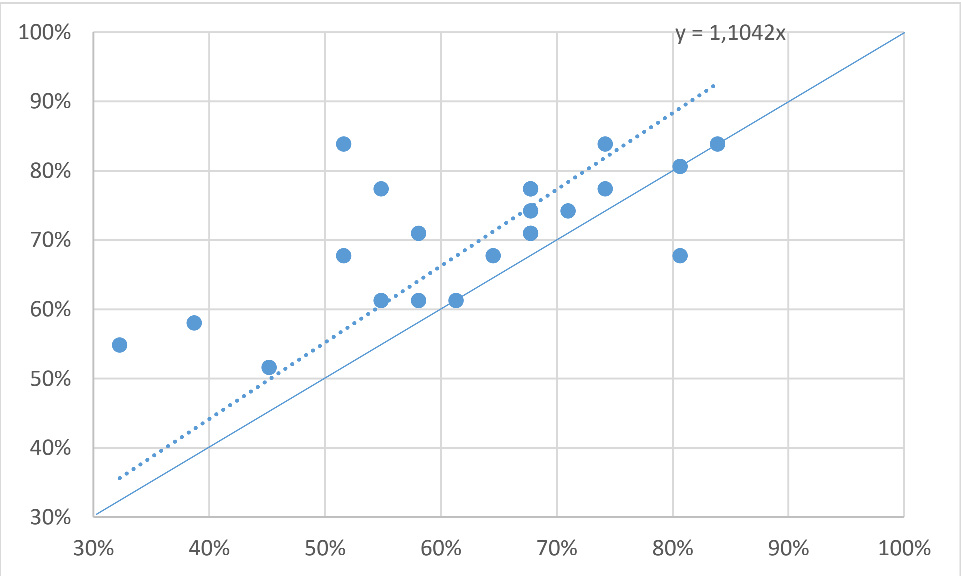


Figure 7.5 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme M.

[109] Soit dix items réussis de trente-et-un.
[110] Soit vingt-six items réussis de trente-et-un.

Nous constatons que les scores de la majorité des élèves de la classe témoin de Mme M. ont évolué entre le pré-test et le post-test. Le progrès réalisé entre les deux tests est d'environ 10%, étant donné que le coefficient directeur de la droite de régression tracée en pointillés est égal à 1,1042. Cela montre que les scores des élèves de la classe témoin ont évolué de 10%. Ce taux reste inférieur à celui réalisé en classe expérimentale sachant que les deux classes semblent être homogènes : leurs moyennes de réussite au pré-test sont équivalentes, 62% pour la classe expérimentale et 63% pour la classe témoin.

Le progrès réalisé en classe expérimentale peut renseigner sur les effets du dispositif expérimental sur les performances des élèves. Cependant, nous nous interrogeons sur les items pour lesquels il y a eu le plus de progrès, et à la praxéologie locale mise en jeu dans chacune des classes.

7.2.2 Résultats aux praxéologies locales de référence

Sur l'ensemble des items du pré-test, les taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie locale sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7.3 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme M.

En %	Items relatifs à l'OM1 (9 items)	Items relatifs à l'OM2 (7 items)	Items relatifs à l'OM3 (15 items)
Expérimentale	38%[111]	68%	77%
Témoin	41%	69%	72%

Nous constatons que ces taux sont relativement homogènes entre la classe expérimentale et la classe témoin. Dans une même classe, nous remarquons que les items de l'OM3 sont beaucoup plus réussis que ceux de l'OM1, et un peu plus que ceux de l'OM2.

Nous retrouvons aussi cet écart dans le taux de réussite aux items dans les résultats obtenus au post-test :

[111] Ce pourcentage représente la moyenne de réussite à l'ensemble des items de l'OM1. Il se lit : 38% des réponses aux items de l'OM1 sont correctes.

Tableau 7.4 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme M.

En %	Items relatifs à l'OM1 (9 items)	Items relatifs à l'OM2 (7 items)	Items relatifs à l'OM3 (15 items)
Expérimentale	47%	84%	92%
Témoin	45%	76%	83%

En comparant les taux de réussite des tableaux 7.3 et 7.4, on constate que les taux de réussite aux items de chaque praxéologie locale ont évolué entre le pré-test et le post-test, beaucoup plus en classe expérimentale qu'en classe témoin.

Pour affiner davantage ce constat, nous relevons les taux moyens de réussite de chaque élève, à chaque praxéologie locale, et nous comparons ceux du pré-test à ceux du post-test dans la classe expérimentale et dans la classe témoin.

a) En classe expérimentale

Nous séparons, dans ce paragraphe, les résultats obtenus au pré-test de ceux obtenus au post-test et nous représentons la répartition des taux de réussite des élèves par le diagramme de Tukey afin de faciliter la lecture des graphiques.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré-test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie locale, obtenus au pré-test :

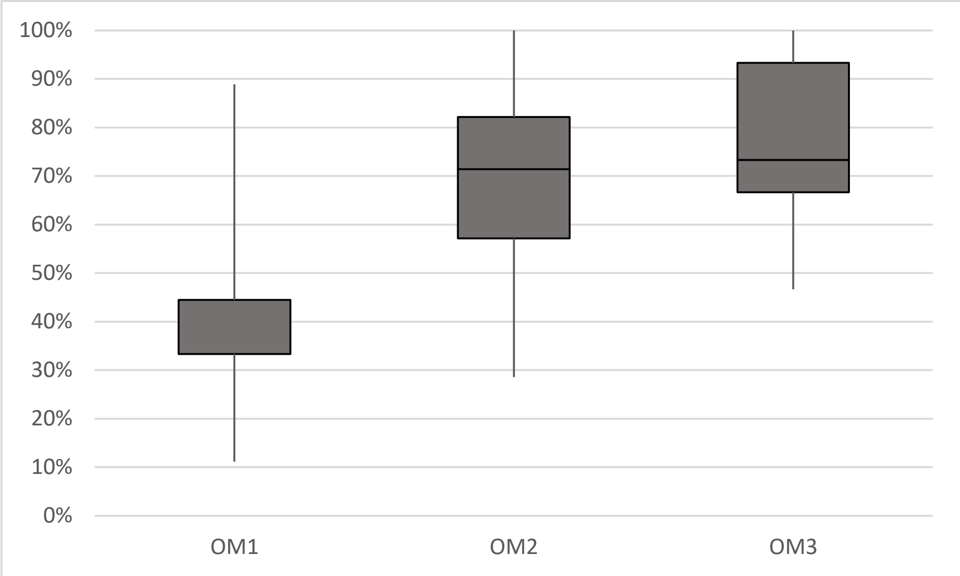


Figure 7.6 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme M.

À partir des diagrammes ci-dessus, nous remarquons qu'il existe au moins un élève de la classe expérimentale de Mme M. qui a réussi tous les items de l'OM1 et de l'OM2 et que tous les élèves ont réussi au moins un item de chaque praxéologie.

Les médianes relatives à l'OM2 et à l'OM3 sont supérieures à celles de l'OM1. En effet, plus de la moitié des élèves ont réussi plus de 70% des items de l'OM2 et de l'OM3, et plus de 33% des items de l'OM1. Cela renforce un constat que nous avons relevé dans l'analyse du scénario d'enseignement des expressions algébriques chez Mme M. En effet, l'importance accordée à l'acquisition des techniques de calcul algébrique apparaît dans les taux de réussite des élèves aux items de l'OM3.

Cela apparaît aussi dans les résultats au post-test de la classe expérimentale.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenus au post-test dans la classe expérimentale de Mme M :

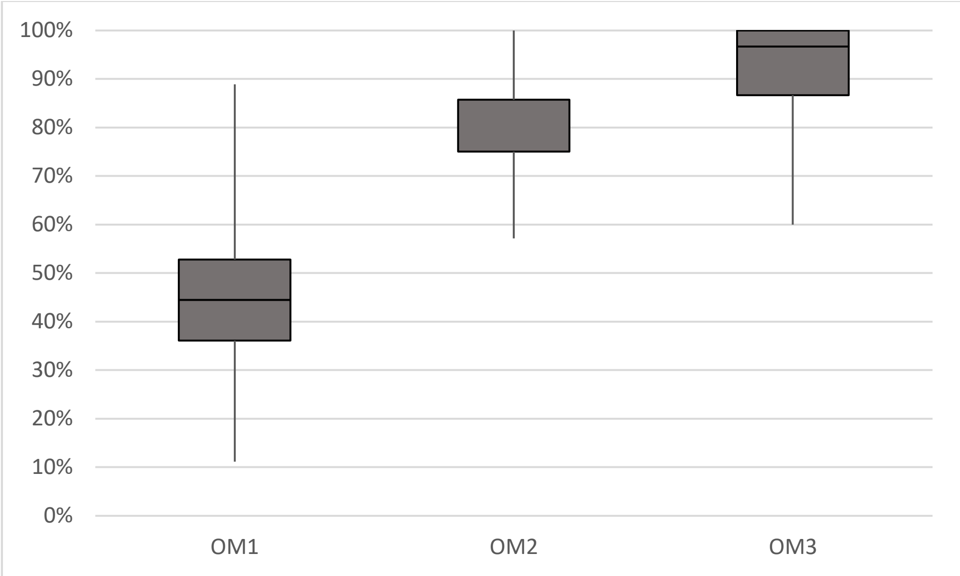


Figure 7.7 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme M.

Nous constatons que les médianes relatives à chaque série ont augmenté du pré-test au post-test. Plus de la moitié des vingt-deux élèves de la classe expérimentale de Mme M. ont réussi plus de 44% des items de l'OM1, ce qui montre un progrès dans les scores relatifs à l'OM1. Ce progrès apparaît aussi dans les scores sur les items de l'OM2 et de l'OM3. De plus, nous remarquons que les taux de réussite aux items de l'OM2 et de l'OM3 sont importants : onze élèves des vingt-deux ont réussi tous les items de l'OM3 au post-test.

En classe témoin, les progrès des taux de réussite ne sont pas aussi importants qu'en classe expérimentale.

b) En classe témoin

Pour les élèves de la classe témoin de Mme M., nous relevons les taux de réussite à chaque praxéologie, obtenus dans le pré-test et dans le post-test. Nous représentons les résultats des élèves relatifs à chaque praxéologie locales par un diagramme de Tukey, ensuite nous comparons les évolutions qui ont eu lieu.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré test

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite des élèves à chaque praxéologie locale, obtenus au pré-test dans la classe témoin :

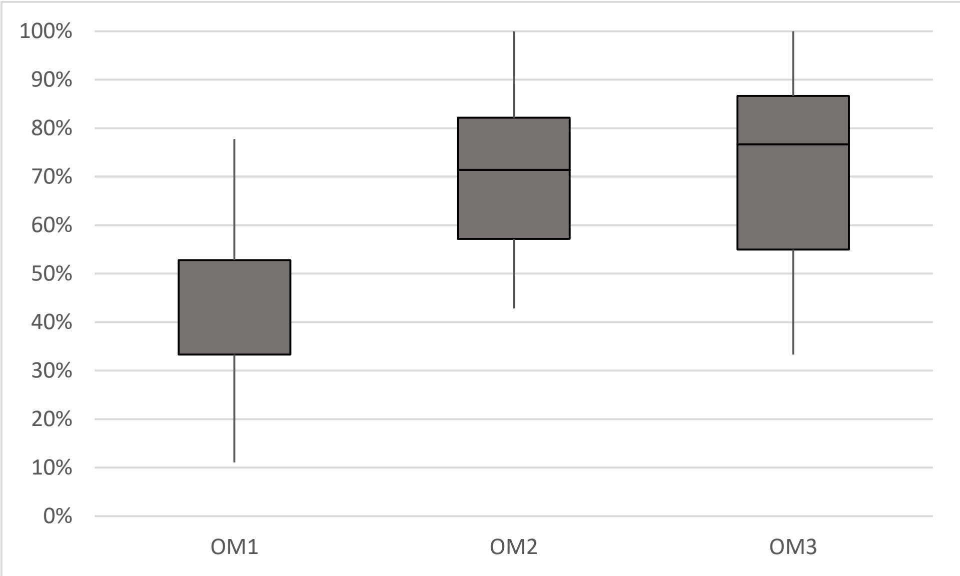


Figure 7.8 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme M.

En classe témoin, nous constatons que les items de l’OM1 sont les moins réussi, tandis que ceux de l’OM3 sont les mieux réussis. Il existe au moins un élève qui a réussi tous les items de l’OM2 et de l’OM3, et aucun qui a réussi tous les items de l’OM1.

La médiane la plus basse correspond à celle de l’OM1, elle est égale à 33%, et la plus élevée correspond à celle de l’OM3, elle est égale à 77%. La médiane de l’OM2 est égale à 71%. Autrement dit, plus de la moitié des élèves (soit onze élèves des vingt-deux) ont réussi 33% des items de l’OM1, 71% des items de l’OM2 et 77% des items de l’OM3. En comparant les médianes des séries de la classe témoin à celles de la classe expérimentale, nous remarquons que celles de l’OM1 et de l’OM2 sont égales.

Cela montre que les résultats obtenus au pré-test de la classe témoin sont plutôt cohérents avec ceux obtenus au pré-test de la classe expérimentale, au niveau de la réussite aux items de chaque praxéologie. Cependant, les taux moyens de réussite aux tâches de l'OM1 et de l’OM2 en classe témoin sont un peu plus élevés que ceux obtenus en classe expérimentale. Ceci rejoint un constat précédent susceptible de justifier le décalage dans les taux de réussite de chaque praxéologie. En effet, la même praxéologie est enseignée dans les deux classes expérimentale et témoin de Mme M. Le fait que les genres de tâches constitutifs de l'OM1 et de l'OM2 évalués dans le test ne figurent pas tous dans la praxéologie enseignée peut entraîner des taux de réussite inférieurs à ceux qui mettent en jeu l'OM3, dont tous les genres de tâches sont abordés durant l'enseignement.

Ceci apparaît aussi dans les résultats du post-test.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenu au post-test dans la classe témoin :

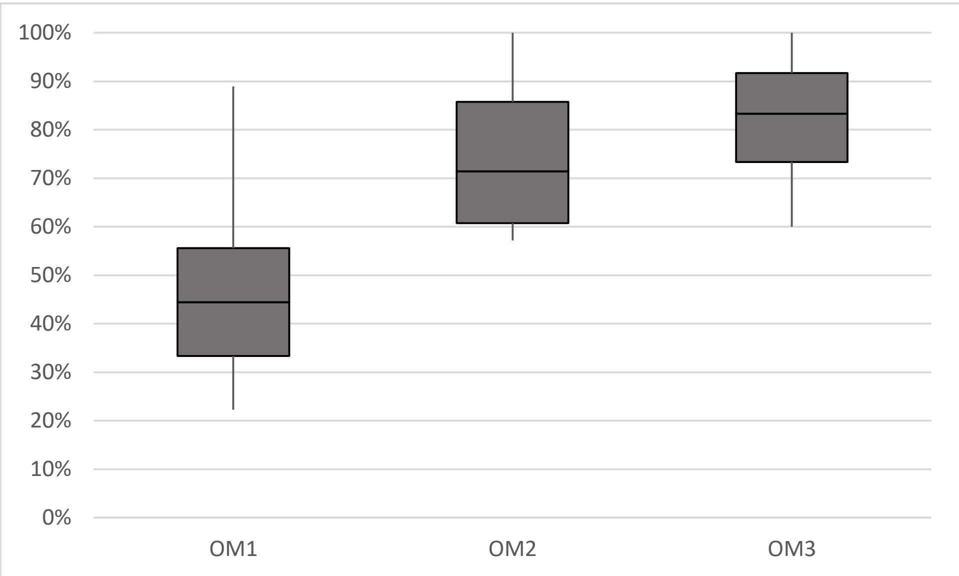


Figure 7.9 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme M.

Ce graphique montre encore une fois que les tâches de l'OM1 sont les moins réussies, malgré un progrès réalisé dans les résultats et dons dans les perfomances entre le pré-test et le post-test. Les médianes des séries de de l'OM1 et de l'OM3 ont augmenté entre les deux tests : celle de l'OM1 a augmenté de 33% au pré-test à 44% au post-test et celle de l'OM3 a augmenté de 77% à 83%. Les médianes de l'OM2 sont restées égales. Or, en classe expérimentale, les progrès de scores qui ont eu lieu sont plus importants qu'en classe témoin. Cela peut être dû au dispositif expérimental mis en place en classe expérimentale et non pas en classe témoin.

7.2.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme M.

Les taux de réussite et les graphiques représentants les résultats des élèves dans le paragraphe précédent montrent que les genres de tâches les plus travaillés dans la séquence de Mme M sont maîtrisés par la grande majorité de ses élèves. Ils relèvent des techniques de calcul algébrique : le développement, la factorisation, la réduction et la substitution. Les exercices mobilisant l'équivalence des expressions algébriques sont moins maîtrisés, tandis que ceux qui mobilisent l'algèbre comme outil pour la résolution des problèmes de généralisation et de preuve et de justification sont beaucoup moins acquis.

Nous pouvons constater donc l'effet de la praxéologie enseignée par Mme M., définie à la section 6.2.1, sur les apprentissages des élèves. Les tâches les mieux réussies et qui relèvent de l'aspect objet de l'algèbre, sont celles qui sont le plus travaillées.

Suite à l'enseignement expérimental, qui consiste à résoudre des items mettant en jeu divers genres de tâches des trois praxéologies locales de référence, nous observons un progrès dans les performances des élèves relatifs à ces praxéologies. Cependant, un léger progrès a aussi été observé dans la classe témoin de Mme M. Ceci nous amène à supposer que l'enseignante, après avoir effectué les items du dispositif dans la classe expérimentale, a réalisé la nécessité d'aborder des exercices du même genre avec tous ses élèves, ce qui l'a amené à travailler, implicitement, des exercices qu'elle ne considérait pas important avec notre intervention.

D'un autre côté, le pourcentage élevé de réussite aux items de calcul algébrique reflète une pratique de Mme M., observée dans les régulations didactiques relevées à la section 6.2.4. Dans les retours que Mme M fait aux élèves, elle privilégie le résultat et la procédure à mettre en œuvre, ce qui favorise chez les élèves l'acquisition des techniques de calcul algébrique et influe sur leurs apprentissages.

7.3 Analyse des résultats des élèves de M. R.

7.3.1 Résultats globaux

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats globaux des 63 élèves de M. R., des deux classes expérimentale et témoin obtenus au pré-test et au post-test. L'effectif de la classe expérimentale est de 30 élèves, et celui de la classe témoin est de 33 élèves. Nous rappelons que chaque test est composé de 31 items dont neuf items relatifs à l'OM1, sept items relatifs à l'OM2 et quinze items relatifs à l'OM3. Les réponses des élèves sont relevées en terme de réussite / échec pour chaque item, ce qui permet d'obtenir le score de chaque élève. Le score correspond donc au nombre de « réussites » obtenu sur l'ensemble des items. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec de l'élève.

Nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des items et l'ensemble de chaque classe, ensuite, nous analysons précisément les réussites sur les items de chaque praxéologie locale de référence, en considérant la classe expérimentale et la classe témoin. Enfin, nous comparons les résultats obtenus, au pré-test et au post-test dans chacune des classes.

a) *Réussite globale en classe expérimentale*

Sur l'ensemble des exercices du test, soit les 31 items, les taux de réussite, par élève, en classe expérimentale, varient entre 16%[112] et 71%[113] au pré-test et entre 10% et 74% au post-test. Pour observer les taux de réussite des mêmes élèves aux deux tests, nous avons choisi de les représenter par un nuage de points et d'étudier leur dispersion.

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite pour chaque élève aux deux tests :

[112] Ce pourcentage correspond à la réussite des 16% des items proposés par un ou plusieurs élèves, soit 5 items des 31 proposés.
[113] Équivaut à 22 items réussis des 31 proposés.

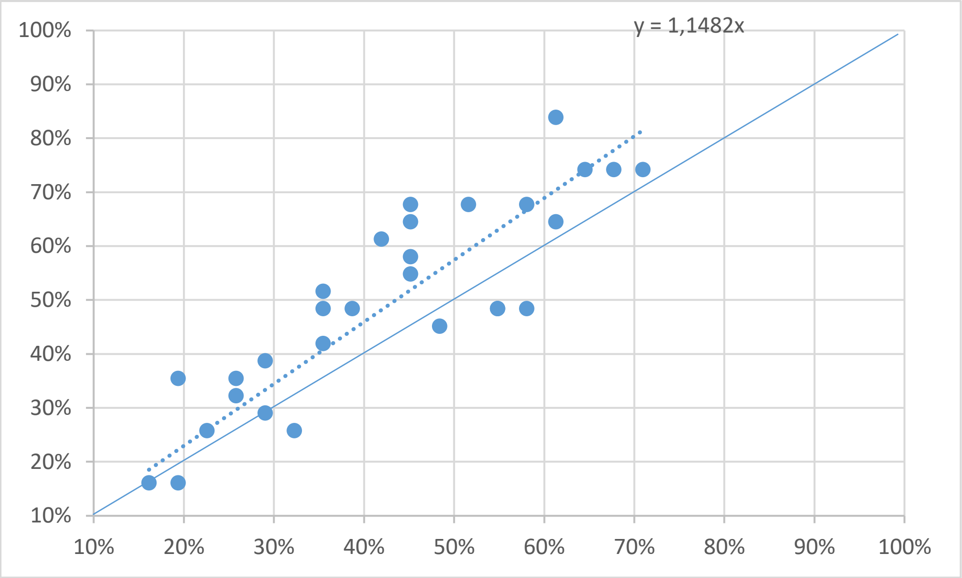


Figure 7.10 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de M. R.

Dans le graphique ci-dessus, l'abscisse d'un point correspond au taux de réussite d'un élève au pré-test, et l'ordonnée correspond à son taux de réussite au post-test.

En observant la répartition des points par rapport à la première bissectrice (tracée en bleu dans le graphique ci-dessus), nous constatons que les scores de plusieurs élèves ont évolué. En effet, 23 élèves des 30 ont progressé entre le pré-test et le post-test, ils représentent les 77% des élèves de la classe expérimentale de M. R., 5 élèves des 30 n'ont pas progressé et 2 élèves ont obtenu le même taux de réussite aux deux tests.

En moyenne, un élève de la classe expérimentale de M. R. réussit 42% des items du pré-test et 49% de ceux du post-test. Ces moyennes de réussite ne paraissent pas très élevées ; en moyenne, les élèves réussissent la moitié des items proposés au post-test, et moins de la moitié au pré-test. La comparaison des moyennes de réussite montre qu'il y a un progrès dans les scores et donc dans les performances des élèves entre le post-test et le pré-test. En effet, le coefficient directeur de la droite de régression, tracée en pointillés dans le graphique ci-dessus, est égal à 1,148. Ce qui montre que le progrès est d'environ 15%. Cela nous amène à étudier les résultats des élèves de la classe témoin afin de les comparer à ceux de la classe expérimentale.

b) Réussite globale en classe témoin

En classe témoin, les taux de réussite au pré-test varient entre 19%[114] et 81%[115], et au post-test, entre 19% et 77%. Les taux pour chaque élève sont représentés dans le nuage de points ci-dessous :

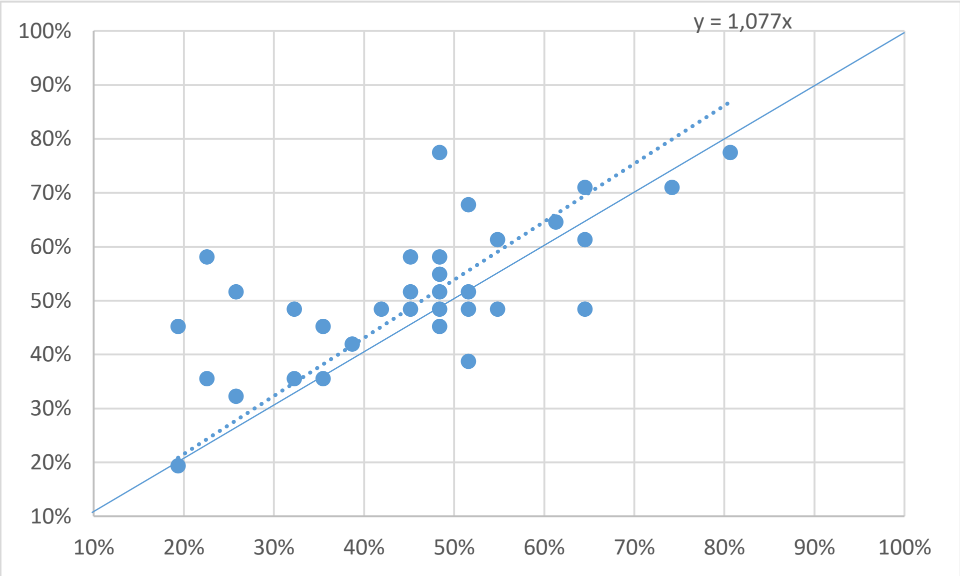


Figure 7.11 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de M. R.

Dans la classe témoin de M. R., les réponses de 21 élèves de 33 ont évolué entre le pré-test et le post-test, soit celles de 64% des élèves de la classe. 8 élèves des 33 ont obtenu des taux de réussite au post-test moins élevés que ceux obtenus au pré-test, et 4 élèves ont eu le même taux de réussite.

Il existe donc un nombre important d'élèves qui ont progressé dans ma classe témoin. La moyenne de la classe a aussi évolué, de 46% au pré-test à 52% au post-test.

Cependant, la dispersion des points du graphique 7.11 par rapport à la droite de régression tracée en pointillés, montre que le progrès réalisé par les élèves de la classe

[114] Soit 6 items réussis de 31.
[115] Soit 25 items réussis de 31.

témoin n’est pas très important. En effet, le coefficient directeur de la droite de régression passant par l’origine est égal à 1,077, ce qui montre que le progrès est d’environ 8%.

Ainsi, la comparaison des scores de réussite des élèves aux deux tests montre que les taux de réussite au post-test sont plus élevés qu’au pré-test, et que le progrès réalisé en classe expérimentale est supérieur à celui réalisé en classe témoin tant au niveau du nombre d’élèves qui ont évolué, qu’au niveau de l’écart de moyennes de réussite.

Nous comparons dans le paragraphe suivant, les taux de réussite relatifs à chaque praxéologie locale mise en jeu.

7.3.2 Résultats aux praxéologies locales de référence

Sur l’ensemble des items du pré-test, les taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie locale sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7.5 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez M. R.

En %	Items relatifs à l’OM1 (9 items)	Items relatifs à l’OM2 (7 items)	Items relatifs à l’OM3 (15 items)
Expérimentale	30%[116]	44%	48%
Témoin	31%	45%	54%

Le tableau 7.5 montre que les pourcentages de réussite à chaque praxéologie sont classés dans le même ordre entre la classe expérimentale et la classe témoin : les items de l’OM1 sont les moins réussis et ceux de l’OM3 sont les mieux réussis. Les taux de réussite aux items de l’OM1 sont relativement bas, le tiers environ des items de l’OM1 seulement sont réussis, tandis que ceux relatifs aux items de l’OM2 et l’OM3 sont plus élevés, la moitié environ des items de l’OM2 et de l’OM3 sont réussis.

[116] Ce pourcentage représente la moyenne de réussite à l’ensemble des items de l’OM1. Il se lit : 30% des réponses aux items de l’OM1 sont correctes. Autrement dit, dans la classe expérimentale, il y a 81 réponses correctes aux items relatifs aux types de tâches de l’OM1 de 270 réponses.

Au post-test, les items relatifs à l'OM1 sont aussi moins réussis que ceux relatifs à l'OM3, comme le montre le tableau ci-dessous :

Tableau 7.6 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez M. R.

En %	Items relatifs à l'OM1 (9 items)	Items relatifs à l'OM2 (7 items)	Items relatifs à l'OM3 (15 items)
Expérimentale	31%	59%	55%
Témoin	36%	50%	61%

Nous remarquons l'écart entre le taux de réussite de l'OM1 et ceux de l'OM2 et de l'OM3 dans les deux classes. Le tiers environ des items constitutifs de l'OM1 sont réussis au post-test, tandis que les items relatifs à l'OM2 et à l'OM3 sont plus réussis.

En comparant les tableaux 7.5 et 7.6, nous constatons que la réussite à chaque praxéologie a évolué entre le pré-test et le post-test, dans la classe expérimentale et la classe témoin. Cependant, dans la classe expérimentale, l'écart entre les taux de réussite aux items de l'OM1 est négligeable, de 1 point de pourcentage environ. En effet, M. R. avait déjà proposé des tâches qui mobilisent l'outil algébrique lors de l'enseignement des expressions algébriques et ses élèves avaient réussi les 30% environ des items de l'OM1 en classe expérimentale et témoin. De plus, il a effectué, en classe expérimentale, des tâches, du dispositif expérimental, qui mobilisent aussi l'outil algébrique et les scores des élèves n'ont évolué que d'un point de pourcentage. Cela nous amène à supposer que, malgré les tâches effectuées, l'apprentissage de l'OM1 est laissé aux élèves seuls. L'enseignant dans son travail, n'explicite pas probablement les raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique pour les faire acquérir et permettre à ses élèves de s'en servir.

Ainsi, les élèves de M. R. réussissent moins les items qui mettent en jeu l'outil algébrique dans les deux tests, que ceux qui portent sur l'aspect objet et sur le calcul algébrique.

Pour affiner davantage ce constat, nous relevons les taux moyens de réussite de chaque élève, à chaque praxéologie locale, et nous comparons ceux du pré-test à ceux du post-test dans la classe expérimentale et dans la classe témoin.

a) En classe expérimentale

Comme nous l'avons déjà précisé, nous séparons, dans ce paragraphe, les résultats obtenus au pré-test de ceux obtenus au post-test afin de faciliter la lecture des graphiques.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré-test

Nous avons eu recours à des diagrammes de Tukey[117] pour éclairer davantage la répartition des taux de réussite des élèves.

Dans le graphique ci-dessous, nous représentons la dispersion des trois séries des taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie obtenues au pré-test :

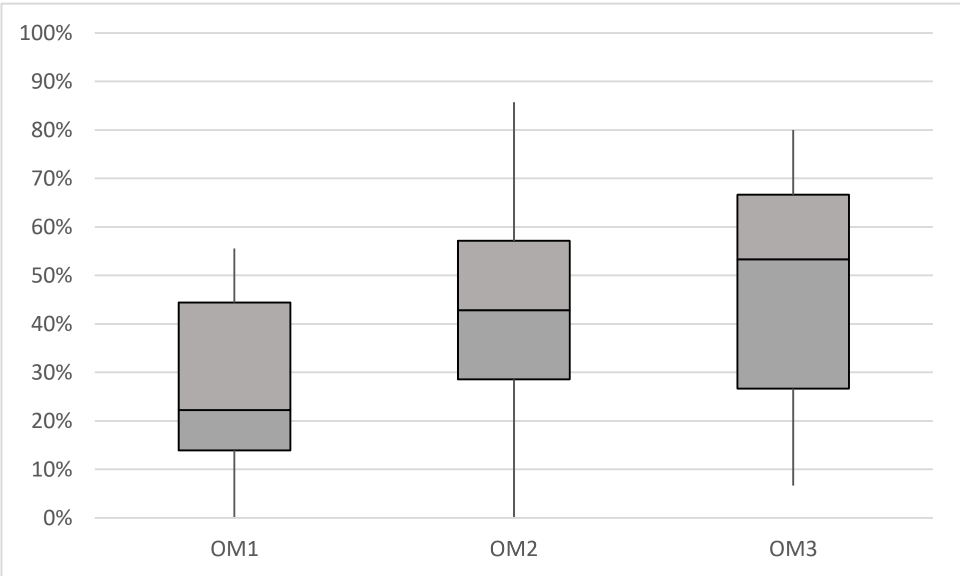


Figure 7.12 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de M. R.

L'observation des diagrammes ci-dessus renforce certains constats dégagés précédemment et renseigne davantage sur la répartition des taux de réussite des élèves. Nous observons qu'il existe, au moins, un élève qui n'a réussi aucun item de l'OM1 et de l'OM2,

[117] Le diagramme de Tukey, appelé aussi boîte à moustache, représente la valeur minimale, le premier quartile, la médiane, le troisième quartile et la valeur maximale d'une série.

et qu'aucun élève n'a réussi tous les items relatifs à l'une des praxéologies. Ceci apparaît d'après les valeurs minimale et maximale de chaque série.

De plus, il existe un grand écart entre les médianes de chaque série. La médiane de la série des taux de réussite sur les items de l'OM1 est de 22%, celle des taux de l'OM2 est de 43% et celle des taux de l'OM3 est de 53%. Autrement dit, la moitié des 30 élèves ont réussi au maximum 22% des items de l'OM1, tandis que la moitié a réussi plus de 53% des items de l'OM3. Le premier quartile le plus bas correspond à l'OM1 : 25% des élèves, soit 8 élèves, ont réussi au maximum 14% des items de l'OM1. Ceci renforce notre constat portant sur l'écart entre la réussite sur les items de l'OM3 et ceux de l'OM1, et sur le faible taux de réussite sur les items de l'OM1.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

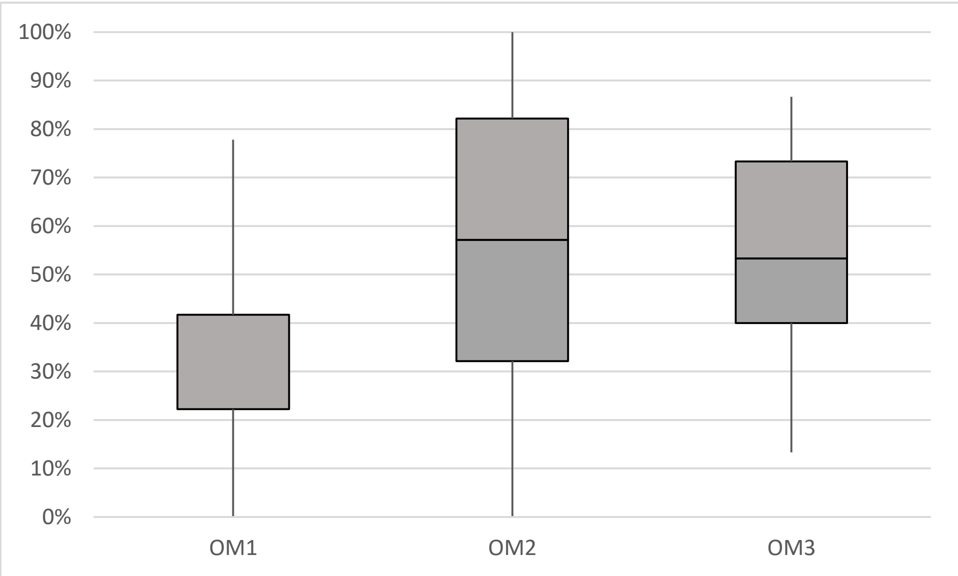


Figure 7.13 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de M. R.

On constate que l'un des éléments communs avec les résultats du pré-test est l'existence d'un élève, au moins, n'ayant réussi aucun item de l'OM1 et de l'OM2, les valeurs minimales des taux de réussite correspondants étant nulles. Toutefois, la valeur minimale de l'OM3 ainsi que les valeurs maximales des trois praxéologies ont augmenté.

Le graphique 7.13 montre que la médiane de la série des taux de réussite sur les items relatifs à l'OM1 est égale au premier quartile de cette série ; le quart des 30 élèves a réussi au maximum 22% des items de l'OM1. La médiane de l'OM2 vaut 57% et celle de l'OM3 vaut 53%. Ces pourcentages montrent une évolution entre les médianes des séries des taux de réussite sur les items de chaque praxéologie au pré-test et au post-test, beaucoup plus pour les items de l'OM1 (écart de 18%), que pour ceux de l'OM2 (écart de 14%) et de l'OM1 (7%).

Ceci nous amène à nous interroger sur les écarts de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie.

b) En classe témoin

Nous dressons les diagrammes de Tukey pour représenter les résultats des élèves relatifs à chaque praxéologie au pré-test et au post-test, afin de les comparer entre eux et avec les évolutions obtenus dans la classe expérimentale.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré- test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des séries des taux de réussite sur chaque praxéologie locale, obtenus au pré-test dans la classe témoin :

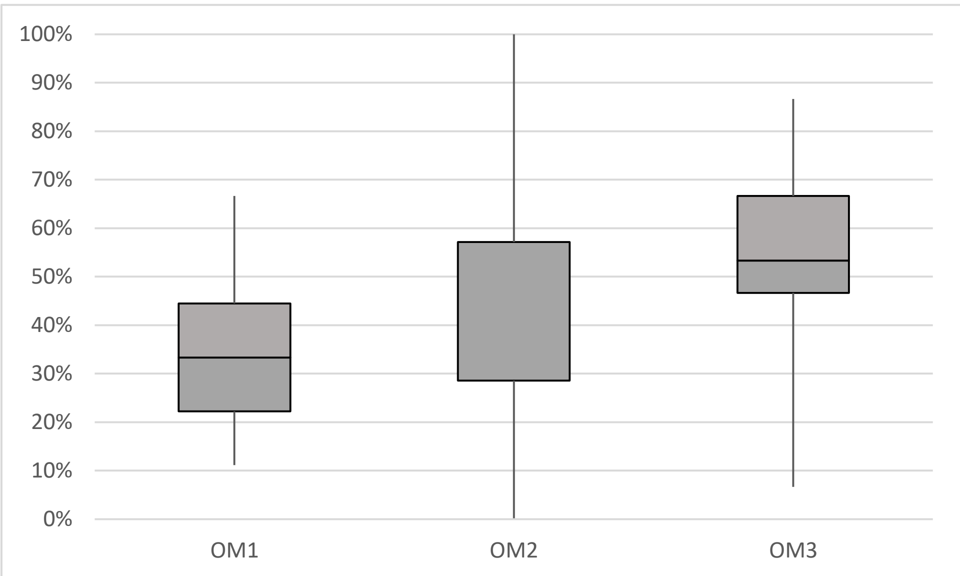


Figure 7.14 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de M. R.

On constate qu'en classe témoin, les taux de réussite aux items de l'OM2 sont particuliers ; ils varient entre 0% et 100%, c'est-à-dire qu'il existe au moins un élève qui n'a réussi aucun item de l'OM2 et un autre qui a réussi tous les items de l'OM2, et les trois-quarts des 33 élèves ont réussi au maximum, 57% des items de l'OM2 (la médiane et le troisième quartile sont égaux à 57%).

Les médianes de chaque série montrent que les taux de réussite à l'OM1 sont plus bas que ceux de l'OM2 et de l'OM3. En effet, la médiane de la série de l'OM1 est 33%, c'est-à-dire la moitié des 33 élèves a réussi au plus le tiers des items de l'OM1. Tandis que la médiane de la série de l'OM2 est 57% et celle de l'OM3 est 53%.

On remarque que les résultats obtenus au pré-test de la classe témoin ne sont pas très cohérents avec ceux de la classe expérimentale, ils sont plutôt meilleurs, surtout en ce qui concerne la réussite aux items de l'OM1, sachant que la praxéologie enseignée par M. R. est équivalente dans les deux classes.

Ce décalage apparaît aussi dans les résultats du post-test.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique suivant montre la dispersion des taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenu au post-test dans la classe témoin :

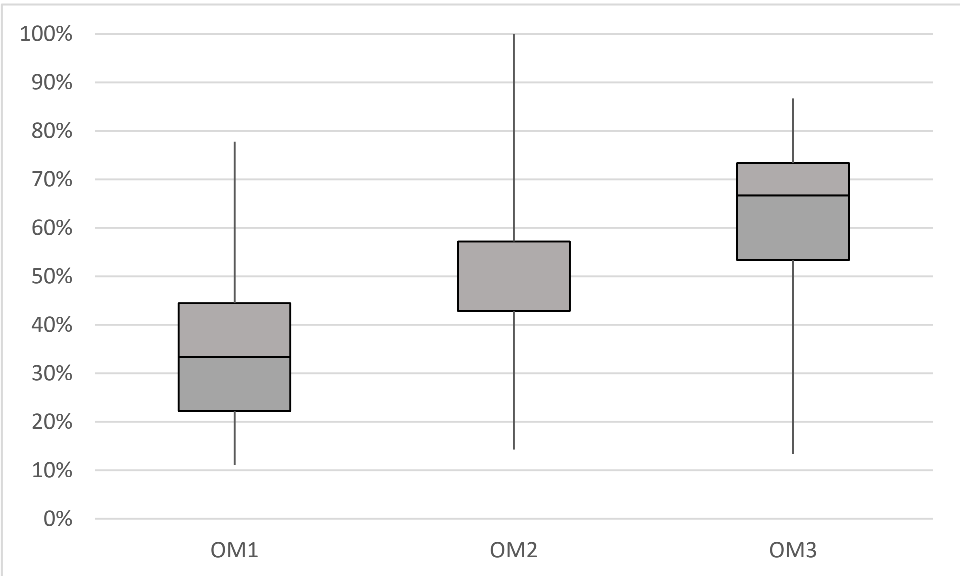


Figure 7.15 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de M. R.

Le graphique montre encore une fois que les tâches de l'OM1 sont les moins réussies, et qu'il y a un progrès au niveau de la valeur minimale de la série de l'OM2 qui est devenue 14%.

Le progrès réalisé par les élèves sur les tâches de l'OM1, entre le pré-test et le post-test est minime. Le quart des 33 élèves ayant obtenu plus de 44% au pré-test, sont ceux qui avaient le moins de difficulté. Ceci apparaît dans les valeurs de la médiane et des quartiles des deux séries, qui n'ont pas varié entre le pré-test et le post-test. Seulement la moyenne de réussite a augmenté de 31% à 36%.

La médiane de la série de l'OM2 a diminué par rapport à celle du pré-test, elle est devenue 43%. C'est-à-dire la moitié des 33 élèves a réussi plus de 43% des items de l'OM2 sachant qu'elle était égale à 57% au pré-test.

Le progrès réalisé sur les items de l'OM3 apparaît dans la valeur de la médiane qui a évolué de 53% au pré-test à 67% au post-test.

Ceci montre qu'il existe une évolution dans les taux de réussite, et donc dans les performances, des élèves de la classe témoin, entre le pré-test et le post-test, mais celle-ci est minime et inférieure à celle qu'il y a eu dans la classe expérimentale.

7.3.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de M. R.

L'analyse des diagrammes des paragraphes précédents montre qu'il y a une différence dans les apprentissages des élèves et dans les progrès réalisés. En effet, nous observons un progrès dans les taux de réussite des élèves au pré-test et au post-test, au niveau de la moyenne de réussite aux items de chaque praxéologie et de la médiane de chaque série. Toutefois, le progrès de la classe expérimentale sur les items de l'OM2 et de l'OM3 est remarquable, tandis que sur les items de l'OM1, les élèves n'ont presque pas évolué. Dans la classe témoin, le progrès, peu important, concerne plutôt les élèves qui avaient le mieux réussi au pré-test.

Étant donné que la classe expérimentale a déjà effectué le dispositif, nous nous interrogeons sur ce qui aurait pu influer sur les performances des élèves et sur leur progrès.

Comme nous l'avons exposé à la section 6.3.1, la séquence de M. R. comporte des genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales. De plus, il a eu recours à des tâches supplémentaires relatives à l'OM1 pour mettre en jeu des raisons d'être des expressions algébriques et de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Néanmoins, l'absence d'agrégation entre les praxéologies locales, observée dans la pratique de M. R. peut justifier le faible taux de réussite sur les items de l'OM1. En effet, pour donner du sens aux expressions algébriques, et réussir ainsi les tâches qui mettent en jeu l'outil algébrique, le niveau d'agrégation des types de tâches qui interviennent dans l'enseignement doit être considérable. Or, M. R. évoque peu l'équivalence des expressions algébriques et l'identification de la structure d'une expression dans son enseignement, au niveau des tâches proposées et des interventions. D'un autre côté, la séquence de M. R. se caractérise par l'allègement de la charge de travail autonome et par l'intégration de l'explication à la résolution d'exercices. Les élèves ont rarement le temps pour une recherche individuelle de la solution, et paraissent avoir la charge de décontextualisation et de généralisation des nouvelles règles introduites. Ils sont souvent guidés pour donner la réponse souhaitée lors des échanges avec l'enseignant qui met rarement en avant la justification de la procédure mise en œuvre.

Enfin, dans la section 6.3, nous avons éclairé quelques éléments de la composante personnelle de la pratique de M. R., relevant principalement du choix des exercices supplémentaires pour remplacer les activités d'introduction du manuel et pour compléter le contenu algébrique proposé dans le manuel. La gestion de ces activités et le manque d'agrégation entre les praxéologies nous amènent à nous interroger sur ce qui a motivé M. R. à faire ce choix. Bien que la méthodologie de notre travail ne nous permette pas d'analyser les logiques personnelles des choix effectués par l'enseignant, nous pensons que ses choix sont probablement motivés par un manque d'intérêt porté à la mise en jeu des raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés de calcul algébrique, comme à la mobilisation de l'outil algébrique pour donner du sens aux expressions. Nous appuyons ce constat par l'organisation de la classe lors de la résolution des tâches, la démarche d'explication des notions nouvelles et par les régulations didactiques et les retours faits par l'enseignant suite aux informations reçues de l'élève.

7.4 Analyse des résultats des élèves de Mme A.

7.4.1 Résultats globaux

Nous présentons dans cette section, les résultats globaux des 57 élèves de Mme A., des deux classes expérimentale et témoin obtenus au pré-test et au post-test. La classe expérimentale de 29 élèves a réalisé le dispositif expérimental, et la classe témoin contient 28 élèves.

Comme pour la classe de l'EB7, le pré-test et le post-test sont identiques pour réduire les effets des variables didactiques sur les réponses des élèves. Par exemple, un élève peut réussir le développement de $(x + 2)^2$ et se tromper en développant $(2x + 3)^2$ et précisément dans le calcul du carré de $2x$.

Chaque test est composé de 42 items dont cinq items relatifs à l'OM1, douze items relatifs à l'OM2 et vingt-cinq items relatifs à l'OM3. Les réponses des élèves sont relevées en termes de réussite / échec pour chaque item, ce qui permet d'obtenir le score de chaque élève. Le score correspond donc au nombre de « réussites » obtenu sur l'ensemble des items. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec chez l'élève.

Nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des items et l'ensemble de chaque classe, ensuite, nous analysons précisément les réussites sur les items de chaque praxéologie locale de référence, en considérant la classe expérimentale et la classe témoin. Enfin, nous comparons les résultats obtenus, au pré-test et au post-test dans chacune des classes.

a) Réussite globale en classe expérimentale

Sur l'ensemble des exercices du test, soit les 42 items, les taux de réussite, par élève, en classe expérimentale, varient entre 17%[118] et 100%[119] au pré-test et entre 19% et 100% au post-test. Le même élève a obtenu le taux minimal à chaque test, en réussissant au post-test, un item de plus qu'au pré-test. La comparaison des taux minimal et maximal obtenus ne suffit pas pour observer la dispersion des taux de réussite des élèves de la classe expérimentale, les valeurs obtenues étant très proches. Pour cela, nous représentons les taux de réussite des mêmes élèves aux deux tests par un nuage de points, et nous étudions leur dispersion.

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite de chaque élève de la classe expérimentale aux deux tests :

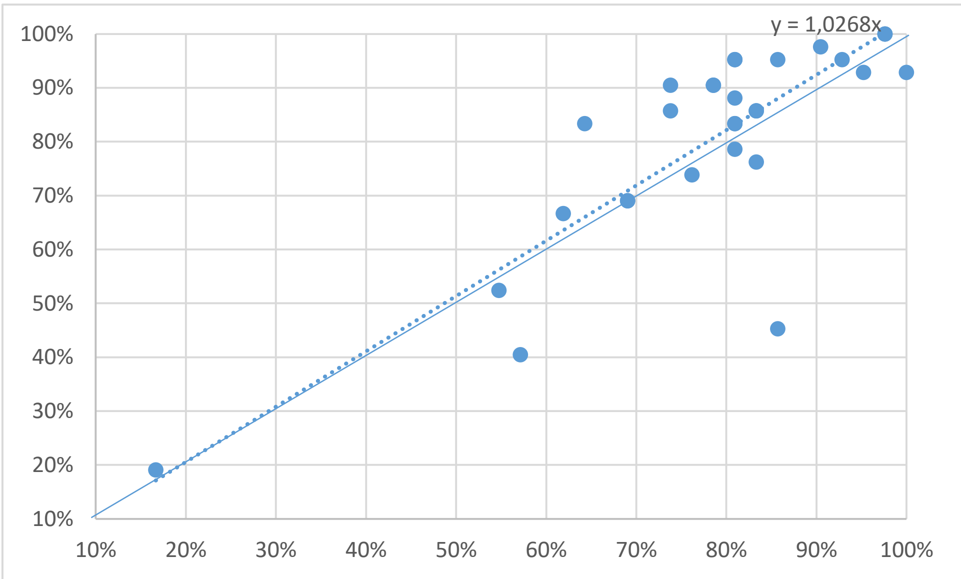


Figure 7.16 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme A.

Dans le graphique 7.16, l'abscisse d'un point correspond au taux de réussite d'un élève au pré-test, et l'ordonnée correspond à son taux de réussite au post-test.

[118] Ce pourcentage correspond à la réussite des 17% des items proposés par un ou plusieurs élèves, soit 7 items des 42 proposés.
[119] Équivaut à la réussite sur tous les items, soit sur les 42 items proposés.

En étudiant la position des points du graphique par rapport à la première bissectrice (tracée en bleu), nous constatons que, pour la majorité des élèves, les taux de réussite ont évolué entre les deux tests. En effet, 19 élèves des 29 ont progressé entre le pré-test et le post-test, ils représentent les 66% des élèves de la classe expérimentale de Mme A., 8 élèves des 29, soit les 28%, ont regressé et 2 élèves ont obtenu le même taux de réussite aux deux tests.

En moyenne, un élève de la classe expérimentale de Mme A. réussit 78% des items du pré-test et 80% de ceux du post-test. Autrement dit, les élèves réussissent plus des trois-quarts des items proposés aux deux tests. La comparaison des moyennes de réussite montre qu'il y a un progrès de 2 points de pourcentage (désigné par pp) environ entre le post-test et le pré-test. En effet, le coefficient directeur de la droite de régression passant par l'origine, tracée en pointillés dans le graphique ci-dessus, est égal à 1,0268, ce qui montre que le progrès est d'environ 2 pp. Ce progrès n'est pas très important, mais il révèle une évolution dans les performances des élèves ayant effectué le dispositif expérimental. Ceci n'est pas le cas dans la classe témoin.

b) Réussite globale en classe témoin

En classe témoin, les taux de réussite au pré-test varient entre 31%[120] et 98%[121], et au post-test, entre 24% et 100%. Les taux pour chaque élève sont représentés dans le nuage de points ci-dessous :

[120] Soit 13 items réussis de 42.
[121] Soit 41 items réussis de 42.

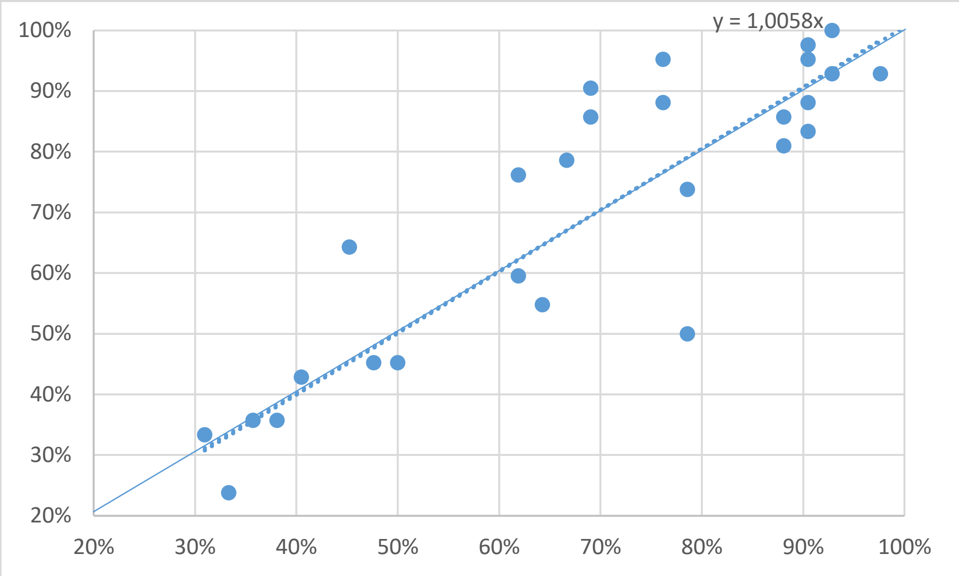


Figure 7.17 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme A.

Dans le graphique ci-dessus, on observe qu'il existe beaucoup de points situés au-dessous de la première bissectrice, tracée en bleu. C'est-à-dire, plusieurs élèves n'ont pas progressé entre les deux tests. En effet, les taux de réussite de la moitié des élèves (14 élèves des 28) ont baissé entre le pré-test et le post-test. Douze élèves des vingt-huit, soit 43% des élèves ont progressé et deux élèves, soit 7% des élèves, ont obtenu le même taux entre le pré-test et le post-test.

Les taux de réussite des élèves de la classe témoin ne semblent pas évoluer ; la moyenne de réussite est égale à 68% sur les deux tests.

Cette constatation apparaît aussi dans la dispersion des points par rapport à la droite de régression passant par l'origine et tracée en pointillés. Celle-ci, approximativement confondue avec la première bissectrice[122], montre que les progrès sont négligeables.

Ainsi, la comparaison des résultats des élèves de Mme A. sur les deux tests montre que les taux de réussite ont progressé seulement en classe expérimentale. Bien que les écarts paraissent réduits et donc insignifiants, il renseigne sur les effets du dispositif expérimental sur les apprentissages[123] ; en classe expérimentale, les acquis des élèves de Mme A. ont peu

[122] Le coefficient directeur de la droite de régression est égal à 1,0058 ≈ 1.
[123] Nous rappelons que nous considérons que la réussite des élèves est un indicateur de leur apprentissage.

évolué, tandis qu'en classe témoin, ils sont restés invariables. Nous rappelons que le post-test a été passé vers la fin de l'année, ce qui aurait pu affecter les résultats et donc les taux de réussite des élèves.

Dans le paragraphe suivant, nous comparons les taux de réussite relatifs à chaque praxéologie locale mise en jeu afin de mieux comprendre les évolutions des apprentissages.

7.4.2 Résultats aux praxéologies locales de référence

Sur l'ensemble des items du pré-test, les taux de réussite à chaque praxéologie locale sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7.7 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme A.

En %	Items relatifs à l'OM1 (5 items)	Items relatifs à l'OM2 (12 items)	Items relatifs à l'OM3 (25 items)
Expérimentale	69%[124]	71%	83%
Témoin	58%	60%	74%

D'après le tableau 7.7, on constate que les pourcentages de réussite à chaque praxéologie sont élevés dans les deux classes de Mme A., et plus particulièrement dans la classe expérimentale. On observe aussi que les items relatifs à l'OM1 sont les moins réussis tandis que ceux relatifs à l'OM3 sont les plus réussis. En effet, les genres de tâches constitutifs de l'OM3 sont les plus travaillés dans la séquence de Mme A.

Nous observons le même classement des taux de réussite à chaque praxéologie au post-test, comme le montre le tableau ci-dessous :

Tableau 7.8 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme A.

En %	Items relatifs à l'OM1 (5 items)	Items relatifs à l'OM2 (12 items)	Items relatifs à l'OM3 (25 items)
Expérimentale	73%	74%	84%
Témoin	50%	67%	72%

[124] Ce pourcentage représente la moyenne de réussite à l'ensemble des items de l'OM1. Il se lit : 69% des réponses aux items de l'OM1 sont correctes.

Dans la classe expérimentale, nous observons une proximité entre les taux de réussite aux items des trois praxéologies. Dans la classe témoin, l'écart entre les taux de réussite aux items de l'OM1 et de l'OM3 est grand ; la moitié des items qui mettent en jeu l'OM1 est réussie dans la classe témoin, tandis que les trois-quarts environ des items de l'OM3 sont réussis.

En comparant les pourcentages qui figurent dans les tableaux 7.7 et 7.8, nous constatons qu'en classe expérimentale, les taux de réussite aux items des trois praxéologies ont augmenté, contrairement à la classe témoin où ceux relatifs à l'OM1 et à l'OM3 ont baissé. Dans la classe expérimentale, la réussite a évolué de 5 pp environ. Cet écart paraît être non significatif, mais en le comparant à la baisse du taux de réussite de la classe témoin, nous pouvons supposer qu'il y a eu du progrès dans les apprentissages algébriques des élèves de la classe expérimentale, et nous nous interrogeons davantage sur l'efficacité de la mise en place du dispositif expérimental dans l'amélioration des apprentissages.

Nous nous dirigeons donc vers l'étude des taux moyens de réussite des élèves à chaque praxéologie locale, et nous comparons ceux du pré-test à ceux du post-test dans les deux classes de Mme A.

a) En classe expérimentale

Comme nous l'avons déjà précisé, nous séparons, dans ce paragraphe, les résultats obtenus au pré-test de ceux obtenus au post-test afin de faciliter la lecture des graphiques.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré-test

Nous représentons la répartition des taux de réussite des élèves par le diagramme de Tukey[125].

[125] Le diagramme de Tukey, appelé aussi boîte à moustache, représente la valeur minimale, le premier quartile, la médiane, le troisième quartile et la valeur maximale d'une série.

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des trois séries des taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie obtenues au pré-test :

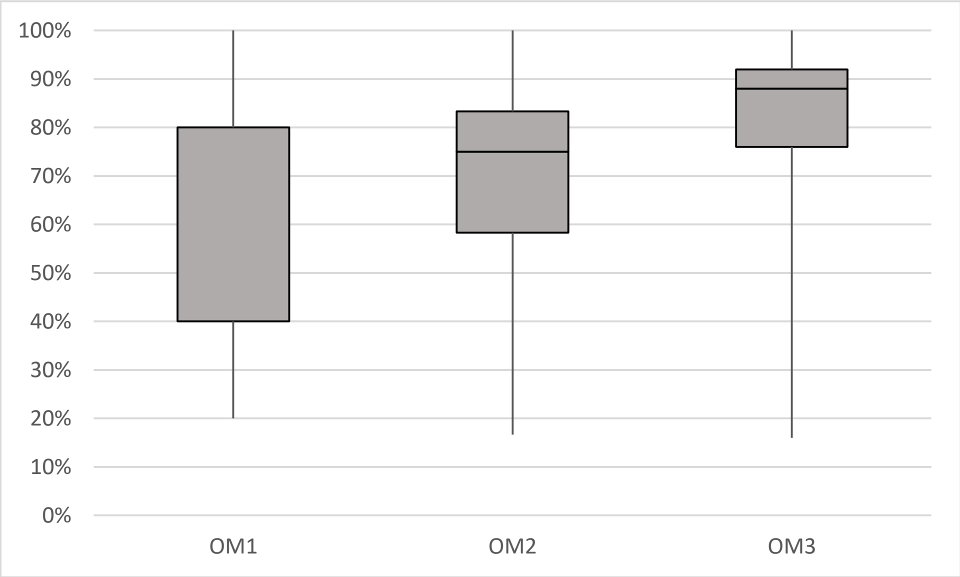


Figure 7.18 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme A.

L'observation des diagrammes ci-dessus montre que tous les élèves de la classe expérimentale de Mme A. ont réussi au moins un item relatif à chaque praxéologie, et qu'il existe au moins un élève qui a réussi tous les items d'une praxéologie locale. Les bornes des intervalles interquartiles, regroupant 50% de la population, sont élevées, surtout pour ceux relatifs aux séries OM2 et OM3[126]. En effet, la moitié de la classe expérimentale de Mme A., soit 16 élèves de 29, ont réussi entre 76% et 92% des items de l'OM3.

De plus, les médianes des trois séries sont élevées ; elles varient entre 75% et 88%. Autrement dit, la moitié des 29 élèves a réussi les 80% des items de l'OM1 (soit quatre items des cinq proposés), les 75% des items de l'OM2 (soit neuf items des douze proposés) et les 88% des items de l'OM3 (soit vingt-deux items des vingt-cinq proposés).

[126] Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des données soient inférieures ou égales à Q_1. Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des données soient inférieures ou égales à Q_3. L'intervalle interquartile est l'intervalle [Q_1 ; Q_3], il regroupe 50% de la population. Les intervalles interquartiles pour les séries OM1, OM2 et OM3 sont, respectivement : [0,4 ; 0,8], [0,58 ; 0,83] et [0,76 ; 0,92].

Ces taux de réussite se rapprochent de ceux obtenus au post-test, avec quelques évolutions observées au niveau du groupe, comme nous le montrons dans le paragraphe suivant.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenus ay post-test dans la classe expérimentale de Mme A.

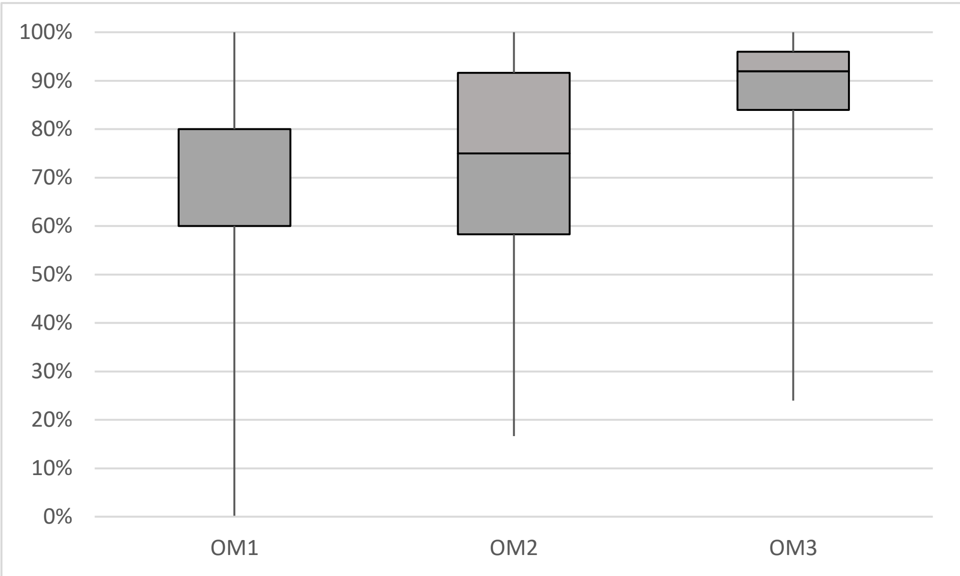


Figure 7.19 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme A.

Nous constatons qu'au post-test, tous les items relatifs à chaque praxéologie sont réussis par au moins un élève de la classe expérimentale. Ce constat est semblable à celui observé dans les résultats du pré-test. Quant aux valeurs minimales, celle relative à l'OM3 a évolué entre le pré-test et le post-test. En effet, l'élève ayant réussi 16% des items de l'OM3 au pré-test (soit quatre items des vingt-cinq), a réussi 24% des items au post-test (soit six items des vingt-cinq). Ce même élève avait réussi un seul item de l'OM1 au pré-test et aucun au post-test. À l'exception des résultats de cet élève en particulier, auxquels nous ne nous attardons pas davantage étant donné que nous étudions les apprentissages globaux des élèves, nous observons que les résultats des élèves sur les items de l'OM1 et de l'OM3 ont évolué par rapport à ceux du pré-test. En effet, 19 élèves des 29 ont réussi entre 60% et 80% des items de l'OM1 et 15 élèves ont réussi entre 84% et 96% des items de l'OM3.

La comparaison des résultats aux deux tests conduit à observer une évolution dans les taux de réussite aux items de l'OM1. Cette observation vient renforcer un constat précédent : bien que l'écart observé ne soit pas significatif, il nous renseigne sur le progrès de performances réalisé par les élèves, particulièrement dans la résolution de tâches portant sur la génération des expressions algébriques.

Nous ne retrouvons pas cette évolution dans les résultats de la classe témoin, que nous présentons dans le paragraphe suivant.

b) En classe témoin

Comme pour la classe expérimentale, nous présentons dans cette section les résultats des vingt-huit élèves de la classe témoin de Mme A. Nous représentons les résultats des élèves obtenus sur les items relatifs à chaque praxéologie locale par un diagramme de Tukey, puis nous comparons ceux obtenus au pré-test à ceux obtenus au post-test.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré- test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des séries des taux de réussite sur chaque praxéologie locale, obtenus au pré-test dans la classe témoin :

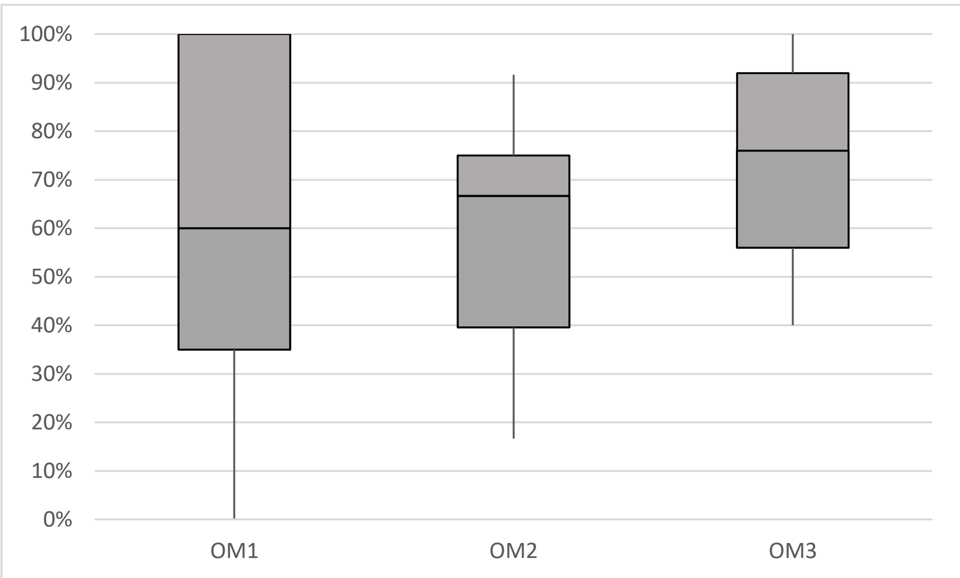


Figure 7.20 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme A.

On constate qu'en classe témoin, les taux de réussite aux items de l'OM1 varient entre 0% et 100%, c'est-à-dire, il existe au moins un élève ou plus qui n'a réussi aucun item de l'OM1 et plusieurs qui ont réussi tous les items de l'OM1. En effet, l'intervalle interquartile pour la série OM1 est [0,35 ; 1], autrement dit, 25% au moins des élèves ont réussi moins de 35% des items de l'OM1, soit huit élèves des vingt-huit, et 25% au moins ont réussi tous les items relatifs à l'OM1, soit neuf élèves des vingt-huit. Le fait que plus du quart de la classe témoin ont réussi tous les items de l'OM1 sans que la moyenne de réussite ne dépasse pas les 58% nous amène à observer de plus près les taux de réussite de chacun des élèves. Nous constatons un décalage dans les taux de réussite aux items de l'OM1 : cinq élèves des vingt-huit ne réussissent aucun item de l'OM1 et neuf réussissent tous les items. Nous n'observons pas ce décalage dans les résultats obtenus au post-test, comme nous le verrons au paragraphe qui suit. Pour les items de l'OM2, un seul élève a réussi les 92% des items, soit onze items des douze proposés, et deux élèves ont réussi les 17% des items, soit deux des douze. Les taux de réussite de la moitié des élèves varient entre 40% et 75% des items, comme le montre l'intervalle interquartile pour l'OM2. Quant aux items de l'OM3, ils sont plus réussis en classe témoin que ceux de l'OM1 et de l'OM2. En effet, la moitié des élèves ont réussi entre 56% et 92% des items, et deux élèves des vingt-huit ont réussi tous les items.

De plus, les valeurs minimales des taux de réussite aux items et les médianes de chaque série montrent que les items de l'OM3 sont les mieux réussis. La valeur minimale des taux de réussite aux items de l'OM2 est de 17% (soit deux items de douze) et celle relative aux taux de réussite aux items de l'OM3 est de 40% (soit dix items de vingt-cinq). Quant aux médianes, elles varient entre 60% pour la série de l'OM1 et 76% pour celle de l'OM3. Autrement dit, la moitié des élèves de la classe témoin (soit quatorze élèves des vingt-huit) ont réussi les trois-quarts des items de l'OM3, taux relativement élevé.

En comparant les résultats obtenus au pré-test dans les deux classes de Mme A., la classe expérimentale et la classe témoin, nous remarquons qu'il n'existe pas un grand écart dans les taux de réussite obtenus à chaque praxéologie locale. Cet écart se creuse davantage entre les résultats des deux classes obtenues au post-test, comme le montre le paragraphe ci-dessous.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenu au post-test dans la classe témoin :

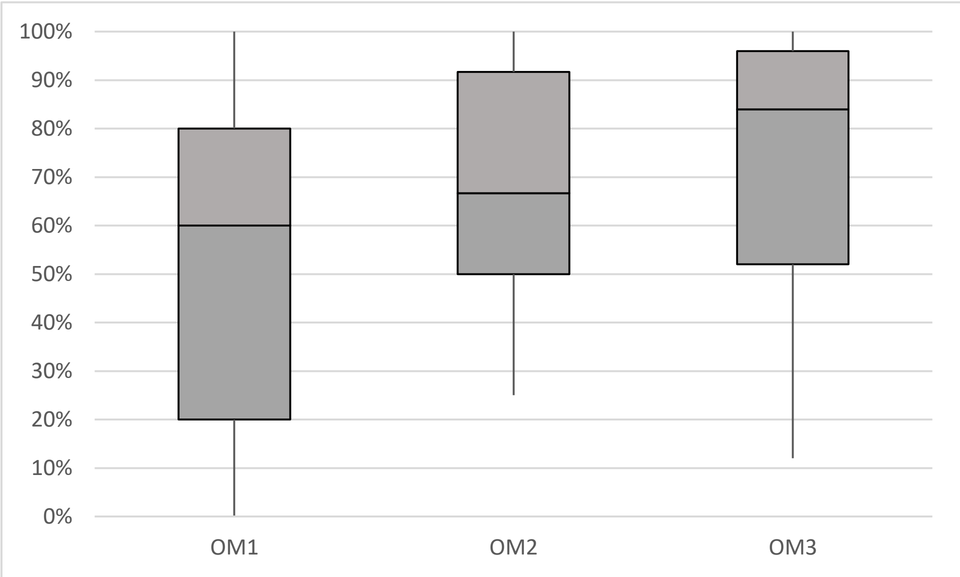


Figure 7.21 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme A.

D'après le graphique 7.21, nous constatons qu'il existe au moins un élève qui a réussi tous les items de chaque praxéologie locale.

La comparaison de ce graphique avec le graphique 7.20 représentant les résultats au pré-test montre que les taux de réussite au pré-test sont meilleurs que ceux au post-test. Pour les items relatifs à l'OM1, il y a seulement deux élèves des vingt-huit qui ont réussi tous les items au post-test, sachant qu'ils étaient huit au pré-test, et que la moitié des élèves ont réussi entre 20% et 80% des items. La moyenne de réussite aux items de l'OM1 a baissé de 58% au pré-test à 50% au post-test. Pour les items de l'OM2, l'intervalle interquartile est devenu [0,5 ; 0,92] sachant qu'il était [0,4 ; 0,75] au pré-test. Ceci montre une évolution des taux de réussite de la moitié de la classe. Pour les items de l'OM3, les taux de réussite sont approximativement équivalents. La moyenne de réussite a légèrement baissé de 74% au pré-test à 72% au post-test.

Le fait qu'en classe témoin, les taux de réussite aux items de l'OM1 au post-test soient inférieurs à ceux obtenus au pré-test peut renseigner sur l'importance de la mise en œuvre du dispositif expérimental. En tenant compte des conditions de passation du post-test, nous constatons que, suite à la résolution du dispositif en classe expérimentale, les taux de réussite aux items de l'OM1 ont légèrement évolué, ainsi que les performances, entre le pré-test et le post-test, tandis qu'en classe témoin, ils ont régressé. Le dispositif expérimental a dû influencer les performances des élèves relatifs à l'OM1, parce qu'en comparant les résultats des élèves au pré-test, ceux de la classe témoin sont meilleurs que ceux de la classe expérimentale.

7.4.3 Des ressemblances et des différences dans les apprentissages des élèves de Mme A.

L'observation des diagrammes des paragraphes précédents nous conduit à dégager deux conclusions principales.

D'abord, la différence dans les apprentissages observée au pré-test et les taux de réussite aux items de chaque praxéologie reflètent des aspects de l'enseignement ayant eu lieu. En effet, comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, bien que Mme A. n'ait effectué qu'une seule tâche qui convoque la *génération* et l'*équivalence des expressions algébriques*, les retours qu'elle faits en classe suite aux informations reçues des élèves, sa façon de gérer l'erreur et le travail autonome qu'elle valorise peuvent constituer des éléments qui influent sur l'apprentissage des élèves.

Ensuite, la mise en place du dispositif expérimental conduit à observer un progrès dans les taux de réussite, et ainsi dans les performances des élèves entre le pré-test et le post-test, au niveau de la moyenne de réussite aux items de chaque praxéologie locale et de l'OM1 plus précisément ainsi qu'au niveau de la valeur de la médiane de chaque série. Nous pouvons reconnaître que ce progrès est dû à la mise en place du dispositif expérimental parce qu'en comparant les résultats des élèves de la classe témoin de Mme A., nous constatons qu'ils ont régressé ou sont restés constants. En effet, malgré les conditions de passation du post-test vers la fin de l'année, lorsque les élèves sont devenus moins sérieux à cause de la fatigue et de la chaleur, les comparaisons entre les classes montrent un léger progrès en classe expérimentale seulement, et renseignent sur les effets du dispositif expérimental sur les résultats et les performances des élèves, et probablement, sur leurs apprentissages.

Ainsi, la mise en place du dispositif expérimental fait progresser les acquis des élèves de l'EB8 (4e) de Mme A. Cependant, nous nous interrogeons sur les raisons pour lesquelles l'écart dans les taux de réussite n'est pas très significatif.

7.5 Analyse des résultats des élèves de Mme T.

7.5.1 Résultats globaux

Nous présentons dans cette section, les résultats globaux des 64 élèves de Mme T., des deux classes expérimentale et témoin obtenus au pré-test et au post-test : la classe expérimentale de 31 élèves et la classe témoin de 33 élèves.

Nous rappelons que le pré-test et le post-test sont identiques pour réduire les effets des variables didactiques sur les réponses des élèves et que chaque test est composé de 42 items dont cinq items relatifs à l'OM1, douze items relatifs à l'OM2 et vingt-cinq items relatifs à l'OM3. Les réponses des élèves sont relevées en terme de réussite / échec pour chaque item, ce qui permet d'obtenir le score de chaque élève. Le score correspond donc au nombre de « réussites » obtenues sur l'ensemble des items. Nous considérons qu'un item non traité équivaut à un échec chez l'élève.

Comme nous avons procédé pour les autres enseignants de l'étude, nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des items et l'ensemble de chaque classe, ensuite, nous analysons précisément les réussites sur les items de chaque praxéologie locale de référence, en considérant la classe expérimentale et la classe témoin. Enfin, nous comparons les résultats obtenus, au pré-test et au post-test dans chacune des classes.

a) *Réussite globale en classe expérimentale*

Sur l'ensemble des exercices du test, soit les 42 items, les taux de réussite, par élève, en classe expérimentale, varient entre 31%[127] et 100%[128] au pré-test et entre 29% et 100% au post-test, sachant que c'est le même élève qui a obtenu la valeur minimale à chaque test.

[127] Ce pourcentage correspond à la réussite aux 31% des items proposés, soit treize items des 42 proposés.
[128] Équivaut à la réussite sur tous les items, soit sur les 42 items proposés.

Afin d'affiner la comparaison des taux de réussite des mêmes élèves aux deux tests et d'étudier leur dispersion, nous représentons les résultats par un nuage de points, l'axe des abscisses correspondants aux taux de réussite au pré-test et l'axe des ordonnées représentant ceux au post-test.

Le graphique ci-dessous montre les taux de réussite de chaque élève de la classe expérimentale aux deux tests :

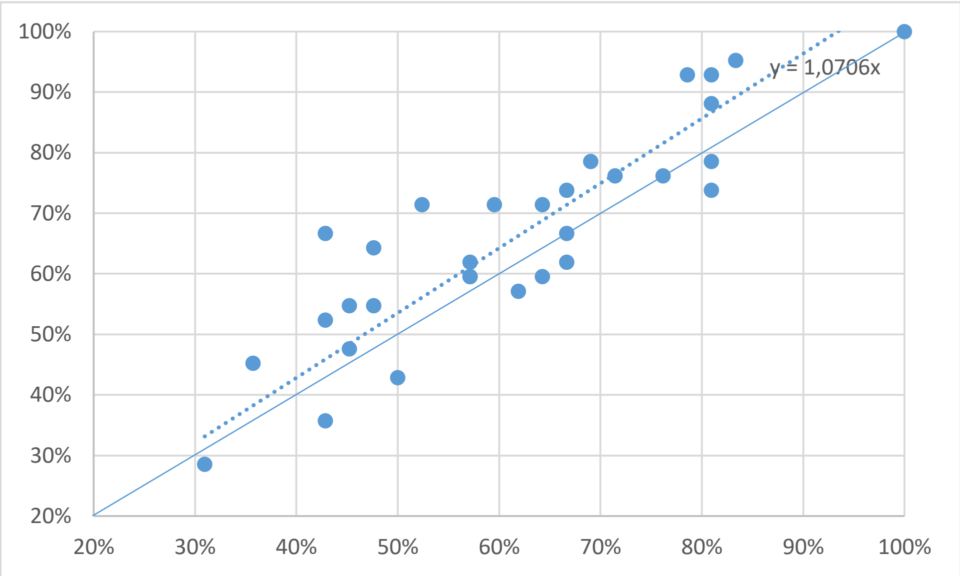


Figure 7.22 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe expérimentale de Mme T.

En étudiant la position des points du graphique par rapport à la première bissectrice (tracée en bleu), nous constatons qu'un nombre important de scores des élèves de la classe expérimentale a progressé entre les deux tests. En effet, 20 élèves des 31 ont progressé entre le pré-test et le post-test, ils représentent les 65% des élèves de la classe expérimentale de Mme T., 8 élèves des 31, soit les 26%, n'ont pas progressé et 3 élèves ont obtenu le même taux de réussite aux deux tests.

En moyenne, un élève de la classe expérimentale de Mme T. réussit 62% des items du pré-test et 66% de ceux du post-test. Autrement dit, les élèves réussissent plus des deux-tiers des items proposés aux deux tests. La comparaison des moyennes de réussite montre qu'il y a un progrès entre le post-test et le pré-test. En effet, le coefficient directeur de la droite de régression passant par l'origine, tracée en pointillés dans le graphique ci-dessus, est égal à 1,07, ce qui montre que le progrès est d'environ 7%. Ce progrès montre qu'il existe une évolution dans les acquis des élèves ayant effectué le dispositif expérimental. Nous n'observons pas une telle évolution en comparant les taux de réussite des élèves de la classe témoin aux deux tests.

b) Réussite globale en classe témoin

En classe témoin, les taux de réussite au pré-test varient entre 7%[129] et 93%[130], et au post-test, entre 5% et 95%. Les taux pour chaque élève sont représentés dans le nuage de points ci-dessous :

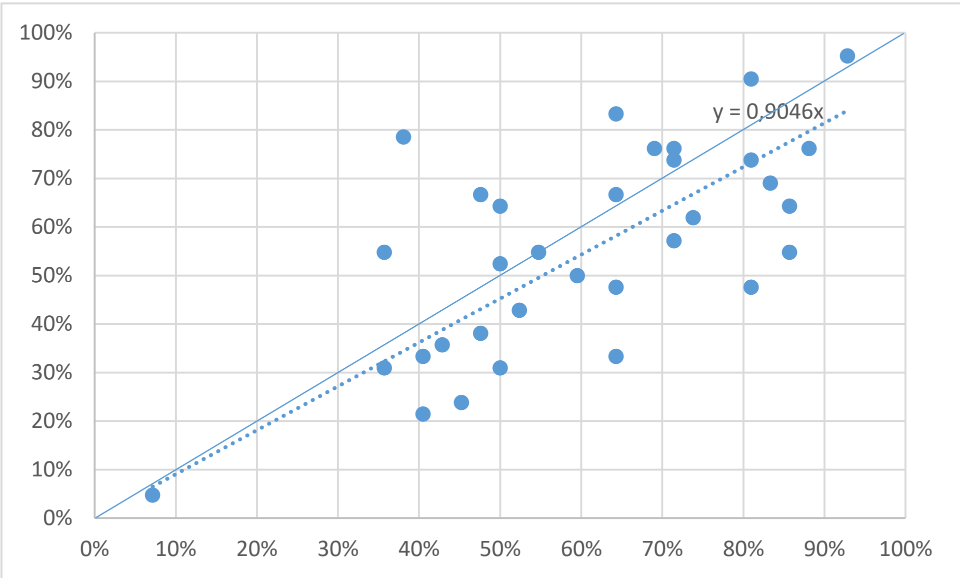


Figure 7.23 – Répartition des taux de réussite au pré-test et au post-test de la classe témoin de Mme T.

Le graphique ci-dessus montre que plusieurs points sont situés au-dessous de la première bissectrice, tracée en bleu ; ils correspondent aux élèves ayant obtenu au post-test un taux de réussite inférieur à celui obtenu au pré-test. En effet, dans la classe témoin de Mme T., douze élèves des trente-trois, soit 39%, ont mieux réussi au post-test qu'au pré-test et vingt des trente-trois, soit 61% des élèves, ont moins réussi au post-test qu'au pré-test. Un seul élève a obtenu le même taux de réussite aux deux tests. Ces pourcentages de comparaison des taux de réussite aux tests montrent qu'en classe témoin, les scores des

[129] Soit trois items réussis de quarante-deux.
[130] Soit trente-neuf items réussis de quarante-deux.

élèves ne semblent pas évoluer globalement, contrairement à la classe expérimentale où les scores élèves ont évolué davantage. Cela peut renseigner sur les effets de la mise en œuvre du dispositif expérimental dans la classe expérimentale. Les moyennes de réussite obtenues aux deux tests viennent appuyer notre constat. En effet, en moyenne, les élèves de la classe témoin réussissent 60% des items au pré-test, tandis qu'ils réussissent 55% au post-test.

En comparant la position des points du graphique ci-dessus par rapport à la droite de régression passant par l'origine et tracée en pointillés, ainsi que celle de la droite de régression par rapport à la première bissectrice, nous constatons qu'il n'y a pas de progrès dans les taux de réussite entre le post-test et le pré-test dans la classe. Ceci se justifie par la position de la droite de régression au-dessous de la première bissectrice, d'une part, et par la valeur inférieure à 1 de son coefficient directeur, égal à 0,9046 d'autre part.

Ainsi, nous constatons qu'il existe un décalage au niveau du progrès des scores des élèves de Mme T. entre les deux tests. Ceux de la classe expérimentale ont progressé et la moyenne de réussite a augmenté, contrairement aux scores des élèves de la classe témoin. Nous rappelons que nous avons relevé une constatation identique chez les élèves de Mme A. (cf. section 7.4).

Le progrès réalisé en classe expérimentale peut renseigner sur les effets du dispositif expérimental sur l'apprentissage des élèves, étant donné qu'ils ont réalisé, en classe, les tâches que nous leur avons données dans le dispositif (cf. chapitre 4). Quant au rendement des élèves de la classe témoin, il peut être affecté par la date de passation du post-test. En effet, comme nous l'avons déjà signalé, le post-test a eu lieu au mois de mai, c'est-à-dire vers la fin de l'année scolaire au Liban[131]. Il peut donc être influencé par la fatigue des élèves, surtout qu'il commence à faire chaud, et par le manque de sérieux de leur part, étant donné qu'on s'approche de la fin de l'année scolaire, et que cette évaluation ne rentre pas en compte dans celle de leurs résultats scolaires. Afin de mieux comprendre les évolutions des performances et des apprentissages des élèves, nous présentons, dans le paragraphe

[131] La fin de l'année scolaire au Liban est prévue, habituellement, à la troisième semaine de juin. Une grande partie du mois de juin est généralement consacrée à la passation de l'examen de fin d'année.

suivant, leurs taux de réussite, par test, à chaque praxéologie locale de référence et nous comparons ceux obtenus au pré-test à ceux obtenus au post-test.

7.5.2 Résultats aux praxéologies locales de référence

Sur l'ensemble des items du pré-test, les taux de réussite à chaque praxéologie locale sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7.9 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au pré-test chez Mme T.

En %	Items relatifs à l'OM1 (5 items)	Items relatifs à l'OM2 (12 items)	Items relatifs à l'OM3 (25 items)
Expérimentale	51%[132]	65%	62%
Témoin	42%	62%	65%

Nous constatons que dans les deux classes, la moyenne de réussite aux items de l'OM1 est plus faible que celles relatives aux items de l'OM2 et de l'OM3, tandis que les moyennes de réussite aux items de l'OM2 et de l'OM3 sont proches entre elles, égales à 62% ou à 65% aux deux tests. Nous rappelons que dans l'étude de la praxéologie enseignée par Mme T. à la section 6.5.1, nous avons observé que le nombre d'items relatifs à la *génération des expressions algébriques* proposé par Mme T. est réduit et que l'aspect procédural des expressions est mis en jeu.

Au post-test, les items relatifs à l'OM1 sont aussi les moins réussis, les résultats étant les plus nuancés pour la classe expérimentale, comme le montre le tableau ci-dessous :

Tableau 7.10 – Pourcentage de réussite aux items de chaque praxéologie au post-test chez Mme T.

En %	Items relatifs à l'OM1 (5 items)	Items relatifs à l'OM2 (12 items)	Items relatifs à l'OM3 (25 items)
Expérimentale	65%	72%	65%
Témoin	41%	61%	56%

[132] Ce pourcentage représente la moyenne de réussite des 29 élèves à l'ensemble des cinq items de l'OM1. Il se lit : 51% des réponses aux items de l'OM1 sont correctes dans la classe expérimentale de Mme T.

Nous remarquons en effet que dans la classe expérimentale, les moyennes de réussite aux items de l'OM1 et de l'OM3 sont identiques ; environ deux-tiers des items sont réussis. Tandis que dans la classe témoin, les items de l'OM1 sont les moins réussis. Les moyennes les plus élevées dans les deux classes, sont celles obtenues aux items de l'OM2.

La comparaison des pourcentages qui figurent dans les tableaux 7.9 et 7.10, montre que dans la classe expérimentale, les moyennes de réussite aux trois praxéologies locales ont évolué par rapport à celles du pré-test. Pour les items relatifs à l'OM1, la moyenne a augmenté de 14 points de pourcentage[133] (que nous désignons par pp), pour ceux de l'OM2, elle a augmenté de 7 pp et pour ceux de l'OM3, elle a augmenté de 3 pp. Alors que dans la classe témoin, nous n'observons pas les mêmes évolutions. En effet, les moyennes de l'OM1 et de l'OM2 sont à peu près identiques, tandis que celle de l'OM3 a régressé de 9 pp entre le pré-test et le post-test. Ceci renforce la constatation relevée au paragraphe précédent. L'influence de quelques facteurs externes sur les résultats des élèves est explicite dans les résultats de la classe témoin au post-test que dans ceux de la classe expérimentale où les moyennes de réussite des élèves ont évolué. Cette variation peut renseigner sur l'efficacité de la mise en place du dispositif expérimental dans l'amélioration des performances et des apprentissages.

L'étude des taux moyens de réussite des élèves à chaque praxéologie locale renseigne davantage sur l'évolution des résultats. Dans ce qui suit, nous comparons les taux de réussite au pré-test à ceux du post-test dans les deux classes de Mme T.

a) *En classe expérimentale*

Pour faciliter la lecture des graphiques et la comparaison des résultats, nous séparons les résultats obtenus au pré-test de ceux obtenus au post-test et nous représentons la répartition des taux de réussite des élèves par le diagramme de Tukey[134].

[133] Un point de pourcentage est une unité utilisée pour désigner la différence arithmétique entre deux pourcentages.

[134] Le diagramme de Tukey, appelé aussi boîte à moustache, représente la valeur minimale, le premier quartile, la médiane, le troisième quartile et la valeur maximale d'une série.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré-test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des trois séries des taux de réussite sur les items relatifs à chaque praxéologie obtenues au pré-test :

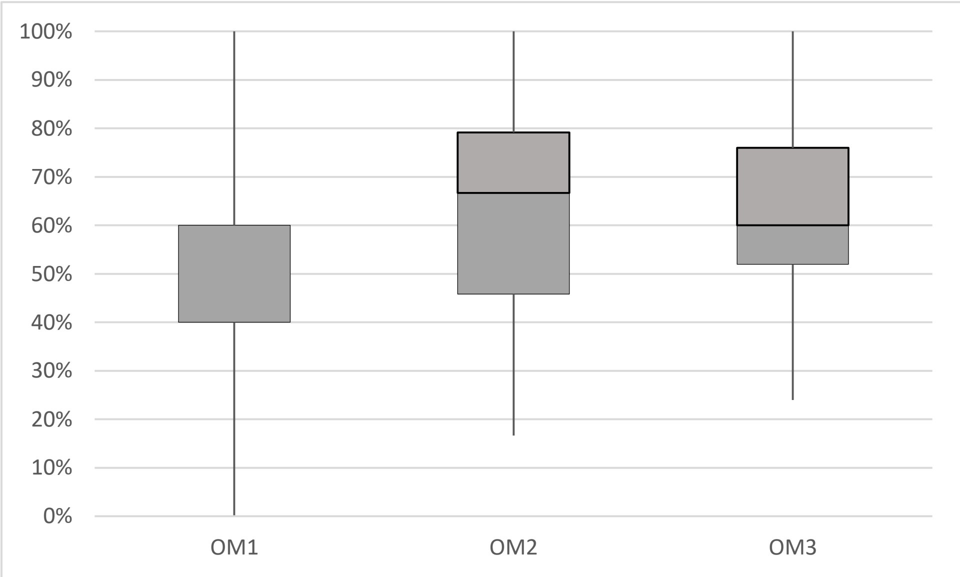


Figure 7.24 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe expérimentale de Mme T.

D'après les diagrammes ci-dessus, nous observons qu'il existe au moins un élève de la classe expérimentale de Mme T., qui n'a réussi aucun item de l'OM1, et qu'il existe au moins un élève qui a réussi tous les items d'une praxéologie locale. En effet, trois élèves de trente-et-un n'ont réussi aucun item de l'OM1, un même élève a réussi tous les items du test et un autre a réussi tous les items de l'OM2.

Le diagramme de l'OM1 montre qu'au moins, les trois-quarts des élèves ont réussi au maximum 60% des items de l'OM1. En effet, 50% des élèves ont réussi entre 40% et 60% des items parce que l'intervalle interquartile[135] est égal à [0,4 ; 0,6] et au moins 75% des élèves ont réussi au maximum 60% des items parce que le troisième quartile est égal à

[135] Nous rappelons que le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des données soient inférieures ou égales à Q_1. Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des données soient inférieures ou égales à Q_3. L'intervalle interquartile est l'intervalle [Q_1 ; Q_3], il regroupe 50% de la population.

la médiane, soit 60%. Vingt-et-un élèves des trente-et-un ont réussi entre deux et trois items des cinq proposés relevant de l'OM1.

Au moins, la moitié des 31 élèves de la classe expérimentale ont réussi 60% des items de l'OM3 (soit huit items des douze proposés), 67% des items de l'OM2 (soit quinze items des vingt-cinq proposés).

L'observation des diagrammes relatifs aux taux de réussite au post-test renseigne sur les évolutions observées dans la classe expérimentale.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique suivant montre les taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenus au post-test dans la classe expérimentale de Mme T:

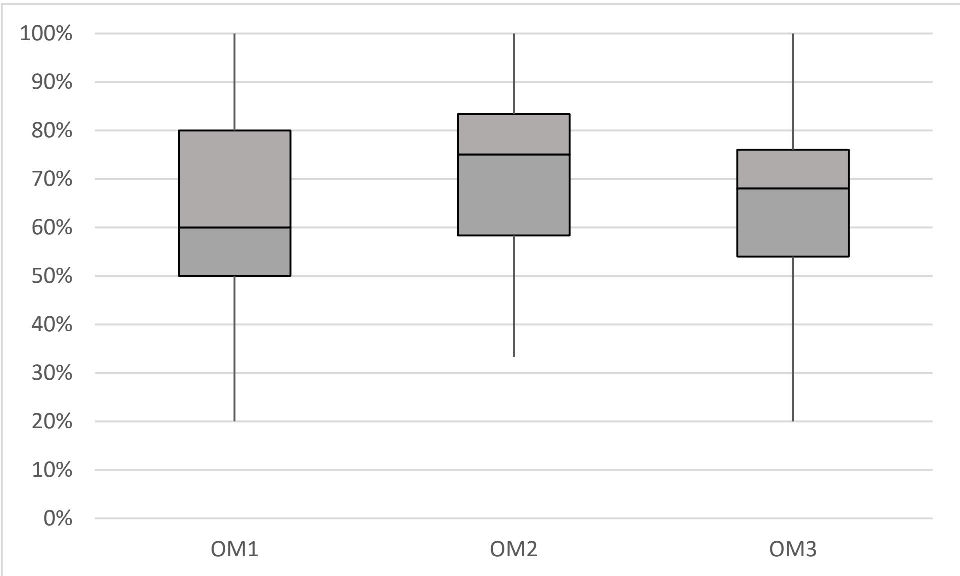


Figure 7.25 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe expérimentale de Mme T.

Nous constatons qu'au post-test, tous les élèves ont réussi au moins un item de chaque praxéologie et qu'il existe au moins un élève qui a réussi tous les items de chaque praxéologie. En effet, le nombre d'élèves ayant réussi tous les items de l'OM1 et de l'OM2 par rapport au pré-test a augmenté ; quatre élèves ont réussi tous les items de l'OM1 et trois élèves ont réussi tous les items de l'OM2. Le même élève tous les items du pré et du post-test.

De plus, les médianes des séries de l'OM2 et de l'OM3 ont augmenté pour devenir respectivement 75% et 68%, tandis que celle de l'OM1 est restée la même, égale à 60%. Nous observons aussi que les taux de réussite de la moitié des élèves aux items de l'OM1 et de l'OM2 ont augmenté. En effet, dix-neuf élèves des trente-et-un ont réussi entre 60% et 80% des items de l'OM1 et dix-sept ont réussi entre 58% et 83% des items de l'OM2.

La comparaison des diagrammes relatifs à chaque praxéologie montre que les scores de la moitié des élèves de la classe expérimentale ont évolué surtout sur les items de l'OM1. Nous déduisons donc que les items du post-test sont mieux réussis que ceux du pré-test dans la classe expérimentale de Mme T. Nous avons déjà relevé une constatation analogue dans le paragraphe précédent, en étudiant les résultats globaux et les moyennes de réussite à chaque praxéologie.

Nous ne retrouvons pas cette évolution dans les performances de la classe témoin, que nous présentons dans le paragraphe ci-dessous.

b) En classe témoin

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats des trente-trois élèves de la classe témoin de Mme T. Nous représentons les résultats des élèves obtenus sur les items relatifs à chaque praxéologie locale par un diagramme de Tukey, puis nous comparons ceux obtenus au pré-test à ceux obtenus au post-test.

i. La réussite à chaque praxéologie dans le pré- test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des séries des taux de réussite sur chaque praxéologie locale, obtenus au pré-test dans la classe témoin :

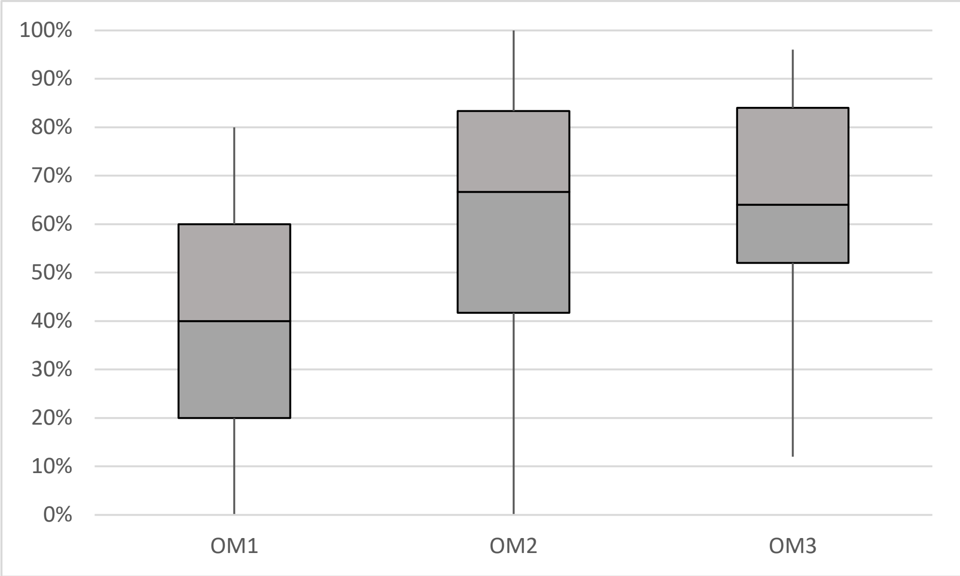


Figure 7.26 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au pré-test, dans la classe témoin de Mme T.

En classe témoin, les taux de réussite minimal et maximal aux trois praxéologies sont variés. Aucun élève n'a réussi tous les items de l'OM1 ni de l'OM3 et un élève a réussi tous les items de l'OM2, comme il existe cinq élèves des trente-trois qui n'ont réussi aucun item de l'OM1, et un élève n'ayant réussi aucun item de l'OM2.

Quant aux médianes, celle de l'OM1 est la plus basse, elle est égale à 40% et celle de l'OM2 est la plus élevée, elle est égale à 67%. Autrement dit, la moitié des élèves au moins (soit vingt-et-un élèves des trente-trois) ont réussi 40% des items de l'OM1 et 67% des items de l'OM2 (soit dix-neuf élèves). De même, dix-neuf élèves des trente-trois ont réussi 64% des items de l'OM3.

Ces taux de réussite sont poches de ceux obtenus au post-test, avec quelques régressions.

ii. La réussite à chaque praxéologie dans le post-test

Le graphique ci-dessous montre la dispersion des taux de réussite à chaque praxéologie locale obtenu au post-test dans la classe témoin :

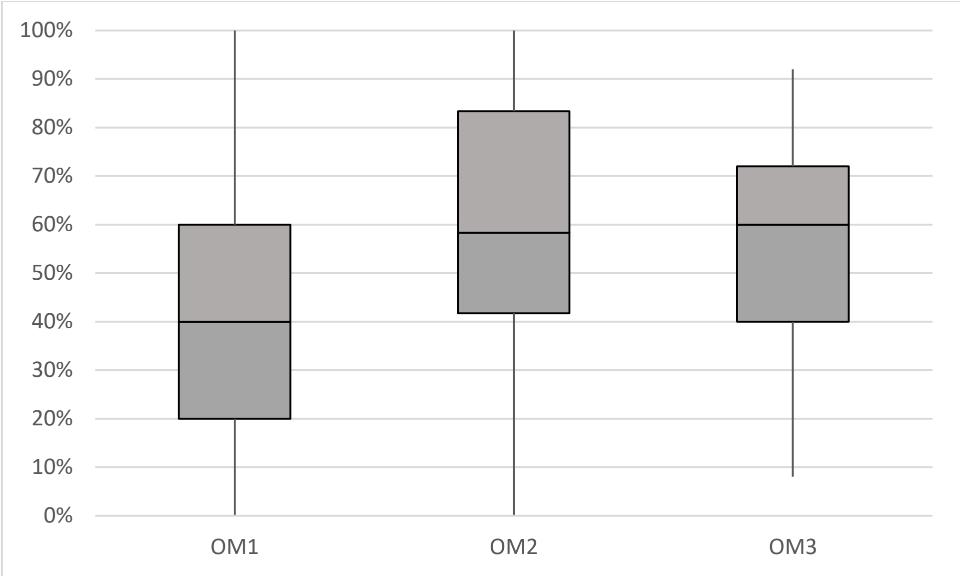


Figure 7.27 – Représentation des taux de réussite sur chaque praxéologie, au post-test, dans la classe témoin de Mme T.

D'après le graphique de la figure 7.27, nous constatons qu'il existe au moins un élève qui n'a réussi aucun item de l'OM1 et de l'OM2 et un autre qui a réussi tous les items de ces deux praxéologies. Pour les items de l'OM3, les taux de réussite varient entre 8% et 92%.

Quant aux médianes des trois séries, celle de l'OM1 est égale à 40%, elle est identique à celle obtenue au pré-test, tandis que celles de l'OM2 et de l'OM3 sont inférieures à celles du pré-test. En effet, dix-sept élèves des trente-trois ont réussi moins de 58% des items de l'OM2 et moins de 60% des items de l'OM3.

En comparant les graphiques représentants les taux de réussite à l'OM1 et à l'OM2, nous remarquons que ceux obtenus au pré-test sont à peu près identiques à ceux au post-test. À propos de l'OM3, nous observons que les élèves ont mieux réussis au pré-test qu'au post-test. Cette constatation renforce ce que nous avons relevé en analysant les résultats globaux des élèves et met en évidence les effets de la mise en œuvre du dispositif expérimental sur l'apprentissage des élèves de Mme T.

7.5.3 Des ressemblances et des diversités dans les apprentissages des élèves de Mme T.

En croisant les caractéristiques relatives aux composantes médiative et cognitive de la pratique de Mme T. avec les résultats obtenus aux tests, nous dégageons deux conclusions.

D’abord, la couverture du domaine des expressions algébriques dans la séquence justifie les taux de réussite obtenus au pré-test et les moyennes aux items relatifs à la *génération* et à l’*équivalence des expressions algébriques* en particulier. En effet, la plupart des genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales de référence sont abordés et s’alternent dans la séquence de Mme T. De plus, les régulations didactiques sont variées et les retours que l’enseignante fait suite aux informations reçues de l’élève portent aussi bien sur le résultat, que sur la procédure et la connaissance qui la justifie. Ce qui peut influencer les performances et les apprentissages des élèves.

Ensuite, la mise en place du dispositif expérimental conduit à un progrès dans les taux et les moyennes de réussite relatives à la *génération des expressions algébriques* notamment dans la classe expérimentale. Ce qui montre aussi l’influence de ce dispositif sur les apprentissages des élèves, surtout que les progrès des scores ne s’observent pas dans la classe témoin, et permet de renforcer l’idée qu’il y eu apprentissage chez les élèves, bien que les scores ne soient pas recueillis de façon analogue au pré-test et au post-test.

DISCUSSION

CHAPITRE 8

SYNTHESE ET DISCUSSION

Cette recherche vise l'analyse des composantes médiative et cognitive des pratiques des enseignants, lors de l'enseignement des expressions algébriques en EB7 et en EB8, et l'étude des effets de cet enseignement sur l'apprentissage des élèves, en considérant les dimensions *outil* et *objet* de l'algèbre.

Dans ce chapitre, nous menons une discussion des résultats principaux concernant les questions soulevées dans la recherche, en vérifiant ses hypothèses générales, puis nous présentons ses apports, sa portée et ses limites. Nous rassemblons les résultats de l'étude comparative des pratiques observées des enseignants, que nous mettons en relation avec les apprentissages algébriques des élèves.

Nous entamons le chapitre par une discussion des résultats obtenus quant à l'enseignement et l'apprentissage des expressions algébriques, ainsi qu'au sujet des effets de l'enseignement sur l'apprentissage. Nous le clôturons par la présentation des apports et des limites de cette recherche, et quelques perspectives d'avenir.

Nous rappelons, au fur et à mesure, les hypothèses générales fixées et nous discutons leur vérification ainsi que les principales questions et les éléments de réponse qui leur correspondent afin d'atteindre les objectifs de la recherche.

Nous ne distinguons plus entre une enseignante, au féminin, et un enseignant, au masculin, étant donné que nous discutons les résultats importants de nos analyses, indépendamment du sexe de l'enseignant.

8.1 Du côté de l'enseignement des expressions algébriques

Après avoir observé et analysé, chez chaque enseignant, la séquence d'enseignement ordinaire des expressions algébriques, nous discutons dans cette section les différences et les ressemblances observées dans les composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants.

Selon Robert (2008), l'analyse des pratiques d'un enseignant se traduit par des analyses en composantes ; deux de ces composantes, la composante cognitive et la composante médiative, sont en relation avec les activités des élèves, et les trois autres, la composante institutionnelle, sociale et personnelle, correspondent à des déterminants des pratiques (cf. chapitre 3). Dans cette recherche, nous interrogeons seulement les composantes cognitive et médiative, à l'issu d'autres travaux sur les pratiques enseignantes. Par exemple, Chappet-Pariès et *al* (dans Vandebrouck, 2008) ont analysé les composantes cognitive et médiative d'un même enseignant dans une classe de 4^{e} et une classe de 3^{e} d'un même collège durant deux séances de géométrie pour déterminer les « invariants des pratiques » et leurs conséquences éventuelles sur les activités des élèves. Bedja (2016), dans sa thèse, a étudié l'évolution dans les composantes médiative et cognitive de deux enseignants de fin de collège dans le cadre d'un enseignement expérimental en algèbre élémentaire. Par ailleurs, nous diminuons au maximum les paramètres reliés aux composantes institutionnelle et sociale des pratiques. D'une part, les enseignants suivent tous le même programme et utilisent des manuels scolaires libanais. Nous avons aussi montré l'analogie entre les praxéologies à enseigner des enseignants d'une même classe au chapitre 6. D'autre part, les élèves auprès desquels nous avons mené l'expérimentation appartiennent à des classes sociales équivalentes, comme nous l'avons développé au chapitre 4. Quant à la composante personnelle, nous ne l'analysons pas explicitement dans notre recherche, sans toutefois sous-estimer son importance et son influence sur les choix de l'enseignant.

Nous analysons donc les composantes directement observables, médiative et cognitive, des pratiques de trois enseignants de l'EB7 (5^{e}) et de deux enseignants de l'EB8 (4^{e}) lors de l'enseignement des expressions algébriques.

Nous rappelons que pour l'enseignement ordinaire, notre objectif premier est d'interpréter les effets de l'enseignement des expressions algébriques sur les apprentissages correspondants des élèves grâce à l'analyse de ce qui se joue en classe tant au niveau du contenu proposé qu'au niveau du déroulement. Pour étudier l'influence des pratiques sur les apprentissages, nous souhaitons mettre en évidence des régularités et des variabilités dans le processus d'enseignement afin de mieux comprendre celles des acquisitions des élèves d'une même classe. Pour cela nous analysons la composante cognitive à partir des tâches proposées par les enseignants et la composante médiative à partir du déroulement et des interactions en classe.

Pour l'enseignement expérimental, notre objectif est d'étudier les effets de la mise en place d'un dispositif qui met en jeu, à la fois, la *génération* et l'*équivalence des expressions algébriques* et les techniques de calcul algébrique. Pour cela, nous menons une analyse *a priori* des tâches proposées dans le dispositif expérimental de chacune des classes. Cette analyse peut être intégrée à celle de la composante cognitive des pratiques des enseignants. Nous n'observons pas la composante médiative lors de l'enseignement expérimental pour deux principales raisons : nous faisons l'hypothèse de leur stabilité et nous souhaitons limiter la difficulté des enseignants qui expérimentaient le dispositif. En effet, les enseignants pour lesquels nous avons analysé les composantes médiative et cognitive de leurs pratiques ordinaires sont aussi ceux qui ont mis en place le dispositif expérimental auprès de leurs élèves ; aussi supposant la stabilité des pratiques et sachant que la composante médiative explique le plus cette stabilité (Chappet-Pariès et *al*, dans Vandebrouck, 2008), nous nous sommes limitée à l'analyse de la composante médiative lors de l'enseignement ordinaire. De plus, étant intervenue au niveau de la composante cognitive en proposant aux enseignants le dispositif expérimental à mettre en place, nous voulions éviter de les perturber davantage par l'observation des séances d'enseignement expérimental.

Après avoir justifié l'intérêt que nous portons essentiellement à l'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques, nous discutons les résultats saillants dégagés des analyses menées au chapitre 6, relatifs à chacune de ces composantes.

8.1.1 Des régularités et des variabilités dans la composante cognitive des pratiques des enseignants

La composante cognitive renseigne sur l'itinéraire cognitif choisi par l'enseignant. Son analyse se fait à partir du contenu et des tâches proposés, de leur quantité et de leur insertion dans la séquence (Robert, 2008). Nous rappelons qu'en ce qui concerne les tâches algébriques proposées, nous nous référons à la praxéologie de référence développée par Pilet (2012, 2015) constituée des trois praxéologies locales, la *génération des expressions algébriques* ou OM1, l'*équivalence des expressions* ou OM2 et l'*algèbre des polynômes* ou OM3 (cf. section 2.3).

Dans cette section, nous comparons les éléments constitutifs de la composante cognitive des pratiques ordinaires des cinq enseignants, en les interprétant en termes de praxéologie.

Le contenu algébrique proposé dans les séquences des cinq enseignants présente plusieurs points communs quant aux genres et types de tâches mis en jeu, leur variété et leur quantité.

a) *Existence de tâches qui donnent du sens aux expressions algébriques*

Les cinq enseignants ont introduit les expressions algébriques par une tâche de traduction entre différents registres. Quatre d'entre eux ont eu recours à la traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques et le cinquième a motivé la lettre par la traduction d'une phrase donnée en langage naturel en une expression algébrique. Ainsi, les enseignants mettent en jeu des tâches qui permettent de donner du sens aux objets de l'algèbre et aux expressions algébriques en particulier. Pour Kieran (2007), la construction du symbolisme algébrique est une source de signification des objets de l'algèbre. Elle a lieu à travers la dialectique du numérique à l'algébrique (Chevallard, 1985b) et la mise en relation des aspects procédural et structural des expressions algébriques. Les traductions entre différents registres doivent offrir des possibilités de travailler sur les aspects procédural et structural des expressions. Or, la dialectique entre l'aspect procédural et l'aspect structural des expressions algébriques est rarement mise en jeu par les enseignants. En effet, pour travailler avec flexibilité les deux aspects procédural et structural des expressions algébriques, Bardini (2003) propose les programmes de calcul, les représentations en arbre et les schémas de calcul. Ces possibilités paraissent inexistantes dans le travail des enseignants. Il s'agit plutôt de l'interprétation des expressions du côté procédural et de la transition de l'aspect procédural des expressions au structural. Dans l'activité proposée par un seul enseignant d'EB8 (4^{e}), il y a une transition de l'aspect structural des expressions à leur aspect procédural. De plus, les cinq enseignants ont mis en jeu, au moins, une raison d'être d'une propriété de calcul algébrique, la distributivité de la multiplication sur l'addition en EB7 (5^{e}) et l'identité remarquable

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ en EB8. Toutes ces tâches relevant de l'aspect *outil* de l'algèbre nécessitent la mise en fonctionnement *directe* d'une procédure (Salles, 2017).

Aucun enseignant n'a mobilisé le genre de tâche *Produire* qui figure dans la praxéologie locale de référence développée par Pilet (2012). Cette inexistence peut être due au fait que les expressions algébriques et les équations sont traitées indépendamment dans deux leçons différentes et que les tâches qui nécessitent la production d'une expression algébrique sont implicites dans les problèmes de mise en équation. En effet, aucun problème de généralisation, de preuve ou de modélisation n'a été résolu dans les séquences observées, or, dans la résolution de ces problèmes, *la production d'une expression algébrique fait appel à la traduction entre un registre des représentations sémiotiques et celui des écritures algébriques* (Pilet, 2012, p. 79).

b) L'équivalence des expressions algébriques peu explicitée

La pratique des cinq enseignants de l'étude se caractérise par le nombre réduit de tâches relatives à l'équivalence des expressions algébriques et des programmes de calcul. Ces derniers ne figurent pas dans les séquences observées, ni dans la praxéologie à enseigner dégagée des programmes et des manuels utilisés. Cela peut influencer certains apprentissages algébriques non explicités dans les classes de notre étude parce que, pour Kieran (2007), l'équivalence des expressions algébriques permet un contrôle théorique des transformations et le développement d'une intelligence des calculs liée au sens des expressions, pour choisir l'expression la plus adaptée en fonction du but visé (Pilet, 2012). Cependant, l'identification de la structure d'une expression est souvent convoquée implicitement par les enseignants, lors de la résolution des tâches de calcul algébrique.

c) L'algèbre des polynômes fortement présente dans l'enseignement

Une grande partie de la séquence de chaque enseignant, au niveau de la durée et du nombre d'items effectués, est réservée à l'entraînement aux techniques de calcul algébrique. Tous les genres de tâches constitutifs de l'algèbre des polynômes définis dans la praxéologie locale de référence sont abordés dans toutes les séquences observées. Les consignes sont plutôt répétitives. Deux des enseignants d'EB7 mettent en jeu des tâches qui nécessitent la *compréhension qualitative de concept* (Roditi et Salles, 2015). Ces enseignants utilisent le même manuel ; ils ont probablement choisi ces tâches parce qu'elles se trouvent dans le manuel. Ceci apparaît aussi chez deux autres enseignants qui ont proposé des tâches qui favorisent le développement de la *flexibilité* de calcul, tirées du manuel utilisé.

Quant aux liens entre les trois praxéologies mathématiques locales, ils sont peu présents dans les enseignements étudiés.

d) Une « faible » agrégation entre les trois praxéologies locales

Les cinq enseignants introduisent la séquence par la mise en jeu d'une raison d'être des expressions algébriques à la première séance, en faisant intervenir les trois praxéologies locales. Cette mise en relation est implicitement « exigée » par la tâche à résoudre.

À partir de la deuxième séance, nous observons deux comportements relatifs à l'agrégation des praxéologies. Trois enseignants ne convoquent que l'algèbre des polynômes, en y intégrant quelque fois l'identification de la structure d'une expression algébrique. Ils procèdent peu à l'explicitation des liens entre les praxéologies et plus particulièrement entre la *génération des expressions* et l'*algèbre des polynômes*. Tandis que les deux autres enseignants alternent davantage les genres de tâches qui convoquent deux ou trois praxéologies de référence tout au long de la séance.

Ainsi, l'agrégation entre les trois praxéologies est faiblement explicitée, bien qu'elle donne du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation.

e) Bilan sur la composante cognitive des pratiques des enseignants

L'analyse de la composante cognitive des pratiques et la comparaison de quelques éléments en lien avec nos questionnements renseignent sur certaines régularités entre les pratiques des enseignants. Ces régularités s'observent au niveau des praxéologies locales et des genres de tâches constitutifs en jeu, et au niveau de l'agrégation entre les trois praxéologies. En effet le sens des expressions algébriques est peu présent dans l'enseignement ordinaire, le travail est plutôt centré sur les techniques algébriques, et les liens entre les trois praxéologies sont peu explicités. Ces résultats rejoignent d'autres recherches sur les pratiques d'enseignement de l'algèbre. Lenfant-Corblin (2002) et Ben Nejma (2009) ont étudié les pratiques des enseignants en algèbre en France et en Tunisie respectivement, et ont trouvé des proximités dans les pratiques enseignantes. Celles-ci sont centrées sur la dimension objet des savoirs algébriques enseignés et sur un travail formel des techniques algébriques.

Contrairement à ce qui est constaté dans l'enseignement ordinaire, les tâches proposées dans l'enseignement expérimental donnent davantage de sens aux expressions algébriques et à leur manipulation. L'analyse *a priori* des tâches du dispositif expérimental de l'EB7 et de l'EB8 montre la présence d'une variété de genres de tâches constitutifs des trois praxéologies locales et particulièrement de ceux relatifs à la *génération* et à l'*équivalence des expressions algébriques*, et la mise en jeu d'une agrégation entre les trois praxéologies locales. Ce qui permet de donner du sens aux expressions algébriques et à leur manipulation.

Enfin, l'analyse de la composante cognitive des pratiques montre le poids de l'institutionnel, les programmes officiels et les manuels scolaires, sur les choix effectués par les enseignants : choix des tâches, des genres de tâches mis en jeu et du niveau de mise en fonctionnement des connaissances correspondants. En effet, nous avons déjà relevé que les programmes officiels libanais comportent beaucoup d'implicites et laissent à la charge de l'enseignant l'interprétation des recommandations, surtout que les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques ne sont pas toujours liés explicitement aux contenus détaillés des chapitres.

Les principales variabilités observées chez les enseignants relèvent du nombre d'items résolus et du nombre de séances de la séquence. En outre, plusieurs variabilités sont observées au niveau de la composante médiative des pratiques.

8.1.2 Des régularités et des variabilités dans la composante médiative des pratiques des enseignants

La composante médiative porte sur les choix correspondants aux déroulements : les improvisations, les discours, l'accompagnement des élèves, etc. (Robert, 2008).

Dans les séquences observées, nous nous sommes intéressée aux déroulements et à l'organisation des séances, à la gestion des phases et notamment de la résolution des tâches, à l'accompagnement des élèves dans la réalisation des tâches et aux régulations didactiques observées dans les différentes séquences. Dans cette section, nous comparons les pratiques observées chez chaque enseignant en développant les points ci-dessus.

a) *Des variabilités dans l'organisation des séances d'enseignement*

L'organisation des séances d'enseignement est différente entre les cinq enseignants au niveau du nombre de séances et de l'organisation des phases d'enseignement.

Le nombre de séances est différent entre les enseignants de l'EB7 d'une part, la séquence est composée de trois à six séances, et ceux de l'EB8 d'autre part, la séquence est composée de cinq à neuf séances. Nous rappelons qu'il s'agit de l'enseignement ordinaire, tel qu'il a été conçu par l'enseignant concerné. La variété du nombre de séances peut renseigner sur l'importance qu'accordent les enseignants aux expressions algébriques, et donc peut représenter un aspect de la composante personnelle de leur pratique. Il est remarquable que les enseignants qui consacrent plus de temps à la séquence, sont aussi ceux qui mobilisent davantage l'outil algébrique, comme si la priorité pour eux était bien de faire acquérir le calcul algébrique.

En ce qui concerne les phases d'enseignement, tous les enseignants ont introduit la séquence d'enseignement des expressions algébriques par une activité de lancement qui vise la mise en jeu d'une raison d'être des expressions algébriques, comme nous l'avons montré précédemment. Cependant, la place de l'explication du cours diffère d'un enseignant à l'autre. L'un d'entre eux explique le cours en entier, dans l'ordre qui se présente dans le manuel, sans se référer aux connaissances mises en jeu dans l'activité de lancement, puis il passe à la résolution d'exercices. Deux autres intègrent l'explication du cours à la résolution des exercices. Autrement dit, ils introduisent les propriétés de calcul algébrique à partir d'items effectués. L'un d'entre eux ne généralise pas les règles de calcul algébrique ; il se contente d'expliciter la procédure à mettre en œuvre et d'effectuer des exemples d'application directe, tandis que l'autre propose la forme généralisée, en ayant recours aux lettres avant d'effectuer les exercices d'application. Deux enseignants d'EB8 alternent entre l'explication du cours et la résolution d'exercices : successivement, ils introduisent une nouvelle propriété de calcul puis proposent des tâches qui convoquent la propriété expliquée.

b) Des régularités dans la réalisation des tâches

La résolution de tâches occupe une grande partie dans les cinq séquences observées. Une pratique commune aux cinq enseignants est de résoudre eux-mêmes la tâche de lancement ou l'activité préparatoire d'introduction de la séquence. Cette tâche qui mobilise l'outil algébrique est résolue collectivement sous la direction de l'enseignant qui questionne quelque fois les élèves sur les calculs intermédiaires obtenus.

Les genres de tâches convoqués dans la plupart des tâches de chaque séquence portent sur le calcul algébrique et sur l'acquisition des techniques de calcul : le développement, la factorisation, la réduction et le calcul de la valeur numérique d'une expression. Pour ces tâches, quatre enseignants proposent un temps de résolution individuelle suivi par la correction collective. Le dernier enseignant valorise peu le travail autonome en classe : la réalisation et la correction d'exercices se font collectivement par un élève au tableau.

c) Des variabilités dans la gestion de la correction des tâches

Quant à la correction des tâches, elle est collective, à l'oral ou notée au tableau, dépendamment du niveau de fonctionnement de connaissances en jeu et de l'exactitude de la réponse donnée. Les tâches qui nécessitent la *compréhension de la nature des concepts* sont corrigées collectivement, à l'oral, tandis que la correction de celles qui relèvent du *calcul* ou qui nécessitent la mise en fonctionnement *directe* des connaissances diffère entre les enseignants. L'un d'entre eux corrige oralement les tâches de calcul algébrique, dont les énoncés sont majoritairement répétitifs. En cas de fausse réponse, l'enseignant demande à l'élève de noter sa réponse fausse au tableau afin de la discuter : il le questionne et l'oriente à repérer et à corriger son erreur ou interroge le groupe classe sur la bonne réponse. Un autre enseignant note au tableau les réponses des élèves données oralement en les corrigeant au fur et à mesure. Trois enseignants corrigent tous les items par écrit au tableau, en désignant des élèves pour effectuer les calculs et donner les réponses. Pendant ce temps, les autres élèves écoutent, regardent celui qui est tableau et recopient la bonne réponse. Deux de ces enseignants interviennent au fur et à mesure pendant que l'élève note la solution pour la relire à haute voix, la corriger, et justifier la démarche mise en jeu. Quant à l'autre enseignant, il attend la fin des calculs pour interroger l'élève au tableau sur sa procédure avant de la valider. En effet, la validation des solutions est souvent faite par l'enseignant qui questionne l'élève et l'oriente à justifier sa procédure en précisant la propriété de calcul utilisée par exemple ou à corriger son erreur. Les enseignants ont aussi tendance à donner eux-mêmes la bonne réponse, à désigner un autre élève ou à interroger l'ensemble des élèves. Nous retrouvons ainsi des modes de gestion des incidents distingués par Roditi (2001, 2008). L'incident étant défini comme une *manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport aux réponses envisageables compte tenu de la tâche proposée et du temps laissé pour produire une telle réponse* (Roditi, 2008, p. 73), la gestion d'un incident est l'intervention de l'enseignant consécutive à un incident. Quelques-unes des techniques utilisées par l'enseignant pour relancer le travail des élèves sont le plus utilisées par les enseignants observées : *changer* d'intervenant, *guider* l'élève vers la réponse attendue et *demander de reprendre* la réponse fournie de façon neutre. Une technique permet de ne pas relancer le travail de réalisation de la tâche par les élèves, c'est de *répondre* à la place de l'élève, ou bien d'accepter et *compléter* par la réponse attendue (Roditi, 2008, p. 73).

Les régularités et les variabilités repérées dans les phases de réalisation et de correction de tâches se rapprochent de celles observées par El Mouhayar (2007) dans sa thèse qui porte sur la comparaison des phases de correction d'exercices de calcul littéral entre deux classes au Liban et deux classes en France. Il a montré des variabilités entre les enseignants au niveau de la place et de la responsabilité données aux élèves dans la production, la validation et la correction des exercices. De plus, El Mouhayar a montré l'existence de régularités dans la pratique de chaque enseignant dans ses interventions destinées à corriger les erreurs et dans ses interactions avec les élèves face à une réponse donnée, pour la valider ou la corriger. Bien qu'une étude auprès de quatre ou de cinq enseignants ne puisse pas être généralisée, nous pouvons constater, à partir de l'observation de plusieurs séances d'enseignement, qu'il existe un éventail commun de manières de faire dans la pratique des enseignants, dans la gestion et la correction d'une réponse donnée et dans les interactions avec les élèves.

Concernant les échanges et les interactions qui ont eu lieu en classe, ils sont médiatisés par l'enseignant étant donné qu'aucun des cinq enseignants de l'étude n'a organisé un travail en groupes. En observant de plus près les interactions entre l'enseignant et un ou plusieurs élèves, et en nous préoccupant davantage du contenu algébrique évoqué, nous dégageons celles qui se traduisent en des régulations didactiques et nous les synthétisons dans la section suivante.

d) Les régulations didactiques observées dans les séquences

L'observation des régulations didactiques en terme de couple (information ; action) montre qu'il existe des ressemblances et des différences entre les pratiques des enseignants de l'étude.

Un premier critère de différence figure dans l'écart des nombres moyens de régulations didactiques par séance, selon que l'enseignant favorise les échanges lors de la correction de tâches ou qu'il procède lui-même à valider les réponses communiquées.

Un seul enseignant donne beaucoup de temps pour le travail individuel des élèves et écrit lui-même la solution, sans les faire passer au tableau ; il interagit le moins avec ses élèves par rapport aux autres enseignants de l'étude. En effet, il prend la réponse d'un élève, la valide et la corrige si nécessaire puis la note au tableau sans questionner l'élève ou l'ensemble de la classe et sans demander de justifier la réponse donnée. Probablement, cet enseignant souhaite faire avancer son cours sans perdre du temps et sans s'attarder sur les réponses des élèves.

Les quatre autres enseignants privilégient les échanges à partir des réponses et des erreurs d'élèves : toutes les tâches sont corrigées par les élèves, et les enseignants les questionnent sur la procédure mise en œuvre et les aide à repérer leurs erreurs et à les corriger. Deux d'entre eux privilégient le travail individuel des élèves et lui donnent plus de temps durant la séquence.

Un second critère de différence se situe au niveau du retour ou du feedback (cf. section 3.3) que fait l'enseignant suite à une prise d'information de l'élève. Ce retour peut porter sur le résultat ou sur la procédure mise en œuvre ou encore sur la connaissance qui justifie la procédure. Ce critère, nous permet de différencier entre les deux enseignants de l'EB8 (4^{e}) et les trois enseignants de l'EB7 (5^{e}) étant donné que les retours faits sont à peu près équivalents selon la classe enseignée.

En EB8, bien que les retours sur le résultat soient les plus nombreux, leur effectif est inférieur à la moitié de l'effectif total des retours. Les enseignants explicitent souvent la procédure mise en jeu et la justifient. Tandis qu'en EB7, les enseignants privilégient davantage les retours qui portent sur le résultat et beaucoup moins ceux qui portent sur l'état de connaissance et qui justifient la procédure mise en jeu. Cela est probablement dû, d'une part à la convocation de plusieurs types de tâches, explicite ou implicite, dans une même tâche en EB8, et donc à la nécessité d'expliciter davantage la procédure et la justifier. D'autre part, les représentations des enseignants sur l'algèbre peuvent influencer aussi la nature des échanges menés en classe. En EB8, ils peuvent supposer que leurs élèves sont davantage capables d' « approfondir » leurs acquis sur les expressions algébriques et d'aller plus loin étant donné qu'ils les ont déjà manipulées l'année précédente, tandis qu'en EB7, il suffit de réussir les techniques de calcul comme étape préliminaire à l'acquisition de la suite des connaissances algébriques.

Cette supposition est renforcée par la proportion de régulations didactiques verticales ascendantes observées chez les enseignants de l'EB8, et qui est plus élevée que celle observée en EB7. Autrement dit, les enseignants de l'EB8 ne semblent pas se limiter à agir au même niveau que l'information reçue mais explicitent davantage les procédures et les justifient.

Quant aux régulations didactiques horizontales, elles sont équivalentes chez quatre enseignants, et plus élevées chez un seul enseignant. Il s'agit de celui qui ne valorise pas le travail autonome dans sa classe et qui agit, dans la plupart des cas, au même niveau que l'information reçue.

La comparaison des régulations didactiques observées dans les séquences d'enseignement des expressions algébriques renseigne sur un aspect supplémentaire de la composante médiative des pratiques et éclaire sur certaines régularités et variabilités des pratiques d'un même enseignant ou entre les enseignants.

e) Bilan sur la composante médiative des pratiques des enseignants

Nous rappelons que l'analyse de la composante médiative des pratiques renseigne sur des régularités et des variabilités entre les pratiques des enseignants. Cette analyse que nous avons menée pour l'enseignement ordinaire, partant de l'hypothèse de la stabilité de pratiques d'un même enseignant, porte sur l'organisation de la séance, des différentes phases de la séquence allant du lancement jusqu'à la correction d'exercices et des régulations didactiques entre l'enseignant et ses élèves.

À partir de cette analyse, nous avons pu montrer des régularités de pratiques ordinaires d'un même enseignant, ainsi que des régularités et des variabilités de pratiques ordinaires des enseignants de l'étude, tant sur le plan du savoir algébrique que sur le plan du déroulement et des régulations didactiques observées. Les résultats observés rejoignent ceux dégagés dans d'autres travaux de recherche sur les pratiques des enseignants. D'abord, le poids des contraintes, en partie communes, qui pèsent sur les enseignants d'un même niveau scolaire entraînent des pratiques en partie communes, en termes de composantes cognitive et médiative (Roditi, 2003). Parmi ces contraintes qui conduisent les enseignants à adopter certains comportements dans le but de faire avancer le cours et de gagner du temps, il y a les programmes, l'horaire et la composition des classes. De plus, El Mouhayar (2007) avait montré aussi l'existence des régularités chez les enseignants observés lors de la phase de correction d'exercices de calcul littéral sur le plan du savoir et sur le plan des interactions.

Ainsi, en menant une étude comparative des différents aspects observés dans les pratiques des cinq enseignants de l'étude, nous aurons confirmé une hypothèse générale de notre étude, que nous rappelons :

> Les pratiques d'enseignement des expressions algébriques présentent des régularités et des variabilités ; les régularités concernent surtout la composante cognitive des pratiques : le scénario conçu par chaque enseignant (choix des tâches, fréquence, contenu), et les variabilités concernent plutôt la composante médiative : les déroulements (chronologie, travail autonome des élèves) et les interventions de l'enseignant en interaction avec les élèves de sa classe.

Nous aurons aussi trouvé des éléments de réponse aux interrogations sur les tâches algébriques proposées aux élèves.

Quant à la réalisation de certains objectifs de la recherche, nous avons :

- décrit les pratiques de quelques enseignants de mathématiques et particulièrement les composantes médiative et cognitive de leurs pratiques ;
- mis au jour des liens entre les interventions de l'enseignant en classe et les apprentissages algébriques des élèves, notamment les régulations didactiques qui ont lieu en classe.

Pour vérifier les autres hypothèses de l'étude, nous développons dans ce qui suit les principaux résultats obtenus sur les apprentissages des élèves, puis nous discutons les effets de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves.

8.2 Du côté de l'apprentissage des élèves

Nous discutons dans ce paragraphe les résultats obtenus sur les apprentissages des élèves en distinguant ceux résultant de l'enseignement ordinaire, de ceux résultant de l'enseignement expérimental. Nous rappelons qu'en enseignement expérimental, les enseignants, dont nous avons analysé les séquences ordinaires, ont mis en place le dispositif expérimental et ont évalué les acquis de leurs élèves suite à la réalisation des tâches du dispositif.

D'abord, nous discutons l'apprentissage algébrique des élèves ayant suivi un enseignement ordinaire, en l'associant à la réussite des élèves aux tâches proposées, ensuite leur apprentissage suite à un enseignement expérimental. Enfin, nous menons une comparaison de ces apprentissages que nous croisons avec les pratiques analysées précédemment.

8.2.1 L'apprentissage des élèves suite à l'enseignement ordinaire

Nous rappelons qu'après avoir terminé l'enseignement ordinaire des expressions algébriques tel qu'il a été conçu par chacun des enseignants de l'étude, nous avons fait passer un pré-test dans toutes les classes des enseignants dont nous avons observé les séquences, celles dans lesquelles le dispositif expérimental a été mis en place et que nous désignons par classes expérimentales, et les autres que nous désignons par classes témoin. Quatre enseignants ont en charge une classe expérimentale et une classe témoin et un seul enseignant a seulement une classe expérimentale.

L'évaluation des acquisitions algébriques des élèves relatives à chacune des praxéologies locales de référence, développées au chapitre 2, montre des variabilités quant aux taux et aux moyennes de réussite aux items qui convoquent chaque praxéologie locale.

Avant de discuter la réussite des élèves à chaque praxéologie locale, il nous semble important de signaler que les moyennes de réussite au pré-test, en classe expérimentale et en classe témoin sont à peu près égales. Cela nous amène à supposer que la répartition des élèves est homogène entre les classes d'un même enseignant.

Dans ce qui suit, nous discutons les réussites des élèves des groupes expérimental et témoin à chaque praxéologie locale de référence, suite à la passation du pré-test.

a) La réussite aux items de la génération des expressions algébriques

Dans les classes des trois enseignants de l'EB7 (5e), les moyennes de réussite aux items qui mobilisent l'outil algébrique sont inférieures à 40%, or une moyenne de 40% est supposée faible. En effet, comme nous l'avons montré au chapitre 6, les enseignants de l'EB7 ont proposé peu d'items qui convoquent les genres de tâches constitutifs de la *génération des expressions algébriques*. Dans les classes des deux enseignants de l'EB8, la réussite aux items de cette praxéologie locale reste moyenne comprise entre 55% et 60% selon l'enseignant. On mesure ici probablement l'effet de la manipulation des expressions algébriques dans la classe précédente, en EB7, ce qui a familiarisé davantage les élèves aux techniques de calcul algébrique et à la mise en jeu des raisons d'être des expressions algébriques. Ce résultat peut être confirmé suite à une étude menée par Schielmann, Carraher et Brizuela (2012). Ils ont montré que l'enseignement « précoce » de l'algèbre élémentaire, à l'école primaire même, est efficace pour favoriser les apprentissages algébriques en grade7 (EB7 ou 5e) et au grade 8 (EB8 ou 4e). Des élèves de huit à onze ans[136] ayant suivi des leçons d'algèbre « précoce » ont mieux profité de l'enseignement d'algèbre aux grades 7 et 8.

De plus, les enseignants ont proposé une ou plusieurs tâches pour mettre en jeu des raisons d'être des expressions et des propriétés de calcul algébrique, peu explicitées dans la suite de la séquence. En effet, selon Sackur et *al* (1997, p. 64), « *les professeurs expliquent les calculs algébriques, mais ces calculs deviennent vite répétitifs et les élèves finissent par appliquer simplement en conformité des règles syntaxiques, ignorant la dénotation et la dimension compréhension, et perdant même la dimension performance, c'est-à-dire le but des transformations de l'écriture algébrique pour résoudre un problème mathématique posé.* »

Enfin, nous avons montré que la plupart des tâches qui mettent en jeu la génération des expressions algébriques, mettent en jeu le passage de l'aspect procédural des expressions au structural. Cela signifie que la majorité des élèves sont à la première étape d'algébrisation d'après Ruiz-Munzón (2012).

[136] Soit l'équivalent des élèves de l'EB3 (CE2) à l'EB5 (CM2).

b) La réussite aux items de l'équivalence des expressions algébriques

Les moyennes de réussite aux items qui mettent en jeu l'*équivalence des expressions algébriques* se répartissent en deux catégories. Dans les classes de trois des cinq enseignants, dont les deux enseignants d'EB8, les moyennes sont élevées (autour de 65%) tandis que dans les deux autres, elles sont inférieures à la moyenne (autour de 45%). En effet, nous avons montré dans la section précédente que les enseignants explicitent peu les genres de tâches relatifs à cette praxéologie locale, à cause de leur absence des programmes et des recommandations officielles. Cependant, les enseignants insistent implicitement sur l'identification de la structure d'une expression algébrique et sur l'équivalence de deux expressions, ce qui peut conduire aux réussites des élèves obtenues aux items correspondants du test.

c) La réussite aux items relatifs à l'algèbre des polynômes

Dans les classes des trois enseignants, les moyennes de réussite aux items qui mettent en jeu les techniques de calcul algébrique sont élevées, tandis que dans les classes des deux autres enseignants, la réussite est moyenne. Bien que l'enseignement des genres de tâches constitutifs de l'algèbre des polynômes occupe la plus grande partie des séquences observées, les élèves ne maîtrisent pas complètement les techniques de calcul algébrique. En effet, en nous ramenant à la section 2.1, le calcul algébrique nécessite un travail entre le « sens » et la « dénotation » (au sens de Frege, 1971 et de Drouhard, 1992). Le sens guide le choix des transformations des expressions afin d'obtenir deux expressions équivalentes, c'est-à-dire qui ont des sens différents mais une même dénotation. La référence aux propriétés du calcul algébrique permet d'assurer le contrôle de cette transformation. Cependant, selon Kieran (2007), les élèves ont des difficultés à identifier les propriétés utilisées, ce qui freinent la pratique d'un contrôle théorique adapté.

En conclusion, après avoir observé chez les enseignants peu de mobilisation de l'outil algébrique et d'articulation entre les dimensions *outil* et *objet* dans leur enseignement, relevées aussi par Lenfant-Corblin (2002) et une restriction des problèmes où l'algèbre est exploitée dans sa dimension *outil* à des tâches de traduction entre le registre des grandeurs et des mesures et celui des écritures algébriques, nous constatons que les apprentissages algébriques des élèves, traduits par leur réussite aux items du test, sont liés aux pratiques observées. Les élèves qui réussissent le mieux les tâches relatives à la *génération des expressions* sont ceux qui ont réalisé davantage des tâches qui mettent en jeu l'outil algébrique. La capacité des élèves à réussir les tâches relatives à l'*équivalence des expressions algébriques* ne semble pas dépendre des tâches effectuées en classe, mais de la manière avec laquelle les enseignants favorisent l'identification de la structure d'une expression et la preuve de l'équivalence de deux expressions algébriques en effectuant du calcul algébrique.

Ainsi, nous pouvons partiellement affirmer l'hypothèse générale suivante :

> L'enseignement des tâches qui mobilisent l'outil algébrique et qui favorise la *génération des expressions algébriques* est nécessaire pour garantir leur apprentissage. Cet apprentissage se manifeste par la réussite des élèves aux tâches qui mettent en jeu l'aspect outil de l'algèbre.

Un retour à cette hypothèse générale sera fait après avoir discuté et comparé les réussites des élèves au post-test.

Par ailleurs, les résultats des élèves obtenus suite à l'enseignement expérimental permettent de compléter l'affirmation de cette hypothèse. Le dispositif expérimental se compose à la fois, des tâches qui mobilisent l'outil algébrique et d'autres qui visent l'acquisition des techniques de calcul algébrique. Or, la réussite des élèves du groupe expérimental n'est pas totale. Cela peut se justifier par le fait que l'apprentissage est un processus long et complexe. D'un autre côté, la réussite des élèves ne semble pas dépendre seulement du contenu algébrique enseigné, mais aussi du déroulement, des interactions et des échanges et notamment des régulations didactiques qui ont eu lieu. Nous éclairons encore une variabilité de pratiques évoquée précédemment.

Dans la section suivante, nous discutons les effets de l'enseignement expérimental sur les apprentissages des élèves à partir de la comparaison des réussites des élèves entre les deux tests, et nous concluons en mettant en relation les variabilités des pratiques et les évolutions des acquis des élèves.

8.3 La comparaison des apprentissages des élèves suite à l'enseignement expérimental

En agissant sur la composante cognitive des pratiques des cinq enseignants de l'étude en leur proposant le dispositif expérimental à mettre en place auprès d'un groupe expérimental d'élèves, nous aboutissons à un résultat important, une évolution dans les résultats et dans les performances et donc un progrès dans les apprentissages des élèves. Ce progrès est d'autant plus remarquable en classes expérimentales qu'en classes témoin.

Les moyennes de réussite à l'ensemble du test ont davantage augmenté entre le pré-test et le post-test en classes expérimentales qu'en classes témoin ainsi que celles relatives aux items mettant en jeu les praxéologies mathématiques locales. Cela montre le poids que peut avoir la composante cognitive sur les apprentissages, notamment, l'influence du dispositif expérimental sur les apprentissages des élèves. Pour un seul enseignant, les élèves progressent peu aux items relatifs à la *génération des expressions*. Il s'agit de l'enseignant qui intègre l'explication du cours à la résolution d'exercices et procède peu à la généralisation des propriétés de calcul algébrique à utiliser. Or, selon Lee (1996), le rôle de la généralisation est extrêmement efficace dans l'introduction de l'algèbre. Les quatre autres enseignants font progresser davantage leurs élèves à ces items.

Ainsi, globalement, les enseignants en classes expérimentales font davantage progresser leurs élèves qu'en classes témoin. Toutefois, les classes expérimentales des cinq enseignants ne progressent pas de façon identique. Selon nous, cette variabilité dépend de quelques aspects de la composante médiative, notamment des régulations didactiques et du travail autonome des élèves, dégagés durant les séquences observées. En effet, en EB8 (4^{e}), seulement les résultats des élèves des classes expérimentales ont évolué ainsi que les moyennes de réussite aux items relatifs aux praxéologies mathématiques locales, en particulier, à la *génération des expressions*, contrairement à celles des classes témoin. Les régulations didactiques relevées des séquences montrent que, dans les retours que les enseignants d'EB8 font suite à une information reçue de l'élève, ils ne se limitent pas à la correction du résultat, mais explicitent souvent la procédure mise en jeu et la justifient. Cela ne s'observe pas chez les enseignants d'EB7 (5^{e}), qui valorisent les retours sur le résultat et beaucoup moins sur la procédure utilisée et l'état de connaissance qui la justifie. Ces différences de composantes médiatives peuvent dépendre de la composante institutionnelle des pratiques liée au niveau de classe et aux programmes qui valorisent davantage le calcul algébrique en EB7 au dépend de la mobilisation de l'outil algébrique. Elles peuvent dépendre aussi de la composante personnelle des pratiques en considérant qu'un élève d'EB8 peut davantage résoudre des problèmes où l'algèbre est un outil adapté qu'un élève d'EB7. Ce constat ne peut pas être affirmé dans notre étude, il peut faire l'objet d'une étude ultérieure.

En ce qui concerne le travail autonome des élèves, il semble que l'enseignant qui fait le moins progresser ses élèves est celui qui dévalorise le travail autonome dans sa classe. Cela semble montrer que le travail autonome est bénéfique pour les élèves, et rejoint ainsi Vandebrouck (2008, p. 197) qui considère que *l'activité autonome de l'élève doit être au centre des préoccupations pour les apprentissages*.

L'explicitation de quelques éléments représentatifs des effets de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves nous conduit à affirmer partiellement l'hypothèse générale suivante :

> Les différences inter-classe des apprentissages des élèves sont liées à la fois aux composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants. Ils dépendent du scénario conçu et du déroulement de la séquence.

Les évolutions des acquis algébriques des élèves peuvent être davantage mises en relation avec les variabilités de la composante cognitive des pratiques des enseignants qu'avec celles de la composante médiative. En effet, les progrès obtenus en classes expérimentales, dans lesquelles la composante cognitive des pratiques est influencée par le dispositif expérimental proposé, sont plus remarquables qu'en classes témoin.

8.4 Les apports de la recherche

À partir des résultats de cette étude, nous signalons une recommandation et quatre apports.

D'abord, la recommandation peut être faite pour améliorer les programmes scolaires libanais d'enseignement des classes d'EB7 et d'EB8 afin de lever les implicites concernant surtout la place de la résolution de problèmes et de la signification des savoirs mathématiques, et de les accompagner par des documents ressources pour outiller les enseignants par des situations qui donnent du sens aux savoirs mathématiques.

Sachant que les pratiques d'un enseignant influence les apprentissages de ces élèves, cette étude a permis d'aboutir à l'identification d'éléments qui, dans les composantes médiative et cognitive des pratiques, influent les apprentissages algébriques des élèves.

Elle a aussi présenté certaines régularités et variabilités des composantes médiative et cognitive des enseignants, lors de l'enseignement de l'algèbre dans deux écoles francophones au Liban.

Cette étude a également éclairé l'importance de l'enseignement de la dimension outil des expressions algébriques. L'acquisition des techniques de calcul algébrique, prioritaire dans les pratiques des enseignants, ne semble pas être une condition suffisante pour permettre aux élèves d'acquérir des raisons d'être des expressions algébriques et être performants dans la résolution de problèmes qui reposent sur le sens des expressions algébriques.

La recherche rend compte également des catégories des difficultés qu'ont les élèves dans leur apprentissage de l'algèbre, notamment des genres de tâches qui mettent en jeu les praxéologies locales de référence relatives aux expressions algébriques.

Ces résultats sont importants, toutefois notre travail de recherche présente des limites que nous relevons dans le paragraphe suivant.

8.5 Les limites de la recherche

Nous relevons les trois principales limites à notre recherche.

La première limite porte sur la restriction de l'analyse des pratiques des enseignants à celle des deux composantes médiative et cognitive. Bien que nous n'ayons pas interrogé les composantes personnelle, institutionnelle et sociale, nous sommes consciente que leur analyse caractérise davantage les pratiques des enseignants.

La deuxième limite concerne les conditions de passation du post-test, qui ne sont pas tout à fait analogues à celles du pré-test. Cela gêne la mesure des apprentissages des élèves sans toutefois empêcher leur comparaison.

La troisième limite est en rapport avec l'analyse de la composante médiative en enseignement expérimental. Celle-ci permettrait de comprendre davantage les pratiques des enseignants et leurs effets sur les apprentissages des élèves lorsque le dispositif expérimental leur est fourni. Cet aspect n'a pas pu se réaliser dans notre étude en raison de contraintes liées aux enseignants et à leur disponibilité.

Un travail sur le long terme, basé sur des échanges importants entre enseignants et chercheurs, pourrait être envisagé afin de lever ces obstacles méthodologiques.

8.6 Perspectives d'avenir

La richesse des résultats que nous avons obtenus au cours du travail, tout en tenant compte des limites, nous oriente vers plusieurs pistes de recherche qui apparaissent intéressantes.

La première piste concerne l'agrandissement de la population de l'étude, tant au niveau du repérage de l'apprentissage des élèves, qu'au niveau de l'analyse de l'enseignement. D'un côté, il serait intéressant d'évaluer les apprentissages des élèves sur un échantillon plus grand, et particulièrement leur capacité à mobiliser l'outil algébrique dans la résolution de problèmes. D'un autre côté, nous avons étudié dans cette recherche les pratiques de cinq enseignants de collège. Il serait utile aussi d'analyser les pratiques d'enseignement des expressions algébriques chez un nombre plus grand d'enseignants pour dégager davantage les régularités et les variabilités des pratiques.

La deuxième piste porte sur l'étude des effets de la mise en œuvre d'un dispositif d'introduction des expressions algébriques qui, comme dans notre recherche, constitue une ressource pour que les enseignants motivent l'introduction de la lettre dès les premiers enseignements de l'algèbre.

La troisième piste concerne l'élargissement du domaine de l'étude. Nous avons restreint le domaine d'étude dans cette recherche à l'algèbre élémentaire, notamment à l'introduction des expressions algébriques dans deux classes du cycle moyen ou du cycle 4. Ce domaine se caractérise par l'existence de tâches qui relèvent de l'aspect outil et par des tâches techniques. Or, il paraît intéressant d'étendre notre étude à d'autres domaines mathématiques et de repérer les effets de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves. Comme précédemment, une enquête à plus grande échelle permettrait d'enrichir et d'affiner nos résultats.

CONCLUSION

L'objectif général de la présente recherche est d'analyser les effets de l'enseignement sur l'apprentissage mathématique des élèves, et plus précisément les effets des composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants.

Rappelons brièvement les principaux choix effectués, à partir desquels nous vérifions les hypothèses générales fixées, et présentons les éléments de réponse obtenus aux questions posées et qui constituent les résultats relatifs aux objectifs de la recherche.

L'atteinte de l'objectif général nécessitait d'observer et d'interpréter l'enseignement qui a eu lieu et d'évaluer les acquisitions des élèves. Pour cela, nous avons choisi de limiter notre étude à un domaine, celui de l'algèbre élémentaire, que nous avons choisi à cause de l'importance de l'acquisition des connaissances algébriques pour la suite de l'apprentissage des mathématiques, et du nombre élevé de travaux de recherche auxquels nous pouvions nous référer. Plus précisément, nous nous sommes intéressée à l'enseignement et à l'apprentissage des expressions algébriques en EB7 (5e) et en EB8 (4e) parce que, dans ces classes, l'entrée dans l'algèbre a lieu par les expressions algébriques.

Cette recherche a été réalisée à partir d'une étude de l'enseignement dispensé par cinq enseignants de mathématiques de l'EB7 et de l'EB8 dans deux établissements scolaires francophones privés situés en banlieue de Beyrouth ainsi que des évaluations des apprentissages algébriques de leurs élèves.

Nous nous référons principalement, d'une part, à la *théorie anthropologique du didactique* développée par Chevallard (1985b, 1989) (cf. chapitre 1) de laquelle nous empruntons la notion de *praxéologie mathématique* pour analyser le contenu algébrique enseigné et appris, et d'autre part, à la *double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes* développées par Robert et Rogalski (2002) et Robert (2008) (cf. chapitre 3) pour analyser les pratiques des enseignants. Du côté de l'algèbre élémentaire, nous nous préoccupons des deux aspects *outil* et *objet* (au sens de Douady, 1986) des expressions algébriques et particulièrement de la mobilisation de l'outil algébrique pour résoudre des problèmes. Nous inscrivons ainsi notre recherche dans la lignée des travaux développés par Grugeon (1997), Pilet (2012, 2015) et Bedja (2016) sur le développement de la compétence algébrique chez les élèves de fin de scolarité obligatoire.

L'inscription de la recherche dans ces cadres théoriques oriente notre questionnement sur l'enseignement et sur l'apprentissage de l'algèbre, ainsi que les choix méthodologiques effectués. En considérant l'importance de donner aux élèves un accès aux raisons d'être des expressions algébriques (Pilet 2012, 2015) par leur aspect *outil*, nous étudions les effets de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves en distinguant deux cas. Le premier concerne l'enseignement ordinaire, tel qu'il a été conçu par l'enseignant, et le deuxième relève de l'enseignement expérimental dans lequel les deux aspects *outil* et *objet* de l'algèbre sont contrôlés grâce à la mise en place d'un dispositif expérimental conçu à cet effet.

Ainsi, nous avons cherché à vérifier l'hypothèse générale :

> L'enseignement des tâches qui mobilisent l'outil algébrique et qui favorisent la *génération des expressions algébriques* est nécessaire pour garantir leur apprentissage. Cet apprentissage se manifeste par la réussite des élèves aux tâches qui mettent en jeu l'aspect outil de l'algèbre.

Du côté méthodologique, la vérification de cette hypothèse a nécessité l'évaluation des acquisitions des élèves dans le cas de l'enseignement ordinaire où les tâches choisies ne sont pas beaucoup enseignées, et la comparaison de leurs acquisitions avant et après l'enseignement expérimental où ces tâches ont eu une assez grande importance.

À travers l'analyse des pratiques des enseignants, nous avons cherché à vérifier l'hypothèse générale suivante :

> Les pratiques d'enseignement des expressions algébriques présentent des régularités et des variabilités ; les régularités concernent surtout la composante cognitive des pratiques : le scénario conçu par chaque enseignant (choix des tâches, fréquence, contenu), et les variabilités concernent plutôt la composante médiative : les déroulements (chronologie, travail autonome des élèves) et les interventions de l'enseignant en interaction avec les élèves de sa classe.

Vérifier cette hypothèse nécessite l'observation et l'analyse des séances d'enseignement des expressions algébriques aux niveaux suivants : celui du scénario conçu par l'enseignant, et celui du déroulement qui comprend notamment les interventions qui ont eu lieu en classe. Il s'agit précisément de l'analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants (Robert, 2008), sur lesquelles nous reviendrons dans la section suivante.

Quant aux effets de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves, nous les avons étudiés en cherchant à vérifier la troisième hypothèse générale de notre recherche :

> Les différences inter-classe des apprentissages des élèves sont liées à la fois aux composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants. Ils dépendent du scénario conçu[137] et du déroulement de la séquence.

La vérification de cette hypothèse implique d'établir une relation entre les pratiques des enseignants, repérées suite à l'observation des séances d'enseignement, et les apprentissages des élèves de chacune des classes repérés à travers leurs performances aux évaluations.

Ainsi, pour vérifier les hypothèses générales et répondre aux questions posées, nous avons eu recours à plusieurs techniques :

- l'observation de l'enseignement ordinaire des expressions algébriques chez cinq enseignants présentant certaines caractéristiques communes sur lesquelles nous reviendrons par la suite ;
- la mise en place d'un dispositif expérimental dans certaines classes de ces mêmes enseignants, les élèves constituent alors un groupe désigné par groupe expérimental (l'autre groupe étant désigné par groupe témoin) ;
- la passation d'un pré-test auprès des élèves de ces enseignants, qu'ils appartiennent au groupe témoin ou au groupe expérimental. Le pré-test a eu lieu avant la mise en place du dispositif expérimental ;

[137] Par le scénario conçu, nous désignons le contenu algébrique proposé dans le dispositif expérimental, ainsi la différence de scénario est alors liée au dispositif mis en place.

- la passation d'un post-test auprès de tous les élèves ayant passé le pré-test pour évaluer les effets du dispositif sur l'apprentissage des élèves. Le post-test a eu lieu après la mise en place du dispositif expérimental.

Les résultats globaux des élèves au pré-test montrent qu'ils réussissent les tâches qui portent sur les objets et le calcul algébriques davantage que celles qui mobilisent l'outil algébrique.

Or, dans l'enseignement ordinaire qui a eu lieu, l'analyse de la praxéologie enseignée par chacun des enseignants montre que les enseignants accordent beaucoup d'importance à la mise en jeu de l'*algèbre des polynômes*. Cela s'observe d'une part, à travers le nombre élevé des tâches proposées sur ces calculs techniques par rapport à celles qui mobilisent la *génération des expressions algébriques* ; l'*équivalence des expressions algébriques* est encore moins enseignée, surtout en EB7. D'autre part, les enseignants consacrent l'essentiel du temps à la réalisation et à la correction des tâches de calcul algébrique : ils donnent souvent du temps pour effectuer individuellement ces tâches avant de discuter les réponses collectivement, tandis que la résolution et la correction des tâches qui mobilisent l'outil algébrique sont toujours à la charge de l'enseignant.

L'enseignement expérimental se caractérise par la spécificité du contenu algébrique proposé qui influence la composante cognitive des pratiques des enseignants qui l'ont mis en œuvre dans leur classe : le dispositif se compose à la fois de tâches qui mobilisent l'outil algébrique et de tâches procédurales.

La comparaison des résultats globaux des élèves entre le pré-test et le post-test montre une différence dans l'évolution des performances des élèves entre le groupe expérimental et le groupe témoin. Bien que ces évolutions de performance ne puissent pas témoigner des apprentissages des élèves parce que les conditions de passation du post-test n'étaient pas optimales, les résultats au post-test montrent un progrès par rapport à ceux du pré-test en classes expérimentales. Cela révèle que le poids du dispositif sur l'apprentissage n'est pas négligeable, et confirme notre hypothèse relative à la nécessité d'enseigner des tâches qui mobilisent l'outil algébrique et qui requièrent la génération d'expressions algébriques si l'on souhaite développer chez les élèves la capacité à utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes de modélisation, de généralisation et de preuve.

Les résultats obtenus montrent également que la composante médiative des pratiques affecte l'apprentissage des élèves, les enseignants des classes expérimentales ne font en effet pas tous progresser leurs élèves de manière identique. Toutefois, l'effet de la composante médiative sur l'apprentissage reste mineur par rapport à celui de la composante cognitive ; les progrès observés dans les résultats des élèves au pré-test et au post-test en témoignent.

La comparaison des composantes cognitive et médiative des pratiques des enseignants révèlent des régularités et des différences entre les enseignants.

Les régularités sont observées au niveau de la composante cognitive et de la composante médiative. Le contenu enseigné et sa répartition par rapport à la mise en jeu des praxéologies locales de référence est analogue chez les enseignants observés. Les choix des enseignants apparaissent influencés nettement par l'institution, les programmes et les manuels scolaires utilisés.

Quant à la composante médiative, elle présente des régularités dans les interactions entre l'enseignant et les élèves où le savoir est explicitement en jeu. Les résultats montrent que les enseignants observés développent davantage des régulations didactiques horizontales dans leur enseignement que des régulations didactiques verticales ; ils interviennent souvent au même niveau que l'information reçue de l'élève. Ainsi, ils font avancer leur cours sans avoir nécessairement recours à justifier les résultats produits ou les procédures utilisées par leurs élèves.

Les différences sont plutôt observées au niveau de la composante médiative. Le déroulement de la séquence et de la séance diffère entre les enseignants. Certains expliquent le cours en entier avant de passer aux exercices, d'autres alternent entre le cours et les exercices ou intègrent le cours dans les exercices. Les évaluations indiquent que l'enseignant qui explique le cours à partir d'exercices, sans décontextualiser et généraliser le nouveau savoir est celui dont des élèves ont obtenu le moins de réussite au pré-test.

L'organisation de la classe lors de la résolution et de la correction d'exercices varie entre le travail individuel et le travail collectif, aucun travail de groupe n'a été proposé. Les résultats montrent que l'enseignant dont les élèves progressent le moins entre le pré-test et le post-test est celui qui dévalorise le plus le travail individuel.

La correction des exercices est généralement effectuée par l'enseignant ou par des élèves guidés par leur enseignant. Ce dernier, en s'adressant souvent au groupe classe et en questionnant un élève qui s'est trompé, le guide afin qu'il corrige son erreur. Un des enseignants prend en charge systématiquement la validation des réponses, les explications des erreurs et la communication des bonnes réponses. C'est celui dont les élèves atteignent la plus faible progression entre le pré-test et le post-test.

Enfin, des différences ont aussi été observées dans les interactions entre l'enseignant et les élèves. Les résultats révèlent que certains enseignants développent davantage de régulations didactiques dans leur enseignement que les autres. Ils révèlent aussi des différences quant à la nature de ces régulations didactiques. Ainsi, les enseignants de l'EB8 interviennent davantage sur la procédure et sur la connaissance que ceux de l'EB7 dont les interventions portent essentiellement sur les résultats produits par les élèves.

Si des préconisations devraient être tirées de cette recherche, et partant des effets du dispositif sur l'apprentissage des élèves, nous recommanderions que les programmes scolaires libanais prennent davantage en compte les dimensions outil et objet de l'algèbre et l'explicitent dans les recommandations. Ainsi, les enseignants de mathématiques ne seraient plus contraints institutionnellement, et auraient davantage de possibilités d'aborder l'outil algébriques dans leurs classes. Nous pourrions aussi imaginer des formations continues qui montreraient l'intérêt de travailler avec les élèves sur leurs erreurs, pas seulement pour les signaler et les corriger, mais aussi pour travailler sur les procédures qui en sont à l'origine et sur les connaissances erronées dont elles témoignent.

En perspective, cette thèse ouvre de nouvelles pistes de recherche en didactique des mathématiques tant au niveau de l'analyse des pratiques d'enseignement des mathématiques, sans se limiter au domaine de l'algèbre élémentaire, qu'au niveau de l'analyse des régulations didactiques et de leurs effets sur l'apprentissage des élèves. Elle contribue ainsi à la mise en relation de l'enseignement et de l'apprentissage et au développement de l'apprentissage des mathématiques chez les élèves.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

Allal, L., Cardinet, J., et Perrenoud, P. (1979*). L'évaluation formative dans un enseignement différencié*. Peter Lang.

Allal, L. et Mottier Lopez, L. (*2007). Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation.* Bruxelles : De Boeck

Bednarz, N., Kieran, C., et Lee, L. (1996). *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching* (Vol. 18). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Chevallard, Y. (1985a). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La pensée sauvage.

Combier, G., Guillaume, J.-C., et Pressiat, A. (1996). *Calcul littéral : Savoirs des élèves de collège* (J. Colomb, dir.). France : INRP.

Filloy, E., Puig, L., et Rojano, T. (2008). *Educational Algebra. A theoretical and Empirical Approach* (Vol. 43). New York : Springer.

Frege, G. (1971). *Écrits logiques et philosophiques*. Paris : Éditions du Seuil. (Traduction de Claude Imbert).

Fortin, M-F. (2010). Fondements et étapes du processus de la recherche: méthodes quantitatives et qualitatives. (2e éd.). Montréal: Chenelière Education.

Hadji, C. (1989). *L'évaluation, règles du jeu. Des intentions aux outils*. ESF, Paris.

Leontiev, A. (1975/1984). *Activité Conscience Personnalité*. Moscou : Éditions du progrès.

Leplat, J. (1997). *Regard sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique*. Paris : Presses Universitaires de France.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods.* Newbury Park, CA: Sage.

Perrenoud, P. (1998). *L'évaluation des élèves. De la fabrication de l'excellence à la régulation des apprentissages. Entre deux logiques*. Bruxelles : De Boeck.

Raynal, F., et Rieunier, A. (2010). *Pédagogie, dictionnaire des concepts clés – Apprentissage, formation, psychologie cognitive*. ESF, Paris.

Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique. Paris : L'Harmattan.

Serfati, M. (2005). *La révolution symbolique : la constitution de l'écriture symbolique mathématique* (1e éd.). Paris : Pétra.

Vandebrouck, F. (2008). *La classe de mathématique : activités des élèves et pratiques des enseignants* (1e éd.). Toulouse : Octares.

Vygotski L. (1934/1997) *Pensée et langage*. Paris : La Dispute.

Chapitres d'ouvrages collectifs

Artigue, M., Lenfant, A., et Roditi, E. (2003). La confrontation de cadres théoriques dans l'analyse didactique de vidéos réalisées dans des classes. Dans J. Colomb, J. Douaire, et R. Noirfalise (dir.), *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes* (p. 103-137). Paris : I.N.R.P.

Allal, L. et Mottier Lopez, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française ». Dans OCDE (dir.). *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires*. Paris : OCDE. 265–290.

Allal, L. (1979). Stratégies d'évaluation formative : conceptions psychopédagogiques et modalités d'application. Dans L. Allal, J. Cardinet et P. Perrenoud (dir.), *L'évaluation formative dans un enseignement différencié* (6e éd., p. 153-183). Berne : Peter Lang.

Allal, L. (1988). Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. Dans M. Huberman (dir.), *Assurer la réussite des apprentissages scolaires ? Les propositions de la pédagogie de maîtrise* (p. 86-126). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Allal, L. (2007). Introduction. Régulations des apprentissages : orientations conceptuelles pour la recherche et la pratiques en éducation. Dans *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 7-23). Bruxelles : De Boeck.

Bosch, M., et Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans A. Mercier et C. Margolinas (dir), *Balises pour la didactique des mathématiques* (p. 197-122). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Crahay, M (2007). Feedback de l'enseignant et apprentissage des élèves : revue critique de la littérature de recherche. Dans L. Allal et L Motier Lopez (dir.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 45-70). Bruxelles : De Boeck.

Chappet-Paries, M., Robert, A., Rogalski, J. (2008). Que font des élèves de troisième et de quatrième avec un même enseignant dans une séance de géométrie ? Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 87-126). Toulouse : Octares.

Kaput, J. (1989). Notations and representations as mediators of constructive processes. Dans Glaserfield, E. Von (dir.) *Radical Constructivism in Mathematics Education*, (p. 53 – 74), Kluwer Academic Publishers.

Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. Dans D. Grouws (dir.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 390-415). New York, NY, England : Macmillan Publishing Co, Inc.

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. Dans C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, L. C., et A. Pérez (dir.), *Eighth International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (p. 271-290). Seville, Spain : S.A.E.M. Thales.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. A Broadening of Sources of Meaning. Dans A. Gutiérrez, et P. Boero, (dir.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education : Past, Present and Future*, p. 11 – 49, Sense Publishers.

Kieran, C. (2007). Learning and Teaching Algebra At the Middle School Through College Levels. Building Meaning for Symbols and Their Manipulation. Dans J. Lester F. K. (dir.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (Vol. 2, p. 707-762). Charlotte, NC : I.A.P.

Küchemann, D. (1981). Algebra. Dans K. M. Hart (dir.), *Children's understanding of mathematics* (p. 102-119). London : John.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. Dans *Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching*, p. 87 – 106, Kluwer Academic Publishers.

Robert, A. (2008). Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 31-68). Toulouse : Octares.

Robert, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 46-57). Toulouse : Octares.

Roditi, E. (2008). Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques, activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 73-94*).* Toulouse : Octares.

Roditi, E. (2012). Un point de vue didactique sur les questions d'évaluation en éducation. Dans M. Lattuati, J. Penninckx et A. Robert (dir.). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques* (p. 275-289). Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Roditi, E. (2013). Le métier d'enseignant et la recherche collaborative. Dans N. Bednarz (dir.). *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement* (p. 351-364). Paris : L'Harmattan.

Robert, A. (2008). Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignant*s (p. 31-68). Toulouse : Octares.

Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 23-30). Toulouse : Octares.

Vergnaud, G. (1989). L'obstacle des nombres négatifs et l'introduction à l'algèbre. Dans N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Construction des savoirs : Obstacles et conflits. Colloque international, obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif* (p. 76-83). Ottawa : CIRADE, Agence d'Arc.

Wheeler, D. (1996). Backwards and forwards : reflections on different approaches to algebra. Dans *Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching*, (p. 317 – 325). Kluwer Academic Publishers.

Articles

Abou Raad, N., et Mercier, A. (2009). Étude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29 (2), 155-188.

Artigue, M. (2005). L'intelligence du calcul, *Actes de l'Université d'été de Saint-Flour*.

Artigue, M. (2009). Rapports et articulations entre cadres théoriques : le cas de la théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29 (3), 305-334.

Artigue, M. et Douady, R. (1986). Note de synthèse : La didactique des mathématiques en France - Emergence d'un champ scientifique. **Revue française de pédagogie**, 76, p. 69-88.

Assude, T., Coppé, S., Pressiat, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège : automatisation et réduction. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors-série*, 41-62.

Audibert, S. (1980). En d'autres mots l'évaluation des apprentissages ! *Mesure et évaluation en éducation, 3*, 59-64.

Black, P. et Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1).

Bloom, B.S. (1968). Learning for Mastery. *Evaluation Comment*, *1*(2), 1-12.

Booth, L. (1984). Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire. *Petit x*, 5, 5-17.

Bosch, M. (2012). Doing research within the anthropological theory of the didactic : the case of school algebra. Dans *Proceedings du 12ème International Congress on Mathematical Education, du 8 au 15 juillet 2012,* COEX, Séoul, Korea.

Bosch, M., et Gascón, J. (2003). Les praxéologies didactiques. Cours 2 - Théories et Empiries. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, et R. Floris (dir.), *Actes de la 11e École d'été de didactique des mathématiques. Corps (Isère). Du 21 au 30 août 2001* (p. 23-40). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bosch, M., et Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques,* 19 (1), 77-124.

Bressoux, P. (1994). Les recherches sur les effets-écoles et les effets-maîtres. *Revue française de pédagogie*, 108, 91-137.
Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique de mathématiques,* 19 (3), 303-336.

Butlen, D., et Pezard, M. (1991). Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée. *Grand N*, 50, 29-58.

Castela, C. (2007). Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes. Dans A. Rouchier et I. Bloch (dir.), *Perspectives en didactique des mathématiques : cours de la 13e École d'été de didactique des mathématiques, Sainte-Livrade, Lot-et-Garonne, du 18 au 16 août 2005* (p. 89-114). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissages ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques,* 28(2), 135-182.

Chenevotot, F., et Grugeon, B. (2009). Diagnostic cognitif en algèbre élémentaire à différents niveaux de la scolarité. Dans C. Ouvrier-Buffet et M.-J. Perrin-Glorian (dir.), *Actes du colloque DIDIREM. Approches plurielles en didactique des mathématiques - Apprendre à faire des mathématiques du primaire au supérieur : Quoi de neuf ?* (p. 141-149). Paris : Université Paris Diderot - Paris 7 - L.D.A.R.

Chappet-Paries, M., Robert, A. (2014, Avril). Sur quoi porte le discours du professeur en classe de mathématiques. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz* n°12.

Chevallard, Y. (1985b). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, 5, 51-94.

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Seconde partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x*, 19 , 43-72.

Chevallard, Y. (1990). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Troisième partie. Voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x*, 23, 1990.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12 (1), 73-111.

Chevallard, Y. (1993). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. Dans C. Margolinas (dir.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques*. (p. 190-200). Paris : IREM Université de Paris 7.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. Dans R. Noirefalise (dir.), *Actes de l'École d'été de la Rochelle, du 4 au 11 juillet 1998, La Rochelle* (p. 91-120). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19 (2), 221-265.

Chevallard, Y., et Bosch, M. (2012). L'algèbre entre effacement et réaffirmation. Aspects critiques de l'offre scolaire d'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors-série*, 19-39.

Chevallard, Y. et Conne, F. (1984). Jalons à propos de l'algèbre. *Interactions didactiques*, 3, 1 – 54, Universités de Genève et de Neuchâtel.

Coulange, L., et Grugeon, B. (2008). Pratiques enseignantes et transmission de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x*, 78, 5-23.

Coulange, L., Ben Nejma, S., Constantin, C., Lenfant-Coblin, A. (2012). Des pratiques enseignants aux apprentissages des élèves en algèbre, à l'entrée au lycée. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors-série*, 63-85.

De Ketele, J.-M. (1993). L'évaluation conjuguée en paradigmes. *Revue française de pédagogie*, *103*(1), 59-80.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7 (2), 5-32.

Douady, R. (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères – IREM*, 15, p. 37 – 61

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

Gascón, J. (1994). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'« arithmétique généralisée ». *Petit x,* 37, 43-63.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques,* 17 (2), 167-210.

Grugeon-Allys, B., Delozanne, E., Pilet, J., et Chenevotot-Quentin, F. (2011). Projet de recherche « Conception et diffusion de ressources en ligne pour gérer la diversité cognitive des élèves et favoriser leur réussite dans l'apprentissage de l'algèbre », Rapport de recherche, Projet PICRI 2009, Programme « Partenariats Institutions - Citoyens pour la Recherche et l'Innovation » du Conseil Régional d'Ile-de-France

Grugeon, B., Pilet, J., Chenevotot, F., et Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique de mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors-série*, 63-85.

Hache, C et Robert, A. (1997). Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ? *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3), 103-150.

Haspekian, M., Roditi, E. (2017) Analyzing verbal interactions in mathematics classroom: connecting two different research fields via a methodological tool. Dans *proceedings of the Tenth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME10*. Dublin, Irlande, 1 au 6 février 2017. <halshs-01465567>

Horoks, J., Kiwan, M., Pilet, J., Roditi, E., et Haspekian, M. (à paraître). Régulation des apprentissages et évaluation formative : quels regards didactiques ? Dans S. Coppé et E. Roditi (dir.), *Actes de la XIXème Ecole d'été de didactique des mathématiques de l'ARDM,* Paris (20p.)

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational studies in Mathematics*, 12, p. 317 – 326.

Kieran, C. (1989). A perspective on algebraic thinking. *Actes de la 13ème conférence internationale, "Psychology of mathematics education"*, 2, p.163 – 171.

Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-years-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 187-228.

Lemoyne, G., Conne, F., et Brun, J. (1993). Du traitement des formes à celui des contenus d'écritures littérales : une perspective d'enseignement introductif de l'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13 (3), 333-384.

Nicaud, J.-F. (1994). Modélisation en EIAO, les modèles d'APLUSIX. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14 (1.2), 67-112.

Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol.35, n°3.

Radford, L. (2004). Syntax and Meaning. Dans M. Johnsen Hoines et A. Berit Fuglestad (dir.), *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. (PME28)* (Vol. 1). Bergen University College.

Robert, A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.

Robert A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1.2, 57-80.

Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche et formation*, n°50, 75-89.

Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(3), 271-311.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2, 4, 505-528.

Robert, A. et Rogalski, J. (2005). A Cross-Analysis of the Mathematics Teacher's Activity. An Example in a French 10th-Grade Class, *Educational Studies in Mathematics, 59*(1-3), 269-298.

Roditi, E. (2013). Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques*, *15*, 39-60.

Roditi, E., et Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. *Éducation et formations*, *86-87*, 236-267.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.

Ruiz-Munzón, N., Matheron, Y., Bosch, M., et Gascón, J. (2012). Autour de l'algèbre : les entiers relatifs et la modélisation algébrico-fonctionnelle. *Recherches en didactique des mathématiques, hors série, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, Hors-série*.

Sackur, C., Drouhard, J.-P., Maurel, M., Pecal, M. (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire ? *Repères – IREM*, 28, p. 37 – 67.

Salles, F. (2017). Nouvelles analyses de l'étude TIMSS Advanced 2015 en mathématiques : une application du modèle d'analyse des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (NMFC). Education et formations, 94, 41-56.

Scriven, M. (1967). The Methodology of Evaluation. *AERA Monograph Series on Evaluation*, *1*, 39-83.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22 , 1-36.

Sfard, A., et Linchevski, L. (1994). The Gains and the Pitfalls of Reification – The Case of Algebra. *Educational Studies in Mathematic*s, 26 , 191-228.

Schielmann, A., Carraher, D. et Brizuela, B. (2012). Young students learning formal algebraic notation and solving linear equations: are commonly experienced difficulties avoidable? *Educational Studies in Mathematics*, 81, 139-159.

Schmidt, S. (1996). *La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre*. Récupéré le 29 Octobre 2015 de http://id.erudit.org/iderudit/031881ar

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. Dans *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, p. 189 – 199.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10.2 (3), 133-170.

Vergnaud, G., Cortes, A., et Favre-Artigue, P. (1987). Introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles. Problèmes épistémologiques et didactiques. Dans *Actes du colloque de Sèvres : Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* (p. 259-288). La Pensée Sauvage.

Divers

Bardini, C. (2003). *Le rapport au symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 Denis-Diderot, Paris.

Bedja, S. (2016). Evolution des pratiques d'enseignement différencié en algèbre élémentaire en fin de collège dans le cadre d'un travail collaboratif entre enseignants et chercheurs. Thèse de doctorat, Université Paris 7 Denis-Diderot, Paris.

Ben Nejma, S. (2009). *D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes : une étude de cas : l'enseignement de l'algèbre dans le contexte scolaire tunisien*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 Denis-Diderot, Paris.

Chesnais A. (2009) *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Coulange, L. (2000). *Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.

Drouhard, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 Denis-Diderot, Paris.

El-Mouhayar, R. (2007). *Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques au niveau de l'école moyenne (11-15) dans le cas de l'algèbre en France et au Liban*. Thèse de doctorat, Université Lumière Lyon 2 et Université Libanaise.

Grugeon, B. (1995). *Études des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire à la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

Grugeon, B. (2009). *Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques ; vers une modélisation.* Note de synthèse pour une habilitation à diriger des recherches, Université Paris-Diderot, Paris 7, Paris.

Groupe « Activités spécifiques pour les élèves en très grande difficulté » (1999). « Aides pour les élèves en difficulté ». IREM, Rennes.

Jean, S. (2000). *PEPITE : un système d'assistance au diagnostic de compétence.* Thèse de doctorat, Université du Maine.

Lenfant, A (2002). *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*. Thèse de doctorat , université Paris 7.

Pilet, J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot Paris 7, Paris.

Prévit, D. (2008). *Génération d'exercices et analyse multicritère automatique de réponses ouvertes : PépiGen, un système auteur en algèbre élémentaire*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans.

Roditi, E. (2001). L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires. Thèse de doctorat, Université Paris Descartes.

Roditi, E. (2011). *Recherches sur les pratiques enseignantes en mathématiques : apports d'une intégration de diverses approches et perspectives*. Note de synthèse présentée pour l'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Descartes.

ANNEXES

ANNEXE A – Les tests

A.1 Le test de l'EB7

Exercice 1 :

Factorise : $\boldsymbol{a^2 + 3a}$	
Réduis : $\boldsymbol{5a + 2a + 1 + a + 5}$	
Développe : $\boldsymbol{a(2 - a)}$	

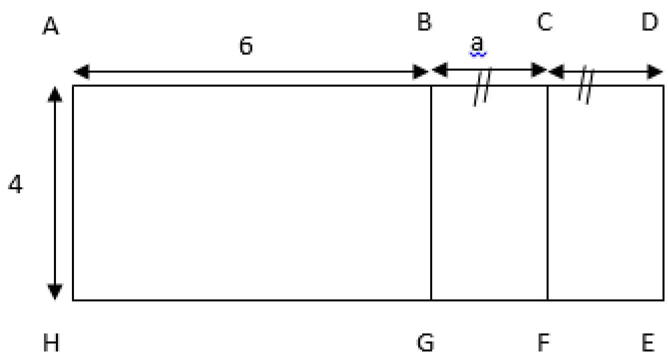
Exercice 2 :

1. On donne $A = 7 \times x - 2$ Calcule A pour $x = 0{,}5$.

2. On donne $B = 4x^2 - 3(x - 1)$ Calcule B pour $x = -1$.

Exercice 3 :
Écris une égalité qui traduit cette phrase :
« Un nombre augmenté de 16 est égal à son double diminué de 8 »

Exercice 4 :



En te référant au schéma ci-dessus, relie chaque expression algébrique à la valeur qu'elle représente (longueur de … OU périmètre de … OU aire de …)

Rappel : *Le périmètre d'une figure mesure le pourtour de cette figure.*
L'aire d'une figure mesure la surface de cette figure.

	Longueur de [AC]
	Longueur de [AD]
$6 + a$	Périmètre de BCFG
$(4 + a) \times 2$	Périmètre de ACFH
$(6 + 2a) \times 4$	Périmètre de ADEH
$4 \times a$	Aire de BCFG
	Aire de ACFH
	Aire de ADEH

Exercice 5 : Pour toutes les valeurs de *a*, les égalités ci-dessous sont-elles vraies ? Justifie ta réponse.

Égalité	Vrai/Faux	Justification
$3 + a = 3a$	☐ Vrai ☐ Faux	

$7a - a = 6a$	☐ Vrai ☐ Faux	
$3 + 5a = 8a$	☐ Vrai ☐ Faux	

Exercice 6 :
Un élève dit à un camarade : « Prends un nombre, ajoute 6 à ce nombre, multiplie le résultat par 3 et enfin, soustrais le triple du nombre de départ. »
Cet élève affirme qu'on trouve toujours le même résultat.
Son affirmation est-elle vraie pour n'importe quel nombre ? Prouve-le.

Réponse

Exercice 7:
Dans une cour de récréation, il y a trois fois plus de roues que de tricycles.
On note *R* le nombre de roues et *T* le nombre de tricycles.
Écris une égalité qui traduit cette phrase en utilisant les variables *R* et *T*.

Égalité comportant les variables *R* et *T*

Exercice 8 : Parmi les réponses proposées, coche dans chaque cas celle qui est correcte. Note, si besoin, les calculs réalisés :

1. L'expression $(3a - 1) - (a - 2) + (3 - a + b)$ est égale à :

		Calculs
☐	$4ab$	
☐	$a + b + 4$	
☐	$a + b$	

2. L'expression $12x^2y - 6xy^2 + 3xy$ a pour forme factorisée :

		Calculs
☐	$3xy(4x - 2y)$	
☐	$3x^2y(4 - 2y^2)$	
☐	$3xy(4x - 2y + 1)$	

Exercice 9 : Calcule 65×21 sans poser la multiplication. Écris tes calculs.

Exercice 10 : Développe puis réduis les expressions suivantes :

$4(a + 3) - 5(2 - a) =$	$(a + 3)(2a - 5) =$

Exercice 11 :

Des enfants sont réunis pour un anniversaire et organisent deux groupes pour jouer : celui des filles et celui des garçons. Il y a *x* filles et *y* garçons.
Si deux filles décidaient de rejoindre le groupe de garçons, les deux groupes ainsi constitués auraient le même nombre d'enfants. Coche l'égalité qui traduit cette phrase :

$x = y$	☐
$x - 2 = y$	☐
$x + 2 = y$	☐

$x - 2 = y + 2$	☐
$x + 2 = y - 2$	☐

A.2 Analyse du test de l'EB7

Ex	Item	Type(s) de tâches	Solution(s) correcte(s)
1	1.a	$T_{FA/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans tous les termes.	$a(a+3)$
	1.b	$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	$8a+6$
	1.c	$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	$2a-a^2$
2	2.a	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	A = 1,5
	2.b	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	B = 10
3	3.a	$T_{T-Prog\to Exp}$ Traduire un programme de calcul par une expression algébrique.	Soit *x* ce nombre $x+16=2x-8$
4	4.a	$T_{T-Exp\to Longueur}$ Traduire une expression algébrique comme la longueur d'un segment.	$6+a$ correspond à la longueur de [AC]
	4.b	$T_{T-Exp\to Perimetre}$ Traduire une expression algébrique comme la longueur d'un segment.	$(4+a)\times 2$ correspond au périmètre de BCFG
	4.c	$T_{T-Exp\to Aire}$ Traduire une expression algébrique comme l'aire d'une figure.	$(6+2a)\times 4$ correspond à l'aire de ADEH
	4.d	$T_{T-Exp\to Aire}$ Traduire une expression algébrique comme l'aire d'une figure.	$4\times a$ correspond à l'aire du rectangle BCFG
5	5.a	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$3+a=3a$ Faux[138]

[138] Justifications attendues :

- Proposer un contre-exemple numérique en donnant à a une valeur numérique et en vérifiant que les résultats obtenus sont différents.
- Énoncer une propriété en langage naturel.
- $3a = 3\times a$ et $3\times a \neq 3+a$

	5.b	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$7a - a = 6a$ Vrai[139]
	5.c	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$3 + 5a = 8a$ Faux[140]
6	**6.a**	$T_{P-Exp-Resultat-PC}$ Prouver le résultat d'un programme de calcul. $T_{T-Prog \to Exp}$ Traduire un programme de calcul par une expression algébrique. $T_{Structure-som}$ Identifier une somme algébrique de termes. $T_{Structure-produit}$ Identifier un produit de facteurs. $T_{DDS-entier \times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$. $T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	Preuve algébrique : Supposer que le nombre peut être exprimé en x. Écrire une expression algébrique en x : $(x+6) \times 3 - 3x$ Développer et réduire l'expression obtenue, pour obtenir le résultat égal à 18. Réaliser que le résultat obtenu est indépendant de x.
7	**7.a**	$T_{T-Relation \to Formule}$ Traduire une relation entre deux grandeurs ou deux quantités par une formule.	$R = 3T$ ou $3T = R$ ou $\frac{R}{T} = 3$
8	**8.a**	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x. $T_{DDS-entier \times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$. $T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	$a + b + 4$

[139] Justifications attendues :
- $a = 1 \times a$ et $7a - a = 7 \times a - 1 \times a = 6 \times a = 6a$
- Énoncer une propriété en langage naturel.

[140] Justifications attendues :
- Proposer un contre-exemple numérique en donnant à a une valeur numérique (différente de 1) et en vérifiant que les résultats obtenus sont différents.
- Énoncer une propriété en langage naturel.

	8.b	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.	$3xy(4x-2y+1)$
		$T_{FA^*/mon}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est un monôme, apparent dans un des termes.	
9	**9.a**	$T_{CDS-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant la distributivité simple.	65 × 21 = (60+5)(20+1) = 60×20 + 60×1 + 5×20 + 5×1
10	**10.a**	$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k \in IR$.	$9a+2$
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
	10.b	$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	$2a^2+a-15$
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
11	**11.a**	$T_{T-Exp\to LgNat}$ Traduire une expression donnée en langage naturel par une expression algébrique.	$x-2=y+2$

A.3 Le test de l'EB8

Exercice 1 : Parmi les réponses proposées, coche dans chaque cas celle qui est correcte. Note, si besoin, les calculs réalisés :

1. Le développement de $(2x - y)^2$ est :

☐	$2x^2 - 4xy + y^2$	Calculs
☐	$4x^2 - y^2$	
☐	$4x^2 - 4xy + y^2$	
☐	$2x^2 - 4xy - y^2$	
☐	$4x^2 - 2xy + y^2$	

2. L'expression $(x + 2)^2 - 5(x + 2)$ a pour forme factorisée :

☐	$(x + 2)(-3)$	Calculs
☐	$(x + 2)(-5x + 10)$	
☐	$(x + 2)(x - 3)$	
☐	$(x + 2) + (x - 3)$	
☐	$x^2 - x - 6$	

3. L'expression $-2x^2 + 4x + 6$ est égale à :

☐	$-2(x - 3)(x - 1)$	Calculs
☐	$-2(x - 1)^2 + 8$	
☐	$2(x - 3) + 2x(x - 3)$	

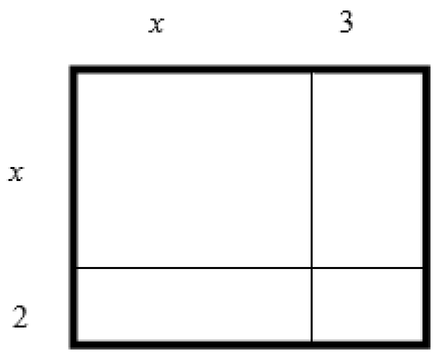
4. L'expression $(2x-1)(2x+1)\;-\;3(x\;+1)^2$ a pour forme développée :

		Calculs
☐	x^2+6x+2	
☐	$-x^2-4$	
☐	$x^2\;-6x-4$	

Exercice 2 :
Dans une cave, il y a huit fois plus de pattes que d'araignées. On note *P* le nombre de pattes et *A* le nombre d'araignées. Écris une égalité qui traduit cette phrase en utilisant les variables *A* et *P*.

Égalité comportant les variables *A* et *P*

Exercice 3 :



Calcule l'aire du grand rectangle (en gras)

Coche toutes les expressions qui donnent aussi l'aire du grand rectangle (en gras)	
☐ $x^2 + 5x + 6$	☐ $x + 2 \times x + 3$
☐ $5x^2$	☐ $x(x+2) + 3(x+2)$
☐ $(x+2)(x+3)$	☐ $6x^2$
☐ $x^2 + 2x + 3x + 6$	☐ $2(2x+5)$
☐ $x + 2(x+3)$	

Exercice 4 :
Un élève dit à un camarade :
« Prends un nombre, ajoute 4 à ce nombre, multiplie le résultat par 3, soustrais le triple du nombre de départ et enfin, divise le résultat par 2. »
Cet élève affirme qu'on trouve toujours le même résultat.
Son affirmation est-elle vraie pour n'importe quel nombre ? Prouve-le.

Réponse

Exercice 5 : Les égalités ci-dessous, sont-elles vraies pour n'importe quelle valeur de *a* ? Justifie tes réponses.

Égalité	Vrai/Faux	Justification
$a^2 = a + a$	☐ Vrai ☐ Faux	

$a^3 a^2 = a^6$	☐ Vrai ☐ Faux	
$4a^3 + 3a^2 = 7a^5$	☐ Vrai ☐ Faux	
$3 + 5a = 8a$	☐ Vrai ☐ Faux	

Exercice 6 : Calcule A = $3x^2 + 2(x-1)(x+2)$ pour :

$x = 2$	
$x = -1$	

Exercice 7 : Calcule 97^2 sans poser la multiplication. Ecris tes calculs.

Exercice 8 :
Les expressions suivantes :
$(4x+1)(5x-2)+5$ et $1+2(x+1)+5x(4x-1)$
sont-elles égales pour toutes les valeurs de x ? Justifie.

A.4 Analyse du test de l'EB8

Ex	Item	Type(s) de tâches	Solution(s) correcte(s)
1	1.a	$T_{DIR-car}$ Développer un carré.	$4x^2 - 4xy + y^2$
		$T_{Structure-carre}$ Identifier un carré.	
		$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.	
	1.b	$T_{FA/som}$ Factoriser une somme algébrique dans laquelle le facteur commun est une somme, apparent dans tous les termes.	$(x+2)(x-3)$
		$T_{Structure-carre}$ Identifier un carré.	
		$T_{Structure-somme}$ Identifier une somme.	
	1.c	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.	$-2\,(x - 1)^2 \;+\; 8$
		$T_{DIR-car}$ Développer un carré.	
		$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	
		$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.	
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
	1.d	$T_{DIR-som\times diff}$ Développer un produit de deux facteurs du type $(a+b)(a-b)$.	$(2x-1)(2x+1) - 3(x+1)^2$
		$T_{DIR-car}$ Développer un carré.	
		$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	
		$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.	
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
2	2.a	$T_{T-Relation\rightarrow Formule}$ Traduire une relation entre deux grandeurs ou deux quantités par une formule.	$P = 8A$; $P = 8 \times A$; $8A = P$; $8 \times A = P$ $\frac{P}{A} = 8$; $A = \frac{P}{8}$.
3	3.a	$T_{T-Aire\rightarrow Exp}$ Traduire l'aire d'une figure par une expression algébrique.	$(x+2)(x+3)$ ou $(x+3)(x+2)$ ou $x(x+2) + 3(x+2)$ ou
	3.b	$T_{Associer}$ Associer deux expressions égales pour tout x.	

		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	$x(x+3)+2(x+3)$ Ou $x^2+2x+3x+6$ ou x^2+5x+6 Les expressions équivalentes, à cocher, sont : $x^2 + 5x + 6$ $(x+2)(x+3)$ $x^2+2x+3x+6$ $x(x+2) + 3(x+2)$
		$T_{T-Longueur \to Exp}$ Traduire la longueur d'une figure par une expression algébrique.	
		$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	
		$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	
4	**4.a**	$T_{P-Exp-Resultat-PC}$ Prouver le résultat d'un programme de calcul.	Preuve algébrique : Supposer que le nombre peut être exprimé en *x*. Écrire une expression algébrique en x : $\frac{(x+4)\times 3-3x}{2}$ Développer et réduire l'expression obtenue, pour obtenir le résultat égal à 6. Réaliser que le résultat obtenu est indépendant de *x*.
		$T_{T-Prog\to Exp}$ Traduire un programme de calcul par une expression algébrique.	
		$T_{Structure-som}$ Identifier une somme algébrique de termes.	
		$T_{Structure-produit}$ Identifier un produit de facteurs.	
		$T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b)=ka+kb$ où $k \in IR$.	
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
5	**5.a**	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$a^2 = a + a$ Faux[141]
	5.b	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$a^3a^2 = a^6$ Faux[142]

[141] Justifications attendues :
- Proposer un contre-exemple numérique en donnant à a une valeur numérique et en vérifiant que les résultats obtenus sont différents.
- Énoncer une propriété en langage naturel.
- $a^2 = a\times a$ et $a\times a \neq a+a$

[142] Justifications attendues :
- Proposer un contre-exemple.
- Énoncer une propriété en langage naturel.
- Prouver, pour toutes les valeurs de a. Par exemple :$a^3a^2 = a\times a\times a \times a\times a = a^5$

	5.c	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$4a^3 + 3a^2 = 7a^5$ Faux[143]
	5.d	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur.	$3 + 5a = 8a$ Faux[144]
6	**6.a**	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	A = 20
	6.b	T_{C-num} Calculer la valeur d'une expression algébrique en donnant aux variables des valeurs numériques.	A = - 1
7	**7.a**	$T_{CIR-num}$ Calculer une expression numérique en utilisant des identités remarquables.	$(100 - 3)^2 =$ $100^2 - 2\times100\times3 + 3^2 =$ 9409 Ou $(100 - 3)(100 - 3) =$ $100^2 - 300 - 300 + 3^2$ $= 9409$. Ou $(90+7)^2 =$ $90^2 + 2\times90\times7 + 7^2 =$ 9409
8	**8.a**	$T_{Prouver-equiv}$ Prouver que deux expressions algébriques (ne) sont (pas) égales pour toute valeur. $T_{DDS-entier\times som}$ Développer une expression en appliquant la distributivité simple de la multiplication sur l'addition $k(a+b) = ka + kb$ où $k \in IR$.	$20x^2 - 3x + 3$

[143] Justifications attendues :
- Proposer un contre-exemple numérique en donnant à a une valeur numérique (différente de 1) et en vérifiant que les résultats obtenus sont différents.
- Énoncer une propriété en langage naturel.

[144] Justifications attendues :
- Proposer un contre-exemple numérique en donnant à a une valeur numérique (différente de 1) et en vérifiant que les résultats obtenus sont différents.
- Énoncer une propriété en langage naturel.
- Préciser que : $3a + 5a = 8a$.

		$T_{DDD-som\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la double distributivité de la multiplication sur l'addition.	
		$T_{DDS-mon\times som}$ Développer un produit de deux facteurs avec la distributivité simple de la multiplication sur l'addition.	
		$T_{FA-mon+mon}$ Factoriser une somme de monômes pour en donner la forme développée réduite.	
		$T_{R-canonique}$ Réécrire un monôme sous la forme canonique aX^n , $a \in IR, n \in IN$.	

A.5 Exemple de tableau de correction en EB7

PRE-TEST				Exercice 1			Exercice 2		Exercice 3	Exercice 4			
				1.a	1.b	1.c	2.a	2.b	3.a	4.a	4.b	4.c	4.d
				$T_{FA/mon}$	$T_{FA-mon+mon}$	$T_{DDS-mon \times som}$	T_{C-num}	T_{C-num}	$T_{T-Prog \to Exp}$	$T_{T-Exp \to Longueur}$	$T_{T-Exp \to Perimetre}$	$T_{T-Exp \to Aire}$	$T_{T-Exp \to Aire}$
37	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
39	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
40	EB7	M R	Expérimental	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
41	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
42	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
43	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	EB7	M R	Expérimental	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
45	EB7	M R	Expérimental	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
47	EB7	M R	Expérimental	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
48	EB7	M R	Expérimental	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
49	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
50	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
51	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
52	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
53	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
54	EB7	M R	Expérimental	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
55	EB7	M R	Expérimental	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
56	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
57	EB7	M R	Expérimental	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
58	EB7	M R	Expérimental	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
59	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
60	EB7	M R	Expérimental	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0
61	EB7	M R	Expérimental	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1
62	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
63	EB7	M R	Expérimental	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
64	EB7	M R	Expérimental	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
65	EB7	M R	Expérimental	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
66	EB7	M R	Expérimental	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
67	EB7	M R	Expérimental	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
68	EB7	M R	Expérimental	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
69	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
70	EB7	M R	Témoin	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
71	EB7	M R	Témoin	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
72	EB7	M R	Témoin	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
73	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
74	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
75	EB7	M R	Témoin	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
76	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
77	EB7	M R	Témoin	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
78	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
79	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
80	EB7	M R	Témoin	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
82	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
83	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
84	EB7	M R	Témoin	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
85	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
86	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
87	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
88	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
89	EB7	M R	Témoin	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
90	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
91	EB7	M R	Témoin	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
92	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
93	EB7	M R	Témoin	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
94	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
95	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
96	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
97	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0
98	EB7	M R	Témoin	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
99	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
100	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
101	EB7	M R	Témoin	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
102	EB7	M R	Témoin	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1

Tableau 1/3

	Exercice 5			Exercice 6						Exercice 7	Exercice 8				
	5.a	5.b	5.c	6.a						7.a	8.a			8.b	
	$T_{Prouver-equiv}$	$T_{Prouver-equiv}$	$T_{Prouver-equiv}$	$T_{P-Exp-Résultat-PC}$	$T_{T-Prog \to Exp}$	$T_{Structure-som}$	$T_{Structure-produit}$	$T_{DDS-entier \times som}$	$T_{FA-mon+mon}$	$T_{T-Relation \to Formule}$	$T_{Associer}$	$T_{DDS-entier \times som}$	$T_{FA-mon+mon}$	$T_{Associer}$	$T_{FA^*/mon}$
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
41	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
42	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
43	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
45	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
47	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
48	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
51	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
52	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
53	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
55	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
56	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
57	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
59	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
61	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
62	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
63	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
65	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
66	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
67	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
68	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
69	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
70	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
73	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
74	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
76	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
78	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
79	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
80	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
82	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
83	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
84	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
86	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
87	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
88	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
89	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
91	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
92	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
93	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
94	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
95	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
96	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
97	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
98	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
99	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
100	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
101	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
102	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Tableau 2/3

	Exercice 9	Exercice 10				Exercice 11				
	9.a	10.a		10.b		11.a				
	$T_{CDS-num}$	$T_{DDS-entier \times som}$	$T_{FA-mon+mon}$	$T_{DDD-som \times som}$	$T_{FA-mon+mon}$	$T_{A-Exp-LgNat}$	score	score OM1	score OM2	score OM3
37	0	0	0	1	1	1	6	2	0	4
39	0	0	0	0	0	0	5	1	1	3
40	0	0	0	0	0	0	9	5	1	3
41	1	1	0	1	0	0	11	3	2	6
42	0	1	1	1	1	1	14	1	1	12
43	0	1	1	1	1	0	6	0	2	4
44	0	1	1	1	1	0	11	1	1	9
45	0	1	1	1	0	0	13	1	2	10
47	0	1	1	1	1	0	14	2	3	9
48	1	0	0	0	0	0	7	2	2	3
49	0	0	0	0	0	1	5	2	0	3
50	1	1	1	1	1	0	19	5	1	13
51	0	1	1	0	0	0	8	2	1	5
52	1	1	1	1	1	0	17	1	3	13
53	0	1	1	1	1	1	21	5	3	13
54	0	0	0	0	0	1	8	2	2	4
55	0	0	0	0	0	1	10	3	1	6
56	1	1	1	1	1	0	16	1	1	14
57	0	0	1	1	0	1	15	3	2	10
58	0	1	1	1	1	0	11	1	1	9
59	1	1	1	1	1	1	22	5	2	15
60	0	1	0	1	0	0	9	2	1	6
61	0	0	1	1	1	0	18	5	2	11
62	0	1	1	1	1	1	17	2	1	14
63	0	0	1	0	0	1	12	5	0	7
64	1	0	0	0	1	1	14	5	0	9
65	0	1	1	1	1	1	18	3	2	13
66	0	1	1	1	1	0	14	4	0	10
67	1	1	1	1	1	0	19	3	1	15
68	1	1	1	1	1	0	20	4	3	13
69	1	0	0	0	0	1	15	2	2	11
70	1	1	1	1	1	0	15	2	2	11
71	0	1	0	1	0	1	15	5	1	9
72	0	0	0	0	0	0	8	4	1	3
73	0	1	1	1	1	1	20	5	1	14
74	0	1	1	1	0	1	10	1	2	7
75	0	0	0	0	0	1	6	3	2	1
76	1	1	1	1	1	1	14	1	0	13
77	1	1	1	1	1	1	15	2	1	12
78	1	1	1	1	1	1	23	5	2	16
79	1	1	1	1	1	1	16	2	2	12
80	0	0	0	0	0	0	6	2	1	3
82	0	1	1	1	0	0	17	4	1	12
83	0	1	1	1	0	0	17	2	2	13
84	0	0	0	0	1	0	11	2	1	8
85	0	0	0	1	0	0	7	3	0	4
86	1	1	1	0	0	0	15	3	1	11
87	0	1	1	1	0	0	14	1	0	13
88	1	1	1	1	1	1	12	2	1	9
89	1	1	1	1	1	1	11	3	0	8
90	0	1	0	0	0	0	8	3	1	4
91	0	1	1	1	1	1	20	3	4	13
92	1	1	1	1	1	0	20	4	1	15
93	0	1	1	1	0	1	13	2	1	10
94	0	1	1	0	1	1	10	1	0	9
95	0	0	0	0	0	0	7	2	0	5
96	1	1	1	1	1	0	15	1	1	13
97	1	1	1	1	1	0	16	2	1	13
98	0	1	1	1	0	1	16	3	3	10
99	0	1	1	0	1	0	16	4	2	10
100	0	1	1	1	1	1	25	6	4	15
101	1	1	1	0	0	0	14	4	1	9
102	0	1	1	1	1	0	19	4	1	14

Tableau 3/3

ANNEXE B – Les dispositifs experimentaux

B.1 Le dispositif expérimental de l'EB7

Exercice 1 :

À l'aide d'allumettes on construit la suite des figures ci-dessous :

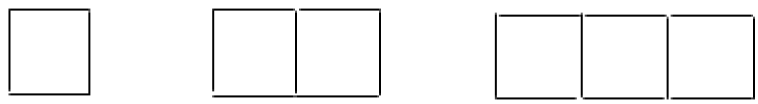


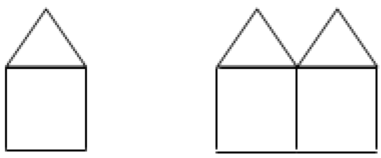
Figure 1 Figure 2 Figure 3 ....

1 – Combien d'allumettes faut-il pour :

la figure 4 ? Explique
la figure 5 ? Explique
la figure 10 ? Explique
la figure 20 ? Explique

2- Écris une expression te permettant de calculer le nombre d'allumettes pour n'importe quelle étape.

3 – Application : À l'aide d'allumettes on construit la suite des maisons ci-dessous :



.....

Écris une expression te permettant de calculer le nombre d'allumettes pour n'importe quelle étape.

Exercice 2 : Développe et réduis les expressions suivantes :

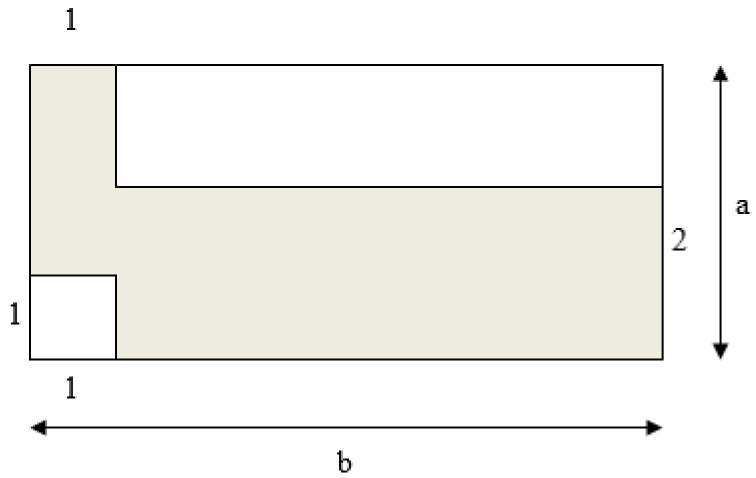
A = $4\ (2x - 3)$
B = $-5\ (3 - x)$
C = $2(a + 3) - 3(2a - 1)$

Exercice 3 : Factorise les expressions suivantes :

D = $12x - 3y$
E = $2\ (x - 1) - 5y\ (x - 1)$

Exercice 4 :

Quatre élèves Joy, Bernard, Sandra et Maria font des calculs.
Il s'agit de calculer l'aire d'une moquette dans la pièce dessinée ci-dessous.



a) Calcule l'aire de la moquette

Chaque élève essaie de trouver une formule pour faire le calcul.

Ils ont finalement obtenu les quatre formules suivantes :

1. Aire de la moquette = $a \times b - 1 \times 1 - (b - 1) \times (a - 2)$
2. Aire de la moquette = $1 \times (a - 1 - 2) + b \times 2$
3. Aire de la moquette = $a + 2b - 3$
4. Aire de la moquette = $a \times 1 + b \times 2 - 1 \times (1 + 2)$

Chacun prétend que sa formule est la meilleure.

Joy dit : « *moi je déteste les multiplications ; c'est avec ma formule qu'il y a le moins de multiplications à faire* ».

Bernard dit : « *avec ma formule, j'ai moins de soustractions que toi* ».

Sandra dit : « *ma formule correspond à la forme réduite de l'aire* ».

Maria dit : « *je trouve que ma formule est tout aussi valable que les vôtres* ».

b) Attribue à chaque élève la formule qu'il a trouvée.

Chadi exprime l'aire de la moquette par : $2ab - 3$.

c) A-t-il raison ? Pourquoi ?

Exercice 5 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (2x - 3)(x - 2)$
$B = (4 - x)(x + 3)$

Exercice 6 :

Partie A :

Voici une liste d'expressions algébriques :

$-3x - 2$ $\qquad x + 6$ $\qquad -2(x + 3)$ $\qquad \frac{x}{2} + 3$

Associe à chaque phrase l'expression algébrique qui lui correspond :

Je pense à un nombre *x*, je lui ajoute trois puis je multiplie le résultat par *(- 2)* : ………………
Je pense à un nombre *x*, je le multiplie par l'opposé de trois puis je soustrais deux au résultat : ……………..
Je pense à un nombre *x*, je le divise par deux, puis j'ajoute trois au résultat : …………………
Je pense à un nombre *x*, je lui ajoute le produit de trois par deux : …………………………….

Partie B :

Prends un nombre, ajoute 6 à ce nombre, multiplie le résultat par 3 et enfin, soustrais le triple du nombre de départ. Que constates-tu ? Est-ce vrai pour n'importe quel nombre ? Prouve-le.

B.2 Le dispositif expérimental de l'EB8

Exercice 1 :

a) Calcule : $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$ $\qquad\qquad$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$

b) Trouve d'autres exemples qui sont en rapport avec les calculs précédents

c) Peux-tu trouver la différence : $\frac{1}{212} - \frac{1}{213}$ sans faire de calculs ?

d) Trouve les nombres manquants dans $\frac{1}{7} - \frac{1}{\dots} = \frac{1}{\dots}$ et dans $\frac{1}{\dots} - \frac{1}{\dots} = \frac{1}{110}$

e) Que vois-tu de commun entre les exemples sur lesquels tu as travaillé ?
Peux-tu expliquer en utilisant l'algèbre ?

f) Calcule : $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$
Que remarques-tu ?
Peux-tu expliquer en utilisant l'algèbre ?

Exercice 2 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (2a + 5)^2$; $B = (½ - 3y)^2$; $C = (4x - 3)(4x + 3)$.

Exercice 3 :

1. Il s'agit de déterminer le nombre de carreaux grisés dans chacune des figures ci-dessous :

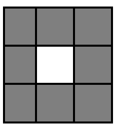


Figure 1

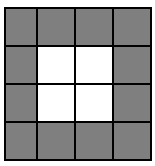


Figure 2

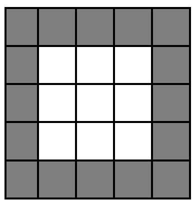


Figure 3

2. Combien de carreaux grisés y aura-t-il dans la figure 4 ? dans la figure 5 ? dans la figure 10 ? dans la figure 20 ?

3. Écris une expression te permettant de calculer le nombre d'allumettes pour n'importe quelle étape.

Exercice 4 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$D = (x - 3)(4x + 5) - (2x - 1)^2$;

$E = -2\,(3x - 1)(3x + 1) - 3(3x - 5)$

Exercice 5 :

<u>Partie A</u>

Voici une liste d'expressions algébriques :

$-3x - 2$ $\qquad$ $x + 6$ $\qquad$ $-2\,(x + 3)$ $\qquad$ $\dfrac{x}{2} + 3$

Associe à chaque phrase l'expression algébrique qui lui correspond :

Je pense à un nombre *x*, je lui ajoute trois puis je multiplie le résultat par *(- 2)* : ………………
Je pense à un nombre *x*, je le multiplie par l'opposé de trois puis je soustrais deux au résultat : ……………..
Je pense à un nombre *x*, je le divise par deux, puis j'ajoute trois au résultat : …………………
Je pense à un nombre *x*, je lui ajoute le produit de trois par deux : …………………………..

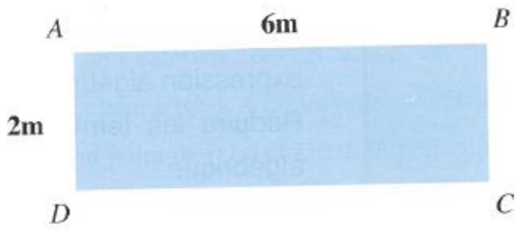
<u>Partie B</u>

Prends un nombre, ajoute 6 à ce nombre, multiplie le résultat par 3 et enfin, soustrais le triple du nombre de départ. Que constates-tu ? Est-ce vrai pour n'importe quel nombre ? Prouve-le.

Exercice 6 : Factorise les expressions suivantes :

$F = 4x^2 - 4x + 1$; $\qquad$ $G = 9y^2 - 25$; $\qquad$ $H = (2x + 3)^2 - 4.$

ANNEXE C – Les interactions observées durant la séquence d'enseignement de Mme L.

Interactions	I	A
Activité  1°) Un terrain rectangulaire $ABCD$ a pour dimensions 6 m et 2 m. Calcule l'aire de ce terrain. 2°) En désignant par L et l les dimensions de $ABCD$, exprime l'aire $\mathcal{A}$ en fonction de L et l. 3°) Que devient l'expression de $\mathcal{A}$ en prenant comme longueur $2 \times a$ et comme largeur $3 \times b$?		
P : comment on calcule l'aire d'un rectangle ?		
E : longueur × largeur		
E1 : c'est 6 m.	R	
P : 6 m ?		R
E2 : non 6 m²	R	
P : très bien. Attention, l'aire est exprimée en m².		R
P : c'est quoi une expression algébrique ?		
E : une expression algébrique est un ensemble de lettres et de chiffres séparés par un signe.	C	
P : ensemble de nombres et de lettres qui sont séparés par le signe des opérations. Tu peux me donner une expression ?		C
E : $x^2 + 3y^3 - 4$	R	
P : c'est une expression algébrique. Si je prends le premier terme, x^2, comment j'appelle x ?		R
Es : variable	R	
P : le 2 ?		R
Es : exposant de la variable	R	
P : de quoi a-t-on parlé aussi ?		R
E : termes / monômes	R	
P : monômes ? j'ai pris le monôme x^2, x est la variable, 2 est l'exposant.		R
P : Alors on a parlé de coefficient. Quel est le coefficient dans le premier monôme, x^2?		
E1 : aucun	R	
P : j'ai pris le premier monôme, x^2		R

E2 : c'est nul	R	
P : c'est zéro alors ? qui pense que c'est zéro ?		R
E : non 1	R	
P : et pourquoi tu as changé ? tu as dit 1, c'est juste. Mais pourquoi ?		P
E : car x ce n'est pas zéro, c'est 1.	P	
P : si c'était $0x$, $0x$ est égal à combien ?		R
E : à 0	R	
P : à 0, alors x c'est 1 fois x. c'est 1 fois x^2.		P
P: si je donne les termes $2x^2$ et $3x^2$, comment sont ces deux termes ?		
E : ils sont semblables	R	
P : ces deux termes sont semblables. Par quoi ils diffèrent ces deux termes?		C
E: par le coefficient	C	
P: par le coefficient		C
P: Si je vous donne $4y$ et $4y^2$, est-ce que je peux dire que ce sont deux termes semblables?		
E : Non, car dans $4y$ il n'y a pas un exposant alors que ici	R	
P : Il n'y a pas un exposant, alors l'exposant c'est zéro ?		C
E : Non, 1.	C	
P : On ne dit pas qu'il n'y a pas. y c'est y exposant 1. Faites attention. Ils ont la même variable mais ils n'ont pas le même exposant.		C
E : si on a l'expression $3^4 \times 3y^3$, on peut mettre deux exposants ?	P	
P : pourquoi pas ? 3^4 je peux calculer, c'est $3 \times 3 \times 3 \times 3$. Je fais le calcul et j'écris le nombre fois $3y^3$.		P
E: Dans cette expression, on peut mettre 3^4 et y^3 ?	P	
P: je ne peux pas mettre 3^4 parce qu'ici, il y a 3, c'est 3 exposant combien ?		R

2 Complète le tableau suivant :

monôme	variable	coefficient	exposant de la variable
$-6x^7$			
	t	$-3{,}54$	4
$5a^3$			
	z	6	2

P : on doit compléter le tableau. Dans le monôme $-6x^7$, quelle est la variable ? le coefficient et l'exposant de la variable ?		
E : variable est x, le coefficient – 6 et l'exposant est 7	R	
P : voilà, c'est vrai. Suivant		R
E : $-3{,}54t^4$	R	
P : dans $-3{,}54t^4$, -3,54 est le coefficient, t est la variable et 4 est l'exposant de la variable. Suivante		R
E : dans $5a^3$, la variable est a, le coefficient est 5 et l'exposant de la variable est 3	R	
P : très bien. Suivant		R
E : $6z^2$	R	
P : le monôme est $6z^2$		R

3 Groupe les termes semblables : $4y^6$; $2x^3$; $-4a^2b^5$ $6a^2b^5$; $2cza^2b^2$; $-1{,}5a^2b^5$ $0{,}3x^3$; $-5{,}6za^2b^2c$; $3{,}5\ a^2b^5$		
Un élève pose une question. E: Mme, dans l'exercice 3, les termes semblables à $4y^6$?	R	
P: tu vas grouper les termes semblables et sur la même ligne tu vas les écrire. Chaque deux ou trois termes semblables, tu vas les écrire sur une même ligne.		R
E: Mme je n'ai pas compris ce qu'on doit faire?	P	
P: pour $2x^3$, est-ce qu'il y a un monôme ayant pour variable x^3? Alors $2x^3$ et $0{,}5x^3$ sont deux termes semblables. Tu peux expliquer un peu c'est quoi les termes semblables ? Quand est-ce que je peux dire que ce sont deux termes semblables ?		C
E : quand ils ont les mêmes variables, même coefficient	C	
P : est-ce qu'on a le même coefficient ?		C
E : même exposant	C	
P : même exposant et même variable, ils diffèrent par quoi ?		C
E : par le coefficient	C	
P : ils diffèrent par le coefficient. Il a dit que les termes sont semblables lorsqu'ils ont même variable, même exposant mais ils diffèrent par le coefficient.		C
P: $4y^6$?		
E: Il n'a pas	R	
P: pourquoi il n'a pas? y a-t-il un autre terme qui a pour variable *y* ?		P
E: non	P	
P: pas d'autres termes qui ont pour variable *y*		P
E : on peut ajouter $3{,}5a^2b^5d$?	R	
P : non. Est-ce que je peux les mettre ? Est-ce qu'ils sont semblables ? il y a une variable en plus, il y a le *d* dans une seule. Est-ce que dans les autres termes on voit le *d* ?		R
E : non	R	
P : toutes les variables		R
P : Mario dit qu'il n'y a plus, il n'y a plus de termes semblables à ajouter à la liste. Qui dit qu'il y en a ?		
E : il y a $2cza^2b^2$	R	
P : pourquoi $2cza^2b^2$ est semblable à $-5{,}6za^2b^2c$? Il y a les mêmes variables, même s'ils sont permutés. Il s'agit de quoi quand on écrit *2a* ?		P
E : 2 fois *a*	P	
P : je n'ai pas le droit de permuter, *a* × 2 ou 2 × *a* ? On a le droit de permuter.		P

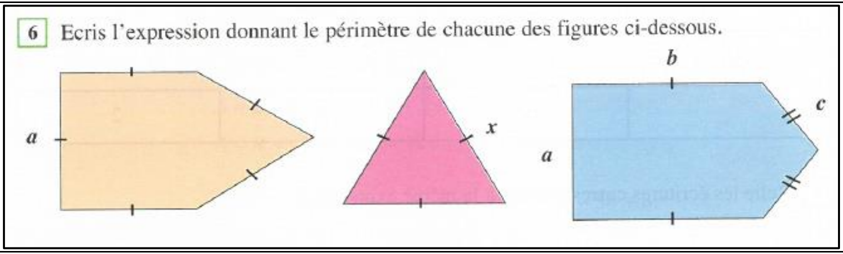
2 Relie les écritures correspondant à la même expression. 1°) $1 \times x$ • ; $0x$ • ; $-1 \times x$ • ; $\frac{1}{2}x$ • ; $x + x$ • • $0,5x$; • $2x$; • 0 ; • x ; • $-x$ 2°) $x + y$ • ; $\frac{x}{2}$ • ; $x + x$ • ; $\frac{x}{4}$ • ; $4x$ • ; $2x$ • ; $\frac{x}{3}$ • ; $3x$ • ; $-y$ • ; $\frac{1}{x}$ • • Le tiers d'un nombre • Le quadruple d'un nombre • La somme de deux nombres • Le quart d'un nombre • Le double d'un nombre • Le triple d'un nombre • La moitié d'un nombre • L'inverse d'un nombre non nul • L'opposé d'un nombre		
E : $1 \times x$ c'est x	R	
P : très bien.		R
E : $0x = 0$	R	
P : suivant		R
E : $-1 \times x$ est égal à $-x$	R	
P : c'est juste		R
E : $x + x$ c'est $2x$	R	
P : très bien		R
E : pourquoi $x + x = 2x$? E1 : x …	P	
P : $x + x$, quel est le coefficient de x ?		P
E : 1	P	
P : $1x + 1x$, ça fait combien de x ? $2x$		P
P : que signifie « nombre » ici ? (en désignant la deuxième colonne)		
E : $1/3$	R	
P : non, le nombre ? qu'ont-ils désigné par le nombre ?		C
E : $x/3$	R	
P : Écoutez bien la question. Oubliez « le tiers d'un nombre ». Ce nombre, ils l'ont désigné par quelle lettre ?		R
E : x	R	
P : par la lettre x, la variable qui est x. $x + y$ correspond à quoi ?		C
E : c'est la somme de deux nombres.	R	
P : suivante		R
E : $x/2$, c'est la moitié d'un nombre	R	
P : très bien. $x + x$, oui ?		R
E : le double d'un nombre	R	
P : $x/4$		R
E : le quart d'un nombre	R	
P : très bien. $4x$?		R
E : le quadruple d'un nombre	R	
P : suivante		R
E : $2x$ c'est le double d'un nombre	R	
P : oui, suivant.		R
E : le tiers d'un nombre	R	

P : $x/3$ est le tiers d'un nombre. Oui ? $3x$?		R
E : le triple d'un nombre	R	
P : $-y$?		R
E : l'opposé d'un nombre	R	
P : l'opposé d'un nombre. Et la dernière ?		R
E : l'inverse d'un nombre	R	
P : très bien. Merci		R
Exercices supplémentaire 1 : Réduire : $2x + 3y + 4x$		
P : $2x + 3y + 4x = 6x + 3y$		
E: on ne peut pas la calculer?	P	
P: c'est fini. Qu'est-ce que tu vas calculer?		R
E: $x + y$	R	
P: comment tu vas calculer $x + y$? s'ils continuent à dire "calculer cette expression pour $x = 2$ et $y = 1$, à ce moment il faut remplacer *x* par 2 et *y* par 1 pour trouver la valeur de l'expression		C
E : on peut dire $6 + 3 = 9$	R	
P : est-ce que j'ai le droit d'additionner des termes qui ne sont pas semblables ?		P
E : je veux dire $9xy$	R	
P : non. Est-ce que je multiplie ici ? j'additionne. Demain on va apprendre la multiplication		C
E: si on a $2x + 3y$	P	
P: est-ce que je peux réduire ? Elle est déjà réduite.		R
E : si on a $2x^4 + 8x^5$	P	
P : comment elle est ? est-ce qu'il y a des termes semblables ?		P
Es : les monômes	P	
P : est-ce qu'il y a des termes qui sont semblables ?		P
Es *:* *x*, la variable	R	
P : quand est-ce que je peux dire que deux termes sont semblables ? Est-ce qu'ils ont le même coefficient ou ils diffèrent par le coefficient ? ils doivent avoir la même variable et le même exposant.		C
E : si on a $2x^4 + 8x^5$, on peut faire $10x^{20}$?	R	
P : comment tu vas calculer x^4 et x^5 ?		P
E : on avait l'habitude de multiplier les exposants	P	
P : quand est-ce que j'ajoute les exposants ? lorsqu'il s'agit de quoi ?		C
E : d'une multiplication	C	
P : faites attention.		R
E: comment alors on les additionne ?	C	
P : dans l'addition, on ne les additionne pas. Si j'ai $a^n + a^m$, est-ce que j'additionne les exposants ?		C
E : non	C	
P : quand est-ce que j'additionne les exposants ? lorsqu'il s'agit d'une ?		C
E : d'une multiplication	C	
P: d'une multiplication		C

4 Réduis les termes semblables dans chacune des expressions algébriques suivantes 1°) $3x^5 - 8y^4 + 6a^2b - 7 + 2x^5 + 3y^4 - 2a^2b + 6$. 2°) $x^2y - 3y^2 + 5y^3x^2 - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4$. 3°) $4a^2bc^3 - 8t + 5a^2bc^3 - 4at + 10t - 5y + 2at$. 4°) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}x + \frac{22}{29} + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{4}{3}x + \frac{7}{29}$.		
E : là les 3 ont même variable et même exposant. S'il y a la même variable …	C	
P : tu peux me donner un exemple ?		R
E : $5x^5 - 3x^5 - 8y^4 + 6a^2b + 2x^4$. Il n'y a pas la même variable	P	
P : si, il y a $5x^5$ et $-3x^5$, ces deux monômes sont semblables.		P
E : si l'exposant est 3	R	
P : $5x^5 - 3x^5 - 8y^4 + 6a^2b + 2x^4$.. Celle-là je ne peux plus la réduire. Elle est réduite.		R
E: s'il y a la même variable, on ne peut pas additionner les exposants?	P	
P: est-ce qu'on a dit qu'on additionne les exposants?		P
E : Mme si on $6x^3 - 3x^3$, c'est égal à 3 ?	R	
P : 3 quoi ?		R
E : on peut ne pas mettre x^3, puis que c'est moins, ça veut dire on enlève x^3 et x^3 ?	P	
P : mais qu'est-ce qu'on a dit ? comment on écrit ?		P
E : on additionne les coefficients	P	
P : et on garde la variable telle qu'elle est. La variable c'est x exposant 3.		P
E : si on a $-8y^4 + 3y^4$, ce n'est pas ?	R	
P : -8+3 ?		R
E : -5	R	
P : -5y^4		R
E : ce n'est pas $-8y^4 \times (+3y^4)$?	R	
P : non		R
E: s'il y a 4a3, qu'est-ce que ça signifie?	C	
P: 4 est le coefficient, a est la variable et 3 est l'exposant (en répondant comme si c'était $4a^3$)		R
E: non 4a3 comme ça	C	
P: qu'est-ce qu'il y a entre les termes? Est-ce qu'on a appris la multiplication ?		P
E : E : $x^2y - 3y^2 + 5y^3x^2 - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4 =$ $x^2y - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 3y^2 + 5y^3x^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4 =$ $-2x^2y - 1{,}5y^2 + 4{,}8y^3x^2 - 4$	P	
P : c'est juste		P
E : $4a^2bc^3 - 8t + 5a^2bc^3 - 4at + 10t + 2at =$ $4a^2bc^3 + 5a^2bc^3 - 4at + 2at + 10t - 8t =$ $9a^2bc^3 - 2at + 2t$	P	
P : $4 + 5 = 9$; $-4 + 2 = -2$ *et* $10 - 8 = 2$		P
5 Calcule la valeur numérique de chacune des expressions algébriques suivantes. 1°) $3a^3$ pour $a = -2$. 2°) ab^2 pour $a = -3$ et $b = 1$. 3°) $-3x^2y^3$ pour $x = 2$ et $y = 1$. 4°) $-4x^2yz^3$ pour $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ et $z = -3$.		
P : que veut dire calcule la valeur numérique de chaque expression ?		
E : a c'est -2	P	

P : qu'est-ce que je fais alors ?		P
E : je veux calculer $3 \times (-2)^3$	R	
P : qu'est-ce que je fais avec a alors ? je la remplace par la valeur qui est donnée, puis j'effectue le calcul		C
E : $3a^3 = 3 \times (-2)^3 = 3 \times (-8) = -24$	P	
P : ok		P
E : $ab^2 = (-3) \times 1^2 = -3$	P	
P : c'est vrai		P
E : $-3x^2y^3 = -3 \times 2^2 \times = -3 \times 4 = -12$	P	
P : $3 \times 4 = 12$ et il y a le moins.		P
Ex supplémentaire : Réduis $3x^2 - 4x^2 + 8x^2$ $a^2b^4 + 3a^2b^4 - 0{,}5a^2b^4 + 3x^2 - 2y - 3x^2$		
P : Qu'est-ce que je fais pour réduire cette expression ?		
E : 3 – 4 + 8. Ca fait $7x^2$.	R	
P : $7x^2$		R
E : si on met abc, c'est un seul coefficient ?	R	
P : Ce n'est pas un seul coefficient, c'est un monôme qui possède les variables a, b et c.		C
E : c'est-à-dire c'est une seule variable ?	C	
P : donne-moi un autre terme.		R
E : $3xbz$	R	
P : il y a b, mais est-ce qu'il y a aussi a et c ? Est-ce que je peux dire qu'ils sont semblables ?		R
E : ce n'est pas ça ma question. si on a $3abc$ seulement, abc sont les variables ?	C	
P : c'est un même monôme, les variables a, b et c.		C
E : $3a^2b^4$ c'est-à-dire c'est $3a^2$ fois b^4 ?	P	
P : oui c'est 3 fois a^2 fois b^4. Oui		P
L'enseignante explique comment multiplier deux monômes. P : qui se rappelle : $x^2 \times x^3 =?$		
E : x^5	R	
P : x^5. Qu'est-ce qu'on a fait alors ? on a additionné les exposants.		P
Explication de la technique à partir de celle donnée dans le manuel p. 146, en interrogeant les élèves au fur et à mesure.		
Multiplier : $2x^3 \times 5x^2$ $3y^3 \times (-3y^4)$ $2ay^3 \times xy$		
P : quel est le coefficient de xy ?		
E : y	R	
P : écoute la question Karl. Quel est le coefficient ?		R
Es : 1	R	
P : 1. 2×1 ?		R
Es : 2	R	
P : je passe maintenant aux variables. a , est-ce qu'il y en a a ici ?		R
Es : non,	R	
E : $2axy^4$		
P : maintenant, $y^3 \times y$?		R

Es : y^4	R	R
E : y^3	R	
P : qui a dit y^3 ? attention, y c'est y^1. C'est y^4. 3+1 = 4. Quelles variables ? je peux dire $2axy^4$		P
E : pourquoi tu as mis $2ay^4x$ et non pas $2xay^4$?	P	
P : on peut mettre $2xay^4$.		R
E : ça veut dire si on a : $3y^3 \times (-3y^3)$, on met le signe et on multiplie les nombres ?	P	
P : je multiplie tout d'abord les signes. Si on a ici (-2) et (-1), le signe c'est quoi?		R
E : et si on a les exposants semblables, je les additionne ?	P	
P : oui, si je multiplie, je les additionne		P
Multiplier : $(-2x^3) \times (-3x^4)$		
P : tout d'abord je dois multiplier les coefficients. $(-2) \times (-3)$?		
E1 : +6	R	
E2 : -6		
P : qui a dit -6 ?		R
E3 : c'est plus	R	
P : - fois - ?		C
E : +	C	
P : + fois + ?		C
E : +	C	
P : - fois + ?		C
E : -	C	
P : elle complète les calculs.		R
P : tu peux me donner ton exemple		
E : $3x^4 \times 3y^3$	R	
P : qu'est-ce qu'on fait avec les coefficients ?		P
E : on multiplie, 9	R	
P : c'est égal à ? Est-ce que je peux additionner ici ?		C
E : non	C	
P: pourquoi? Est-ce qu'on a la même variable ?		C
E: $9x^4y^3$		
8 Effectue . 1°) $2a^3 \times 5a^2$. 2°) $5x^3 \times 2x$. 3°) $-\frac{1}{2}x^2 \times \frac{4}{3}x$. 4°) $y^3 \times (-2y^5)$. 5°) $\frac{3}{4}y \times \left(\frac{-8}{9}y^4\right)$. 6°) $-4x^2y^2 \times 3xy^2$.		
E : $2a^3 \times 5a^2 = 10a^5$	R	
P : qu'est – ce que tu fais tout d'abord ?		P
E : je fais 2 × 5	P	
P : 2 × 5, je multiplie les coefficients, c'est 10		R
E : les exposants, je les additionne	P	
P : j'additionne les exposants de la même variable : $a^3 \times a^2$		P
E : a^5 P : a^5	R	R
E : $5x^3 \times 2x = 10x^4$	R	
P : pourquoi $10x^4$ et non pas x^3 ?		C

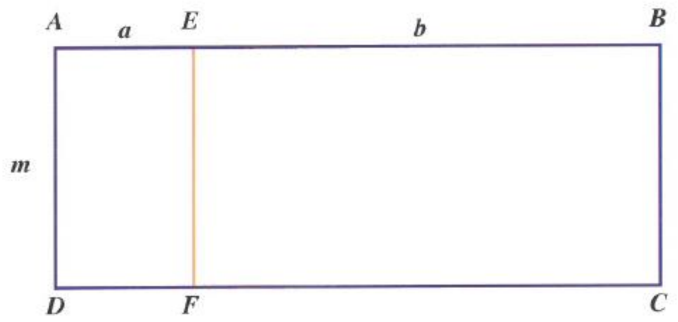
E : parce que x c'est x exposant 1	C	
P : x exposant 1		C
E : -1/2 $x^2 \times 4/3$ x = 4/5 x^3	R	
P : répète stp : - ½ × 4/3		P
E : est égal à 4/5	R	
P : comment tu as obtenu 5 ?		P
E : ah, 6	R	
P : 4/6		R
E : 4/6 x^3	R	
P : $x^2 \times x = x^3$ Est-ce que tu as pensé au signe ? tu as regardé les signes ?		P
Es : moins	R	
P : fais attention, - fois + ?		C
Es : moins		
$E : -\frac{4}{6}x^3$	R	
$P : -\frac{4}{6}x^3$		R
$y^3 \times (-2y^5) = -2y^8$ E : on ne doit pas multiplier les exposants parce qu'il y a des parenthèses ? on doit multiplier les exposants	P	
P : pourquoi ? est-ce qu'il y a $(y^5)^2$, pour multiplier ?		C
E : non	C	
P : s'il y avait ça, tu multiplies puis tu additionnes		C
E : $\frac{3}{4}y \times \left(-\frac{8}{9}\right) y^4 = -\frac{2}{3}y^5$	R	
P : $-\frac{2}{3}y^5$		R
E :$-4x^2y^2 \times 3xy^2 = -12x^3y^4$	R	
P : ok		R
		
P : c'est quoi le périmètre ?		
E : la longueur	C	
P : c'est le pourtour. Que signifie le tiret sur le côté ?		R
E désigne les côtés et dit qu'ils sont égaux.	R	
P : égal à combien ?		R
E : a	R	
P : si c'était 2 ici, 2+2+2+2+2. Si c'était a ?		R
E : $a + a + a + a + a$	R	
P : c'est-à-dire combien de fois le a ?		R
E : 5	R	
P : 5 fois le a		R
E : 5a	R	
P: tu peux expliquer Georgio comment tu trouves le périmètre d'une figure?		C
E: j'additionne le pourtour	C	

P: c'est le pourtour alors.si j'ai un carré de côté 3 cm, qu'est-ce que je fais? Comment je calcule le périmètre?		P
E: 3 × 4	R	
P: pourquoi? Qu'est-ce que tu as fait?		P
E: tous les côtés d'un carré sont égaux	C	
P: il a quatre côtés de même longueur, donc c'est 3+3+3+3		R
Exemple pour expliquer comment additionner deux expressions algébriques $A = 3x^2 - 4x + 5$ $B = -5x^2 + 3x - 7$ Calculer A+B		
$A = 3x^2 - 4x + 5$ $B = -5x^2 + 3x - 7$ P : Tout d'abord vous allez additionner A+B. Pour additionner des deux expressions, je dois écrire les expressions l'une à la suite de l'autre ….		
E : on ne met pas la 1ère expression entre parenthèses ?	P	
P : je peux mettre entre parenthèses, mais si c'est une addition et on n'a pas 2A et 3B, je peux ne pas mettre les parenthèses. S'il s'agit d'une soustraction, je dois les mettre.		C
$A + B = 3x^2 - 4x + 5 + (-5x^2 + 3x - 7)$ E : Mme pourquoi on a mis le B entre parenthèses ?	P	
P : est-ce que je peux mettre + et - ?		P
E : je mets seulement pour -5x^2 ?	R	
P : $-5x^2 + 3x - 7$. Maintenant à la 2è étape je vais l'écrire sans parenthèses. (elle interroge les élèves au fur et à mesure sur les calculs).		R
E : on peut mettre A+B sans parenthèses ?	P	
P : directement oui, s'il s'agit d'une addition.		P
E : je n'ai pas compris comment on a eu -2x^2 ?	C	
P : je dois maintenant réduire les termes semblables. Quels sont les termes semblables ? 3x^2 et -5x^2 sont semblables. Pour les réduire, qu'est-ce que je fais ? j'effectue la somme algébrique des coefficients. 3-5= ?		P
E : -2	R	
P : -2x^2. je passe à la variable x, il y a -4x+3x, c'est –x ; (+5-7)=-2		P
E : on ne peut pas écrire -1 ?	R	
P : -1x c'est la même chose		R
E: Mme je n'ai pas compris pourquoi on met les parenthèses	C	
P: parce qu'il faut séparer la 1è expression de la 2è expression		C
E: on additionne ici les exposants?	P	
P: non, dans une multiplication on additionne les exposants, ici on additionne les expressions, on ne peut rien faire. On laisse telle qu'elle est.		C
10 On donne $A = 2x^3 - 4x^2 - 3x + 8$ et $B = x^4 - 2x^3 + 6x - 4$. Calcule : $A + B$; $A - B$; $2A + B$; $3A - 2B$.		
L'enseignante écrit au tableau la réponse dictée par un élève pour calculer A+B.	R	R
Calculer : A – B		

E : on écrit entre parenthèses tous les signes à l'envers ?	P	
P : s'il s'agit d'une soustraction à l'extérieur.		P
E: c'est-à-dire, à la place du plus on met moins, et après on inverse?	P	
P: 8 fois moins ça fait moins, 8 fois plus ça fait plus. Ok?		R
E : oui	R	
Explication de la procédure à suivre pour soustraire deux expressions algébriques. L'enseignante note les étapes au tableau en détaillant.		
E: c'est-à-dire quand il y a une soustraction, et des parenthèses, on prend l'opposé?	C	
P: oui, très bien. En changeant on prend l'opposé		C
E : on peut ne pas mettre les parenthèses ?	P	
P : s'il s'agit d'un +, oui on peut ne pas mettre les parenthèses.		P
E1: pourquoi dans la 2è on a réécrit la même?	P	
P: on l'a ordonné selon l'exposant de la variable		C
E2: s'il n'y avait pas d'exposants on la laisse?	P	
P: s'il y avait $4x$ et $3y$ à la fin oui		R
E: $A-B=2x^3-4x^2-3x-8-x^4+2x^3-6x+4=-x^4+4x^3-9x+12$ *L'enseignante note au tableau la solution dictée par l'élève accompagnée par l'échange ci-dessous :*	R	R
E : toute l'expression B, on prend son opposé.	C	
P : pourquoi on prend l'opposé ?		C
E : car c'est une soustraction.	C	
P: ok.		C
E : $-x^4$	R	
P : pourquoi ?		P
E : moins fois plus, égal moins. $+2x^3$	C	
P : Pourquoi plus ? moins fois moins ça fait plus.		C
E : continue à donner les termes de l'expression B		
E : pourquoi on a mis $(-x^4)$? on avait l'habitude quand on a moins, on retranche, on met plus et on prend les opposés.	P	
P : quel est l'opposé de x^4 ?		R
E : moins	R	
P : si tu gardes ici le plus et tu mets les parenthèses, quel est l'opposé de $-x^4$?		R
E : $-x^4$	R	
P : ça fait $-x^4$. En EB6 on écrit ça $(-(+)=-)$. Cette année on a appris $-\times+=-$		C
E : $2x^3$ et $2x^3$sont des termes semblables.	R	
P : ils sont semblables donc		P
E : $4x^3$	R	
P : Ainsi de suite pour l'expression en entier.		R
Ex n°10 (suite 2A+B)		
P: Anthony, que signifie 2A+B?		
E: 2×A + B	P	
P: 2 fois A plus B. commence		P
E : $2A+B=4x^3-8x^2-6x-16+x^4-2x^3+6x-4$	R	
L'enseignante note la réponse au tableau, en validant. P : Qu'est-ce qu'on a fait maintenant ?		P
E: $2\times 2x^3$.	P	
P : ça donne ?		R

E : $4x^3$	R	
P : est-ce que je dois changer les signes ? (en désignant le B)		C
E : non car il y a plus	C	
P : je peux enlever les parenthèses directement.		P
P : qu'est-ce que je dois faire maintenant ?		
E : trouver les termes communs	P	
P : on ne dit pas les termes communs, les termes semblables pour les réduire.		P
E : $4x^3 - 2x^3 = 6x^3$	R	
L'enseignante regarde l'élève sans rien dire		R
E : il y a moins, égal $2x^3$.	R	
P : il y a moins, fais attention.		R
P : $-6x + 6x$?		
E : 0	R	
P : 0 donc je peux ne pas l'écrire, ils sont opposés.		R
E : +16-4, on inverse +16	P	
P : regarde bien. Il te reste +16 + x^4 – 4, qu'est-ce qu'on peut faire ?		P
E : 16-4	P	
P : qu'est ce qu'elle donne ?		R
E : +12	R	
P : qu'est ce que je dois écrire ?		R
E : +12 + x^4	R	
P : qu'est ce que je dois faire maintenant ?		R
E : l'élève donne la forme ordonnée de la réponse.	R	R
E : $-6x + 6x = 0x$	R	
P : $0x$ on peut ne pas le mettre		R
E : Mme il y a le x^3	R	
P : c'est-à-dire, ça devient x^5 ?		R
P : est-ce que j'ai le droit si j'ai additionné, d'additionner les exposants ? Faites attention, quand est-ce que j'additionne les exposants ? Quand il s'agit d'une ?		
E1 : multiplication.	C	C
E: pourquoi on n'a pas changé ici?	C	
P: il s'agit d'une soustraction? Quand est-ce que je change et j'écris l'opposé des termes ? Quand il y a moins, une soustraction.		C
E : pour $4x^3$ et $2x^3$, on a mis $2x^3$. Pourquoi on n'a pas changé le x^3 et le x^2 ?	R	
P : est-ce qu'il y a une propriété qui dit que s'il s'agit d'une addition … Si je veux prendre seulement $x^3 + x^2$, est-ce que j'ai le droit de l'écrire x^5 ? Quand est-ce que j'écris x^5 ? Quand il y a ?		C
E : une multiplication	C	
P : fais attention stp		C
E : s'il y avait une addition ici, on met $-x^4$, etc. ? on met encore $+(-x^4)$?	R	
P : s'il y a –(…), ça devient $-x^4 + \cdots$		R
E : et ici on écrit – (en désignant $-x^4$) ?	R	
P : ici ça devient $-x^4$.		R
E: on peut ne pas mettre les parenthèses	P	
P: s'il s'agit d'un plus, tu peux ne pas les mettre		P

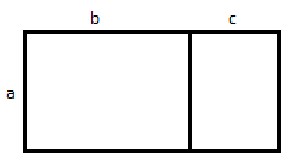
11 On donne : $P = 3x^2y - 2xy^2 + 7xy - 3$ et $Q = -2x^2y - 6xy + 5 + 4xy^2$. Calcule : $P + Q$; $P - Q$; $2P - 3Q$.		
Un élève dicte la réponse de P+Q. L'enseignante la note au tableau.	R	R
E: $P - Q = (3x^2y - 2xy^2 + 7xy - 3) - (-2x^2y - 6xy + 5 + 4xy^2)$ $= 3x^2y - 2xy^2 + 7xy - 3 + 2x^2y$	P	
P: pourquoi moins?		R
E: car moins fois plus c'est moins	C	
P: continue		C
E: $P - Q = 3x^2y - 2xy^2 + 7xy - 3 + 2x^2y + 6xy - 5 - 4xy^2$	P	
p: pourquoi plus?		R
E: car moins fois moins c'est plus	C	
P: continue		C
E : je vais trouver les termes semblables	P	
P : très bien		P
E : $P - Q = 5x^2y - 6xy^2 + 13xy - 5$	R	
P : $-2x^2y$ est-ce qu'il est semblable à $4xy^2$?		R
Es : non	R	
P : très bien, à cause des exposants.		C
E : pourquoi on écrit les exposants du plus grand au plus petit ?	C	
P : parfois dans les exercices, lorsque je demande à la fin l'expression réduite, il faut l'ordonner. Et lorsque je demande de l'ordonner aussi. Il faut s'habituer à le faire.		R
Un élève pose une question E : dans P-Q, pourquoi on met les parenthèses ?	P	
P : qu'est-ce que tu dois faire maintenant ?		P
E : le plus devient moins et le moins devient plus.	P	
P : car $- \times -$ devient + et $- \times +$ devient $-$. Alors ?		C
E : lit la réponse au tableau	R	
P : ok		R
E: car moins fois moins c'est plus	C	
P: continue		C
E: $P - Q = 5x^2y - 6xy^2 + 13xy - 5$		
Es: -8	R	
P: pourquoi -8 et non pas -5? Moi je dis -5		P
E: $-3 - 5 = -8$	P	
P: tu avais oublié le -3		R

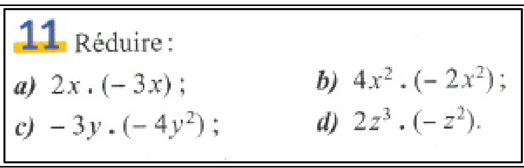
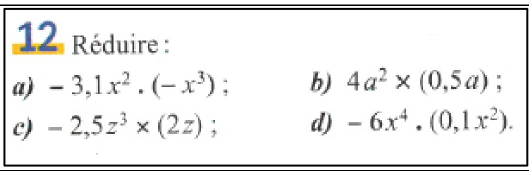
Activité  Calcule l'aire du rectangle $ABCD$ de deux manières : 1°) en calculant le produit de sa longueur par sa largeur ; 2°) en calculant la somme des aires des deux rectangles $AEFD$ et $EBCF$. Quelle est la manière la plus simple ?		
P : quelle est la longueur du rectangle ABCD, Karl ?		
E : ab	R	
P : pourquoi c'est ab ?		P
E : AB=AE+EB, non c'est (a+b).	P	
P : alors l'aire de ABCD est ?		R
E : m fois (a+b).	R	
P : et pour deuxièmement, qu'est-ce que tu as trouvé ?		R
E1 : $a \times m$ et $b \times m$	R	
P : alors, l'aire de ABCD est égale à (am + bm)		R
L'enseignante explique la règle de la page 154.		
1 Développe. 1°) $5(a+b)$ 3°) $2a\,(1-b)$ 5°) $-m\,(-3+4m)$ 2°) $-3\,(2a+4b)$ 4°) $m\,(-3+m)$ 6°) $-2m\,(-m+n)$		
Les élèves, à tour de rôle, répondent et donnent les formes développées, pendant que l'enseignante valide et note la réponse au tableau.		
E : $5(a+b)=5a+5b$	R	R
E : $-3(2a+4b)=-6a-12b$	R	R
E : $2a(1-b)=2a-2ab$	R	R
E : $m(-3+m)=-3m+m^2$	R	R
E : $-m(-3+4m)=$ P : c'est quelle forme pour développer ? c'est $a(b+c)$? que vaut $a(b+c)$? E : $ab\ +\ ac$	C	
P : qui est a, qui est b et c dans cette expression ? P : $3m-4m^2$, car $m \times m = m^2$.		C

2 Développe et réduis. 1°) $3(x-1)-5(x+2)+4x$. 2°) $3(x+y+1)-2(x-2y)-3y+2$. 3°) $3(-2x+5y+4)-2(-3x+8y+2)-y+5$. 4°) $a(2+a-b)-b(3-a+b)+4$.		
L'enseignante effectue les deux premières expressions collectivement au tableau. Ensuite les élèves recopient les solutions devant eux. Elle décrit les étapes de résolution, et invite les élèves à effectuer les calculs de réduction en parallèle avec ce qu'elle note au tableau. Pas d'interactions entre l'enseignante et les élèves.		
L'enseignante explique la règle de la factorisation, livre p. 155.		
4 Factorise chacune des expressions suivantes . 1°) $9a+9b$ 5°) $7x+xy$ 9°) $16ab-12ac$ 2°) $9a+18b$ 6°) $7x+14xy$ 10°) $14a-21$ 3°) $16u-8$ 7°) $5x^2+15x$ 11°) $3x^2-5x$ 4°) $4y^2-8xy$ 8°) $4x^2y-16xy^2$ 12°) $-9ab^2-6ab$		
L'enseignante effectue elle-même les calculs des deux premières expressions, en détaillant les étapes, puis donne quelques minutes pour compléter l'exercice en individuel. Ensuite, elle désigne des élèves pour donner leurs réponses, qu'elle note au tableau.		
E : $16u-8=2(2u-1)$	R	
P : C'est juste. Vous avez des questions ?		R
P : comment tu écris $4y^2$? c'est 4 fois ?		
E : y^2	R	
P : ou bien 4 fois *y* fois *y*. et $8xy$?		R
E : 8 fois *x* fois *y*.	R	
P : alors, quel est le facteur commun ? il y a le *y* dans les deux termes et le 8 c'est 4×2. Alors ?		P
E : $4y$ le facteur commun.	R	
P : donc $4y$ fois combien me donne $4y^2$?		P
Es : *y*	R	
P : $4y(y-2x)$		R
E : $7x+xy=x(7+y)$	R	
P : très bien		R
E : $7x+14xy=7x(1+2y)$	R	
P : vous avez des questions ? bien.		R
E : $5x^2+15x=5x(x+3)$	R	
P : ok		R
P : on regarde les coefficients. Quel est le facteur commun à 4 et 16 ?		
E : 4	R	
P : et pour les variables ? comment tu fais ?		P
E : c'est *x y*	R	
P : alors ?		R

P : $4xy(x-4y)$		
E : on peut prendre un diviseur de 12 et 16 ?	P	
P : Très bien. Il faut prendre quel diviseur ? le 2 ?		P
Es : non le 4.	R	
P : alors ? le facteur c'est $4a$. La réponse c'est $4a(4b-3c)$.		R
E : $7(2a-3)$	R	
P : bravo		R
E : $x(3x-5)$	R	
P : quelqu'un a des questions ? très bien.		R

ANNEXE D – Les interactions observées durant la séquence d'enseignement de Mme M.

Interactions	I	A
7 Réduire : *a)* $y + 5 - 2y + 7$; *b)* $2x - 7 - 4x - 3$; *c)* $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x$; *d)* $3a^2 - 2a^3 - a^2 - 4a^3$.		
E : $y + 5 - 2y + 7 = -y + 12$	R	
P :suivant		R
E : $-2x - 10$	R	
P : très bien		R
E : $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x \ = \ 0{,}8x^2$	R	
P : c'est quoi ?		R
E : $1{,}2x^2$	R	
P : alors, Marie Line, tu passes stp au tableau. Qu'est-ce qu'il faut faire pour réduire ?		P
E : on va factoriser le x.	P	
P : tu vas factoriser le x pour les quatre termes en même temps		P
E : non, pour le 1er	P	
P : oui, c'est-à-dire tu vas quoi faire ? qu'est-ce qu'elle va faire ? elle va ?		P
Es : factoriser	P	
P : factoriser les quatre termes ?		P
Es : non, les x^2 en même temps	P	
P : vas y		R
E : = $x^2(4{,}2 - 0{,}2$	P	
P : là tu factorises $4{,}2x^2$ avec $-0{,}2x$? qui est d'accord ? qui n'est pas d'accord ? oui qu'est-ce qu'il faut faire Karl ?		P
E1 : $x^2(4{,}2 + 0{,}2x^2)$	P	
P : vous êtes d'accord avec Karl ? oui qu'est-ce qu'il faut faire ? qui va me donner la ? oui ? (en désignant un 3ème élève)		P
E2 : 4,2 + 0,2, on factorise x^2.	P	
P : c'est-à-dire, qu'est-ce qu'il faut factoriser ? les deux termes $4{,}2x^2$ et $0{,}2x^2$. On factorise les expressions qui ont même variable et même exposant.		P
E : $x^2(4{,}2 + 0{,}2x^2)$	P	
P : ah c'est vrai ? on garde le x^2. Attends.		P
Exercice supplémentaire : Calculer l'aire du rectangle ci-dessous de deux façons différentes :  		
P : Si j'ai à calculer l'aire d'un rectangle formé de deux rectangles avec les côtés a, b et c. Comment tu vas calculer l'aire de ce rectangle ?		
E : $a \times b$	R	

P : pour celui-là (en désignant le 2nd rectangle) ?		R
E : $a \times c$	R	
P : pour calculer l'aire du grand rectangle, qu'est-ce qu'on fait ?		R
E : $a \times b + c$	R	
P : $+c$? écoute. Tu as calculé l'aire de ce rectangle, qui est quoi ?		R
E $a \times b$	R	
P : de celui-là ?		R
E : $a \times c$	R	
P : et pour calculer l'aire du grand rectangle ?		R
E : $a \times b + a \times c$	R	
P : est-ce qu'il y a une autre façon pour calculer l'aire de ce rectangle ?		P
E : oui, on factorise : $a \times (b + c)$	P	
P : tu connais bien la factorisation. Mais ce n'est pas ça. c'est une autre façon pour calculer l'aire. Quel est ce côté ?		R
E : $(b + c)$	R	
P : pour calculer l'aire du rectangle je peux faire le petit côté × le grand côté. Et là on a remarqué que c'est une factorisation.		C
Suite de l'exercice 7		
E : $4{,}2x^2 - 0{,}2x + 0{,}8x^2 - x = 5x^2 - 1{,}2x$	R	
P : suivante		R
E : $3a^2 - 2a^3 - a^2 - 4a^3 = -6 + 2a^2$	R	
P : très bien		R
 **11** Réduire : a) $2x \,.\, (-3x)$; b) $4x^2 \,.\, (-2x^2)$; c) $-3y \,.\, (-4y^2)$; d) $2z^3 \,.\, (-z^2)$.		
E : $-6x^2$	R	
P : suivant		R
E : $-8x^4$	R	
P : très bien		R
E : $-3y(-4y^2)=12y^2$, $12y^3$.	R	
P : comment tu as trouvé le y^3 ?		P
E : j'ai fait (-3)×(-4).	P	
P : d'accord, c'est juste (-3)×(-4). Mais comment tu m'as dit que y par y^2 c'est y^2 puis tu as corrigé c'est y^3. Comment tu as trouvé le y^3?		P
E : y^3plus y^2, j'ai factorisé le y.	P	
P : regarde un peu. Comment on fait pour multiplier le y avec y^2 ?		P
E : j'additionne les exposants	C	
P : on additionne les exposants. Quel est l'exposant de y ?		C
E : 1	P	
P : pour cela $y^{(1+2)} = y^3$		P
E :C'est égal à $-2z^5$	R	
P : très bien		R
 **12** Réduire : a) $-3{,}1x^2 \,.\, (-x^3)$; b) $4a^2 \times (0{,}5a)$; c) $-2{,}5z^3 \times (2z)$; d) $-6x^4 \,.\, (0{,}1x^2)$.		

a)	R	R
b)	R	R
c)	R	R
d)	R	R
13 Réduire : *a)* $3x^2 \,.\, (-3x^2)$; *b)* $3x^2 - 3x^2$; *c)* $4x^2 \,.\, 7x^2$; *d)* $4x^2 - 7x^2$.		
a)	R	R
b)	R	R
E : $4x^2 . 7x^2 = 28x^2$	R	
P : 28 exposant 2 ? Là qu'est-ce qu'on a fait ?		P
E : exposant 4.	R	
P : pourquoi c'est exposant 4 ?		P
E : car on additionne les exposants dans la multiplication.	C	
P : on additionne les exposants lorsqu'on multiplie 2 variables qui sont les mêmes.		C
d)	R	R
14 Réduire : *a)* $-2x^3 \,.\, (-x^4)$; *b)* $-0{,}5x^2 \times 8x^3$; *c)* $0{,}2x^2 - 1{,}2x^2$; *d)* $-0{,}5x^3 - 8x^3$.		
P : $0{,}2x^2 - 1{,}2x^2$		
E : c'est égal à $1x^2$	R	
P : tu passes un peu au tableau. Comment tu vas réduire cette expression ?		P
E : on factorise	P	
P : qu'est-ce qu'on peut factoriser ?		P
E : le x	R	
P : x seulement ?		R
E : x^2	R	
P : oui on peut factoriser par x^2. Factorise par x^2		R
L'élève écrit au tableau : x^2 (0,2 – 1,2)	P	
P : 0,2 – 1,2 c'est combien ?		R
E : - 1	R	
P : très bien, -1 donc ?		R
E : -1 x^2	R	
P : c'est nécessaire d'écrire le 1 ? on peut ne pas l'écrire. C'est un élément neutre pour la multiplication. Donc c'est $-x^2$		C
E : $-0{,}5x^3 - 8x^3 = -4x^3$	R	
P : c'est une somme ou un produit ?		C
E : c'est une somme	C	
P : c'est-à-dire qu'est-ce que tu as fait pour réduire ?		P
E : (-0,5) par (-8)	P	
P : mais tu viens de dire que c'est une somme. Si c'est une somme on multiplie les coefficients ?		P
E : non	P	
P : qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
E : c'est $7{,}5x^3$	R	

P : alors, passe au tableau. Qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
E : il faut factoriser le x^3	P	
P : factorise		R
L'élève écrit au tableau : x^3 (-0,5-8)	P	
P : c'est-à-dire ?		R
E : -7,5	R	
P : qui est d'accord avec Ali ?		R
Élèves : non c'est (-8,5)	R	
P : c'est une somme de deux nombres relatifs qui ont le même signe, alors qu'est-ce qu'il fallait faire ?		C
E : additionner	C	
P : voilà donc ?		R
E : 8,5	R	
P : 8,5 ?		R
E : -8,5 x^3		
15 Réduire : *a)* $3x \,.\, 4y$; *b)* $4x^2 \,.\, (-2y)$; *c)* $-3t^2 \,.\, 0{,}3t$; *d)* $-9x^2 \,.\, (-2y)$.		
E : $4x^2(-2y) = 8x^2y$	R	
P : $8x^2y$? ou bien quoi ? qui va corriger ?		R
E1 : c'est $-8x^2y$	R	
P : c'est -8, alors là c'est le produit de 2 nombres de signes contraires. 4 par (-2), c'est combien ?		C
E : - 8	R	
P : -8 voilà, donc c'est $-8x^2y$		R
c)	R	R
d)	R	R
17 Réduire : *a)* $2x \times 5 + 4x \times 2$; *b)* $-x^2 \times 6x + x \times 7x^2$; *c)* $(-3x^2) \times (2x^2) - 6x^4$; *d)* $3x \times (-2x^3) + 5x^4$.		
E : $2x \times 5 + 4x \times 2 = 10x + 8x = 18x$	P	
P : très bien merci. Alors vous êtes d'accord ?		R
E : oui	R	
E : $-6x^3 + 7x^3 = x^3$	P	
P : vs êtes d'accord ? très bien		R
E : $(-3x^2) \times (2x^2) - 6x^4 = -6^4 - 6^4$	R	
P : attention, regarde bien ce qu'on vient de travailler. Qu'est-ce que tu fais toi ?		P
E : $(-3x^2) \times (2x^2)$	P	
P : oui, ça fait ?		R
E : -3×2 c'est -6	R	
P : -6 quoi ?		R
E : -6 exposant 4	R	
P : -6 exposant 4, et le *x* ?		R

E : $= -6x^4 - 6x^4 = -12x^4$	R	
P : tout le monde est d'accord ?		R
E : oui	R	
P : bien		R
E : $-6x^4 + 5x^4 = -x^4$	P	
P : c'est $-x^4$, alors qui n'est pas d'accord ? bon.		R
19 Trouver la valeur numérique de : $A = 3x^2 - 2x$, pour $x = 1$, puis $x = 2{,}5$.		
Passage d'un élève au tableau		
E : A=3×1²-2×1=3-2=1	P	
P : La réponse c'est 1. Très bien		R
E : $3x^2 - 2x = 3 \times 2{,}5^2 - 2 \times 2{,}5 =$	P	
P : qu'est-ce que tu vas faire ? je peux t'aider un peu		P
E : 3×2,5²	P	
P : fois ou multiplié par ?		R
E : multiplié par	R	
P : alors ? par quoi on commence ? par la puissance ou par la multiplication ?		C
E : par la multiplication	C	
P : c'est-à-dire tu peux directement calculer 3 multiplié par 2,5 au carré ?		P
E : non, on peut faire 2,5 fois 2,5	P	
P : oui il faut calculer 2,5², c'est 6,25. allez		R
E : … = 13,75	R	
P : oui très bien		R
20 Trouver la valeur numérique de : $B = 4 + x^2$, pour $x = 10$, puis $x = 0$.		
E : B=4+10²=4+100=104	P	
P : 104, très bien		R
E : B=4+0=4	P	
P : voilà la réponse est correcte		R
21 Trouver la valeur numérique de : $C = 1 + x^2$, pour $x = -3$.		
E: C=1+x²=1+(-3)²=1+9=10.	P	
P : voilà, elle n'a pas oublié les (), très bien. Pourquoi tu as écrit (-3)² c'est 9 ?		P
E : car (-3) par (-3) c'est 9. On enlève le signe …	R	
P : ou bien, tout nombre élevé au carré est ?		C
E : positif.		
22 Trouver la valeur numérique de : $D = -3x + 4y$, pour $x = -2$ et $y = 3$.		
E : D=-3x+4y=-3×(-2)+4×3=6+12=18	P	
P : tout le monde est d'accord ?		R
E : oui		

24 On donne $a = -2$, $b = 3$ et $c = 4$. Calculer, le plus simplement possible, la valeur des expressions suivantes : *a)* $A = a - (b + a - c) + b - 3a - 2c$; *b)* $B = (a - b) - (a + b) - (b - c) + (b - c)$.		
E : $A = a - (b + a - c) + b - 3a - 2c = a - b - a + c + b - 3a - 2c$	P	
P : alors vous avez remarqué qu'elle a essayé de développer et de réduire. Continue s'il te plait avant de remplacer. Alors qui a remplacé avant de développer et de réduire ? On va faire la comparaison entre les 2.		P
E : $A = -2 - 3$ ...	R	
P : directement tu vas remplacer ? qui a une autre méthode ? oui (en désignant un autre élève)		P
E1 : on va voir les deux variables qui sont opposées et on va réduire	C	
P : c'est-à-dire on peut réduire, pourquoi ? pour faire ?		C
E : pour simplifier notre calcul	C	
P : oui et pour faire moins de calcul		C
E : -*a* et +*a* sont opposés, c'est zéro, -*b* et +*b* c'est 0, il reste $c - 3a - 2c$	P	
P : oui, est-ce qu'on peut les réduire aussi ? c'est à dire $+c - 2c$, c'est combien ?		R
E : $-2c^2$	R	
P : alors qui … ?		R
E2 : -*c* / E3 : *c*	R	
P : $+c - 2c$? comment on réduit ? comment on a su que c'est –*c* ?		P
E : car $c = 1c$	R	
P : comment tu as su ? c'est-à-dire si je dois travailler, $c - 2c$? comment on fait ? tu peux m'expliquer ?		P
E3 : 1 – 2 … E4 : on va factoriser	P	
P : on va factoriser quoi ?		R
E : *c*	R	
P : alors si on factorise *c*		R
E : $c - 2c = c(1 - 2)$	P	
P : 1-2 égal à combien ?		R
E : - 1	R	
P : -*c*, voilà		R
E : $A = -c - 3a = -4 - 3$	R	
P : d'où tu as cherché le -4 ?		P
E : car *c*=4	R	
P : *c*=4 très bien		R
E : A= -4-3×-2	P	
P : il y a une faute là, qui va la corriger ? qu'est-ce qu'elle a oublié ?		R
E2 : les parenthèses	R	
P : les parenthèses, voilà		R
E : A= -4-3×(-2)=2	R	
P : voilà, égal à 2		R
E : B = (a-b)-(a+b)-(b-c)+(b-c)		
P : oui, qu'est-ce que tu vas faire ?		
E : je vais remplacer	P	

P : directement tu vas remplacer ? tu ne vois pas que c'est préférable de développer et de réduire avant de remplacer ? le calcul sera beaucoup plus facile. Tu ne crois pas ça ? oui. Tu as remarqué, n'est ca pas ?		C
E : $B\ = a - b - a$ ...	R	
P : qu'est-ce qu'on fait ? comment faire pour développer ? il faut supprimer quoi ?		P
E : les parenthèses.	P	
P : voilà, commence.		R
E : $B = a - b - a + b$	P	
P : alors là, qu'est-ce qu'il y a avant les parenthèses ? le signe moins, ça veut dire c'est quoi ?		C
E : c'est l'opposé	C	
P : c'est l'opposé de $(a + b)$, est-ce que c'est l'opposé de a seulement ou l'opposé de $(a + b)$? c'est-à-dire ?		C
E : $B = a - b - a - b - b + c + b + c$	P	
P : et là pourquoi c'est devenu +*c* ?		R
L'élève efface et corrige	R	
P : parce que +1 multiplié par –*c*, -*c*.		R
E : B=-2b au carré	R	
P : comment au carré ? est-ce que c'est un produit ou une somme ? $- b - b$ c'est ?		C
E : c'est une somme	C	
P : c'est-à-dire, comment on a pu chercher -2b ?		P
E : car $- b\ =\ -1b$	R	
P : c'est-à-dire on a, pour additionner qu'est-ce qu'on fait ? $- b - b$ comment tu réduis ? on factorise, on factorise quoi ?		P
E : le b	R	
P : et entre les parenthèses ?		R
E : $-b(1 - 1)$	R	
P : pourquoi 1-1, pourquoi -1, et là-bas c'était 1 ?		R
E : $-b(-1 - 1)$	R	
P : donc -1-1, c'est combien ?		R
E : -2b	R	
P : on a factorisé. C'est juste chez toi		P
E : B=-2b	R	
P : et puis maintenant qu'est-ce que tu vas faire pour calculer la valeur numérique de B ? Regarde là-haut les valeurs.		P
E : je multiplie par 3.	P	
P : voilà		R
E : B=-2b×3	R	
P : attention. tu vas multiplier ou bien tu vas remplacer b par sa valeur ? remplace premièrement s'il te plait. Tu as quoi avant le b ?		R
E : -2.	R	
P : alors (-2) par ? à la place de b qu'est-ce qu'on écrit ?		R
E : 3	R	
P : voilà. Il faut remplacer. Qu'est-ce qu'elle vient de faire ta copine là-bas ?		R
E : B = -2×3=-5	R	
P : moins ?		R
E : -6	R	

23 Trouver la valeur numérique de : $E = x^2 + y^2$, pour $x = -1$ et $y = 1$.		
E : E=1+1=2	R	
P : E égal à 2. Voila		R
25 On donne $a = -0,5$, $b = 3,2$ et $c = -7,4$. Calculer, le plus simplement possible, la valeur des expressions suivantes : *a)* $C = 3(2a - c) - 6a - 3(b - c)$; *b)* $D = 2(a - 5) + 8(b + 2c) - 2(4b + 8c)$.		
E : $C = 3(2a - c) - 6a - 3(b - c) = 6a - 3c - 6a - 3b + 3c$	P	
P : qu'est-ce que tu as fait au début ?		P
E : j'ai développé puis j'ai réduit les nombres opposés.	P	
P : d'accord maintenant tu vas calculer la valeur numérique de l'expression.		P
E : j'ai besoin de la valeur de *b*. E : C=-3*b*=-3×3,2=-9,6	P	
P : très bien.		R
E:D=2×(-0,5-5)+8(3,2+2×(-7,4))-2(4×3,2+8×(-7,4))=-11	P	
P: vous êtes d'accord		R
E:oui		
29 Développer et réduire : *a)* $A = 7(x + 4 - 1) - 5(2x - 3y) - 2(y - 3x)$; *b)* $B = 4 - 3(x + y) - 2(4x - 2y)$; *c)* $C = 3x - 4(x + 1) + 7(x + 1)$.		
E : $A = 7x + 28 - 7 - 10x - 15y - 2$ ...	P	
P : vous êtes d'accord		R
Es : non	R	
P : qui n'est pas d'accord ? oui		R
E1 : $10x + 15$	R	
P : oui, c'est +15 parce qu'on a fait (-5) multiplié par (-3*y*), donc c'est +15*y*		P
E : $A = 7x + 28 - 7 - 10x + 15y - 2y + 6x = 3x$ ...	P	
P : comment tu as cherché le 3 ? tu expliques ?		P
E : j'ai fait $7x - 10x + 6x$	P	
P : très bien		R
E : $A = 3x - 17y + 21$	R	
P : tout le monde est d'accord ? très bien		R
E : $B = 4 - 3x - 3y - 8x + 4y$	P	
P : vous avez remarqué, Christian développe. Mais combien de termes a-t-on dans B ?		C
E1 : 3	R	
P : 3		R
E : $B = 4 + 11x + y$	R	
P : vous êtes d'accord avec Christian ?		R
Es : non	R	
P : qui n'est pas d'accord ?		R

E1 : c'est -11*x*	R	
P : pourquoi c'est -11*x* ?		P
E1 : car 3*x* est un terme négatif	R	
P : on a -3*x* et -8*x*, donc -3*x* et -8*x*, ça fait – 11*x*.		P
E : $C = 3x - 4x - 1 + 7x$	P	
P : vous êtes d'accord jusqu'au là avec Maha ? attend un peu.		R
Es : non	R	
P : qu'est-ce que tu as fait maintenant ? tu as développé le 2nd terme.		P
E : oui	P	
P : qu'est-ce que tu as fait ? comment on développe ?		C
l'élève montre la simple distributivité en mettant des flèches entre 4 et *x*, et entre 4 et 1.	C	
P : alors (-4) multiplié par 1, c'est combien ?		R
E : $C = 3x - 4x - 4 + 7x + 7$	R	
P : c'est (-4), attention.		R
31 Développer et réduire : *a)* $A = 4x(3x - 2y) - 3y(2x - y)$; *b)* $B = 2a(3 - a + 2b) - 4a(1 - a + b)$; *c)* $C = -6b(2 + 3a) - 2a(4 - 9b)$.		
E : $A = 12x - 8xy$	R	
P : alors qu'est-ce que tu fais maintenant ?		P
E : je développe	P	
P : très bien. Continue.		R
E : $A = 12x - 8xy - 12xy$	R	
P : d'où tu as cherché le 12 ? comment tu as fait pour trouver le 12 ?		P
E : $A = 12x - 8xy - 6xy + 3y^2$	R	
P : voilà, 3 par 2 c'est 6. Maintenant tu vas ?		R
E : réduire	P	
B (L'élève souligne les termes semblables pour réduire)	P	R
E : $C = -12b - 18ab - 8a + 18ab$	P	
P : qu'est-ce que tu viens de faire Peter ?		P
E : j'ai développé	P	
P : est-ce que vous êtes d'accord avec Peter ?		P
Es : oui	P	
32 Factoriser : *a)* $5x + 5y$; *b)* $10x - 5y$; *c)* $4a - 32b$; *d)* $-7x + 21y$; *e)* $15x - 10y$; *f)* $32a + 24b$.		
a)	R	R
b)	R	R
c)	R	R
d)	R	R
e)	R	R
E : $32a + 24b = 8(4a + 6b)$	R	

P : si tu vas développer de nouveau, qu'est-ce que tu vas obtenir ? Ce n'est pas vrai. passe au tableau s'il te plait. Écris de nouveau pour vérifier si ta réponse est correcte ?		C
E : $32a + 48b$	R	
P: alors regarde, tu as eu la même réponse? qu'est-ce qu'il y a comme faute ? qu'est-ce qu'il faut arranger ? tu devais avoir 24b. Pour avoir 24b ?		R
E : 8 par $3b$.	R	
P : voilà, corrige		R
Pour les exercices 33 – 34 et 36, les élèves donnent les réponses oralement. Étant correctes, pas d'interactions à part la validation. **33** Factoriser : *a)* $x^2 - x$; *b)* $x^3 - x^2$; *c)* $x^3 - x$; *d)* $x^3 + x$; *e)* $4x^2 - 3x$; *f)* $7x^3 + 6x^2$. **34** Factoriser : *a)* $a^2 + 2a$; *b)* $4a^2 - 2a$; *c)* $5x^3 + 10x^2$; *d)* $30x + 60x^2$; *e)* $21y^2 - 14y$; *f)* $20x^3 - 30x^2$.	12 ×R	12 ×R
36 Factoriser : *a)* $14x^2y - 21xy^2$; *b)* $30x^3y - 25x^2y^2$; *c)* $x^2y^2 + xy$; *d)* $28a^2b - 35b^2x$.	4× R	4× R
35 Factoriser : *a)* $9x^2 - 9x$; *b)* $18a^3 - 9a^2$; *c)* $25 + 5a^2$; *d)* $12x^3 + 4x^2$; *e)* $10x^3 - 100x^2$; *f)* $y^3 - y^2$.		
a)	R	R
b)	R	R
c)	R	R
d)	R	R
e)	R	R
E : $y^3 - y^2 = y(y^2 - y)$	R	
P : on peut faire ça, mais on pouvait factoriser encore plus. Qu'est-ce qu'on pouvait faire ?		P
Es : y^2	R	
P : on pouvait factoriser le y^2. Ensuite ? oui sara ?		R
E : $y^2(y - 1)$	R	
37 Factoriser : *a)* $2x + 6y + 10$; *b)* $-3x + 9y - 6$; *c)* $4ab + 2a^2 + 6a$; *d)* $4x^2 - 6x + 8x^3$.		
Passage d'un élève au tableau E : $2x + 6y + 10 \ = \ 2(x + y$	R	

P : vous êtes d'accord avec Dima ?		R
Es : non Sans rien dire, l'élève au tableau corrige et continue E : $2(x + 3y + 5)$	R	
E : $-3x + 9y - 6 = 3(-x + 3y - 3)$	R	
P : si tu vas développer de nouveau, 3 multiplié par (-3) ça va te donner (-6) ou bien (-9) ?		P
E : $3(-x + 3y - 2)$.	R	
P : il faut toujours vérifier la factorisation en développant de nouveau.		C
E : $4ab + 2a^2 + 6a = 2a(2b + a + 3a)$	R	
P : si tu vas développer de nouveau, 2a multiplié par 3a, ça fait combien à la fin ?		R
E : $6a^2$	R	
P : qu'est-ce qu'on a là-bas ?		R
E : $2a(2b + a + 3)$		
E : $2x(2x - 3 + 4x^2)$	R	R
P : c'est juste.		
38 1° Quels sont les facteurs des produits : *a)* $5(x + 1)$; *b)* $2x(x + 1)$. 2° En déduire une factorisation de : $A = 5(x + 1) + 2x(x + 1)$.		
E : le facteur commun est $(x + 1)$ $A = 5 \times (x + 1) + 2x \times (x + 1) = (x + 1)(5 + 2x)$	P	
P : vous avez des questions sur la réponse ? c'est juste.		R

ANNEXE E – Les interactions observées durant la séquence d'enseignement de M. R.

Interactions	I	A
Exercice supplémentaire 1: Traduire chacune des phrases suivantes par des phrases en langage mathématique : Phrase 1 : Multiplier cinq par deux et soustraire trois au résultat. Phase 2 : Multiplier un nombre par cinq et soustraire deux au résultat.		
P : je vais commencer par écrire une phrase, et on va essayer d'analyser cette phrase. Dans cette phrase, j'ai des nombres, cinq, deux et trois (en les soulignant), et j'ai des opérations : multiplier et soustraire. Si on va essayer d'écrire cette phrase en langage mathématique. Rabih ?		
E1 : 5×2 = 10 ; 10 – 3 = 7.	R	
P : ok. Mais je ne vaux pas cette forme.		R
E2 : 5×2-3	R	
P : Seulement. Je veux ça. C'est 5×2-3.		R
P : dans cette expression, j'ai des nombres 3, 2 et 5 et j'ai des opérations, multiplier et soustraire.		
P : je vais écrire une autre phrase, elle est un peu différente et on va essayer d'analyser. P écrit la phrase 2. P : Dans cette phrase, qu'est-ce que j'ai ? Oui Jessy		
E (pose une question) : on a le droit de choisir le nombre ?	R	
P : on a le droit de choisir le nombre.		R
E2 : on doit multiplier et soustraire.	P	
P : OK. Alors, j'ai des opérations, multiplier et soustraire et j'ai quoi encore ?		P
E3 : deux nombres 5 et 2	R	
P : deux nombres 5 et 2, et quoi aussi ?		R
E4 : un nombre de choix	R	
P : c'est-à-dire quoi ? comment est ce nombre ?		R
E5 : il n'est pas indiqué.	R	
P : il n'est pas indiqué. C'est-à-dire quoi ?		R
E6 : on peut dire x ?	R	
P : on peut dire x, mais comment il est ce nombre ? il est		R
E7 : inindiqué	R	
P : inindiqué		R
E8 : entier	R	
P : ça m'est égal entier		R
E9 : inconnu	R	
P : Très bien, il est inconnu. Il n'est pas indiqué, oui. Il est inconnu. Donc si je vais essayer de traduire cette phrase en langage mathématique, je vais l'écrire. Comment je vais représenter ce nombre ? je vais mettre à sa place ?		R
E : *x*	R	
P : si vous voulez *x*.		R
E1 : une lettre.	C	
P : une lettre, très bien. Donc c'est *x*.		C
P et élèves : *x* ×5-2.	R	

P : dans cette expression donc, qu'est-ce que j'ai ? j'ai des nombres, 2, 5 et un nombre qui n'est pas connu, mais c'est un nombre, c'est un nombre dont la valeur est inconnue. Mais il représente quoi ? un nombre. Et j'ai des opérations. Donc, dans cette expression, j'ai des nombres 2 et 5 et un nombre qui n'est pas connu. Mais tous ces nombres représentent des ?		R
E : des chiffres, des nombres.	R	
P : des chiffres, des nombres, oui, qu'on va chercher. Ce *x*, il est inconnu.		R
P : comment on appelle cette expression qui contient des lettres ? On va l'appeler expression ?		
E : algébrique	C	
P : on va l'appeler expression algébrique. Donc dans une expression algébrique, j'ai des lettres qui représentent des nombres, et j'ai des chiffres (en désignant les nombres et les lettres de l'expression). Dans une expression algébrique, on a des lettres, mais, bien sûr, les lettres vont représenter des nombres. Pourquoi on va utiliser ces expressions algébriques ? On va voir pourquoi on va les utiliser. Bien sûr, il y a une infinité d'expressions algébriques. Je peux, par exemple, dire : $ab + 3xy - 7$ ou je peux dire : $x^2y^3 - 2z$		C
Exercice supplémentaire 2 : On donne un rectangle de longueur 7 et de largeur 3. Trouver le périmètre de ce rectangle.		
P : on va prendre un autre exemple et on va essayer de déduire quelque chose.		
E : 7×2+3×2	R	
P : je veux une autre forme		R
E2 : largeur fois deux et longueur fois deux	C	
P écrit au tableau : l×2+L×2		C
P : oui Salim		
E3 : 7+7+3+3	R	
P : oui ?		R
E4 : 7×3×2	R	
P : non, 7×3, non		R
E5 : 7 plus 3 fois 2.	R	
P : comment je vais écrire ça ? 7+3×2, comme ca ? qu'est-ce qu'il a oublié ?		R
E6 : les parenthèses	R	
P : (7+3)×2, il a oublié les parenthèses		R
P : je vais m'arrêter avec ces réponses, on va essayer de regarder la 2ème (l×2+L×2). Dans la 2ème, je vais essayer de l'écrire sous une autre forme : 2×(L+l) en verbalisant (deux fois longueur plus largeur). Je peux écrire sous cette forme ?		
Es : oui	R	
P : comment je vais appeler cette expression ?		C
Es : expression algébrique	C	
P : expression algébrique et ces lettres représentent des nombres. Pourquoi je vais utiliser cette forme à votre avis ? Pourquoi parfois je vais dire que le périmètre du carré c'est côté fois quatre (et il note P=c×4) ? Et pourquoi je vais dire que la longueur d'un disque c'est P=2×π×r ? Pourquoi ici, j'utilise les lettres ? pour ?		C
E : car la lettre, les côtés représentent un nombre.	R	

P : bien sûr		R
E2 : car la lettre remplace une valeur.	R	
P : très bien. Les lettres remplacent une valeur, oui		R
E3 : pour faciliter.	R	
P : pour faciliter. Je cherche autre chose. Qu'est-ce que je cherche ?		R
E4 : pour ne pas répéter la même chose.	R	
P : pour ne pas répéter. Donc ?		
E5 : l'abréviation		
P : pour généraliser. C'est-à-dire si je vais écrire le périmètre d'un rectangle, c'est deux fois longueur plus largeur, ça c'est applicable pour tous les rectangles, n'importe quel rectangle. Donc, en cas où je vais utiliser les lettres, je vais essayer de généraliser. Pour chercher le périmètre de n'importe quel carré, de n'importe quel rectangle, je vais écrire ça, la formule : P=4×c ou bien P=2×(L+l).		C
P : Si je vais essayer encore de la faciliter, je vais écrire quoi ? c'est-à-dire je vais essayer d'enlever quelque chose pour faciliter mon écriture. Oui ?		
E : diamètre	R	
P : ici je parle du rectangle, le périmètre. Oui ?		R
E2 : longueur exposant 2 + largeur exposant 2.	R	
P : non. Je vais écrire 2(L+l) (en disant deux fois longueur plus largeur). Qu'est-ce que j'ai fait ? j'ai enlevé le signe ?		R
Es : fois	R	
Es : quand il y a une parenthèse.		
P : donc devant une parenthèse, je peux enlever le signe × ?		C
E : oui, car tu nous as dit que quand il n'y a aucun signe c'est fois.	C	
P : donc devant les parenthèses, il n'y a pas de signe, c'est fois. Le fois je peux l'enlever devant les parenthèses.		C
E : dans l'examen, si tu nous as donné le périmètre d'un carré et tu nous as dit d'écrire le périmètre sous forme d'une expression, comment tu vas savoir L + l ? quelle est la longueur ?	R	
P : d'habitude L c'est la longueur et petit l c'est la largeur.		R
P : donc, devant les parenthèses, je peux enlever le signe fois. Il y a encore un autre cas.		
E : M. seulement, pour le fois, on peut ?	C	
P : oui		C
E : c'est obligatoire de l'enlever ?	R	
P : non ce n'est pas obligatoire, mais c'est pour faciliter le calcul.		R
P : si j'ai 2×a×b, comment je peux faciliter l'écriture		
E : 2ab	R	
P : donc entre deux lettres, je peux enlever le signe ×, et un nombre devant une lettre, je peux enlever le signe ×. Donc j'ai enlevé les deux signes ×.		C
E : c'est-à-dire, il y a des fois entre eux ?	C	
P : c'est-à-dire entre a et 2 il y a un signe ×, entre a et b il y a un signe ×.		R
E : mais M. parfois, peut-être c'est (en désignant 2ab) un nombre formé de centaines, dizaines et unités, et non pas 2×a×b.	C	
P : par exemple ? Donne-moi un exemple		R
E : le 2 est une centaine, 248. On ne sait pas que 48 est la valeur, on met a et b à la place de 4 et 8. Comment on doit savoir que ce n'est pas une multiplication ?	C	

<table>
<tr><td>P : on dit qu'on a remplacé le chiffre des dizaines par a, le chiffre … c'est un autre cas.</td><td></td><td>C</td></tr>
<tr><td>Exercice supplémentaire 3 :
Complète le tableau suivant :
<table><tr><td>Écriture avec le signe ×</td><td>Écriture sans le signe ×</td></tr><tr><td></td><td>$2x + 5$</td></tr><tr><td></td><td>xyz</td></tr><tr><td>$2 \times 3 \times a$</td><td></td></tr><tr><td>$5 \times (y + 2b)$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>P : Chadi, qu'est-ce que je vais écrire à la 1ère colonne ?</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E : 2 fois x plus 5</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : très bien. Bien sûr l'écriture la plus simple est $2x + 5$.</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E : x fois y fois z</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : très bien</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>P : 2 fois 3 fois a ? oui ?</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E : écriture simplifiée de 2×3×a est 23a</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : on va écrire donc 23a</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E1 : non</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : 2×3 ?</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E : 6</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : ça c'est combien ? (en indiquant le 23 dans 23a)</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E : 23</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : 23 et on a dit je peux enlever le × entre 2 chiffres ou entre un chiffre et une lettre ? c'est-à-dire comment on va corriger ça ?</td><td></td><td>C</td></tr>
<tr><td>E : 6a</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : ou bien je peux écrire ?</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E2 : 2×3a</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : très bien, ou bien, 2×3a</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E : 6a</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : très bien</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>E : M. on ne peut pas dire +2 fois b ?</td><td>R</td><td></td></tr>
<tr><td>P : dans cette forme (en désignant la 2è colonne), j'enlève le signe ×.</td><td></td><td>R</td></tr>
<tr><td>P : on va essayer de parler des expressions algébriques, une expression algébrique est composée de quoi ? On va prendre un exemple : $2x^2y - 3ab + 6mn + 2$.
Ça c'est une expression algébrique. Elle est formée en plus des nombres, des lettres, $x, y, a, b, x,$ et ces lettres représentent des nombres, dont la valeur n'est pas connue. Cette expression est composée de termes, il y a quatre termes, ces termes, on va les appeler des monômes. Dans chaque monôme, il y a des lettres, il y a des chiffres et il y a des exposants. ….</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Application 1

Complète le tableau suivant :

Monôme	Variable	Coefficient	Exposant de la variable
$-5x^3$			
	y	$-1{,}5$	2
x^8			
	a	2	5
$3y^2$			
	t	$-3{,}5$	1

E : il y a peut-être un monôme qui n'a pas de coefficient ?	C	
P : oui		C
E : $-5x^3$, x est la variable, -5 est le coefficient et 3 est l'exposant de la variable	R	
P : ok		R
E : -1,5y^2	R	
P : très bien		R
E : la variable c'est, il n'y a pas de variable.	R	
P : la variable c'est x		R
E : la variable c'est x, le coefficient 1 et l'exposant 8	R	
P : c'est juste		R
E : $2a^5$	R	
P : $2a^5$ c'est vrai		R
E : y , 3 et 2	R	
P : ok		R
E : $-3{,}5t^1$	R	
P : $-3{,}5t$		R
E : est-ce que la variable peut-être avant le coefficient ?	C	
P : on va parler de ça. Toujours, si vous avez constaté, le coefficient est avant la variable. Je ne peux pas voir un nombre après les lettres. C'est-à-dire, je vous toujours, a^2, a^3, je peux voir $2a^2$, $2a^3$, mais je ne peux pas voir $a^2 2$, $a^3 2$.		C
E : pourquoi ?	C	
P : car d'habitude, je dois écrire les nombres avant les lettres.		C
P : de quoi on a parlé ?		
E : de quoi une expression algébrique est composée	C	
P : de quoi elle est composée ?		C
E : de monômes. Et chaque monôme il a des variables, exposant de la variable et coefficient.	C	
P : donc un monôme est formé de la variable, exposant de la variable et coefficient. Qu'est-ce que ça veut dire termes semblables ?		C
E : les monômes qui ont les mêmes variables.	C	
P : les monômes qui ont les mêmes variables. donne-moi un exemple.		C

E : $2x^2 + 10x^2$.	R	
P : ce sont deux monômes semblables car ils ont …. Pourquoi je vais parler de monômes semblables ?		C
E : pour réduire.	P	
P : c'est-à-dire quoi ? c'est-à-dire ici qu'est-ce que je peux faire ?		P
E : additionner	P	
P : pour additionner. Pour ne pas avoir deux monômes semblables, je vais écrire à leur place $12x^2$. donc les monômes semblables, je vais les réduire pour avoir à leur place un seul monôme.		P

2 Complète le tableau suivant :

monôme	variable	coefficient	exposant de la variable
$-6x^7$			
	t	$-3{,}54$	4
$5a^3$			
	z	6	2

	R	R
	R	R
	R	R
	R	R

2 Relie les écritures correspondant à la même expression.

1°)

- $1 \times x$
- $0x$
- $-1 \times x$
- $\frac{1}{2}x$
- $x + x$

- $0{,}5x$
- $2x$
- 0
- x
- $-x$

2°)

- $x + y$
- $\frac{x}{2}$
- $x + x$
- $\frac{x}{4}$
- $4x$
- $2x$
- $\frac{x}{3}$
- $3x$
- $-y$
- $\frac{1}{x}$

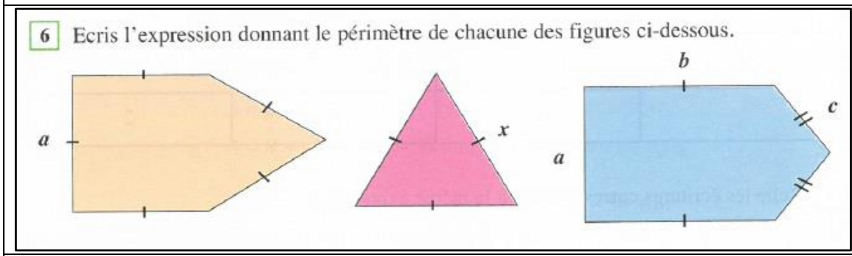
- Le tiers d'un nombre
- Le quadruple d'un nombre
- La somme de deux nombres
- Le quart d'un nombre
- Le double d'un nombre
- Le triple d'un nombre
- La moitié d'un nombre
- L'inverse d'un nombre non nul
- L'opposé d'un nombre

E : $1 \times x = x$	R	
P : $1 \times x = x$		R
E : 0x=0	R	
P : 0x=0. Pourquoi ? car 0 fois n'importe quel nombre est égal à 0.		C
E : $-1 \times x = -x$	R	
P : ok		R
E : ½ x = 0,5 x	R	
P : très bien		R

E : $x + x = 2x$	R	
P : ok	R	
P : $2a^2 + 3a^2$ égal à combien ?		
E : $5a^2$	R	
P : qu'est-ce que j'ai fait ? j'additionne les coefficients. Si j'ai $2a^2 + a$, c'est combien ?		P
E1 : $3a^2$ E2 : $3a^3$ E4 : a^5 …………	R	
P : on ne peut pas la calculer. Est-ce que a et a^2 sont semblables ?		C
Es : non	C	
P : comment on va la calculer ?		C
Un élève pose une question E : si on a $x \times x$?	P	
P : si on a $x \times x$? quelqu'un peut me dire que vaut $x \times x$? on va écouter les réponses puis on va discuter.		R
Es : x^2 / x / $2x$	R	
P : on va essayer d'éliminer ce qui est faux. On va répondre à Alaa. Il m'a dit que $x \times x = 2x$. $x + x$ = combien ?		R
E : $2x$	R	
P : $x + x = 2x$, donc on va éliminer $2x$ des réponses. Il y a encore x^2 et x. Il y a déjà deux x, donc c'est soit x^2, soit $2x$. c'est sûr que ce n'est pas x. Pourquoi c'est x^2 alors ? quelqu'un peut me donner un exemple ?		P
E : c'est comme 5×5 ou 3×3.	R	
P : très bien. $5\times5=5^2$. J'ai la même (base)		P
E : on a changé le 5 en x	P	
P : pourquoi j'obtiens l'exposant 2 ?		P
E : parce que 5 exposant 1 fois 5 exposant 1	P	
P : très bien, donc 1+1 ça fait ? 2.		P
E : $x + y$ c'est la somme de deux nombres.	R	
P : suivant		R
E : $x/2$, c'est la moitié d'un nombre	R	
P : ok., oui ?		R
E : $x + x$ c'est le double d'un nombre	R	
P : $x/4$		R
E : le quart d'un nombre	R	
P : très bien. suivante		R
E : $4x$ le quadruple d'un nombre	R	
P : très bien		R
E : $2x$ c'est le double d'un nombre	R	
P : oui, suivant.		R
E : le tiers d'un nombre	R	
P : c'est le tiers d'un nombre. $3x$?		R
E : le triple.	R	
P : Ensuite ?		R
E : l'inverse	R	
P : répète ce que tu as dit		R
E : $-y$, son opposé est $+y$	R	
P : et pour l'inverse ?		C

E : si on a 2/3, son inverse est 3/2	R	
P : l'inverse de *x* ? E : 1/*x*	 R	R
P : 1/*x*		R
3 Groupe les termes semblables : $4y^6$; $2x^3$; $-4a^2b^5$ $6a^2b^5$; $2cza^2b^2$; $-1{,}5a^2b^5$ $0{,}3x^3$; $-5{,}6za^2b^2c$; $3{,}5\ a^2b^5$		
P : j'ai commencé par écrire 4yˆ6. Ou est le terme semblable à $4y^6$? tu peux le trouver ?		
E : $2x^3$	R	
P : d'abord on a dit termes semblables. Termes semblables c'est-à-dire ?		C
E : même variable	C	
P : ici c'est qui la variable ?		R
E : *y*	R	
P : c'est qui l'exposant ?		R
E : 6	R	
P : 6, c'est-à-dire, je dois chercher quoi ? y^6. Est-ce qu'il y a des y^6 ?		R
Es : non	R	
P : c'est-à-dire il n'y a pas des termes semblables à $4y^6$.		R
E : je n'ai pas compris (pourquoi $2x^3$ et 0,3 x^3 sont semblables)	P	
P : à ton avis, pourquoi ils sont semblables ici ? on avait dit que je regarde *x*, il y a *x* (dans les 2 monômes), il y a 3, il y a 3. Il y a 0,3 et il y a 2. Donc c'est quoi le semblable ?		P
E : x^3	R	
P : c'est x^3.		R
P : Alaa, il y a des termes semblables à $-4a^2b^5$		
E : il y a …	R	
P : très bien		R
P : Anthony		
E : il n'y a pas	R	
P : il n'y a pas. vanessa ?		R
E2 : $-5{,}6za^2b^2c$	R	
P : ça		R
E3 : Non	R	
P : donc ça c'est faux ? pourquoi c'est faux ? Anthony, 2×3= ?		R
E : 6	R	
P : 3×2 ?		R
E : 6	R	
P : donc, qu'est-ce que je déduis ? dans la multiplication, on peut changer la place.		C

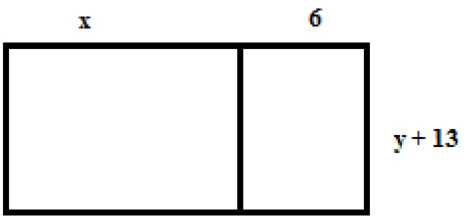
4 Réduis les termes semblables dans chacune des expressions algébriques suivantes 1°) $3x^5 - 8y^4 + 6a^2b - 7 + 2x^5 + 3y^4 - 2a^2b + 6$. 2°) $x^2y - 3y^2 + 5y^3x^2 - 3x^2y + 1{,}5y^2 - 0{,}2y^3x^2 - 4$. 3°) $4a^2bc^3 - 8t + 5a^2bc^3 - 4at + 10t - 5y+2at$. 4°) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}x + \frac{22}{29} + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{15}x + \frac{4}{3}x + \frac{7}{29}$.		
P : la 1ère chose à faire, je vais essayer de ?		
E : trouver les termes semblables.	P	
P : je vais essayer de chercher les termes semblables. J'ai $2x^5$ et ?		P
E : $3x^5$	R	
P : très bien. Ça donne ? …		R
P : qu'est-ce que je dois faire ?		
E : je dois ramener au même dénominateur	P	
P : ramener au même dénominateur		P
E : effectue les calculs au tableau	P	
P : oui		P
E : d'où on a cherché 9/15 ?	P	
P : on a fait 3×3 = 9. C'est écrit en rouge		R
E : pourquoi 1/15 ?	P	
P : je vais écrire ce qu'il a fait : 3/5=9/15 ; 1/3 = 5/15 et 4/3 = 20/15. Il a ramené au même dénominateur.		P
E : M. 22/29 + 7/29 c'est 29/29 ?	R	
P : oui, 29/29 tu vas la laisser comme ça ?		R
E : qu'est-ce va faire encore ?	R	
P : rien, on ne peut rien faire, il y a des x^2, x et un nombre. On ne peut rien faire.		R
$x^2+23/15x+1$ E : il y a des x, pourquoi on n'a pas additionné ? pourquoi ce n'est pas x^6 ? il y a encore quatre x.	C	
P : ou il y a quatre x ?		R
E : à côté de chaque fraction (à l'étape qui précède la dernière étape)	R	
P : j'avais 9/15 – 5/15 ; 9-5 ?		R
E : 4	R	
P : 4-1=3, $3x$, 3+20. Ça fait 23. J'ai additionné ces quatre termes. J'ai additionné les x, ils m'ont donné $23x$.		P
E : ici c'est x^2 car 1/3 + 2/3	P	
P : 1/3 + 2/3 = 3/3 et 3/3 c'est-à-dire c'est 1, et $1x^2=x^2$		P
5 Calcule la valeur numérique de chacune des expressions algébriques suivantes. 1°) $3a^3$ pour $a = -2$. 2°) ab^2 pour $a = -3$ et $b = 1$. 3°) $-3x^2y^3$ pour $x = 2$ et $y = 1$. 4°) $-4x^2yz^3$ pour $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ et $z = -3$.		
P : pourquoi je n'ai pas mis 3 ?		
E : parce qu'il y a $= -2$	R	R
E : $-3x^2y^3 = -32^21^3$	R	
P : joy les a mis, mais je préfère d'abord ici mettre des parenthèses et mettre le signe × entre les nombres, les parenthèses		P
E : $= -3(2^2)(1^3)$	R	

P : elle va effacer de nouveau, elle va essayer de remplacer		R
E : $-3 \times (2^2) \times (1^3)$	R	
P : ici elle ne va pas se tromper car il n'y a pas le signe moins. Mais moi je préfère commencer avec les parenthèses. Après, dans une 2ème étape, on va essayer d'enlever le × et de travailler plus rapidement.		P
E : -3×4×1=-12	R	R
E :$-4x^2yz^3 = -4 \times (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{3}) \times (-3)^3$	P	
P : Tia tu vas me dire qu'est-ce que tu fais ? tu as remplacé ?		P
E : les lettres par les valeurs	P	
P : donc tu as remplacé x par ½, oui …		P
L'élève continue à effectuer les calculs		
P : et $(-3)^3$ c'est combien ?		
E1 : 81	R	
P : comment tu as fait ?		P
E : 27	R	
P : - 27. Je vais maintenant mettre le signe, c'est +. Est-ce que je peux simplifier ?		R
Es : non	R	R
		
P : Chadi, je cherche quoi ?		
E : je cherche le périmètre de la figure	R	
P : pour chercher le périmètre de la figure, je cherche P = . On va faire quoi ?		P
E : je vais additionner les côtés	P	
P : est-ce qu'on a les côtés Chadi ?		R
E : non	R	
P : on a codé la figure ?		R
E : oui	R	
P : on a codé, c'est-à-dire quoi ?		P
E : même longueur	P	
P : c'est-à-dire je peux écrire chaque côté a ?		R
Es : oui	R	
P : Chadi, le périmètre est égal à ?		
E : a^5	R	
P : quelqu'un veut dire quelque chose ? oui May ?		R
E1 : c'est faux	R	
P : c'est faux		R
E1 : $5a$	R	
P : Chadi, il va essayer peut être de décomposer. Il va écrire $P = a + a + a + a + a$. Combien de a j'ai ?		P
Es : 5	R	
P : j'ai quoi ? $5a$. Ecris $P = 5a$		R
P : est-ce que le $5a$ c'est a^5 ?	C	
Es : non		C

P : c'est quoi le a^5 ?	C	
E : $a \times a \times a \times a \times a$		C
E : $x + x + x = 3x$	P	
P : ok		P
E : $P = a + b + c + b + c = a + 2b + 2c$	P	
P : comme il a écrit Chadi, le périmètre c'est $a + 2b + 2c$ (en désignant les côtés). C'est bien ?		P
Es : oui		
7 Le côté d'un carré est $3x$; calcule son périmètre.		
E : P=$3x$×4 = $12x$	P	
P : $3x + 3x + 3x + 3x$, ce sont des termes semblables …		P
E : on peut mettre 4 $3x$?	R	
P : 4 3 comme ça ? ça devient 43. Bien sûr que non.		R
8 Effectue . 1°) $2a^3 \times 5a^2$. 2°) $5x^3 \times 2x$. 3°) $-\frac{1}{2}x^2 \times \frac{4}{3}x$. 4°) $y^3 \times (-2y^5)$. 5°) $\frac{3}{4}y \times \left(\frac{-8}{9}y^4\right)$. 6°) $-4x^2y^2 \times 3xy^2$.		
E : $2a^3 \times 5a^2 = 10(a^3 + a^2) = 10a^5$	P	
P : s'il te plait tu peux décomposer ce que tu multiplies ?		P
E : $2 \times 5 \times a^3 + a^2$	R	
P : D'où tu as cherché ce *plus*, où tu vois un *plus* là-bas ? On va essayer de l'aider. Je vais ajouter le *fois* (×), qu'est-ce que j'écris ? $2 \times a^3 \times 5 \times a^2$. N'est-ce pas ?		P
Es : si	R	
P : on va essayer de corriger. Il n'y a pas de plus. D'où tu as cherché le plus ? Qu'est-ce que je fais à cette étape ?		P
E : 2×5 et $(a^3 \times a^2)$	R	
P : très bien, on va essayer de changer les places. Tu vas grouper 2 à côté du 5 et a à côté du a		P
E : $10a^6$	R	
P : 2+3		R
Es : 5	R	R
E : $10a^5$		
E : $5x^3 \times 2x = 5 \times 2 \times x^3 \times x = 10x^4$	P	
P : ok		P
E : -1/2 x^2 × 4/3 x = - ½ × 4/3 x^2×x = 4/5 x^3	P	
P : tu peux nous expliquer ce que tu as fait		P
E : j'ai mis les fractions seules, et j'ai mis les	P	
P : les variables. Donc elle a groupé les fractions à part et les variables à part		P
E : j'ai simplifié 2 et 4	P	
P : parce que c'est une multiplication, elle a simplifié 4 et 2. Ici il me reste 1, et 2		P
E : il y a ici la même variable, la même base, j'ai fait l'addition des expressions. Alors j'ai fait -1/1×2/3 = -2/3 et j'ai enlevé le ×	P	
E : si on a des additions et des soustractions dans un calcul on ne peut pas les déplacer ?	P	

P : si on peut déplacer. 5-3 ça devient ?		P
E : 2	R	
P : 2. -3+5= ? voilà.		R
E : $y^3 \times (-2y^5) = y^3(-2y^5) = y^3 - 2y^5 = 2y^8$	P	
P : tu peux expliquer ce que tu as fait ?		P
E : j'ai enlevé le ×, j'ai enlevé ici les parenthèses	P	
P : regardez, ici elle a oublié quelque chose. Elle a enlevé la parenthèse. C'est $= y^3 - 2y^5$.Je peux faire ça ? il y a toujours un ×.		P
E : $y^3(-2y^5)$	R	
P : je peux faire ça ou je peux encore ajouter un ×.		R
P : je peux tout d'abord grouper les fractions d'une part et les variables d'une autre part ? je peux commencer par faire ça.		
E : ¾ × (-8/9)	P	
P : je dois mettre des parenthèses le -8/9 car je ne peux pas mettre deux signes × et – de côté		R
E : $\frac{3}{4} \times \left(-\frac{8}{9}\right) \times y \times y^4$. Je vais simplifier	P	
P : simplifier. Tu as simplifié par combien ?		R
E : par 4. Il reste 2 E : $\frac{1}{1} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times y^5$	R	
P : et la dernière étape		R
E : $-\frac{2}{3}y^5$	R	
P : ok		R
l'élève résout les étapes au tableau. P: on va voir qu'est-ce qu'elle a fait Sarah? La dernière étape qu'est-ce que je vais faire? Très bien	P	P
10 On donne $A = 2x^3 - 4x^2 - 3x + 8$ et $B = x^4 - 2x^3 + 6x - 4$. Calcule : $A + B$; $A - B$; $2A + B$; $3A - 2B$.		
P : qu'est-ce qu'on va faire ?		
E : on va réduire	P	
P : on va commencer par écrire A = $2x^3 - 4x^2 - 3x - 8$		R
E : $A + B = 2x^3 - 4x^2 - 3x - 8 + x^4 - 2x^3 + 6x - 4 = x^4 + 3x - 12$	R	
P : regardez ce qu'elle a fait : c'est A, c'est + B. tout d'abord, j'ai remplacé A par sa valeur, B par sa valeur. Qu'est-ce que je dois faire après ?		P
E : additionner	P	
P : je dois grouper pour réduire, c'est-à-dire, je vais additionner les termes semblables.		
E : $A + B = x^4 + 2x^3 - 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6x - 8 - 4$	P	
P valide le résultat		P

13 Effectue . 1°) $-5x^5 \times \left(-\frac{1}{5}x^2\right)$ 2°) $2ab^2 \times \left(-\frac{1}{2}a^2b\right)$ 3°) $\frac{3}{5}xy^2 \times \left(-\frac{5}{3}x^2y^3\right)$ 4°) $xy \times (-2x^2y)$.		
P : qu'est-ce que tu as fait ?		
E : j'ai simplifié	P	
P : très bien, il a commencé par simplifier. Est-ce qu'il peut simplifier ?		P
Es : oui / non	R	
P : oui ou non ? c'est une multiplication ?		C
Es : oui	C	
P : je peux simplifier ? je peux simplifier. Commencez par simplifier. Qu'est-ce que je fais après ?		P
E : $-x^7$	R	
P : je n'ai pas compris ce que tu as fait. Pourquoi c'est – et exposant 7 ?		P
E : $+x^7$	R	
P : Très bien		R
E : $ab^2 \times a^2b$	R	
P : tu as d'abord simplifié par 2, c'est 1. Tu as ensuite $ab^2 \times a^2b$. Est-ce que je peux multiplier $a \times a^2$? est-ce une addition ou une multiplication ?		P
E : une multiplication	C	
P : Omar a oublié le moins. Le prof complète les calculs de la 2°)		P
E : $\frac{3}{5}xy^2 \times \left(-\frac{5}{3}x^2y^3\right) = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right)xy^2 \times x^2y^3 = -x^3y^5$	P	P
E : comment on fait la multiplication avec les exposants ?	P	
P : comment je vais multiplier avec exposants ? si je me rappelle quand on a expliqué les puissances, on a dit que $a^m + a^n = a^{m+n}$. elle est directe. Qui va me donner une application numérique ?		C
E : $5^2 \times 5^8$	R	
P : c'est à dire c'est $5^{2+8} = 5^{10}$. Ça c'est la multiplication. On a appliqué cette règle, j'ai la même base, x, et je vais additionner les exposants.		P
E : $-2x^3y^2$	R	
P : tu vas nous expliquer comment tu as fait ?		P
E : j'ai laissé le (-2)	P	
P : très bien, le (-2), il n'y a pas d'autre, il y a seulement le (-2). Puis ?		P
E : x foix x^2 est égal à x^3, et y fois y est égal à y^2	P	p
P : très bien		

14 On donne trois monômes semblables : $A = \frac{3}{5}a^3b^2$, $B = -\frac{2}{3}a^3b^2$ et $C = -a^3b^2$ Calcule successivement : **1°)** $P = A + B - C$ **2°)** $Q = A - B + C$ **3°)** $R = -A + B + C$ **4°)** $S = A - B - C$.		
P : dis-moi qu'est-ce que tu as fait ?		
E : j'ai écrit A, B et C	R	
P : qu'est-ce que tu as fait ?		R
E : j'ai fais ×	P	
P : on n'a pas ×, on a +. Est-ce que je peux simplifier ?		C
E : non	C	
P : non je ne peux pas simplifier.		P
E : $P = A + B - C = \frac{3}{5}a^3b^2 + \left(-\frac{2}{3}a^3b^2\right) - (-a^3b^2) = \cdots$.	P	P
2°)	P	P
3°)	P	P
4°)	P	P
Exercice supplémentaire 4 : Un rectangle est divisé en deux, comme le montre la figure ci-dessous. Exprime son aire de deux manières différentes. 		
P : Anthony, tu vas me rappeler comment je trouve l'aire d'un rectangle. En général.		
E : longueur × largeur.	C	
P : très bien. Longueur × largeur. C'est-à-dire, si j'ai n'importe quel rectangle, j'ai le petit côté (que l'enseignant désigne par l), le grand côté (L), pour trouver l'aire je fais : $A = l \times L$.		C
P : Mario, à ton avis, comment je vais chercher l'aire de ce grand rectangle, qui est formé de ?		
E : deux rectangles.	R	
P : de deux rectangles. Qui peut me dire ?		R

E : on trouve d'abord l'aire du petit ?	P	
P : c'est-à-dire ? Qu'est-ce que je vais écrire ? Passe au tableau.		P
E : 6×y+13	R	
P : Ghiwa n'est pas sure de sa réponse. Pourquoi ?		R
E : parce qu'on ne sait pas y.	R	
P : Ghiwa dit qu'on ne sait pas y, on ne peut pas dire. Est-ce qu'il y a encore quelque chose ?		R
E1 : mettre y+13 entre parenthèses.	R	
P : pourquoi je vais mettre y+13 entre parenthèses ? Parce que si je vais remplacer $l \times L$. La longueur est 6, la largeur est (y+13). Si je ne mets pas des parenthèses, ma réponse sera 6y+13. Si je vais mettre els parenthèses, ma réponse sera ? Ghiwa ? Si je vais enlever les parenthèses ? Quelqu'un peut aider Ghiwa ? Oui ?		R
E : 6 fois 13y.	R	
P : je vais changer. Si j'ai 2×(a+b). Quelqu'un peut me donner la réponse ?		R
E : 2a+b	R	
P : Oui ?		R
E1 : 2a+2b	R	
P : je vous rappelle comment je fais. Je distribue le 2 pour a et b. On a nommé la distributivité de la multiplication. … tandis que si j'ai 2(a-b), ça va me donner 2a-2b. Comment j'ai fait ? … Si je reviens à 6(y+13), ça va me donner 6×y+6×13. Donc ?		P
E : 6y+78.	R	
P : Sami, comment j'ai fait ? J'ai distribué le 6. Si j'ai 2(a+b+c), ça va me donner ?		R
Es : 2a+2b+2c.	R	
P : très bien. Si je vais calculer l'aire de la 2ème partie, qu'est-ce que je vais faire ?		P
E : x×(y+13).	R	
P : x×(y+13). Et ça va me donner combien ?		R
E : $xy\ + x13$.	R	
P : 13x.		R
Un élève pose une question E : dans $x \times (y + 13)$, pourquoi on a mis $xy + 13x$?	P	
P : dans le chapitre précédent sur les expressions algébriques, qu'est-ce qu'on avait dit ? Oui Julie ?		P
E1 : on met les nombres avant les lettres.	R	
P : on met les nombres avant les lettres.		
P : dans la 2ème partie qu'est-ce que je veux ?		P
E : 2ème manière.	P	
P : 2ème manière. C'est quoi la 2ème manière ? Julie.		P
E : $6y + 78 + xy +$..	R	
P : non ce n'est pas ca.		R
E1 : (x+6) fois (y+13)	R	
P : très bien. Ca c'est la 2ème manière. C'est quoi la longueur ?		R
Es : x+6	R	
P : c'est quoi la largeur ?		R
Es : y+13	R	
P : longueur fois largeur, (x+6)(y+13). Ici qu'est-ce qu'on doit faire encore ?		P
E1 : les calculer	R	
E2 : on doit enlever le signe +		
P : non		R

E3 : (xy…	R	
P : non		R
E4 : on doit avoir la réponse finale	R	
P : c'est-à-dire, je dois ?		P
E4 : calculer	P	
P : très bien. Je dois additionner les 2.		P
Exercice supplémentaire 4 : Factorise : $7x + 14$ $8y + 7y$ $6m - 9m^2$		
P : on doit factoriser 8y+7 y. quel est le facteur commun ?	R	
Es : y		R
P : on met y en facteur et on obtient : y×(8+7)	P	
P : pour factoriser 6m-9m^2, lorsqu'ils disent factoriser, je dois trouver ?		C
Es : le facteur commun.	C	
P : je dois trouver le facteur commun. Si je vais remettre le signe × entre les lettres et les chiffres. Qui va m'aider ? je vais écrire ?		R
E : 6×m-9×m^2	R	
P : quelqu'un peut changer le m² ?		P
E : $m \times m$	P	
P : très bien $m \times m$. je n'ai rien fait. J'ai seulement changé la forme, j'ai remis le signe × ($6 \times m - 9 \times m \times m$). Qu'est-ce que je dois faire ? Je cherche le facteur commun. Le facteur commun il est ?		P
Es : m	R	
P : jusqu'à maintenant c'est m. est-ce qu'il y a un autre ?		R
E : si, on met 3×2	R	
P : $3 \times 2 \times m - 3 \times 3 \times m \times m$. j'ai remplacé le 6 par 3×2 et le 9 par 3×3. Maintenant le facteur commun devient ? 3m. Sarah, qu'est-ce que je vais écrire ?		R
E : $3 \times m$	R	
P : $3m(2 - 3m)$. je vérifie….		R
Un élève pose une question		
E : M. je n'ai pas bien compris quand on a enlevé le 3m.	P	
P : je vais enlever le 3m en facteur. Comme si j'ai effacé. ….		R
4 Factorise chacune des expressions suivantes . 1°) $9a + 9b$ 5°) $7x + xy$ 9°) $16ab - 12ac$ 2°) $9a + 18b$ 6°) $7x + 14xy$ 10°) $14a - 21$ 3°) $16u - 8$ 7°) $5x^2 + 15x$ 11°) $3x^2 - 5x$ 4°) $4y^2 - 8xy$ 8°) $4x^2y - 16xy^2$ 12°) $-9ab^2 - 6ab$		
E : $9a + 9b = 9(a + b)$	R	
P : c'est juste		R
P : Anthony, qu'est-ce que je dois faire pour factoriser ?		
E : je dois trouver le facteur commun.	P	
P : c'est quoi ?		R
E : 9	R	
P : est-ce qu'il y a d'autre ?		R
E : non	R	

P : alors ?		R
E : 9(a+b)	R	
P : très bien		R
E : $9a + 18b = 9 \times a + 2 \times a \times b = 9a(1 + 2b)$	P	
P : suivant		P
P : $16u - 8$		
E : $u \times 2 \times 8 - 8 = 8 \times (2a)$.	R	
P : Est-ce qu'il manque quelque chose ?		R
E1 : oui il manque le moins.	R	
P : je constate qu'il manque le moins. Et si je vais développer, 16u, il manque alors le terme. Mario qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
E2 : $8 \times (2u - 8)$	R	
P : 8×8 ?		R
E3 : 64	R	
P : alors ? 8 fois combien égal à 8 ?		P
E3 : 1	R	
P : $8 \times (2u - 1)$. On va vérifier … donc si j'enlève le facteur commun, il ne reste pas 0 comme a dit Mario.		C
E : $4y^2 - 8xy = 4y \times y - 4y \times 2x = 4y(y - 2x)$	P	
P : c'est vrai ça		P
E : $7x + xy = x(7 + y)$	R	
P : très bien, suivant		R
E : $7x + 14xy$ P : Tu peux décomposer si tu as besoin.		
E : 14=7×2	R	
P : comme tu veux.		R
E : $7x + 7 \times 7xy$	R	
P : entoure avec le rouge. C'est quoi le commun entre 7x et 7×2×x×y ? qu'est-ce qu'il y a de commun ?		R
E : 7x	R	
P : entoure 7x. donc c'est égal à ? qu'est-ce que je vais mettre en facteur avant les parenthèses ?		R
E : 7x.	R	
P : qu'est-ce qui reste au 1er terme ? avant le plus ?		R
E : 7x	R	
P : 7x fois combien me donne 7x ? Regardez ….. (l'enseignant explique pourquoi obtenir 1 à l'intérieur des parenthèses. Si je fais la multiplication de nouveau, je dois retourner à la forme initiale.		P
5 Factorise chacune des expressions suivantes . 1°) $a^2 + 7a$ 2°) $25a^2 + 30ab$ 3°) $15a^2 - 10ab$ 4°) $4b^2 + 2b$ 5°) $b^2 - b$ 6°) $4x^5 - x^7$ 7°) $x^7 - x^5$ 8°) $16a^4 - 8a^6$ 9°) $21a^5 - 7a^6$ 10°) $-10a^2b + 5a^2x$ 11°) $2xt + 4xa - 8xb$ 12°) $14a^3b - 7a^3b$ 13°) $6ab - 9ac - 12at$ 14°) $4x + 8y + 12z$ 15°) $15ax - 10ab + 25bt$		
1°)	R	R
2°)	R	R
3°)	R	R
4°)	R	R

5°)	R	R
1 Développe. 1°) $5(a+b)$ 3°) $2a(1-b)$ 5°) $-m(-3+4m)$ 2°) $-3(2a+4b)$ 4°) $m(-3+m)$ 6°) $-2m(-m+n)$		
1°)	R	R
2°)	R	R
Un élève pose une question E : Elle a mis $-6a-12b$. pourquoi elle n'a pas mis $-6a+12b$?	R	
P : moins fois plus égal ? moins. Qu'est-ce qu'elle va mettre ?		C
3°) E : $2a-2b$	R	
P : qu'est-ce que tu as fait ?		P
E : $1\times 2a\ =\ 2a$	P	
P : $2a\times b$ égal à ?		P
E : $2ab$	P	
P : il manque $2ab$		R
4°)	R	
P : très bien. Ici si on a oublié, j'applique la loi $k(m+n)\ =$?		C
E : km + kn	C	
P : très bien		C
Un élève pose une question : E : dans la 4è, on a appliqué cette règle : $m\times(-3)$ et $m\times m$	P	
P : oui		P
5°) E : $+3\times m$	R	
P : tu sais pourquoi elle est devenue $+\,3m$?		P
E : parce que -3 fois –*m*	P	
P : très bien. Moins fois moins ca fait plus. Et la 2ème ?		P
L'élève continue à écrire : + -4×*m*	R	
P : qu'est-ce qu'on avait dit ? on avait dit que je ne peux pas mettre deux signes de suite sans parenthèses. (l'élève ajoute des parenthèses). Moins fois plus ?		C
E : moins	C	
P : Très bien. Et on va enlever le plus au début.		R
E : pourquoi on a obtenu -4m. elle doit être -4m² ?	R	
P : $m+m=$?		P
E : m^2	P	
P : ne parlez pas. c'est Elissa qui répond. $m\times m=$?		P
E : m	P	
P : il y a quelque chose qui ne va pas. $m\times m$ me donne m et $m+m$ me donne m^2. on va rappeler Elissa que si je vais multiplier 2 nombres de même base, qu'est-ce que je fais avec les exposants ?		C
E1 : Je les additionne.	C	
P : ici, quel est l'exposant de m ?		R
E2 : 1	R	
P : donc $m\times m=m^2$. dans ce cas (en désignant $m+m$), une table plus une table ça fait ?		R
Es : $2m$	R	
P : $2m$.		R
E : on ne peut pas écrire $3m-4m\ =-m$?	R	

P : est-ce qu'il a raison ? et pourquoi ?		P
E : c'est juste	R	
P : c'est juste car je fais la soustraction de 2 nombres relatifs.		P
6°)	R	R
2 Développe et réduis. 1°) $3(x-1)-5(x+2)+4x$. 2°) $3(x+y+1)-2(x-2y)-3y+2$. 3°) $3(-2x+5y+4)-2(-3x+8y+2)-y+5$. 4°) $a(2+a-b)-b(3-a+b)+4$.		
E : $3(x-1)-5(x+2)+4x=3x-3-5x+10+4x=-2x+7$	P	
P : je répète ce qu'il a fait. À la 1ère étape il a développé : $3x-3-5x-10+4x$. À la 2è, je dois réduire. On a déjà vu comment je réduis. Je réduis les termes semblables, c'est-à-dire ceux qui ont les mêmes variables et les mêmes exposants.		C
E : $3(x+y+1)-2(x-2y)-3y+2=3x+3y+3-2x+4y-3y+2=$ $x+4y+5$	P	
L'enseignant lit les étapes de calcul		P
3 Effectue . 1°) $6(a+b)$. 2°) $-2(c-5)$. 3°) $\left(\frac{3}{5}-2y\right)\times 4$. 4°) $(2+a)(b-5)$. 5°) $(3-2y)(5+2a)$. 6°) $(5-2y)(5-2y)$. 7°) $(-3a+2b)(-3a-2b)$. 8°) $(2z-5)(3z+6)$. 9°) $\left(\frac{2}{3}+2x\right)\left(-4x+\frac{8}{3}\right)$.		
E : $6a+6b$	R	R
E : $-2c+10$	R	R
E : $12/5-8y$	R	R
E : $2\times b-2\times 5+a\times b-a\times 5=2b-10+ab-5a$	P	P
E : $15+6a-10y-4ay$	R	
P : on 3×5 ; $3\times 2a$; moins $2y\times 5$ et moins $2y\times 2a$		P
Un élève pose une question E : on peut faire 3×2*a* même si dans 3, il n'y a pas de *a* ? elle n'a pas la même variable.	R	
P : c'est une multiplication, et non pas une addition.		C
E1 : est-ce que 4*ay* c'est la même chose que 4*ya* ?	R	
P : oui, dans la multiplication, je peux changer.		P
E2 : je n'ai pas bien compris comment on a trouvé 6a ?	P	
P : quand on a commencé la multiplication, on a fait, 3 fois 5 et 3 fois 2*a* et on fait + fois +, ça fait + et + fois -, ça fait moins, …		P
6°)	P	P
7°)	P	P
8°)	P	P
9°)	P	P
6 Calcule astucieusement . 1°) $4\times(0{,}25-3)$ 2°) $(60-2)\times 40$ 3°) 176×101 4°) 787×99		
P : c'est-à-dire, qu'est-ce je dois faire ?		

E1 : factoriser ou développer	R	
E2 : calculer de la manière la plus rapide		
P : c'est-à-dire on doit trouver la façon la plus rapide pour faire les calculs sans poser, c'est-à-dire je vais factoriser ou développer.		R
E : 4×0,25-4×3=1-12=-11	P	
P : bravo, c'est correct		P

ANNEXE F – Les interactions observées durant la séquence d'enseignement de Mme A.

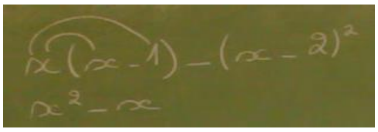
Interactions	I	A
P : Qui peut me rappeler la 1ère identité remarquable ? oui Mira		
E : $(a+b)(a+b)=(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$	R	
P: tu passes l'écrire au tableau. Le carré d'une somme ?		C
E1 : le carré d'une somme est égale à a^2+b^2+2ab	R	
P : la 2è ghida ?		R
E2 : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	R	
P : tu passes directement du carré d'une somme au produit d'une somme par la différence de deux termes. Bon, avant de passer à la 3è, si je parle du carré d'une somme, je parle directement du carré d'une ? Leila ?		C
E3 : de la différence.	C	
P : de la différence. Donc le carré de $(a-b)$ égal ?		R
E3 : a^2+b^2-2ab	R	
P : donc c'est le carré de a plus le carré de b moins le double produit. Très bien. La 3è identité ? je reprends ghida….		C
E2 : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	R	
P : le produit de la différence de deux termes par leur somme est égal à la différence entre le carré du 1er et le carré du 2è terme.		C
Dans les exercices 6 à 9, développer chacun des produits remarquables. Exercice 7 : $(x+1)(x-1)$; $(2x-1)^2$; $(2x+1)(2x-1)$; $(n-2)(n+2)$; $(5n-6)^2$; $(5n+6)(5n-6)$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+1)(x-1)=x^2-x+x+1=x^2+1$	P	
P : revoit ton développement, utilise des flèches. Oui. (+1)(-1) ?		R
E : -1	R	
P : oui. Alors ?		R
E : $(x+1)(x-1)=x^2-x+x-1=x^2-1$	R	
P : est-ce qu'il y a un problème ici ? maintenant, après sa correction de signe ?		R
E2 : non		
E3 : ça doit être x^2+2x-1	R	
P : après le développement ?		R
E4 : il n'y a pas de pb	R	
P : regardez, je prends un autre exemple : $(x+2)(x-2)$. Développe Gaëlle.		R
E : $x^2-2x+2x-4=x^2-4$.	P	
P : très bien.		P
E : on a simplifié $-2x+2x$	P	
P et ici qu'est-ce qu'on a simplifié (en désignant l'expression précédente) ?		P
E : $-x+x$	P	
P : regardez. $-2x+2x$ s'annule, égal à 0. Encore, ce $-x+x$ s'annule aussi. $(a+b)(a-b)$ ce n'est pas le cas : $a^2-ab+ab-b^2$? ce n'est pas $-ab+ab$ qui s'annule à chaque fois ?		C
Es : oui	C	

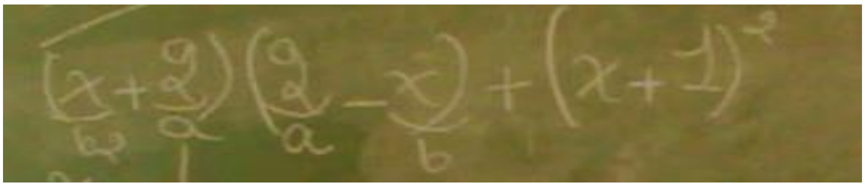
P : alors, le produit d'une somme par une différence de deux termes est égal au carré de a moins le carré de b. Donc directement si on a $(x+1)(x-1)$, ça fait combien hamza ?		C
E : x^2	R	
P : le carré du 1er terme, le carré de x moins ?		R
E : euh	R	
P : le carré de 1. Identifie a et b. Qui est le a dans ce cas ?		R
E : x	R	
P : moins b, le 1. Ce n'est pas les termes, le produit de leur différence par leur somme ?		R
Développer : $(x+3)^2$;		
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = x^2+3x+3x+9 = x^2+6x+9$	P	
P : comme réponse correcte ?		R
E : oui	R	
P : la méthode ? comment on peut l'obtenir directement ?		P
E1 : $x^2+3^2+2x \times 3$	P	
P : comment ça ? on va expliquer comment obtenir directement la réponse ? c'est juste mais comment obtenir la réponse ? Si je prends le carré de n'importe quelle somme. Donne-moi un exemple.		P
E2 : $(6+3)^2$	R	
P : dis-moi		R
E2 : $6^2+3^2=36+9$	R	
P : continue		R
E2 : 45	R	
P : est-ce que $9^2=45$?		R
E2 : non	R	
P : $9^2=81$. Donc $(6+3)^2 \neq 6^2+3^2$. Qu'est-ce que tu as remarqué ? il y a 3 termes et non pas 2 termes.		R
E2 : $ab+ba$	R	
P : donc c'est toujours le carré du 1er terme plus le double produit. C'est x^2+9+6x. Redéveloppe ici.		R
E2 : $(6+3)^2=6^2+3^2+2\times(6\times3)=36+9+36=81$	P	
P : donc, si je prends le 6 comme a et le 3 comme b, c'est le carré d'une somme. Écris.		P
E2 : $(a+b)^2 = a+2ab+b^2$	R	
P : oui		R
Passage d'un élève au tableau. E : $(2x-1)^2 = 2x^2+1-6x$	R	
P : est-ce qu'il y a une erreur au tableau ?		R
Es : oui	R	
P : Maria, ou est-elle cette erreur ? Comment tu peux la corriger ?		R
E2 : $2x^2+1^2-4x$	R	
P : $-4x$? comment ce $-4x$ et non pas $-6x$?		C
E2 : car on fait $-2ab = -2\times 2x$	C	
P : oui très bien la 1ère faute. Continue. Tu dis $-2ab$, donc qui représente le a et qui représente le b ici ?		P
E2 : le a c'est le $2x$ et le 1 représente le b	P	

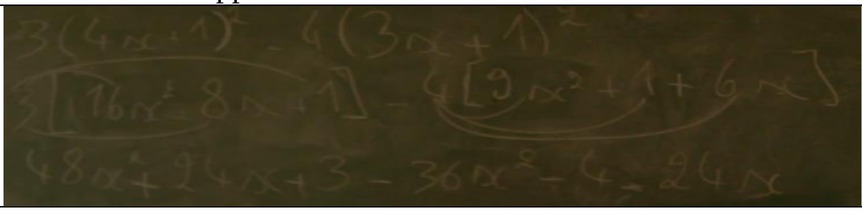
P : oui.		P
P : Georgio, on retourne. Le carré de $(a - b)$ alors ?		
E : a^2	R	
P : c'est a^2, quel est le a ici ?		P
E : $2x$	P	
P : donc c'est le carré de $2x$. Comment écrire le carré de $(2x)$? un rappel, quel est le carré de $(2x)$?		R
E : le carré de $2x = 2x \times 2x = 4x^2$	R	
P : très bien. Ou bien on peut l'écrire $(2x)^2$, comme $(ab)^2 = a^2b^2$. c'est $(2x)^2$, le $2^2=4$ et x^2. Retourne chez toi, est-ce que tu as mis le a au carré, tout le a ou bien le carré de x seulement, fois 2 ?		C
E : $(2x)^2$	R	
P : oui, très bien. Donc la réponse finale ? le carré de a plus le carré de b, remplace a et b.		P
E : $(2x)^2 + 1 - 4x = 4x^2 + 1 - 4x$	R	
P : est-ce qu'il y a encore un problème ici ?		R
Es : non	R	
P : non		R
Passage d'un élève au tableau. E : $(5n - 6)^2 = (5n)^2 - 6^2 - 10n$	P	
P : si je prends le carré d'une différence, je reviens à $(a - b)^2$, comment développer $(a - b)^2$?		C
E : $a^2 + b^2 - (a + b) \times 2$	R	
P : $a^2 + b^2 - (a + b) \times 2. (a + b) \times 2$?		R
E : la somme de ab.	R	
P : regarde. Je m'arrête ici. Le $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$. Développe		P
E : $(a - b)(a - b) = a^2 + ab - ba + b^2$	P	
P : est-ce qu'il y a une faute de signe au tableau ? Joseph ?		R
E1: $- ab$	R	
P : faute de signe. $a^2 - ab - ab + b^2 =$? Regarde, $-ab - ab =$?		P
E : je les enlève	R	
P : comment je les enlève $- ab - ab$? Mira ?		R
E2 : $-2ab$	R	
P : $-2ab, -1ab - 1ab =$?		R
E : $-2ab$	R	
P : donc ça fait $a^2 + b^2 - 2ab$, donc c'est le double produit. Reprends en identifiant a et b.		C
E : le a c'est $5n$, et le b c'est 6.	P	
P : Rim passe l'aider. Explique		
E3 : $(5n)^2 - 6^2$		
P : est-ce que c'est $(5n)^2 - 6^2$? Qui peut donner une résolution pour ce problème ? $(5n - 6)^2$?		R
E3 : $+6^2$	R	
P : c'est plus ? si je ne travaille pas dans une identité remarquable alors, je veux voir est-ce que c'est le $(-6)^2$ ou autre ? $(5n - 6)^2 = (5n - 6)(5n - 6)$ et développez		P
E3 : $(5n - 6)(5n - 6) = 25n^2 - 30n - 30n + 36$	P	
P : oui. Réduis		R

E3 : $25n^2 - 60n + 36$	R	
P : ok.		R
Développer : $(2n - 3)^2$		
P : prends un autre exemple : $(2n - 3)^2$. Développe		
E : $(2n - 3)^2 = 4n^2 - 9 + 12n$	R	
P : comment tu as développé ? c'est $4n^2 + 9 - 12n$		R
Passage d'un autre élève au tableau pour développer $(5n - 6)^2$		
E : $(5n - 6)^2$. On considère 5*n* c'est a et 6 c'est *b*	P	
P : alors, développe		R
E : $(5n)^2 + 6^2 - 2(5n \times 6)$	P	
P : le double produit. Oui		P
E : et on fait le calcul. $25n^2 + 36 - 60n$	R	
P : Firas, si on va ordonner la réponse ?		R
E : $25n^2 - 60n + 36.$	R	
P : ok. Donc, le carré de *a* + le carré de *b* moins le double produit. Ok ?		C
Dans les exercices 6 à 9, développer chacun des produits remarquables. Exercice 9 : $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{5}\right)$		
Passage d'un élève au tableau pour développer (x/3-1/5)(x/3+1/5)		
P : c'est quelle forme ?		
E : $(a + b)(a - b)$	C	
P : oui, c'est égal à ?		C
E : = $(x/3)^2 - (1/25)$	P	
P : très bien		P
Un élève pose une question. E : Mme, on peut l'écrire (en désignant *x*/15 – *x*/15 lorsque l'identité n'est pas appliquée) et après on les barre ?	P	
P : pas de problème, mais est-ce que c'est nécessaire de les écrire toujours et de les barrer ?		P
P : $(x/3)^2$ comment on peut l'écrire ?		
E : $x^2/3^2$	R	
P : oui c'est $x^2/3^2$		R
E : $x^2/9-1/25$	R	
P : très bien merci		R
Développer : $(a/2 - 1)^2$; $-(x + 2)^2$; $2(x - 3)^2$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $(a/2-1)^2=(a/2)^2+1^2-2(a/2\times1)=a^2/4+1-a$	P	
P : très bien. Ordonne stp		P
Passage de deux élèves au tableau		
E1 : $-(x + 2)^2 = -x^2 - 2^2 = x^2 + 4$	P	
P : on va voir		P
E3 : Mme c'est $(a + b)^2$?	C	
P : c'est $(a + b)^2$, multiplié par ? quel est le coefficient ici ?		C
E3 : -1	C	
P : donc c'est $-1 \times (x + 2)^2$, ce n'est pas (-1)×*x* et (-1)×2. La priorité de calcul pour la multiplication ou pour la puissance ?		C
E3 : pour la puissance	C	

P : très bien. Donc c'est le (-1) multiplié par le développement de $(x+2)^2$. Maintenant, lorsqu'on développe $(x+2)^2$, le (-1) sera multiplié par chacun. Trois termes et non pas deux. C'est le carré de *x* plus le carré de 2 plus le double produit, le tout multiplié par (-1). Égal ? Continuez		P
Es : $-x^2-4-4x$	R	
P : très bien.		R
E : c'est-à-dire c'est $-(a+b)^2$?	C	
P : oui		C
Correction de ce que la 2è élève a effectué au tableau		
E2 : $2(x-3)^2=2(x^2+3^2-(3x)^2)$	P	
P : très bien, 2 multiplié par le carré, c'est 2 multiplié par le développement. Est-ce que c'est (en désignant $(3x)^2$) le double produit ?		P
E5 : non	P	
P : c'est 2×3*x*		R
E2 : $2(x^2+3^2-6x)=2x^2+18-12x$	R	
P : très bien		R
Un élève pose une question. E : toujours on commence par la puissance puis on multiplie par 2	P	
P : oui, le tout sera multiplié par 2		P
P : On rappelle les identités remarquables. Qui peut donner la 1ère ? Oui ?		
E : $(a+b)^2$	R	
P : le carré d'une somme. Passe s'il te plait l'écrire au tableau. Quel est son développement ?		R
E : $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$. $(a-b)^2$	R	
P : oui ? Le carré d'une différence ?		R
E : $(a-b)^2$, elle nous donne $a^2-2ab+b^2$.	R	
P : oui, son développement. Et la dernière ?		R
E : $(a-b)$ plus $(a+b)$	R	
P : $(a-b)$ facteur de $(a+b)$, ok ? Le produit d'une somme par une différence de deux termes. Oui ?		R
E : elle nous donne a^2-b^2.	R	
P : elle nous donne ou bien son développement est de la forme a^2-b^2 ? son développement.		R
Dans les exercices 48 à 51, développer et réduire chaque expression algébrique en utilisant les identités remarquables. Exercice 48 : $15x-(x+7)^2$; $x(x-1)-(x-2)^2$; $(x+2)(2-x)+(x+1)^2$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $15x-(x+7)^2$		
P : il faut développer et réduire chaque expression algébrique en utilisant les identités remarquables. C'est facile.		
E : $15x-(x^2+2(7x)+7^2)$	P	
P : TB, moins parenthèses. Est-ce qu'il y a un problème jusqu'à maintenant ?		P
Es : non		
E : $15x-(x^2+14x+49)\ =\ 15x-x^2-14x-49\ =\ -x^2+x-49$.	R	

P : $15x-(x^2+14x+49)$. Oui ? très bien. Est-ce qu'il y a un problème ? Reina ?		R
E1 : non	R	
P : il n'y a pas un problème.		R
Passage d'un élève au tableau. E : $x(x-1)-(x-2)^2=x^2-x$	R	
P : Tu peux mettre des flèches, comment tu développes ?		P
E : 	P	
P : très bien		P
E : $x^2-x-(x^2+4-4x)=x^2-x-x^2-4+4x=\ 3x-4$	R	
P : quelqu'un n'a pas mis les parenthèses ? Quelqu'un n'a pas fait attention que c'est moins, tout le développement de $(x-2)^2$? Qui a fait cette faute ? Georgio, tu n'as pas mis les parenthèses ? Pourquoi ? Tu n'as pas fait attention que c'est $-(x-2)^2$? C'est moins, tout le développement de $(x-2)^2$?		P
E2 : non	R	
P : et maintenant ? Regarde. Leila, comment expliquer à Georgio lorsque tu as mis ici les parenthèses		P
E : car c'est, moins tout le carré de $(x-2)$	P	
P : $-(x-2)^2$. N'est-ce pas ? Ok.		P
E : donc le moins est pour tout le terme	P	
P : pour tout le développement. Ok. Dans $-(x-2)(x-2)$, le moins représente quoi ? représente quel nombre ? multiplier par quel nombre ?		C
E : -1	C	
P : -1, très bien. Donc c'est -1 multiplié par $(x-2)(x-2)$. Et c'est une identité remarquable, $(x-2)^2$. Donc c'est (-1) multiplié par $(x-2)^2$. N'est-ce pas ? Pour cela c'est le (-1) multiplié par tout son développement.		P
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+2)(2-x)+(x+1)^2=x^2-4$	R	
P : Sandra, explique un peu. C'est quelle forme d'identité remarquable ?		C
E : La 3è, quand on a $(a+b)(a-b)\ =\ a^2-b^2$	C	
P : Oui, donc c'est une somme par une différence. Identifie a et b. qui sont a et b ici ?		C
E : $a=x$ et $b=2$	R	
P : donc c'est $(x+2)$ et $(x-2)$. Mais dans le 2è terme, c'est $(2-x)$. Est-ce que c'est $(x-2)$?		R
E : non	R	
P : donc, identifie maintenant *a* et *b*.		P
E : $(x+2)$ c'est a et $(2-x)$ c'est b	R	
P : ce n'est pas le cas		R
E : on ne peut pas car *x* doit être ici (en désignant *x* à la place du 2 dans $(2-x)$)	R	
P : lorsque tu as vu le terme $(2-x)$, n'est-ce pas. Donc tu as dit c'est $(a-b)$. Identifie quel est le a dans ce cas ? $(2-x)$, $(a-b)$, identifie. Quel est le *a* ? Qui représente *a* dans ce cas ?		P
E : 2	R	
P : le 2. Écris, sous le 2, écris un petit *a* et sous le *x* écris,		R
E : $(x+2)(2-x)+(x+1)^2$		

P : Ok. On a commencé par la 2è ; $(a-b)$. Alors qui est a et qui est b dans la 1è ? Identifie aussi $(a+b)$.		
E : 	P	
P : ce n'est pas $(a+b)=(b+a)$? $(a+b)=(b+a)$, n'est-ce pas ? Ok. Maintenant efface et redéveloppe. C'est le carré de a moins le carré de b.		P
E : $4-x^2$	R	
P : TB. Est-ce que tu es convaincue ? Le a identifié par le 2 et le b par le x, n'est-ce pas ? Ok, continue. Est-ce qu'on a besoin des parenthèses ici ?		P
Es : non	P	
P : ce n'est pas (-1) facteur, c'est (+1). Et est-ce que le (+1) il a un grand rôle dans la multiplication ?		P
Es : non	R	
P : non, très bien.		R
E : $4-x^2+x^2+1+2x \ = \ -x^2+3x^2$	R	
P : Youssef, est-ce qu'il y a un problème au tableau ?		R
E2 : oui	R	
P : dis-moi		R
E2 : $-x^2+x^2=0$	R	
P : égal à zéro. Oui très bien. Sandra, attention.		R
E : $2x+5$	R	
P : très bien		R
Exercice 49 $(x+3)^2+(x-5)^2$; $(x-1)^2-(x-2)^2$; $3(4x+1)^2-4(3x+1)^2$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+3)^2+(x-5)^2$		
P : donc ici, Tia, combien d'identités remarquables au tableau ?		
E1 : deux.	C	
P : Deux, le carré d'une somme, plus le carré d'une différence.		C
E : $(x+3)^2+(x-5)^2 \ = \ x^2+6x+9+x^2-10c+25=2x^2-4x+34$	P	
P : Ca va. On passe et on continue		P
Passage d'un élève au tableau. E : $(x-1)^2-(x-2)^2=x^2+1-2x-x^2-4+4x$		
E2 : Mme, on peut dire que c'est le cas de deux différences.	C	
P : le carré de (x-1) moins le carré de (x-2) ? ok. C'est le cas de la factorisation, carré de a moins carré de b. Ici, on développe, donc $(a-b)^2$		C
E : …=2x-3	R	
P : donc x^2-x^2 c'est zéro, $-2x+4x$ c'est $2x$ et +1-4=-3. C'est bon. La dernière		R
Passage d'un élève au tableau. E : $3(4x+1)^2-4(3x+1)^2 \ = \ 3[(4x)^2+8x+1]-4[(3x)^2$ ...	P	
P : tu peux la faire directement ? le carré de 4x ?		R

E1 : $16x^2$	R	
P : $16x^2$, donc au lieu de mettre $(4x)^2$		R
E2 : et ici on écrit $9x^2$.	R	
P : mais c'est bien d'écrire une étape de plus, mais c'est bien pour refaire, un petit rappel, c'est le carré de $4x$. Quel est le carré de $4x$ Amal ? Directement : 16 ?		R
E3 : $16x^2$	R	
P : $16x^2$, très bien		R
E4 : Mme on ne met pas le $2ab$ au milieu ?	R	
P : ce n'est pas nécessaire. $+2ab + b^2$ ou bien $+b^2 + 2ab$, est-ce que c'est nécessaire ? est-ce que ça diffère ?		C
E4 : non	C	C
E : $12x^2 + 8x + 1$	R	
P : attend un peu. Firas, ce n'est pas clair. Tu as laissé le carré de $4x$, tu ne peux pas mettre $16x^2$ directement ? 2è étape ?		R
E : si	R	
P : ok. S'il te plait. Avant de commencer le développement avec le 3. Au lieu de mettre $(3x)^2$, mentalement c'est $9x^2$, on commence par un 9. Et au lieu de mettre $(4x)^2$ directement $16x^2$, on commence par 16. On n'oublie pas.		R
E : $48x^2 + 8x + 1 - 36x^2 + 1 + 6x$	R	
P : est-ce qu'il y a un problème au tableau ?		R
Es : oui		
E : j'ai multiplié le 3 avec $16x^2$, sans $8x$, sans 1….	P	
P : donc tu as oublié de développer le 3 avec $8x$ et avec 1. Mets les flèches. Comment tu as développé ?		P
E : 	P	
P : ok. Est-ce que le 4 est développé avec $9x^2$, 1 et $6x$? ou bien le (-4) ?		P
E2 : -4	P	
P : -4. Attention. (-4) fois $9x^2$, (-4) fois 1 et (-4) fois $6x$		R
E : $12x^2 - 1$	R	
P : $48x^2 - 36x^2 = 12x^2, +24x - 24x = 0$ et +3-4=-1. Qui n'as pas eu la bonne réponse. Joseph ? Passe écrire ce que tu as fait ?		P
Passage d'un élève au tableau. E : $3(16x^2 + 1) - 4(9x^2 + 1)$	R	
P : Joseph, quelle est la faute ici ? Pourquoi tu n'as pas obtenu la bonne réponse ? toi-même. Corrige pour toi-même.		R
E : il y a ici $(4x + 1)(4x + 1)$	R	
P : donc qu'est-ce que tu as oublié ? Regarde, dans le développement de $(4x + 1)^2$, ici, c'est $16x^2 + 8x + 1$, donc qu'est-ce que tu as oublié ?		R
E : $2ab$	C	
P : $2ab$, le double produit de $4x$ et 1. Pourquoi tu as oublié ? C'est quoi $(4x + 1)^2$? Le carré d'une somme ?		C
E : $(4x + 1)(4x + 1)$	R	
P : donc développe. Écris $(4x + 1)(4x + 1)$ et développe stp. Pour ne pas oublier. Est-ce que c'est $16x^2+1$ seulement ? ou il y a $+ab + ab$?		R

E : $16x^2 + 4x + 4x + 2$	P	
P : +2 ? 1 fois 1 ?		R
E : +1	R	
P : ok, très bien. Réduis stp, $16x^2$		R
E : $16x^2 + 8x + 1$	R	
P : est-ce que tu as remarqué que $4x \times 4x$ c'est $16x^2$, le carré de a, $4x\times1$ c'est $4x$, le produit, $1\times4x$ c'est $4x$ et 1×1 c'est le carré du 2è terme. Et ici, est-ce que c'est $9x^2+1$ seulement ?		P
E : non, $+6x$.	R	
P : très bien.		R
Exercice 50 : $(x+y)^2 - (x-y)^2$; $(x+y)^2 + (x-y)^2 - 2(x+y)(x-y)$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+y)^2 - (x-y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy - (x^2 + y^2 - 2xy) = \cdots = 4xy$	P	
P : Très bien. Qui n'a pas eu la bonne réponse ?		R
Passage d'un élève au tableau. E : $(x+y)^2 + (x-y)^2 - 2(x+y)(x-y)$ $= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 2(x^2 - y^2) = 2x^2 + 2y^2 - 2x^2 - 2y^2$ $= 4y^2$	P	
P : Donc, qui n'a pas obtenu $4y^2$ ici ? Merci.		R
Exercice 27 Soit E = $(2x-3)(x-5) - 4(2x-3)$ 1°) Développer et réduire E. 2°) Factoriser E. 3°) Résoudre l'équation (2x-3)(x-9)=0.		
Passage d'un élève au tableau. E : $E = (2x-3)(x-5) - 4(2x-3) = 2x^2 - 10x - 3x + 15 - 8x + 12 =$ $2x^2 - 21x + 27$	P	
P : ok. Reste au tableau.		P
E : $E = (2x-3)(x-5) - 4(2x-3)$		
P : s'il te plait explique ce que tu vas faire ici pour factoriser ? quelle est la différence entre développer et factoriser ?		
E : on va factoriser, on va trouver le facteur commun	C	
P : dans ce cas, on retrouve le facteur commun, on le met en facteur et je continue. Le facteur commun est $(2x-3)$.		C
E : $E = (2x-3)[(x-5) - 4] = (2x-3)(x-5-4)$	P	P
Un élève pose une question. P : oui Ziad ?		
E1 : il y a 2 façons de factoriser.	P	
P : 2 méthodes ou 2 factorisations. Comment ?		P
E1 : la première normalement et la deuxièmement par …	P	
P : comment normalement c'est-à-dire ?		P
E1 : on trouve un facteur commun	P	
P : on retrouve le facteur commun qui est $(2x-3)$. Ok		P
E1 : la deuxième c'est par identité remarquable	P	
P : est-ce qu'il y a une identité ? est-ce qu'on voit ici la forme développée d'une identité remarquable pour factoriser ?		C

Es : non	C	
P : donc dans ce cas on retrouve seulement le facteur commun et on le met en facteur		P
E : $E\ =\ (2x-3)(x-9)$	R	
L'enseignante répète les étapes. P : Oui très bien		P
E : E = 0	R	
P : Sandra, que signifie résoudre ?		
E1 : on prend le 1[er] facteur égal à 0, ou le 2è facteur égal à 0		
P : et pour quoi faire ? que signifie résoudre ? résoudre une équation ?		
E2 : trouver la valeur de x		
P : trouver la valeur de l'inconnue x, qui vérifie ?		
E3 : l'équation		
P : l'équation ou bien l'égalité de l'équation ?		
Es : l'égalité		
P : l'égalité. Donc trouver la valeur de l'inconnue qui vérifie l'égalité de l'équation. On a la forme développée et la forme factorisée de E. Quelle forme de E on choisit ? la plus facile pour résoudre E=0 ?		
Es : $(2x-3)(x-9)$	R	
P : pourquoi ?		R
E4 : c'est un produit de facteurs.	C	
P : c'est un produit de facteurs, très bien. Est-ce qu'on sait résoudre une équation du 2[nd] degré : $2x^2-21x+27$? On ne sait pas, donc je préfère prendre la forme factorisée, un produit de facteurs égal à 0. Met cette forme factorisée égale à 0		C
Exercice 29 Soit G = $(2x-3)^2-16$. 1°) Factoriser G. 2°) Développer et réduire G. 3°) Calculer G pour x=0, puis pour x=- ½ . 4°) Résoudre l'équation G=0.		
Un élève pose une question. E : Mme, comment on fait celle-là ?	P	
P : c'est quelle forme ?		C
E : $(a-b)(a+b)$	C	
P : c'est quelle forme pour factoriser $(2x-3)^2-16$?		C
E : a^2-b^2	C	
P : Très bien. C'est a^2-b^2. Factoriser $a^2-b^2=$? Factorise		C
P : dis-moi, Galine, quelle est la forme factorisée de a^2-b^2 ?		
E1 : a^2-b^2 ?		
P : oui		
E1 : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	R	
P : Très bien. C'est la forme développée d'une identité remarquable. C'est premièrement, travaillez.		C
E : $(2x-3)^2-16=(2x-3-16)(2x-3+16)$	P	
P : $(a-b)(a+b)$. oui. 16 ? si b^2=16, quelle est la valeur de b ?		P
E : 4	P	
P : 4. Très bien. Corrige.		P

Passage de deux élèves (E1 et E2) au tableau pour corriger l'exercice n°29		
E1 : $(2x-3)^2-16=4x^2-12x+9-16=\ 4x^2-12x-7$	P	
P : est-ce qu'il y a un pb ? elle a développé : $(2x-3)^2$. Est-ce qu'il y a un problème ? elle a développé. Le carré d'une différence : $(2x-3)^2=4x^2-12x+9$, puis réduit. Ok.		P
E2 : $(2x-3)^2-16=(2x-3-4)(2x-3+4)$. *L'élève efface ce qu'elle avait écrit*	P	
P : pourquoi tu as effacé ?		P
E2 : parce que j'ai développé	P	
P : non tu n'as pas développé		P
E2 : $(2x-3-4)(2x-3+4)$	P	
P : qui peut aider ghida ? c'est quelle forme ?		C
E3 : la 3è identité	C	
P : la forme développée de la 3è identité remarquable. Oui ?		C
E3 : égal $(a+b)(a-b)$	C	
P : c'est $(a+b)(a-b)$. Ecris : $(2x-3)^2-16=\ (2x-3)^2-4^2$, c'est la forme $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$		C
E2 : $G=(2x-3+4)(2x-3-4)=6x+$	R	
P : d'où tu as cherché le 6*x* ? Ghida ? le 6*x* ? comment tu as trouvé le 6*x* ?		R
E2 : je voulais faire 2*x*+4	R	
P : attendez. Est-ce que $2x+4=6x$?		R
Es : non	R	
P : alors $2x+4x=6x$. Je factorise par *x* pour avoir le 6*x*. Attention		R
E2 : $G=(2x+1)(2x-7)$	R	
P : c'est la forme factorisée, et c'était la forme développée (en désignant la réponse de E1). On a vu la différence ? Pour vous deux, calculez la valeur de G pour *x*=0. On va voir laquelle va avoir le calcul plus facile.		C
E1 : G=-7	R	R
E2 : G=(2×0-3)²-16=(0-3)²-16=-7.	P	
P : même si on prend G=(2*x*-3)²-16, pour *x*=0, on va avoir la même valeur pour G, G=-7. Quelle était la plus facile ?		R
Es : celle de Mira (forme développée).	R	
P : d'accord, mais pour Ghida, est-ce que c'était un grand calcul ?		R
Es : non	R	
P : et même elle n'a pas pris la forme factorisée, elle a pris la forme initiale de G. même si on prend la forme factorisée, G=(0+1)(0-7)=-7. On a la même valeur de G.		P
Passage d'un élève au tableau pour trouver la valeur de G pour x=-1/2. P : maintenant tu vas choisir une forme de G pour calculer sa valeur pour x = - ½ . écris.		
Un élève pose une question. E1 : Mme, ici je n'ai pas compris comment on fait (en désignant la substitution dans la forme initiale de G)	P	
P : qui peut expliquer ce qu'elle a fait Ghida ? oui ?		P
E2 : elle a remplacé x par 0.	P	
P : dans quelle forme de G ?		P
E2 : initiale	P	

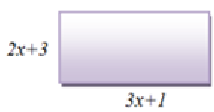
P : initiale. Donc répète oralement.		P
E1 *lit les étapes de calcul*.		
En s'adressant à E au tableau. P : quelle forme tu as choisi ? la forme développée. Ok.		
E : G=4(-1/2)²-12(-1/2)-7=4(1/4)	P	
P : très bien. (-1/2)²=(-1/2)×(-1/2), c'est +1/4		P
E : G=4(1/4)+12/2-7=1+6-7=0	R	
P : je multiplie 2 nombres inverses. Leur produit est égal à ?		C
E4 : 1	C	
P : 1. G=0. Ok, merci. Pour résoudre G=0, quelle forme de G on a choisi ? Amale, quelle forme tu as choisi ?		R
E : développée	P	
P : développée. Passe au tableau		P
Passage d'un élève au tableau pour résoudre G=0		
E : non, je dois prendre la forme factorisée	P	
P : la forme factorisée. Le produit en facteurs. Et comment tu as dit la forme développée ? Est-ce qu'on peut mettre la forme développée égale à 0 ?		P
Es : non	P	
Exercice 59 Soit A = $(x-4)(2x+1)+(x^2-16)$. 1°) Développer et réduire A. 2°) Factoriser A après avoir remarqué une identité remarquable. 3°) Choisir l'écriture la plus adaptée pour résoudre, d'une part, l'équation A=0 et, d'autre part, A=-20.		
Un élève pose une question. E : Qu'est-ce qu'on fait avec x^2-16 ?	P	
P : Elle reste. Il s'agit de développer et là tu as la forme développée x^2-16. Tu n'as pas à faire autre chose. Tu l'écris.		P
Passage d'un élève au tableau. E : $A=(x-4)(2x+1)+(x^2-16)=2x^2+x-8x-4+x^2-16=3x^2-7x-20$	P	
L'enseignante lit les étapes écrites au tableau. P : OK. Est-ce qu'il y a un problème ?		P
Es : non	R	
P : non. Merci		R
Passage d'un élève au tableau. E : $A=(x-4)(2x+1)+(x^2-16)$ $A=(x-4)(2x+1)+(x+4)(x-4)$	P	
P : où tu as remarqué une identité remarquable ?		C
E : ici (en désignant x^2-16)	R	
P : $x^2-16=(x-4)(x+4)$. C'est la forme a^2-b^2.		C
E : $A=(x-4)(2x+1+x-4)\ =(x-4)(3x+5)$	R	
P : est-ce qu'il y a un problème dans la factorisation ?		R
Es : non	R	R

ANNEXE G – Les interactions observées durant la séquence d'enseignement de Mme T.

Interactions	I	A
Exercice supplémentaire : Calculer : $-5 \times (+4)$; $+7 \times (-3)$; $-5 \times (-9)$.		
Passage d'un élève au tableau pour effectuer la 1ère. P : Seulement la 1ère : moins 5 multiplié par plus 4. Ce sont de même signe, de signes contraires ? E : – 5 × (+ 4) P : Ok. C'est de quel signe le produit ? Es : négatif	R	
P : Négatif, mets moins, moins, négatif.		R
E : j'écris moins ?	R	
P : La réponse oui moins. La réponse maintenant 5 fois 4.		R
Es : moins 20.	R	
P : Donc seulement pour rappeler que s'il y a le produit de deux nombres de signes contraires alors le produit est négatif.		C
Passage d'un élève au tableau. P : Alors c'est de quel signe ? plus par moins, c'est quoi ? E : +7 × (– 3) = – 21	R	
P : Ok.		R
Passage d'un élève au tableau. E : (– 5) × (– 9) = + 45.	R	
P : C'est moins multiplié par moins ?		P
Es : c'est plus.	P	
P : C'est plus.		P
Exercice supplémentaire : Supprimer les parenthèses : $A = 8 - (a - 5)$; $B = 2a - 3(3 + a)$; $C = 8 + 2a + (3 - a)$.		
Un élève pose une question. E : Madame, si on a moins, et il y a plus	R	
P : Ça c'est le but, s'il y a plus avant les parenthèses ou bien s'il y a moins qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
E : les enlever.	P	
P : Alors, supprime-les. S'il y a plus avant les parenthèses, qu'est ce qui se passe ? … et, donc ?		P
E : Madame … (inaudible) P : La question demandée, et là c'est important. Pour éviter l'erreur hors de la EB7, s'il y a la somme par exemple, la somme des termes, par exemple : $2a + 3a$ c'est $(2 + 3)a$, c'est $5a$. Tandis que s'il y a par exemple $2a$ multiplié par $3a$, c'est-à-dire ? E : 6 a deux E1 : 6a au carré	R	

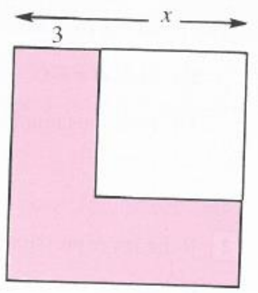
P : 2 fois 3, a fois a, c'est à dire $6a^2$ (prononcé : 6 a deux). Évitez l'erreur entre le produit et la somme des termes. C'est clair ?		P
Passage d'un élève au tableau pour effectuer l'expression A. E : $A = 8 - (a - 5)$ P : Tout d'abord s'il y a le moins avant les parenthèses. Que représente le moins ? E : l'opposé	C	
P : L'opposé, c'est vrai l'opposé de chaque terme. C'est ?		C
E : $8 - a + 5$ Es : $8 - a + 5$	R	
P : + 5 parce que c'est l'opposé de (– 5). Moins par moins c'est plus, l'opposé de moins, moins par moins c'est plus. Tout d'abord je peux réduire ? est-ce qu'il y a des termes semblables ?		C
E : oui. 8 et 5.	R	
P : Alors A = … 8 + 5 ça fait combien ?		R
Es : 13	R	
P : 13 – a		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer l'expression B. E : $B = 2a - 3(3 + a) = 2a - 9 - 3a$	R	
P : C'est la priorité, toujours je répète $B = 2a - 3(3 + a)$. Donc 2a. Et maintenant comment je développe ? Moins 3, c'est bien, parce que l'opposé de plus, moins par plus c'est moins. Moins multiplié par plus c'est moins. Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		C
E : oui	R	
P : Quels sont les termes semblables ?		R
E : 2a et 3a	R	
P : Ok. Égal 2a – 3a, ça fait ?		R
E : moins a	R	
P : $2a - 3a$?		R
E : moins a E : $B = -a - 9$	R	
P : Moins a c'est vrai.		R
Un élève pose une question. E : Madame dans A si on a : 8 fois entre parenthèses $(a - 5)$, on ne fait pas 8a ?	R	
P : Ce n'est pas la multiplication. Ce n'est pas 8 fois $(a - 5)$, c'est le moins, la soustraction. Il y a le moins ça représente le signe, l'opposé.		C
E : c'est faux moins un a ?	R	
P : Non ce n'est pas faux, moins un a ou moins a c'est la même écriture		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer l'expression C. E : $C = 8 + 2a + (3 - a)$ P : Tout d'abord la partie C, c'est 8 plus 2a plus $(3 - a)$. E : on fait … (et l'élève, avec sa main, désigne la distributivité comme s'il effectuait $2a(3 - a)$).	P	
P : Est-ce qu'il y a la multiplication ou bien la somme ?		P
E : non, la somme.	P	
P : Alors ?		R

E : 8 + 3	R	
P : Mais la question demandée est de supprimer les parenthèses. Qu'est-ce qu'il y a avant les parenthèses ?		R
Es : plus	R	
P : Plus. Alors ?		R
E : ça reste	R	
P : oui ?		P
E1 : les termes ne changent pas de signes.	C	
P : ça reste la même chose, je peux les supprimer, restent les mêmes termes avec les mêmes signes. Tant qu'il y a plus avant les parenthèses, je peux supprimer les parenthèses, restent les mêmes termes avec les mêmes signes. Rien ne change.		C
E : $8 + 2a + 3 - a$	R	
P : Tout d'abord. 8 plus 2*a* plus 3 moins *a*. Et je réduis les termes semblables. Quels sont les termes semblables ?		R
E : 8 et 3	R	
P : 8 + 3 ?		R
E : 11	R	
P : 2*a* moins un *a* ?		R
E : *a*	R	
P : + *a*		R
Un élève pose une question. E : je n'ai pas compris	R	
P : Je répète. Chaque fois qu'il y a plus avant les parenthèses, je peux supprimer les parenthèses, restent les mêmes termes avec les mêmes signes. Par exemple, il y *a* + parenthèses 3 moins *a*, alors, s'il y a plus avant les parenthèses, rien ne change, je peux les supprimer, restent les mêmes termes. Et s'il y a moins, le moins ça désigne l'opposé. Par exemple, $-(5 - a)$, l'opposé de 5 c'est – 5, l'opposé de moins c'est plus, $-5 + a$.		P
E : Madame, si on a +, on ne peut pas mettre 3*a*, c'est faux ?	R	
P : Comment ? Je ne peux pas réduire le moins en fois. Le moins reste moins et la multiplication reste multiplication.		R
Un élève pose une question inaudible à propos de l'expression C. P : Mais maintenant tu m'as demandé et j'ai rappelé. S'il y a *x* plus *x*, ça fait $(1 + 1)x$ c'est 2*x*. Tandis que *x* multiplié par *x*, c'est-à-dire c'est *x* exposant 1 + 1, c'est x^2. Additionner les termes semblables, 8 + 3 ? E : 11	R	
P : et 2*a* moins un *a*		R
E : *a*	R	
P : *a*		R
E : madame, si c'était 2*a* + *a* ?	R	
P : Ça fait 3a.		R
Exercice supplémentaire : Développer les expressions suivantes : $(15 - 2x)(10 - 2x)$; $x(x + 2)$; $(x + 1)(x + 1) - 1$.		
Passage d'un élève au tableau pour effectuer la 1ère expression. E : $(15 - 2x)(10 - 2x)$		
P : Tout d'abord, explique.		
E : 15 × 10 = 150 ; 15 × (– 2*x*) = –30*x* ; – 2*x* × 10 = – 20*x* ; + $4x^2$	P	

P : + $4x^2$, moins fois moins plus, 2 par 2 c'est 4, x fois x, c'est x^2. D'abord, est-ce qu'il y a des termes semblables ?		R
E : oui	R	
P : Il y a $-30x - 20x$? ça fait $-30-20$? $-50x + 4x^2$.		R
E : $(15-2x)(10-2x) = 150-30x-20x+4x^2 = 150-50x+4x^2$.	R	
L'enseignante reprend les calculs un par un.		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer la 2ème expression. E : $x(x+2) = x^2 + 2x$	R	
P : Alors la partie suivante, c'est x fois x plus 2. C'est-à-dire, c'est $x \times x$, $x^2 + 2x$. Est-ce que je peux réduire ?		P
E : non	R	
P : Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		R
E : non	R	
P : Non c'est la réponse.		R
Un élève pose une question. E1 : comment on fait la règle ?	P	
P : Terme par terme. Regardez. C'est-à-dire, x multiplié par x, ça fait ?		P
E1 : x^2	R	
P : x^2 plus $x \times 2$.		R
Passage d'un élève pour effectuer la 3ème expression. E : $(x+1)(x+1) - 1 = x^2 + x + x + 1 - 1$	R	
P : Tout d'abord x fois x, x^2, x fois 1 ; + 1 fois x et 1 fois 1. Et il y a le moins 1 à la fin. Donc, est-ce qu'il y a des termes semblables ? Oui		P
E : x et x	R	
P : $2x$. 1 – 1 c'est zéro.		R
P : Maintenant, un petit rappel à propos des rectangles. Quel que soit une figure, soit un rectangle, soit un carré. Comment je calcule le périmètre d'une telle figure ?		
E : la somme des	R	
P : La somme des mesures des …		R
E : des côtés	R	
P : Soit un rectangle, soit un carré, soit un triangle, quelle que soit une figure, le périmètre c'est la somme des mesures des côtés.		C
Exercice supplémentaire : Prouver que si le périmètre du rectangle est 28 alors ce rectangle sera en fait un carré  		
P : Donc comment je calcule le périmètre de ce rectangle ? Qui sait comment je calcule le périmètre de ce rectangle ? E1 : la somme des mesures des côtés.	P	
P : Oui, ça c'est vrai. Mais comment je peux résumer encore ?		P
Es : longueur × largeur	P	
P : Non, longueur × largeur c'est le périmètre ?		P
E2 : longueur × 2 + largeur × 2	P	
P : C'est vrai : longueur × 2 + largeur × 2 ou (longueur + largeur) ×2		P
Passage d'un élève au tableau. E : Périmètre du rectangle : $2(2x+3+3x+1)$	R	

P : Comment tu calcules ? C'est la largeur, qui est $2x + 3$, plus la longueur. Qui est la longueur ? La longueur c'est $3x + 1$, le tout multiplié par 2. Au lieu de dire long+long+lar+lar. Alors ? Essayez de réduire. $2x + 3x$, ca fait ?		P
E : 5x	R	
P : Fois 2 ?		R
E : 10x	R	
P : Il y a 3 + 1, fois 2. Alors 10x+8, l'unité est le cm. Mais la question demandée, si le périmètre égal à 28. Supposons que le périmètre est égal à 28, est-ce que je peux tirer x, à quoi est égal x ? Comment, qui sait ?		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer la 2ème partie de l'exercice. E : $10x + 8 = 28$; $10x = 20$; $x = 2$	P	
P : Alors, si le périmètre égal à 28, alors est-ce que je peux tirer x ? Et après x, qu'est-ce qui se passe ? Si le périmètre égal à 28, alors quel est le périmètre ? $10x + 8 = 28$. Alors, soit mentalement ou bien par méthode. Que doit être x ?		R
E : x = 2	R	
P : x = 2. soit mentalement ou bien par méthode. 10x = 20, donc x = 2. Si x = 2, quelles sont les dimensions de ce rectangle ? Alors, si x = 2, que devient maintenant la longueur ?		R
E : 7	R	
P : 6 + 1		R
Es : 7	R	
P : Et ?		R
E : 7	R	
P : Alors long=lar. Si la longueur égale à la largeur, que devient ?		C
Es : carré	C	
P : Je répète. Ils ont demandé si le périmètre de ce rectangle, d'après les dimensions : $2x + 3$ et $3x + 1$, égal à 28, je cherche avant le périmètre, puis égal à 28. Je trouve x = 2, soit mentalement, soit par la méthode. Dans le cas où x = 2. Si je remplace x par 2 : 3 × 2 = ?		P
Es :6	R	
P : +1 ?		R
Es :7	R	
P : 2 × 2 ?		R
Es :4	R	
P : +3 ?		R
Es :7	R	
P : Je trouve que la longueur égale à la largeur. Si la long = lar, que devient ?		C
Es : carré.	C	
P : Il devient un carré.		C
Un élève pose une question. E : vous pouvez expliquer ?	R	
P : Quoi ? Expliquer quoi ?		R
E : La propriété	C	
P : Si dans le rectangle, si je trouve que la long=lar, il est un carré.		C
Développer : $(x + a)(x + a)$		
Passage d'un élève au tableau.		

E : $(x+a)(x+a) = x^2 + ax + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$.	R	
P : Tout d'abord $x \times x$, $x \times a$, $a \times x$, $a \times a$ Est-ce qu'il y a des termes semblables ? Quels sont les termes semblables ? ax et ax c'est $2ax$. Si par exemple je donne x^2. Que signifie x^2 ?		P
E : x fois x	C	
P : Si je donne maintenant $(x+a)^2$, que signifie $(x+a)^2$?		C
E : c'est $(x+a)$	C	
P : Fois $(x+a)$, c'est vrai. c'est $(x+a)$ multiplié par $(x+a)$. Il y a maintenant le développement de $(x+a)(x+a)$, mais à quoi est égale, avant la réponse développée, à quoi est $(x+a)$ fois $(x+a)$?		C
E : $(x+a)$ au carré	C	
P : $(x+a)^2 = (x+a)$ par $(x+a)$. Mais à quoi est égale comme réponse développée ? Qu'est-ce qu'on a trouvé ? $x^2 + 2 \times a \times x + a^2$.		R
Calculer l'aire d'un carré de côté (a+2).		
P : S'il y a un carré ABCD de côté (a + 2), comment je calcule l'aire de ce carré ? E1 : (a + 2) fois (a + 2),	R	
E2: longueur fois largeur		
P : C'est ?		R
E3 : $(a + 2)^2$	R	
P : (a + 2) fois (a + 2), c'est-à-dire côté au carré. Je répète. Tu m'as donné l'aire d'un rectangle, longueur fois largeur. Mais, par rapport à un carré, répète Zahi.		P
E : côté × côté	C	
P : Généralement, prend en général		C
E : côté au carré	C	
P : Côté ^{2} ou côté×côté. Donc, passe au tableau		C
Passage d'une élève au tableau pour calculer l'aire du carré. E : aire = $c^2 = (a + 2)^2$	R	
P : Calcule l'aire de ce carré, l'aire de ABCD, l'aire de ce carré. Comment je calcule l'aire d'un carré ? C'est-à-dire, (a + 2) fois (a + 2). *(l'élève corrige ce qu'elle écrit au tableau.)* Mais l'écriture, oui, n'oubliez pas les parenthèses. Donc côté × côté ou bien côté^2 ou bien ici $(a + 2)^2$. Je développe et je donne la réponse développée. Je réduis si c'est possible de réduire : 2 a + 2 a ?		R
E : $a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 + 4a + 4$	R	
Développer : $(a + b)^2$		
P : De la même idée, si je donne à développer $(a + b)^2$. Comment je développe ? Il faut la détailler avant. C'est le produit de quoi ? C'est le produit de quels deux facteurs ?		C
Es : ab + ab, fois ab	R	

P : (a + b) fois (a + b). Développez.		R
Passage d'un élève au tableau pour développer (a + b)². E : $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2$	R	
P : $a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$ (pendant que l'élève note la solution au tableau) Je réduis les termes semblables. Alors $a \times a$ c'est ?		P
E :a^2	R	
P : a^2, plus ?		R
E :ab	R	
P : ab + ab ça fait ?		R
E : $2ab$	R	
P : + $b \times b$		R
E :+ b^2	R	
P : Et là je déduis que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, c'est la 1ère identité remarquable. Donc au lieu de développer chaque fois. La 1ère identité remarquable, il y a trois identités remarquables, c'est la 1ère , (a + b)², au lieu que chaque fois écrire (a + b) fois (a + b), on écrit directement la réponse. Quelle était la réponse ?		C
Es :$a^2 + 2ab + b^2$.	C	
P : $a^2 + 2ab + b^2$.		C
Développer : (x+5)².		
Passage d'un élève au tableau. E : $x^2 + 2 \times 5x + 5^2 = x^2 + 10x + x^2$.	P	
P : 1er terme au carré + le double produit + le 2ème terme au carré. Alors $x^2 + 2 \times 5x + 5^2 = x^2 + 10x + x^2$. On peut directement appliquer.		C
18 Un carré a pour côté x, exprimé en cm ($x > 3$). On diminue le côté de 3 cm. **1°)** Quelle est, parmi les trois expressions algébriques suivantes, celle qui exprime la diminution de l'aire du carré : $(x+3)^2 - x^2$; $x^2 - (x-3)^2$; $(x-3)^2 - x^2$. **2°)** **a)** Montre que cette diminution est égale à : $6x - 9$. **b)** Calcule sa valeur numérique, lorsque le côté du carré est de 6 cm.  		
Un élève lit l'énoncé de l'exercice. P : Donc il y a : $(x+3)^2 - x^2$; $x^2 - (x-3)^2$. Il faut détailler avant. Détailler donc l'hypothèse. Qu'est-ce qu'il y a par hypothèse ? E : x est le côté du carré	R	
P : Il y a un carré de côté x, n'est-ce pas ? Le carré ABCD de côté x. Comment je calcule l'aire de ce carré ?		C
Es : côté × côté	C	
P : Côté × côté, c'est-à-dire ?		R
Es : x^2	R	
P : c'est égale à x^2. Après qu'est-ce qu'il y a ?		R
E : x plus grand que	R	

P : x toujours plus grand parce que je veux diminuer de 3. Après ?		R
E : On diminue le côté de 3 cm	R	
P : On diminue le côté de 3 cm. Qu'est-ce que je calcule maintenant ?		R
E : Moins x moins 3 au carré	R	
P : Répète		R
E : x moins 3 au carré	R	
P : x moins 3 au carré. Pourquoi ? C'est vrai mais pourquoi ? Qu'est-ce que tu cherches avant ?		R
E : La mesure de EB	R	
P : très bien. La mesure de [EB]. Quelle est la mesure de [EB] ?		R
E : $x - 3$	R	
P : Quelle est la mesure de EB, c'est $x - 3$. Pourquoi ? De A à B c'est x, de A à E c'est 3. Donc $(x - 3)$ c'est la longueur de, la mesure de EB. Après ?		R
E : Pour savoir l'aire, on doit faire au carré.	C	
P : L'aire de ce carré, EGBF c'est ?		R
E : $(x - 3)^2$	R	
P : côté ×, au carré, ou bien côté × côté. $(x - 3)^2$. Donc je cherche à part l'aire de chaque carré. Premièrement, je calcule l'aire du grand carré, puis l'aire du petit carré et après je dois vérifier. Donc qu'est-ce que j'écris maintenant ? qu'est-ce que je calcule ?		P
E : L'aire du grand carré	R	
P : L'aire du grand carré, l'aire de ABCD		R
E : Mme, AB = 6 ?	R	
P : Pas 6, je ne sais pas à quoi est égale AB. Si c'est 6, alors il reste 3. Si c'est 5 il reste 2. C'est x, mais x plus grand que 3, pas moins, peut être trois virgule, 4, 5, je ne sais pas combien. Donc l'aire de ABCD, à quoi est égale l'aire de ABCD ?		R
E :6 au carré	R	
P : Ou il y a 6 ?		R
E : c'est 3	R	
P : Ca c'est 3, mais quelle est la longueur de [AB] ? la mesure de [AB] ?		R
E : la mesure de [AB] c'est $(x - 3)$	R	
P : Regarde la mesure de [AB] c'est x. Alors ?		R
E : x au carré	R	
P : x au carré. Donc pourquoi x^2 ? C'est le côté au carré. … Après, qu'est-ce que je cherche ? Qui peut me donner encore une idée ?		P
E : Je cherche l'aire de EBGF	R	
P : L'aire du petit carré. Mais avant, je calcule l'aire, la mesure de chaque côté. Donc j'écris maintenant : EB, quelle est la longueur, la mesure de [EB] ?		R
E : $x - 3$	R	
P : $x - 3$, j'écris EB = $x - 3$. Maintenant, comment je calcule l'aire du petit carré ?		R
E : côté × côté = $(x - 3)^2$	R	
P : Donc l'aire de EBGF, je calcule l'aire du grand carré et l'aire du petit carré.		P
E : si on a trouvé l'aire, on fait x entre parenthèses …	R	
P : C'est vrai		R
E : on a x^2- …	R	
P : Une minute, laisse la $(x - 3)^2$. C'est clair. C'est quelle unité ?		R
E : cm²	R	
P : Répète maintenant la question		R

E : Quelle est, parmi les trois expressions algébriques suivantes, celle qui exprime la diminution de l'aire du carré ?	R	
P : Laquelle ?		R
E : la 3ème ?	R	
P : Parmi ces 3, ou il y a $(x + 3)^2$? Alors ça c'est correct (en désignant l'expression au tableau). La 2ème. Que représente $x^2 - (x - 3)^2$?		R
E : l'aire du grand carré moins l'aire du petit carré	R	
P : Donc, c'est la question demandée ? Oui ou non ?		R
E : oui	R	
P : Alors laquelle est correcte, la 1ère, la 2ème ou la 3ème ?		R
E : 2ème	R	
P : la 2ème . Donc la 2ème est correcte. Pourquoi elle est correcte la 2ème ?		R
E : Car x^2 est l'aire du grand carré	P	
P : x^2 est l'aire du grand carré		P
E : moins l'aire du petit carré	P	
P : Et $(x – 3)^2$ est l'aire du petit carré. La différence, l'aire du grand carré moins l'aire du petit carré c'est l'aire de la diminution. J'écris ? qu'est-ce que j'écris ?		P
E : l'expression algébrique …	R	
P : L'expression algébrique $x^2 - (x - 3)^2$. Cette diminution c'est $x^2 - (x - 3)^2$. D'accord ? Montre que cette diminution est égale à 6x-9. C'est-à-dire quoi ?		R
E : on veut détailler	P	
P : Détailler. Au lieu de dire détailler, c'est-à-dire ? Développer. N'est-ce pas ? c'est vrai : développe et réduis. Maintenant, qu'est-ce qu'il faut faire ? Passe.		P
Passage d'un élève au tableau. P : Explique un peu. Explique maintenant que cette diminution, cette diminution c'est-à-dire la réponse trouvée. Quelle était la réponse trouvée ?		
E1 : $x^2 - (x - 3)^2$	R	
P : Comment tu démontres ?		P
E : il faut développer x^2-$(x-3)^2$	P	
P : Alors j'écris comme hypothèse, x^2, cette diminution qui est $x^2 - (x - 3)^2$, comment je dois démontrer que c'est égal à 6x-9 ? qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
Es : développer	P	
P : Je développe et je réduis. Alors ?		P
E : $x^2 - (x - 3)^2 = x^2$	R	
P : Moins, toujours lorsqu'il y a moins avant les parenthèses, pour éviter l'erreur, c'est l'opposé. Placer les parenthèses puis passer à la 2ème étape. Pour éviter l'erreur.		P
P : Hier, j'ai donné une seule identité, laquelle ?		
E : $(a + b)^2$	R	
P : Écris là. À quoi est égale ?		R
E : $a + b^2$	R	
P : $(a + b)^2$		R
Es :$a^2 + 2ab + b^2$	R	
P : Que signifie $(a + b)^2$?		C
E : $(a + b)$ fois $(a + b)$	C	
P : Donc que signifie maintenant $(x - 3)^2$?		C

E : $(x-3)$ fois $(x-3)$	C	
P : Toujours lorsqu'il y a le moins, c'est-à-dire c'est l'opposé, je développe entre les parenthèses.		C
E : $(x-3)(x-3)=x^2-3x-3x+9$		
Un élève pose une question. E1 : de quelle façon on obtient … ?	P	
P : C'est la réponse de l'identité, c'est la méthode pour passer à l'identité. C'est la 1ère identité remarquable, et maintenant il faut passer à la 2ème et à la 3ème identité. L'une après l'autre. Tout d'abord, $x^2-(x^2-3x-3x$. $-3x-3x$ ça fait ? $-3-3$? $-6x$ puis plus Pour supprimer les parenthèses maintenant, hier on a fait un exercice pareil. S'il y a le moins, c'est-à-dire ? c'est l'opposé, c'est vrai. s'il y a des termes semblables, il faut les réduire. x^2-x^2 ?		P
E : 0	R	
P : Il reste $6x-9$. C'est la réponse demandée ? c'est ce qu'il fallait démontrer ? oui ou non ?		R
Es : oui		
Un élève pose une question. E1 : ici ça ne peut pas être $3x+3x$?	R	
P : Regarde : x fois x, x^2 ; x multiplié par -3, -3 fois x, moins par moins, parce qu'il y a le moins avant, ça désigne l'opposé, donc l'opposé de chaque terme. Maintenant la partie b, quelle est la question de la partie b ?		P
E : Calcule sa valeur numérique lorsque le côté du carré mesure 6 cm.	R	
P : La valeur numérique de quoi ?		R
E : de la diminution	R	
P : De la réponse, lorsque x égal à 6 cm. Passe au tableau, écrit : si $x = 6$, que devient ? Si $x = 6$, je remplace et je calcule. Tout d'abord, $6x-9$, c'est-à-dire, $6 \times 6 - 9$, c'est ?		P
E : c'est 27	R	
P : C'est 27, quoi ? cm².		R
P : Donc je répète l'exercice. Il y a un grand carré de côté x, si la question demandée, hier on avait l'exercice à propos du périmètre, maintenant c'est un exercice à propos de l'aire. Donc comment je calcule l'aire d'un carré ? Helena ?		
E : longueur × largeur ? longueur + largeur … L'aire d'un carré ? côté × côté	C	
P : Côté × côté ou bien côté au carré. Longueur × largeur c'est l'aire d'un rectangle.		C
Développer : $(x-a)(x-a)$		
P : De nouveau $(x-a)(x-a)$, à quoi est égale ? Essayez de développer. Chacun devant soi, sur le cahier. Sami passe, développe. Que signifie $(x-a)(x-a)$?		
Es : $(x-a)^2$	C	
P : x par x, x^2, $-ax-ax$, - a^2. Est-ce qu'il y a une erreur ?		P
E : + a^2	R	
P : Pourquoi c'est plus ?		C
E : moins fois moins égale plus.	P	

Développer $(a-b)^2$		
P : De la même manière, s'il y a $(a-b)^2$, comment je peux détailler $(a-b)^2$?		P
E : $(a-b)(a-b)$	P	
P : $(a-b)$ fois $(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Alors, essayez de développer de nouveau, de la même manière.		P
E : est-ce qu'on obtient $a^2 - 2ab + b^2$?	R	
P : Oui à la fin c'est vrai mais d'où vient ? en développant étape par étape. Passe et développe $(a-b)^2$, et à la fin, quelle est la réponse de $(a-b)^2$? Tout d'abord, quelle conclusion je peux tirer ? à quoi est égale $(a-b)^2$?		P
Es : $a^2 - 2ab + b^2$	R	
P : C'est la 2ème identité remarquable. Tout d'abord, $(a-b)^2$. Il y a le 1er terme et le 2ème terme, il y a le carré du 1er et le carré du 2ème, mais moins $2ab$, car là c'est moins, et on prend le double produit $a \times b$.		C
E : Si on détaille, elle doit être positive ?	R	
P : Laquelle ? la réponse ?		
E : oui		
P : Toujours, au carré, la réponse est positive. Par exemple, $(-5)^2$ à quoi est égale ? à -25 ou +25 ?		C
E : +25	R	
P : Un nombre au carré est toujours positif. Si le moins est à l'extérieur, c'est tout à fait différent. Pour ajouter quelques propriétés aux identités. Si par exemple, je donne. Utilisez l'identité pour développer : $(x-5)^2$ et $(5-x)^2$, et à la fin quelle conclusion je peux tirer ? chacune seule. Passe, développe la 1ère.		C
Développer $(x-5)^2$ et $(5-x)^2$. Quelle conclusion en tirer ?		
Passage d'un élève au tableau E : $(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = x^2 - 5x - 5x + 5^2$	P	
P : Ce n'est pas faux, c'est vrai. il n'a pas utilisé l'identité mais c'est correct. Alors x^2, $-5x - 5x$? – $10x$, 5^2 ?		P
Es : 25	R	
P : Mais en utilisant l'identité, développe $(5-x)^2$. Et là faites attention. Parce que j'ai permuté les deux termes. Essayez de développer sous forme $(a-b)^2$: 5^2 moins le double produit, 2 fois 5 fois x, plus x^2 (pendant que l'élève écrit au tableau). Alors c'est $25 - 10x + x^2$. Comparez les deux, comment sont les deux ?		P
E : égaux	R	
P : Égaux, c'est la même réponse je peux permuter les termes. Alors quelle conclusion je peux tirer ? $(x-5)^2 = (5-x)^2$, parce que deux nombres opposés ont le même carré. Par exemple $(-5)^2 = (+5)^2 = 25$. Donc $(5-x)$ et $(x-5)$ sont deux nombres opposés. L'opposé de $(x-5)$ c'est $(5-x)$, mais au carré, les deux ont même carré. Parmi les propriétés : $(a-b)^2 = (b-a)^2$, je peux permuter les termes.		C

Un élève pose une question. E1 : pourquoi on a mis plus 25 ?	P	
P : + b², ça c'est a et ça c'est b. Toujours $a^2 + b^2$ et moins le double produit. Oui bien s'il y a à développer terme par terme, regarde + 5². $(5 - x)(5 - x)$: 5 fois 5 ?		P
E : 25	R	
P : 5 par (– x)		R
E : – 5x	R	
P : (– x) fois 5		R
E : – 5x	R	
P : Moins par moins ? donc c'est plus		P
Un élève pose une question. E2 : si on a dit $(a - b)^2 = (b - a)$?	C	
P : Au carré, sans le carré c'est faux. L'opposé.		C
E2 : si elle est positive, c'est la même chose ?	C	
P : Je ne sais pas c'est quoi a et c'est quoi b. Peut-être a positif, peut être négatif. Mais seulement je peux permuter à l'intérieur. Que représente le moins avant les parenthèses ?		C
Es : l'opposé	C	
P : C'est l'opposé. Alors, quel est l'opposé par exemple de $(x + 3)$?		C
Es : $-x - 3$	R	
P : $-x - 3$. Si je demande le carré de $(-x - 3)$? comment je calcule $(-x - 3)^2$? Essayez de faire devant vous. Comment je développe $(-x - 3)^2$?		P
E : $(-x - 3)(-x - 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$	P	
P : C'est une méthode, ce n'est pas faux. Tout d'abord, $x^2 + 3x + 3x + 9$. Je réduis les termes semblables. Si je demande encore de développer $(x + 3)^2$, en appliquant soit l'identité ou développement détaillé. Alors, qu'est-ce que je remarque ?		P
E : $(-x - 3)^2 = (x + 3)^2$	R	
P : Alors, à la fin je trouve que $(-x - 3)^2 = (x + 3)^2$. Je veux détailler encore le pourquoi ? Par hypothèse, j'ai donné l'opposé de $(x + 3)$ c'est $(-x - 3)$, donc, si la question demandée maintenant de calculer $(-x - 3)^2$, c'est-à-dire $[-(x + 3)]^2 = (-)^2$ plus, il reste $(x + 3)^2$. Comme propriété $(-a - b)^2 = (a + b)^2$, si les deux termes négatifs, $(-a - b)^2$ c'est-à-dire $(a + b)^2$, qui est égale à $(a + b)^2$?		C
E : $a^2 + 2ab + b$.	R	
P : C'est encore parmi les propriétés. Si les deux négatifs Par exemple, s'il y a $(-x - 7)^2$, je peux dire directement que c'est $(x + 7)^2$ et je développe. Si les deux négatifs.		P
Un élève pose une question. E3 : Si moins et moins plus, d'où on a cherché le moins ?	C	
P : Quel est l'opposé de $(x + 3)$?		P

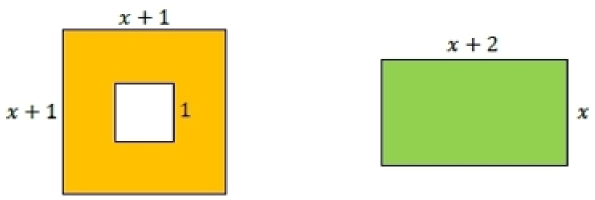
E3 : $(-x-3)$.	R	
P : S'il y a $-x-3$, tu peux l'écrire moins, l'opposé de $(x+3)$. Oui ou non ? Si la question demandée pour $(-x-3)^2$, au lieu d'écrire $(-x-3)^2$, je peux dire l'opposé de $(x+3)$ au carré. Que devient le moins au carré ? plus, il reste $(x+3)^2$.		P
9 Développe et réduis. 1°) $A = (2x+1)^2 + (x-1)(3x-1)$.		
Pour développer et réduire, il faut faire le développement étape par étape. Si j'ai demandé premièrement, développer seul $(2x+1)^2$, essayez, deuxièmement $(x-1)(3x-1)$, et à la fin je réduis les 2 réponses. Essayez de faire chaque partie seule et à la fin, j'écris de nouveau A = 1ère réponse + 2ème réponse. Donc tout d'abord, essayez de développer chaque partie seule.		
Passage d'un élève au tableau. E : j'ai commencé à faire les deux.	P	
P : Tu peux, mais seulement la méthode détaillée pour éviter les erreurs.		P
E : on peut utiliser cette méthode directement ?	P	
P : Oui tu peux mais ça c'est l'explication, après ce n'est pas nécessaire. Passe, commence avec la 1ère. De quelle forme, elle est de quel type ?		C
E : $(a+b)^2$	C	
P : C'est vrai…. Réduis. S'il y a des termes semblables ? Est-ce que c'est correct ?		C
Es : non	R	
E : $4x^2$		
P : Appliquez l'identité, c'est de type $(a+b)^2$. À quoi est égale $(a+b)^2$?		R
E : a^2	R	
P : a^2, premier terme entre parenthèses. Pour éviter les erreurs. Ajouter encore avec les identités : $(a)^2 + 2 \times (a) \times (b) + (b)^2$. Pourquoi on a ajouté les parenthèses ? Pour éviter l'erreur du calcul du coefficient. Que représente a ici ? alors a^2 c'est $(2x)^2$. Écrit : $(2x)^2 + 2\times(2x)\times1$ + 2e terme au carré, 1^2. Maintenant je réduis. À quoi est égale $(2x)^2$?		C
Es : $4x^2$	R	
P : $4x^2 + 4x + 1$		R
Évaluation : l'enseignante note des expressions à développer au tableau P : pour chaque expression, rajoutez l'identité utilisée. C'est-à-dire, la 1ère c'est quelle identité remarquable ? Pas plus que 5 min et je ramasse. L'enseignante circule entre les élèves pendant qu'ils travaillent, elle ne répond pas à leurs questions. Elle procède à une correction collective de l'évaluation.		
Développer : $(2x-3)^2$; $(x-3)(3+x)$; $(5-x)(x-5)$		
Un élève pose une question. E : $(3x+5)^2 = (3x+5)(3x+5)$	P	
P : pour la forme, c'est nécessaire d'écrire $(3x+5)(3x+5)$?		P
E2 : non	P	

P : ce n'est pas faux, mais est-ce que c'est nécessaire ou bien on peut calculer directement ?		P
Es : oui	P	
P : continue		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer $(2x - 3)^2$. E : $(2x-3)^2 = (2x-3)(2x-3) = 4x^2 - 6x - 6x + 3^2 =$ $4x^2 - 12x + 9$	P	
P : ça c'est correct mais comment je peux appliquer l'identité ?		P
E1 : Mme on fait $(2x)^2$…	P	
P : donc directement : $(2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x +$		P
E1 : 3^2	R	
P : alors, c'est égal :		R
E1 : $4x^2 - 12x + 9$	R	
P : $4x^2 - 12x + 9$ On a appliqué quelle identité remarquable ? Oui ?		C
E1 : $(a+b)^2$	C	
P : ça c'est plus ?		C
E2 : $(a - b)^2$	C	
P : alors $(a - b)^2$. Passe au tableau et écrit $(a - b)^2$. Alors ça vérifie l'une des identités remarquables, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.		R
Pendant qu'un élève écrit l'égalité au tableau. E : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.	R	
P : $a^2 - 2ab + b^2$. Maintenant, est-ce que la 2e expression, elle vérifie l'une des identités ?		C
Es : oui	C	
P : oui. Laquelle ?		C
E : $(a-b)(a+b)$	C	
P : $(a-b)(a+b)$, $(a-b)$ facteur de $(a+b)$. Mais là, c'est $(x-3)$, ici $(3+x)$		C
E : on peut permuter	P	
P : on peut permuter parce que $(3+x) = (x+3)$		P
Passage d'un élève au tableau E : c'est la 3ème ?	C	
P : c'est l'une des 3, et pas la 1ère , la 2ème …		C
E : on ne peut pas permuter avec …	P	
P : permuter les deux termes, on peut les permuter. Si c'est moins, il faut faire attention au signe, si c'est plus, je peux les permuter.		P
E : $(x-3)(x-3)$	R	
P : alors, $(x-3)(x-3)$. Est-ce que $3+x$ ça signifie $x-3$?		R
E : $(x-3)\ (x+3) = x^2 - 3x + 3x - 9$	P	
P : c'est égal à x^2 … ok, tu développes. Mais s'il y a $(x-3)(x+3)$? bon. $-3x + 3x$ ça fait 0. P : $(5-x)(x-5)$. Avant de passer. Là c'est de quel type ? il y a les mêmes termes, $(a-b)(a+b)$. Alors qu'est-ce que ça donne à la fin ?		P
E : $a^2 - b^2$	C	
P : $a^2 - b^2$. Alors passe et développe $(5-x)(x-5)$.		C
Passage d'un élève au tableau pour développer (5-x)(x-5).		

P : Alors, comment je développe $(5-x)(x-5)$?		
E : $(5-x)(x-5) = (5-x)^2$	R	
P : alors, c'est vrai que c'est $(5-x)^2$?		R
Un élève pose une question E1 : Mme dans la 1ère, d'où il y a 12x ?	P	
P : $2 \times a \times b, 2 \times 3 \times 2x = 12x$. 2 fois le 1er terme fois le 2ème terme. Le 1er terme 2x, le 2ème terme 3.		P
E : $(5-x)(x-5) = 5x - 5 \times 5 - x^2 + 5x = -x^2 - 25 + 10x$.	P	
Pendant que l'élève effectue les calculs au tableau. P : alors, $5x - 5 \times 5 - x^2 + 5x. il\ y\ a\ + 5x - 5 \times 5$…. alors la réponse trouvée est ? P : il y a $-x^2 - 25$. Donc c'est $5x - 25 - x^2 + 5x$. Il y a 5x et 5x, donc +5 et +5 ça fait combien ?		P
E : +10	R	
P : +10x. donc il y a $-x^2 + 10x - 25$. +5 et +5 c'est +10, ce n'est pas 0		R
Un élève pose une question E : Mme, quel est l'opposé de …	R	
P : regarde c'est $(5-x)$ multiplié par … ou bien au lieu de dire $(5-x)$, on peut laisser le moins devant. $(5-x)$ ce n'est pas l'opposé de $(x-5)$?		P
E : si	R	
P : oui ou non ? et il y a encore $(x-5)$. Reste le moins à l'extérieur, c'est $(x-5)^2$. C'est l'opposé de $(x-5)^2$.		P
E : ici on ne peut pas mettre $-x^2 - 5^2$?	R	
P : ça c'est quelle identité ?		C
E : $(a-b)^2$.	C	
P : à quoi est égale $(a-b)^2$?		R
E : $a^2 + b^2 - 2ab$	R	
P : s'il y a $(a-b)(a+b)$, qu'est-ce que ça donne ?		R
E : $a^2 - b^2$	R	
P : maintenant, suivez un peu. On va poser une question. On va vérifier les réponses s'il y a d'autres réponses qui donnent la même expression. Par exemple, premièrement, je commence par $(a-b)^2$. Qui peut me donner, pas la réponse développée, une autre écriture qui donne la même expression ?		C
E : $(a-b)(a-b)$	C	
P : ok, une autre écriture, binôme au carré qui donne la même réponse		C
E : $a^2 - b^2$	C	
P : ce n'est pas donner la réponse développée. Encore c'est quel binôme au carré ? Passe et écris, à la fin je dois vérifier si c'est correct ou pas.		P
Passage d'un élève au tableau E : $-(a-b)^2$	R	
P : après ? une autre réponse. Passe		R
E2 : $(b-a)^2$	R	
P : une autre réponse ? est-ce qu'il y a d'autres réponses ? d'autres écritures ? oui ?		R
E3 : $-(a \times b)$	R	
P : comme ça seulement ? (en notant $-a \times b$ au tableau)		R
E3 : $-(a \times b)^2$	R	
P : autre réponse ? Mhamad ?		R
E4 : $(-a+b)^2$	R	

P : autre réponse ? oui		R
E5 : $a^2 - 2 \times a \times b$ ...	R	
P : ce n'est pas donner la réponse développée.		R
E6 : $(-b + a)^2$	R	
P : quoi encore ? est-ce qu'il y a d'autres réponses ?		R
E7 : $(-a + b)^2$	R	
P : c'est déjà écrit. Oui ?		R
E8 : $(a + b)(a - b)$	R	
P : quoi encore ? oui ?		R
E9 : $(-a + b)(-a - b)$	R	
P : autre réponse ?		R
E10 : $ab - ab$	R	
P : maintenant il faut sélectionner. Laquelle est correcte, laquelle donne la même réponse, ou bien laquelle n'est pas correcte et pourquoi ? Premièrement, $(a - b)^2$. Si je donne la réponse développée de $(a - b)^2$, quelle est la réponse développée de $(a - b)^2$? Passe écris, $(a - b)^2$. Après, essayez de développer chaque partie pour vérifier ou bien pour comparer si ça donne la même réponse ou bien non.		R
Passage d'un élève au tableau E : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	R	
P : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Maintenant, je dois vérifier c'est quelle réponse qui est correcte. Quelqu'un a donné $(a - b)(a - b)$, mais si je développe $(a - b)(a - b)$, qu'est-ce que ça donne ?		R
E1 : $a^2 - b^2$	R	
E2 : $a^2 + b^2$		
P : je développe $(a - b)(a - b)$. Mais le but c'est de donner, essayez de développer $(a - b)(a - b)$		R
Un élève pose une question. E : Mme c'est la même réponse que $a^2 - 2ab + b^2$	R	
P : essayez de développer. Que signifie $(a - b)(a - b)$?		C
Es : $(a - b)^2$	C	
P : $(a - b)^2$, ça signifie $(a - b)^2$		C
Un élève effectue les calculs au tableau. E : $(a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$	P	
P : est-ce que c'est la même réponse ? oui ou non ?		R
Es : oui	R	
P : oui, alors est-ce que $(a - b)(a - b)$ est égal à $(a - b)^2$?		C
E : oui	C	
P : après, $(a - b)^2$, c'est-à-dire c'est l'opposé de $(a - b)^2$? est-ce que 4 est égal à l'opposé de 4 ?		C
Es : non	C	
P : est-ce que $(a - b)^2$, je peux dire maintenant que $(a - b)^2 = -(a - b)^2$? est-ce qu'il y a une égalité ?		R
Es : non	R	
P : non, ça c'est faux. Donc est-ce que cette réponse est acceptable ?		R
Es : non	R	

P : après *(a+b)(a-b)* ? qu'est-ce que ça donne ?		R
E : $a^2 - b^2$	R	
P : égale ? écris $(a+b)(a-b)$, qu'est-ce que ça donne ? égale à quoi ?		R
E : $a^2 - b^2$	R	
P : $a^2 - b^2$. c'est la même réponse ?		R
E2 : non	R	
P : $a^2 - b^2$, directement. À quoi est égale $(a+b)(a-b)$? essayez de développer.		R
Un élève effectue les calculs au tableau. E : $(a+b)(a-b) \ = \ a^2 - ab + ab - b^2$	P	
P : il y a $+ab - ab$, qu'est-ce que ça donne ? c'est égal à $a^2 - b^2$. Est-ce que c'est la même réponse ?		R
Es : non	R	
P : non alors encore c'est faux. Après, il y a $(-a+b)(-a+b)$		R
E : égal $(-a+b)^2$	C	
P : écris alors $(-a+b)^2$ répète		C
Passage d'un élève au tableau. E : $(-a+b)^2$	R	
P : $(-a+b)(-a+b) = (-a+b)^2$. À quoi est égale $(-a+b)^2$? Ou bien comment je peux l'écrire ?		R
E : $(b-a)^2$	R	
P : c'est $(b-a)^2$. Essayez de développer $(b-a)^2$ et vérifiez si ça donne la même réponse ou pas.		R
Es : $(b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$ *Un élève note la réponse au tableau.*	R	
P : $b^2 - 2ab + a^2$. c'est la même réponse ?		R
Es : oui	R	
P : Oui. Alors encore c'est acceptable. Quelqu'un a écrit $ab - ab$. Mais qu'est-ce que ça donne $ab - ab$?		R
Es : 0	R	
P : 0. C'est la même réponse ?		R
E : non	R	
P : il y a les autres réponses. Donc jusqu'à maintenant, $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = (-a+b)(-a+b)$. Il y les autres. $(b-a)^2$, ça donne la même réponse. $-(ab)^2$. L'opposé de $(ab)^2$. Que signifie l'opposé de $(ab)^2$? Le moins reste moins. Que signifie $(ab)^2$?		C
Es : a^2b^2	R	
P : a^2b^2, c'est la même réponse ?		R
Es : non	R	
P : $(-a+b)^2$?		R
Es : oui	R	
P : $(-a+b)^2 = (b-a)^2$. C'est la même réponse. Qui peut donner comme résumé, à quoi est égale $(a-b)^2$? Combien de formes sont égales ? ou bien des		C

identités, ou bien des binômes au carré qui donnent $(a-b)^2$. Qui peut me donner d'après ce qu'on a fait ? Passe et écris $(a-b)^2$:		
Passage d'un élève au tableau E : $(a-b)^2 = a \times a$	P	
P : non non tu n'as pas à donner les réponses développées.		P
E : $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$	C	
P : ok $(a-b)(a-b)$. Mais ce qui m'intéresse les binômes au carré. Les réponses acceptables ?		R
Es : $(a-b)^2 = \ (b-a)^2 = (-a+b)^2 = (-a+b)(-a+b)$	R	
P : ok, $(b-a)^2$ ou bien $(-a+b)^2$ ou bien $(-a+b)(-a+b)$. Donc on peut ajouter ça avec les propriétés que, je peux permuter les termes entre parenthèses, mais au carré. Parce que, par exemple, s'il y a $(-5)^2$ et $(+5)^2$, ça donne la même réponse. Donc $(a-b)^2$ ou bien $(b-a)^2$, on peut les permuter. Ajoutez ça avec les propriétés.		C
Un élève pose une question. E : il y a d'autres expressions, ou bien celles-là seulement ?	R	
P : à propos de $(a-b)^2$? Qui peut me donner encore, rapidement, pour ajouter avec les propriétés, s'il y a les deux négatifs au carré : $(-a-b)^2$? qu'est-ce que ça donne ?		C
E : $(a+b)^2$	C	
P : très bien, $(a+b)^2$. Pourquoi ? Je peux détailler, parce que $(-a-b)^2 = [-(a+b)^2]$. Le moins au carré, c'est plus, il reste $(a+b)^2$. Ajoutez ça aves les propriétés. Et $(a-b)(a+b) \ = ?$		C
E : $a^2 - b^2$	R	
P : $a^2 - b^2$. Est-ce que ça donne la même écriture s'il y avait $-b^2 + a^2$? C'est la même écriture ou bien non ?		C
Es : oui	C	
P : maintenant, l'exercice du devoir. Il y a l'exercice 4. Passe. Trace à main levée la figure.		R
1. Calculer les aires colorées des deux figures ci-dessous en fonction de x.  2. Que remarque-t-on ?		
Passage d'un élève au tableau P : Tout d'abord la question demandée c'était quoi ?		
Es : Calculer les aires	R	
P : Alors je calcule l'aire de chaque figure, l'aire de la partie colorée et je compare à la fin les 2. Comment tu calcules l'aire de la partie colorée d'après la 1ère figure ?		P
E : l'aire du grand carré	P	

P : L'aire de la partie colorée c'est toute cette partie (en désignant le grand carré) et enlever cette partie (en désignant le petit carré),		P
E : (-1)	R	
P : Pourquoi (-1) ? seulement la partie colorée.		P
E : $(x+1)^2-1$	P	
P : Tu ne peux pas écrire $(x+1)^2-1$, il faut détailler avant. Il faut détailler comment je dois calculer l'aire de la partie colorée. Comment je calcule ? C'est correct comme calcul mais il faut détailler avant. Oui ?		P
E : l'aire du grand carré moins l'aire du petit carré	P	
P : C'est vrai. Donc j'écris maintenant : l'aire du grand carré moins l'aire du petit carré. Ça c'est à propos de la 1ère figure, la figure 1. Donc à propos de la 1ère figure, c'est bien l'aire du grand carré moins l'aire du petit carré. Donc comment je calcule l'aire du grand carré ?		P
Es : côté × côté	C	
P : $(x+1)^2$ ou bien côté × côté c'est vrai. Comment je calcule l'aire du grand carré ?		C
Es : $(x+1)^2$	R	
P : $(x+1)^2$ moins ? Quelle est l'aire du petit carré ?		R
Es : moins 1	R	
P : 1^2 qui est 1. Donc je développe et je réduis.		R
E : $x^2-2x+1-1$	R	
P : $x^2-2x+1-1$, et il y a encore. D'abord x^2-2x, cm^2 si l'unité est le cm, ou u.a, unité d'aire (m^2, cm^2) quel que soit. Il y a la 2è figure. *x*+1 ; +2*x* *(l'enseignante corrige l'erreur dans les expressions précédentes)*		R
Un élève pose une question. E : c'est quoi ua ?	R	
P : u a = unité d'aire, cm^2, m^2 quel que soit. Pour la figure 2, c'est un rectangle. Comment je calcule l'aire d'un rectangle ?		C
Es : longueur×largeur	C	
P : Écris : l'aire d'un rectangle = longueur × largeur.		C
Passage d'un élève au tableau E : $(x+2)\times x \;=\; x^2+2x$	R	
P : Donc qu'est-ce que je remarque à propos de ces 2 *(en désignant les expressions obtenues)* ?		R
E : que l'aire du carré est égale à	R	
P : Pas l'aire du carré, l'aire de la partie colorée, dans la 1ère figure est égale à l'aire dans la 2ème figure.		R
E : la forme, un rectangle	R	
P : Pas la forme, ici l'aire. Si les 2 aires sont égales, ce n'est pas nécessaire qu'elles aient la même forme. Il y a un carré, il y a un rectangle, pas de même forme et ils ont même surface. Alors quelle conclusion ? Ajoutez cette conclusion devant vous que l'aire de la partie colorée de la 1ère figure est égale à l'aire de la partie colorée de la 2ème figure.		C
Développer : $(2x+1)^2\;+\;(x-1)(3x-1)$		
P : Essayez maintenant de développer étape par étape : Premièrement $(2x+1)^2$ puis 2ème étape $(x-1)(3x-1)$ après		

$$(2x+1)^2 + (x-1)(3x-1)$$ Il y a une telle expression formée par la somme de deux parties, c'est-à-dire deux expressions. C'est pour cela essayez de développer chaque partie seule, chaque expression seule et à la fin je réduis les termes semblables. Donc chacun devant lui, développez $(2x+1)^2$ premièrement, la 1ère et la 2ème. Passe et développe la 1ère.		
Passage d'un élève au tableau. E : $4x^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$	P	
P : Alors c'est égal à $4x^2 + 4x + 1$. Passe faire la 2ème. La 2ème n'est pas une identité, il faut la développer. Donc chaque terme multiplié par les autres.		P
Passage d'un élève au tableau. E : $3x^2 - x - 3x + 1$	P	
P : Je réduis s'il y a des termes semblables. $$4x^2 + 4x + 1 + 3x^2 - x - 3x + 1.$$ Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		P
E : $4x^2$ et $3x^2$	R	
P : c'est-à-dire ? Rebecca ?		R
E : $7x^2$	R	
P : $7x^2$, il y a +1 et +1 ?		R
Es : +2	R	
P : $7x^2+2$. Alors le tout c'est de développer chaque partie seule et après s'il y a des termes semblables.		P
L'enseignante lance la séance par un rappel sur les identités remarquables. Elle désigne des élèves pour répondre à ses questions. P : $(a+b)^2 = ?$ E : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	R	
P : tout d'abord $(a+b)^2$, c'est la 1ère identité, essayez de développer. À quoi est égale ? a^2 + le double produit + b^2 *(pendant que l'élève note l'expression au tableau).* C'est la 1è, l'une des identités remarquables.		R
Passage d'un élève au tableau E : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	R	
P : c'est la 2è identité remarquable. C'est égale à a^2, moins le double produit, $2ab$, $+b^2$.		R
Passage d'un élève au tableau E : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	R	
P : bon, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		R
L'enseignante désigne des élèves pour passer au tableau et développer des expressions (3° - 10° - 11°) de l'exercice ci-dessous.		

5 Développe. 1°) $(x+2)^2$. 5°) $(2x+y)^2$. 9°) $(-2x+y)^2$. 2°) $(2x+3)^2$. 6°) $(2x-y)^2$. 10°) $(-2x-y)^2$. 3°) $(x-\sqrt{6})^2$. 7°) $(3x+2y)^2$. 11°) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$. 4°) $(3x-1)^2$. 8°) $(3x-2y)^2$. 12°) $\left(2x-\frac{1}{4}\right)^2$.		
E : $(x-\sqrt{6})^2$ =		
P : c'est de quel type ?		
E : la 1è identité	C	
P : au lieu de dire la 1è identité, la 2è, c'est quelle identité ?		C
E : $a^2-2ab+b^2$	C	
P : ou bien $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$		C
E : $(x-\sqrt{6})^2 = x^2-2x\times\sqrt{6}+\sqrt{6}^2$	P	
P : donc le 1er terme au carré, moins le double produit + le 2è terme au carré		C
E : $(x-\sqrt{6})^2 = x^2-2x\sqrt{6}+6$	R	
P : $x^2-2x\sqrt{6}+6$. Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		R
E : non	R	
P : non, alors c'est la réponse.		R
Passage d'un élève au tableau pour développer 11° E : $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2+2x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $= x^2+x+\frac{1}{4}$	P	
P : c'est vrai, est-ce que c'est possible de simplifier 2 et 2 ?		R
Passage d'un élève au tableau pour développer 10° E : $(-2x-y)^2 =$		
P : avant, hier j'ai donné des propriétés, $(-2x-y)^2$ égal ?		
E : $(2x+y)^2$	R	
P : c'est vrai. donc s'il y a $(-a-b)^2$ à quoi est égale d'après les propriétés ?		C
E : $(a+b)^2$	C	
P : $(a+b)^2$		C
E : $(-2x-y)^2 = (2x+y)^2 = 4x^2+4xy+y^2$	P	
P : ça c'est correct		P
Exercice 9 : Développe et réduis. 1°) $A=(2x+1)^2+(x-1)(3x-1)$. 2°) $B=(x-3)^2-3x(2x+1)$. 3°) $C=(x-2)(x+2)-(x-3)^2$. 4°) $D=(x-2y)^2+(2x+y)^2$. 5°) $E=\left(\frac{x}{2}+y\right)^2+\left(\frac{x}{2}-y\right)^2$. 6°) $F=(3x-y)^2-(3x+y)^2$.		
E : on peut développer …. (inaudible)	P	
P : tu peux, oui, mais essayez d'appliquer l'identité.		P
Passage d'un élève au tableau. E : $B=(x-3)^2-3x(2x+1)=x^2-2\times x\times 3+3^2-6x^2-3x=$	P	

P : là, suivez un peu, il y a le moins. Il faut faire attention au signe moins pour éviter les erreurs. Premièrement, je développe $(a-b)^2$ c'est $^2\ -$, il faut essayer de donner direct la réponse au lieu de dire $2x \times 3$, directement … *L'enseignante lit les étapes à haute voix pendant que l'élève continue la résolution au tableau*		P
E : $B\ =\ x^2-6x+9-6x^2-3x=\ -5x^2-9x-9$	R	
P : il faut réduire les termes semblables, $-3x-6x\ =\ -9x$		R
L'enseignante propose de développer et réduire, en individuel, l'expression C. Elle circule entre les élèves et vérifie leur travail. *En s'adressant, individuellement à un élève :* P : joelle, à quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		
E : a^2-b^2	R	
P : a^2-b^2		R
Passage d'un élève au tableau. E : $C=(x-2)(x+2)-(x-3)^2=(x-2)^2-(x-3)^2$	R	
P : la question demandée c'est de développer ou factoriser ?		R
E : développer	R	
P : développe. C'est de quel type $(x-2)(x+2)$?		C
E : $(a-b)(a+b)$	C	
P : $(a-b)(a+b)$. À quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		C
E : a^2-b^2	R	
P : a^2-b^2		R
E : $C=(x-2)(x+2)-(x-3)^2=x^2-2^2$	R	
P : $(x-2)(x+2)=x^2-2^2$. Quand il y a le moins, et pour éviter les erreurs, essayez de développer entre les parenthèses. Alors je développe $(a\text{-}b)^2$ entre les parenthèses.		P
E : $C=\ x^2-2^2-(x^2-2\times x\times 3+3^2)=x^2-4-(x^2-6x+9)$ $=x^2-4-x^2+6x-9$	P	
P : Que représente le moins avant les parenthèses ?		C
Es : l'opposé	C	
P : l'opposé. Quel est l'opposé de moins ?		C
Es : plus	C	
P : $+6x$. Quel est l'opposé de plus ?		C
Es : moins	C	
P : moins 6, moins 3^2. Je réduis maintenant les termes semblables. x^2-x^2 ? $-9-4$?		R
E : $C\ =\ 6x-13$	R	
P : donc toujours s'il y a moins avant les parenthèses, développez entre les parenthèses puis passez à l'opposé. Le moins avant les parenthèses représente l'opposé.		C
E1 : je n'ai pas compris	P	
P : bon je répète. Je peux développer normalement, par termes, ou bien j'applique l'une des identités $(a-b)(a+b)$. À quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		P
E1 : a^2-b^2	R	
P : a^2-b^2, le 1er terme au carré moins le 2nd terme au carré.		C
P : Rebecca, $(a-b)^2$, à quoi est égale ?		
E1 : $a^2\ -\ 2ab\ +\ b^2$	R	

P : 1er terme au carré – $2ab\ +\ b^2$		R
E2 : si on a $(x-2)$ et $(x+2)$?	R	
P : multiplié par, facteur.		R
E2 : $(x-2)(x+2)$, on met x^2 moins …	R	
P : c'est de quel type $(x-2)(x+2)$?		C
E2 : $(a-b)(a+b)$	C	
P : $(a-b)(a+b)$ égal ?		R
E2 : a^2-b^2	R	
P : a^2-b^2		R
Passage d'un élève au tableau. E : $D=(x-2y)^2+(2x+y)^2=x^2-2x\times 2y$	P	
P : développe de côté $(a-b)^2$.		R
E : $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	R	
P : $D=x^2-2x\times 2y+(2y)^2+(2x)^2+2\times 2x\times y+y^2$ $=x^2-4xy+4y^2+4x^2+4xy+y^2=5x^2+5y^2$.		P
E1 : Mme je n'ai pas compris comment on a fait la 2ème.	P	
P : qu'est-ce qu'il y a dans D ? $(x-2y)^2$ de type $(a-b)^2$. Je développe. À quoi est égale $(a-b)^2$?		P
E1 : a^2-b^2	R	
P : à quoi est égale $(a-b)^2$?		R
E1 : $a^2-2ab+b^2$	R	
P : $a^2-2ab+b^2$. La même chose $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Je réduis les termes semblables.		P
Passage d'un élève au tableau pour développer et réduire l'expression C.		
E : $C\ =4(a^2-2\times a\times 2+2^2)-3a+6a^2-2a+1$ $=4(a^2-4a+4)-3a+6a^2-2a+1$ $=4a^2-16a+16-3a+6a^2-2a+1$ $=10a^2-21a+17$.	P	
L'enseignante lit ce que l'élève écrit au tableau. P : c'est juste. Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		P
E : oui	R	
P : $4a^2+6a^2$?		R
E : $10a^2$	R	
P : $-16a-3a-2a$?		R
E : $-12a$	R	
P : +16+1 ?		R
E : +17 $C=10a^2-21a+17$	R	
P : Ok. Des questions ?		R
E1 : Mme je n'ai pas compris	P	
P : tu n'as pas fait attention. Je répète l'explication. *L'enseignante reprend étape par étape le développement et la réduction*		P
E2 : Mme comment on sait que c'est l'identité ?	C	
P : est-ce que ça peut s'écrire $(a-b)^2, (a+b)^2, (a-b)(a+b)$? sinon on développe normalement		C
Passage d'un élève au tableau. E : $D=(2x-3)^2+(2x-3)(2x+3)=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2+$	P	
P : c'est de quel type la 2ème ?		C

E : $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.	C	
P : $(a-b)(a+b)$		C
E : $D=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2+(2x)^2-3^2$ $=4x^2-12x+9+4x^2-9=8x^2-12x.$	P	
P : je réduis les termes semblables. *L'enseignante lit les étapes*.		P
E1 : je n'ai pas compris pourquoi $(2x)^2$?	R	
P : répète la question.		R
E1 : ici $(2x-3)(2x+3)$	R	
P : c'est de quel type ?		C
E1 : $(a-b)(a+b)$	C	
P : à quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		R
E1 : a^2-b^2	R	
P : a^2-b^2. Le 1er terme au carré moins le 2ème terme au carré.		P
13 Développe. 1°) $(m^2-4)^2$. 2°) $(2m^2-3a^2)^2$. 3°) $(3b^2+4a^3)^2$. 4°) $(\sqrt{2}x+y)^2$. 5°) $\left(m^3+\frac{1}{2}\right)\left(m^3-\frac{1}{2}\right)$. 6°) $(3c^4+2c^2)(3c^4-2c^2)$. 7°) $(-5ax^2+2by)(5ax^2+2by)$. 8°) $\left(\frac{4}{5}ax^2+\frac{3}{2}y^3\right)\left(\frac{4}{5}ax^2-\frac{3}{2}y^3\right)$. 9°) $(2x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$. 10°) $(\sqrt{7}x+\sqrt{5})(\sqrt{7}x-\sqrt{5})$. 11°) $(x\sqrt{2}-y)(y\sqrt{2}-x)$. 12°) $\left(\frac{3}{7}a^3+\frac{7}{6}b^3\right)^2$.		
Passage d'un élève au tableau pour effectuer 1° E : $(m^2-4)^2$		
P : c'est de quel type ?		
E : $(a-b)^2$	C	
P : $(a-b)^2$. A quoi est égale $(a-b)^2$? (en entourant *m*² pour désigner le a et 4 pour désigner le b).		R
E1 : $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	R	
P : $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Développe		R
E : $(m^2-4)^2=(m^2)^2-2\times m^2\times(-4)+4^2$	P	
P : $(m^2-4)^2=(m^2)^2-2\times m^2\times(-4)+4^2$ Le 2è terme, c'est avec le moins ?		P
E : non. *L'élève corrige au tableau* : $(m^2-4)^2=(m^2)^2-2\times m^2\times(4)+4^2$	R	
P : et là je réduis. Héléna, $(m^2)^2$?		R
E2 : m^4	R	
P : m^4, moins 2×4 ?		R
E2 : $-8m^2$	R	
P : plus 16. Attention		R
Le même élève au tableau effectue 2° E : $(2m^2-3a^2)^2$	R	
P : c'est quel type ?		C
E : $(a-b)^2$	C	
P : tout ça représente a (en désignant 2m²) et 3a² représente b.		R

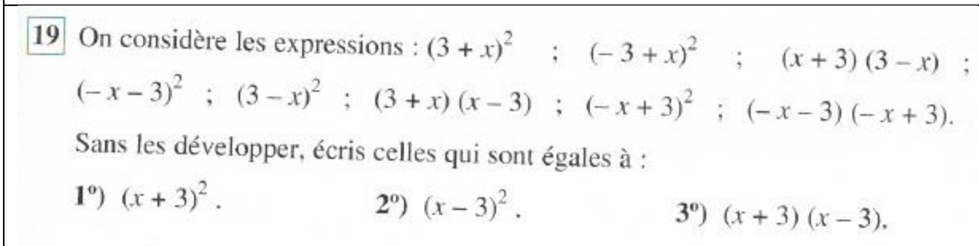
E : $(2m^2)^2 - 2 \times 2m^2 \times 3a^2 + (3a^2)^2 = 4m^4 - 12m^2a^2 + 9a^4$	P	
P : $(2m^2 - 3a^2)^2 = 4m^4 - 12m^2a^2 + 9a^4$. C'est vrai		P
E : dans la 1ère on n'obtient par m^3 ?	R	
P : c'est la réponse, je ne peux pas réduire m^4 et m²		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer 3° E : $(3b^2 + 4a^3)^2 = (3b^2)^2 + 2 \times 3b^2 \times 4a^3 + (4a^3)^2$ $= 9b^4 + 24b^2a^3 + 16a^6$	P	
P: c'est bien		P
Passage d'un élève au tableau pour effectuer 4° E : $(\sqrt{2}x + y)^2$		
P : c'est de quel type ?		
E : $(a + b)^2$	C	
P : Alors, c'est égal ?		C
E : $(\sqrt{2}x)^2 + 2 \times \sqrt{2}x \times y + y^2$	P	
P : $(\sqrt{2}x)^2 + 2 \times \sqrt{2}x \times y + y^2$, c'est vrai. Alors c'est égal ?		P
E : $2x^2 + 2\sqrt{2}xy + y^2$	R	
P : ou bien, pour l'écriture : $2x^2 + 2xy\sqrt{2} + y^2$		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer 5° E : $\left(m^3 + \frac{1}{2}\right)\left(m^3 - \frac{1}{2}\right)$		
P : c'est de quel type ?		
E : $(a + b)(a - b)$	C	
P : $(a + b)(a - b)$		C
E : m^6-1/4	R	
P : directement la réponse		R
Passage d'un élève au tableau pour effectuer 6° E : $(3c^4 + 2c^2)(3c^4 - 2c^2) = 9c^8 - 4c^4$	R	
P : C'est correct. c'est de quel type ? a²-b². je vais détailler un peu. P : $(3c^4 + 2c^2)(3c^4 - 2c^2))(3c^4)^2 - (2c^2)^2$, 3²=9 et 2²=4		P
Passage de deux élèves au tableau pour effectuer, en parallèle, 7° et 8°. E : $(-5ax^2 + 2by)(5ax^2 + 2by)$		
P : comment je peux la rendre exacte, sous forme d'une identité, parmi l'une des identités ? Si par exemple il y a $-2 + 5$, est-ce que je peux l'écrire $5 - 2$? oui ou non ?		
E : oui	R	
P : s'il y a 2+5, est-ce que je peux l'écrire 5+2 ?		R
E : oui. E : $(2by - 5ax^2)(2by + 5ax^2)$	R	
P: $(2by - 5ax^2)(2by + 5ax^2)$. Maintenant c'est de quel type?		C
E : $(a - b)(a + b)$	C	
P : $(a - b)(a + b)$ égal à ?		R
E : $a^2 - b^2$.	R	
P : $a^2 - b^2$, donc c'est le 1er terme …		R
E : $(2by)^2 - (5ax^2)^2 = 4b^2y^2 - 25a^2x^4$	P	
P : voilà		P
E : $\left(\frac{4}{5}ax^2 + \frac{3}{2}y^3\right)\left(\frac{4}{5}ax^2 - \frac{3}{2}y^3\right)$		
P : maintenant c'est de quel type ?		

E : $(a-b)(a+b)\ =\ a^2-b^2$	C	
P : le 1er terme au carré moins le 2ème terme au carré ? le 1er terme ? (en entourant les termes de l'expression)		C
E : $\left(\frac{4}{5}ax^2\right)^2-\left(\frac{3}{2}y^3\right)^2$	P	
P : et là je développe, pour supprimer les parenthèses. 4^2 ?		P
E1 : 16	R	
P : 5^2 ?		R
E : 25	R	
P : 16/25 . a^2 ? $(x^2)^2$? x^4. 16/25 a^2x^4 (pendant que l'élève note les calculs au tableau).		R
E : 16/25 a^2x^4– 9/4 y^6	R	
P : c'est bon.		R
Passage d'un élève au tableau pour écrire l'une des identités remarquables en rappel E : $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$	R	
P : $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$, c'est vrai. Si quelqu'un a écrit -2*ab* avant ou après, c'est la même chose.		R
Passage d'un élève au tableau pour écrire une autre identité remarquable E : $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$	R	
P : $(a-b)^2=a^2+b^2+2ab$, c'est vrai.		R
Passage d'un élève au tableau pour écrire la 3è identité remarquable E : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	R	
P : à quoi est égale $(a+b)(a-b)$? c'est a^2-b^2.		R
Calculer : 51^2		
P : Pour calculer, comment je peux décomposer avant 51 ? Oui Fadi ?		
E : $51^2=(50+1)^2$	R	
P : oui, premièrement, 51=50+1. Si la question demandée est de calculer 51^2 alors c'est $(50+1)^2$. C'est de quel type ?		C
E : $(a+b)^2$	C	
P : c'est-à-dire ? égal ?		R
Es : $50^2+1^2+2\times 50\times 1$	P	
P : $50^2+1^2+2\times 50\times 1$ (*l'enseignante donne la réponse en même temps que les élèves*). Et là je calcule, 50^2 c'est 25×100, plus 1^2 c'est 1, plus 100. 2500+1+100 ?		P
E : 2601	R	
P : 2601.		R
Calculer : 29^2		
P : Un autre exemple. Si je donne par exemple, 29^2. Comment je peux décomposer 29 ? Elle est sous quelle forme ?		
E1 : 20+9 E2 : 30-1	R	
P : très bien. $(30-1)^2$. C'est de quel type ?		C
Es : $(a-b)^2$	C	
P : c'est-à-dire ?		P
Es : $30^2-2\times 30\times 1+1^2$	P	
P : $30^2-2\times 30\times 1+1^2=900-60+1=841$		R
Calculer : 29×31		

P : Supposons qu'il y a 29×31. Comment j'écris ?		
E : (30-1)(30+1)	P	
P : (30-1)(30+1). C'est de quel type ?		C
E : $(a-b)(a+b)$	C	
P : qui est égale à 30^2-1^2, a^2-b^2. C'est égal à 900-1=899		R
7 1°) En utilisant le fait que : 31 = 30 + 1 et 29 = 30 – 1, calcule : **a)** 31^2 ; **b)** 29^2 ; **c)** 31 × 29 . **2°)** Utilise les identités remarquables et calcule. **a)** 49 × 51. **c)** 37 × 43. **e)** 21^2 . **g)** 68^2 . **b)** 38 × 42. **d)** 33 × 27. **f)** 39^2 . **h)** 52^2 .		
Passage d'un élève au tableau. E : 31^2=$(30+1)^2$	P	
P : c'est de quel type ?		C
E : $(a+b)^2$. 31^2=30^2+2×30×1+1^2 = 900 + 60 + 1 = 961	C	
P : 30^2+2×30×1+1^2 = 900 + 60 + 1 = 961 Ici a représente 30 et le b c'est 1.		P
Un élève pose une question E : on ne peut pas faire (28+1) ?	P	
P : Regarde, quel est le nombre le plus proche ? le chiffre rond le plus proche ? Il faut passer à un nombre qui est 10, 20, 30, 40, 50 ; +1 ; -1. Il n'y a pas une différence entre 28 et 29. C'est le même.		P
Passage d'un élève au tableau. E : 49×51=(50-1)(50+1)	P	
P : 49 c'est 50-1, et 51 c'est 50+1. D'abord $(a-b)(a+b)$. À quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		C
E : a^2-b^2	R	
P : le 1er terme au carré moins le 2nd terme au carré. C'est-à-dire, ça fait ? 5^2 ca fait ?		C
E1 : 25	R	
P : Donc 50^2 ?		R
E : 50^2-1^2=2500-1=2499	R	
P : 50^2 ? 2500, moins 1 ? 2499 *(l'enseignante lit les étapes écrite par l'élève au tableau)*		R
Passage d'un élève au tableau. E : 38×42		
P : par quoi je remplace 48 ?		
E : par 40-2	R	
P : par 40-2. Et 42 ?		R
E : (40-2)(40+2)	P	
P : d'abord, c'est de quel type ?		C
E : $(a-b)(a+b) \ = \ a^2-b^2$	C	
P : $(a-b)(a+b)$ est égale ? a^2-b^2. C'est vrai		R
E : 40^2-2^2=1600-4=1596	R	
P : 4^2 ca fait 16, c'est vrai. 1600 – 4 = 1596		R
Passage d'un élève au tableau. E : 37×43 = (30-3)(30+3) = 30^2-3^2	P	

P : si vous avez remarqué, 37 et 43, moins 3 et plus 3. Toujours, il y a les mêmes termes, il y a le même type, qu'ils vérifient l'une des identités, $(a-b)(a+b)$.		C
E : 37×43 = (40-3)(40+3) = 40^2-3^2 = 1600-9=1591	R	
P : c'est vrai. Alors, 37 c'est 40-3 et 43 c'est 40+3 *(l'enseignante lit les étapes écrites par l'élève au tableau)*		P
Passage d'un élève au tableau. E : 33×27		
P : Par quoi je remplace 33 ? Comment je décompose 33 ?		
E : 30+3	P	
P : 30+3, et 27 ?		P
E : 30-3. 33×27 = (30+3)(30-3)	P	
P : Alors de nouveau, c'est de quel type ?		C
E : $(a-b)(a+b)$.	C	
P : $(a+b)(a-b)$. Donc $(a+b)(a-b)$ = ?		C
E : 33×27 = 30^2 - 3^2 = 900 – 9 = 891	P	
P : 30^2 ? 3^2 ça fait combien ? ….		R
Passage d'un élève au tableau. E : 21^2=$(20+1)^2$ = 20^2+2×20×1+1^2= 400 + 40 + 1.	P	
P : $(a+b)^2$ = a^2+2ab+b^2. 20^2 c'est ? 400 + 1+ 40, c'est égal ? C'est vrai.		P
Passage d'un élève au tableau. E : 39^2=$(40-1)^2$=40^2-2×40×1+1^2	P	
P : donc $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. D'abord 40^2 c'est 1600, moins 80, plus 1		P
E : 1600-80+1=1521	R	
Passage d'un élève au tableau. E : 68^2=$(70-2)^2$=70^2-2×70×2+2^2	P	
P : Oui. $(70-2)^2$, c'est a^2 + b^2 - 2ab. D'abord 7^2 ?		C
E : 49	R	
P : 70^2 c'est 4900 – 280 + 4		R
E : 4900-280+4=	R	
P : 4900 – 280=4620, et 4 ?		R
Passage d'un élève au tableau. E : 52^2=$(50+2)^2$=50^2+2×50×2+2^2	P	
P : Comment je décompose 52 ? 50+2. Le tout au carré. $(a+b)^2$ = a^2+ le double produit + 2^2. 50^2 ? 2500 (avec les élèves), 2×50 = 100 ; 100 × 2 = 200, +4….2704		C
Un élève pose une question. E : ça ne doit pas être 70^2 - 2^2 ? (en désignant le calcul de 68^2)	P	
P : $a^2+b^2-2ab = a^2-2ab+b^2$, c'est la même. L'enseignante indique a^2, $2ab$ et b^2 dans l'expression.		C
E : Mme, si on avait 35^2, comment on la fait ?	P	
P : c'est la même, 35 veut dire 30+5 ou 40 – 5, c'est la même		P
10 Développe et réduis. 1°) $A = 3(x-5)^2 - 2(x-6)^2$. 2°) $B = 4(-x+2)^2 - 3(-x+8)(-2x+2)$. 3°) $C = 4(a-2)^2 - 3a(1-2a) - 2a + 1$. 4°) $D = (2x-3)^2 + (2x-3)(2x+3)$. 5°) $E = (3x-2)^2 - (-3x+2)^2$. 6°) $F = (5x-1)^2 - (5x+1)^2$.		

Passage d'un élève au tableau. E : $A = 3(x-5)^2 - 2(x-6)^2$ $= 3(x^2 - 2x \times 5 + 5^2) - 2(x^2 - 2x \times 6 + 6^2)$	P	
P : Je développe premièrement entre les parenthèses. *L'enseignante lit les étapes écrites au tableau.* $a^2 - 2ab + b^2$. Et là, tu peux développer directement. 2×5 ?		P
E : 10	R	
P : 10×3		R
Es : 30	R	
E : $3x^2 - 30x + 75 -$		
P : de la même manière, 2×6×2 ?		R
E : $3x^2 - 30x + 75 - 2x^2 + 24x - 72$	R	
P : je réduis les termes semblables. $3x^2 - 2x^2$?		R
E1 : x^2	R	
P : -30+24 ?		R
Es : -6x	R	
P : 75-72 ?		R
E : $x^2 - 6x + 3$	R	
Passage d'un élève au tableau. E : $L = 4(-x+2)^2 - 3(-x+8)(-2x+2)$		
P : tout d'abord je développe chaque partie seule. 4 ça reste 4. Développer entre les parenthèses. Comment je peux écrire $(-x+2)^2$?		
E1 : $(2-x)^2$	P	
P : $(2-x)^2$.		P
E : $L = 4(2-x)^2 - 3x(2x+2) = 4(2^2 - 4x + x^2) - 6x^2 - 6x = 16 - 16x + 4x^2 - 6x^2 - 6x$	P	
L'enseignante lit à haute voix les étapes écrites par l'élève au tableau P : maintenant je réduis les termes semblables.		P
E : 2x^2	R	
P : $4x^2 - 2x^2$ c'est 2x^2, Ok. Je répète les étapes.		R
Passage d'un élève au tableau. E : $B = 4(-x+2)^2 - 3(-x+8)(-2x+2)$ $= 4(2-x)^2 - 3\,(8-x)(2-2x)$	P	
P : Essayez de développer entre les parenthèses. Maintenant $(a-b)^2$, je développe normalement.		C
E : $B = 4(2^2 + x^2 - 2 \times 2x) - 3($	P	
P : $a^2 + b^2 - 2ab$ puis (-3), et je développe terme par terme. 8 multiplié par 2, puis 8 par -2x, puis x par 2 puis, moins par moins, plus x par 2x.		C
E : $B = 4(2^2 + x^2 - 2 \times 2x) - 3(16 - 16x - 2x + 2x^2)$	P	
P : maintenant, supprimer les parenthèses. C'est-à-dire ?		P
E1 : développer. E : $B = 16 + 4x^2 - 16x - 48 + 48x + 6x - 6x^2$	P	
P : maintenant, il faut réduire les termes semblables. L'enseignante lit les étapes, une par une et l'élève note au tableau.		P
E : $B = -2x^2 + 38x - 32$	R	
P : je répète.		R

Passage d'un élève au tableau. E : $E\ =\ (3x-2)^2-(-3x+2)^2=\ (3x-2)^2-(2-3x)^2$	P	
P : $(3x-2)^2$ $c'est$ $(a-b)^2$, essayez de développer. $(3x-2)^2$ c'est …		C
E : $E=9x^2-2\times 3x\times 2+2^2-(4-2\times 2\times 3x+9x^2)$	P	
P : Directement : $2\times 2\times 3x$… Supprimez les parenthèses. Que représente le moins avant ? c'est l'opposé, l'opposé de chaque terme.		C
E : $E=9x^2-12x+4-4+12x-9x^2=0$	R	
P : Est-ce que je peux trouver ce résultat avant le développement ?		P
Es : oui	P	
P : comment ? Pourquoi ? Parce que $(2-3x)^2$ et $(3x-2)^2$, ça donne la même réponse. C'est pour cela qu'ils sont égaux et la différence est égale à 0, au début, sans faire des calculs.		P
 **19** On considère les expressions : $(3+x)^2$; $(-3+x)^2$; $(x+3)(3-x)$; $(-x-3)^2$; $(3-x)^2$; $(3+x)(x-3)$; $(-x+3)^2$; $(-x-3)(-x+3)$. Sans les développer, écris celles qui sont égales à : 1°) $(x+3)^2$. 2°) $(x-3)^2$. 3°) $(x+3)(x-3)$.		
Passage d'un élève au tableau.		
P : Écris maintenant tous les binômes		
P : Premièrement il faut grouper parmi les binômes au carré, il faut les grouper. Quels sont les binômes au carré qui sont égaux à $(x+3)^2$ parmi les binômes au carré ? D'abord $(x+3)^2$ égal ?		
E : $(x+3)^2$	R	
P : $(3+x)^2$. Après ?		R
E : $(-x-3)^2$	R	
P : c'est vrai, $(-x-3)^2$. Si les deux négatifs au carré, c'est-à-dire ça donne une réponse positive. Et ? Est-ce qu'il y a d'autres ?		C
E : non	R	
P : non. Deuxièmement, c'est-à-dire à $(x-3)^2$? C'est-à-dire sous forme de $(a-b)^2$?		R
E : $(-3+x)^2$	R	
P : $(-3+x)^2$. Après, c'est égale ?		R
E : $(3-x)^2$	R	
P : $(3-x)^2$, et quoi encore ?		R
E : $(-x+3)^2$	R	
P : $(-x+3)^2$. Donc, si les deux termes sont de signes contraires, c'est de type $(a-b)^2$. Maintenant c'est de la forme $(x+3)(x-3)$, c'est égal à ?		C
E : $(x+3)(3-x)$.	R	
P : Est-ce que ça donne la même réponse ? Essayez de développer. Développez maintenant $(x+3)(3-x)$. Qu'est-ce que ça donne ?		P
Passage d'un élève au tableau pour développer (x+3)(3-x)		
E : $(x+3)(3-x)=(3+x)(3-x)=9-x^2$	P	
P : c'est 3^2-x^2 est égal à $9-x^2$, tandis que $(x+3)(x-3)$?		R

E : $x^2 - 9$	R	
P : $x^2 - 9$. Est-ce que ça donne la même réponse ?		R
E : non	R	
P : non, c'est l'opposé. Après $(-x-3)(-x+3)$? Essayez de développer ? $(-x-3)(-x+3)$ à quoi est égale ?		P
E : $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$	R	
P : c'est-à-dire ? ça fait $x^2 - 9$. Je peux dire que si je passe à l'opposé de $(-x-3)$ qui est $(x+3)$ et l'opposé de $(-x+3)$ qui est $(x-3)$, d'abord c'est (x^2-9), alors c'est égal.		P
Un élève pose une question. E : Mme comment c'est $(3-x)$ et non pas $(x-3)(-x-3)$?	R	
P : regarde, par exemple : si je donne 3 × 7 et si je donne (-3) × (-7), l'opposé de ces deux termes, moins par moins ?		R
E : plus	R	
P : plus, est-ce que ça donne la même réponse ? Si je passe à l'opposé de $(-x-3)$. Quel est l'opposé de $(-x-3)$?		P
E : $(x+3)$	R	
P : $(x+3)$. Quel est l'opposé de $(-x+3)$?		R
E : $(x-3)$.	R	
P : $(x-3)$. Appliquez. Ou bien si tu développes normalement.		R
Un élève pose une question. E : La 3è, je n'ai pas compris pourquoi ?	P	
P : Pourquoi ? Tout d'abord $(x+3)(x-3)$, c'est de quel type ?		C
E : $a^2 - b^2$	C	
P : $a^2 - b^2$, c'est-à-dire c'est $x^2 - 3^2 = x^2 - 9$. Si tu développes maintenant, au lieu de dire $(3+x)$, je ne peux pas dire $(x+3)$ par $(x-3)$, ce n'est pas la même ?		P
E : Oui	R	
P : Je vais développer maintenant. L'opposé de $(-x-3)$, l'opposé de $(-x+3)$, ça revient au même, $(x+3)(x-3)$, $(a+b)(a-b)$ c'est $a^2 - b^2$. Tandis que l'autre, $(x+3)(3-x)$, ça donne l'opposé, $9 - x^2$ et non pas $x^2 - 9$.		P
11 Complète. 1°) $(\ldots + 4)^2 = x^2 + \ldots + 16$. 2°) $(x - \ldots)^2 = x^2 - \ldots + 9$. 3°) $(\ldots + 2)^2 = 9a^2 + \ldots + \ldots$ 4°) $\left(\ldots + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \ldots + \ldots$		
E : Mme c'est *x*.	R	
P : C'est vrai. Essayez de continuer.		R
Passage d'un élève au tableau pour faire le 11 (1°)		
P : x^2 est le carré de quel nombre ?		
E : *x*	R	
P : alors c'est *x* … Qu'est-ce qui manque encore ?		R
E : 2 *x*	R	
P : le double produit, 2× *x* ×4, ça fait ?		P
E : 8 *x*	R	
P : 8 *x*		R
Passage d'un élève au tableau pour faire le 11 (2°)		
P : 9 est le carré de quel nombre ?		

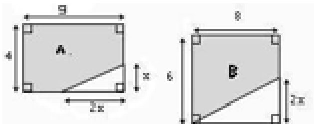
E : 3	R	
P : 3. D’abord, ça manque le double produit		R
E : 6 x	R	
P : 2× x ×3 = 6 x . Directement, tu peux placer 6 x .		P
Passage d’un élève au tableau pour faire le 11 (3°)		
P : $9a^2$ est le carré de quel nombre ?		
E : $3a$	R	
P : 3 a . Le 2è terme ?		R
E : 12 a	R	
P : 3 a ×2 c’est 6 a , ×2, 12 a		R
Un élève pose une question E : ici, c’est $2\times x\times(-3)$? (en désignant 2°)	R	
P : $2\times x\times 3$, c’est-à-dire ? ça c’est a (*en désignant x*), et ça c’est le moins et ça c’est le b (*en désignant 3*), donc b c’est 3		C
Passage d’un élève au tableau pour faire le 11 (4°)		
P : il y a un nombre, quel nombre + ½ au carré qui donne x^2 + ..+ … Maintenant, x^2 c’est le carré de quel nombre ?		
E : $(x + ½)^2$	R	
P : alors le 1er terme c’est x. Deuxièmement ?		R
E : 2×1×1/2	R	
P : $2\times a\times b$. Écris, 2×le 1er terme × le 2è terme		C
E1 : $2\times x\times 1/2$	P	
P : quel est le 1er terme ?		R
E1 : x	R	
P : Quel est le 2è terme ?		R
E1 : ½		
E : $(x+1/2)^2=x^2+2\times x\times 1/2+(1/2)^2$	P	
P : Je peux simplifier 2 et 2, il reste ?		R
Es : x	R	
P : $(1/2)^2$?		R
Es : ¼		
E : $(x+1/2)^2=x^2+x+1/4$	R	
P : $(x+1/2)^2=x^2+x+1/4$		R
E : je n’ai pas compris la dernière partie	R	
P : tout d’abord je commence avec le 1er terme, x^2 est le carré de quel terme ? quel nombre ?		P
E : x	R	
P : x. Maintenant, essayez de développer, $(a+b)^2$. À quoi est égale $(a+b)^2$?		R
E : $a^2+2ab+b^2$	R	
P : $a^2+2\times a\times b+b^2$ (en désignant au tableau a et b). Il y a deux fois le 1er terme, fois le 2è terme. Et c’est possible de simplifier 2 et 2, ce qui reste est x.		C
12 On donne la somme de deux termes du carré d’un binôme; trouve le troisième terme et écris le carré. 1°) a^2-2ab. 2°) y^2+8y. 3°) $9x^2-6x$. 4°) $4a^2+20a$.		
Passage d’un élève au tableau pour travailler l’ex n°12 (1°)		
E : $a^2-2ab+b^2$	R	

P : avec une autre couleur, qu'est-ce qui manque comme code pour avoir à la fin un binôme au carré ?		R
Es : $+b^2$	R	
P : alors $+b^2$		R
E : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	R	
P : d'où vient le b ? d'après le double produit : 2×le 1er terme × b. Donc b est le 2nd terme		C
Passage d'un élève au tableau pour travailler l'ex n°12 (2°)		
E : $y^2 + 8y + 16 = (y + 4)^2$	R	
P : $y^2 + 8y + 16 = (y + 4)^2$. Tu peux expliquer d'où vient le 4 ? c'est correct mais d'où vient ?		P
E : 4×2	P	
P : c'est vrai, parce que je peux décomposer 8y sous forme de 2×le premier terme y× le deuxième terme 4		P
Un élève pose une question E : l'identité c'est $(a + b)$?	C	
P : oui. L'identité c'est $(a + b)^2$, $(a - b)^2$		C
Un élève pose une question E : je n'ai pas compris la 2è	R	
P : $8y$, c'est le double produit de quoi ? 2×quel est le 1er terme ?		P
E : y	R	
P : $2 \times y \times$quoi ? qui donne 8 ?		R
E : 4	R	
P : alors 4. Le 2è terme c'est 4. b^2 c'est 16		R
Passage d'un élève au tableau pour travailler l'ex n°12 (3°)		
P : $9x^2$ c'est le carré de quel terme ?		
E : $3x$	R	
P : $3x$, moins le double produit $6x$. Suivez un peu $6x$=2× quel est le 1er terme ?		P
E : $3x$	R	
P : $6x=2\times 3x\times$ quoi qui donne $6x$?		R
E : 1	R	
P : alors le 2nd terme c'est 1. Je répète encore une fois.		R
Passage d'un élève au tableau pour travailler l'ex n°12 (4°)		
E : $4a^2 + 20a + 25 = (2a + 5)^2$	R	
L'enseignante lit la réponse à haute voix. P : Donc je dois vérifier si c'est correct. Suivez un peu, $4a^2$ c'est le carré de $2a$. $20a$ c'est le double produit $2\times 2a\times$ par quoi ? 2×2 ?		P
E : 4	R	
P : 4× ?=20 ?		R
E : 5.	R	
P : $(2a+5)^2$		R
Un élève pose une question E : Mme je n'ai pas très bien compris la dernière	R	
P : par hypothèse, il y a $4a^2+20a$ +… C'est-à-dire, comment je peux réduire. $4a^2$ c'est le carré de $2a$, ça c'est a^2. d'abord le 1er terme c'est $2a$, plus 20a, 20a = 2×le 1er ×le 2è terme = $2\times 2a$, qu'est- ce qui manque encore pour devenir $20a$? ….		P
Développe et réduis : $A = 2(3 - 2x)(2x + 1) - 5(4 - 3x)^2 - (x + 5)^2$		
Passage d'un élève au tableau.		

E : $A = 2(3-2x)(2x+1) - 5(16-18x+9x^2) -$	P	
L'enseignante lit à haute voix ce que l'élève écrit au tableau P : d'où vient le 18 tu peux expliquer ?		P
E : 2×4…	R	
P : 2×4 = 8, fois 3 ? 24 fais attention. De la même manière, développer à l'intérieur des parenthèses.		P
E : je n'ai pas compris	R	
P : à quoi est égale $(a-b)^2$?		R
E : a^2	R	
P : a^2, 1er terme au carré, 4^2		R
E : -2ab	R	
P : -2×4×3x… *L'enseignante lit à haute les étapes de développement de A, pendant que l'élève continue le travail au tableau.*		R
E : $2(6x+3-4x^2-2x) - 5(16-24x+9x^2) - (x^2+10x+25)$	R	
P : Que représente le moins avant les parenthèses ? C'est ?		C
Es : l'opposé	C	
P : L'opposé. Est-ce qu'il y a des termes semblables ?		R
E : oui	R	
P : je commence avec les x^2, $-8x^2 - 45x^2$?		R
E : -54x^2	R	
P : avec les x : $8x + 120x - 10x =$?		R
E : 118x	R	
P : avec les constantes, c'est quoi ?		R
E : 87	R	
P : 87. Je répète encore une fois.		P
E : Toujours il faut mettre les x^2 avant ?	R	
P : Non, ça c'est l'ordre, mais ce n'est pas nécessaire de l'écrire		R
Un élève pose une question E : *inaudible*		
P : de la 2è ligne à la 3è ? $(a-b)(a+b)$? à quoi est égale $(a-b)(a+b)$?		
E : $a^2 - b^2$	R	
P : $a^2 - b^2$. Le 1e terme au carré moins le 2è terme au carré. Avec le moins, c'est toujours l'opposé. Et après je réduis les termes semblables. Passe au tableau et écris à quoi est égale $(a+b)^2$?		C
E : $a^2 + 2ab + b^2$	R	
P : tout d'abord $(a+b)^2$		R
P : comment je peux utiliser les identités remarquables pour calculer, sans utiliser la calculatrice et sans poser et effectuer ? pour calculer par exemple 69^2		
E : $(70-1)^2$	P	
P : alors, c'est proche de 70. Je peux prendre 69 sous forme de 70-1. C'est de quel type maintenant ?		C
E : $(a-b)^2$	C	
P : $(a-b)^2$ à quoi est égale ? Sami ?		R
E : $a^2 - 2ab + b^2$	R	
P : c'est-à-dire ?		R
E : 70^2-2×70×1+1^2	P	

P : et là le calcul devient simple. 4900-140+1 = 4861		R
Calculer : 29^2 ; 32^2 et 48×52		
Passage d'un élève au tableau. E : $29^2=(30-1)^2$	P	
P : 29 c'est 30-1, au carré. $(a-b)^2$ c'est ? oui ?		P
E : $30^2-2\times30\times1+1^2=900-60+1=841$ (*pendant que l'enseignante lit ce que l'élève écrit au tableau*)	P	
P : ok		P
Passage d'un élève au tableau. E : $32^2=(33-1)^2$	P	
P : 32=33-1. Est-ce que c'est correct ? ça c'est le but ?		R
E1 : 30+2	R	
P : 30+2. Il faut avoir des multiples de 10 : 20, 30, 40. Ça n'a pas de sens si j'écris 33-1. Alors, tu répètes, comment j'écris 32 ?		P
E : $32=(30+2)^2$	P	
P : alors $(a+b)^2=$?		R
E : $30^2+2\times30\times2+2^2=900+120+4=1024$	P	
P : c'est vrai		P
Passage d'un élève au tableau. E : $48\times52=(50-2)(50+2)=50^2-2^2=2500-4=2496$	P	
P : a^2-b^2, 50^2-2^2. C'est vrai, c'est 2500 moins 4, c'est correct.		C
Un élève pose une question. E : qu'est-ce qu'elle a fait avec 48 ?	P	
P : 48 c'est 50-2, 52 c'est 50+2, on aura le type $(a-b)(a+b)$, ça donne a^2-b^2.		C
Compléter : $(\ldots+3)^2 = 16x^2+\cdots.+\cdots..$ $(3x-\cdots)^2=\cdots-\ldots+25$		
P : Pour compléter $(\ldots+3)^2 = 16x^2+\cdots.+\cdots..$ $16x^2$ est le carré de quel nombre ?		
E : $4x$	R	
P : le 1er terme est 4x, et maintenant 3^2 ?		P
E : 9	R	
P : il reste ? oui ?		R
E : $2\times4x\times3$	R	
P : $2\times4x\times3$, c'est-à-dire ?		R
E1 : $12x$	R	
P : 2×4=8, 8×3 ?		R
E2 : 24	R	
P : $24x$		R
Passage d'un élève au tableau pour compléter : (3x-…)²=… - … + 25 E : $(3x-5)^2$	R	
P : Walid, je commence par 25, 25 c'est le carré de quel nombre ?		P
E1 : 5	R	
P : alors le 2nd terme est 5. Si le 1er terme est $3x$, alors au carré ?		P
E1 : $9x^2$	R	
P : $9x^2$. Qu'est-ce qui manque encore ?		R
E2 : $2\times3x\times5$	R	
P : 2 fois le 1er, fois le 2ème terme		P

E : $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$	R	
P : 2 fois 3, -, fois 5, c'est 30.		R
Un élève pose une question E : c'est la forme de (a-b)²	C	
P : Oui ça vérifie l'identité.		C
15 Développe et réduis l'expression $E = (2x+y)^2 - (2x-y)^2 + 4$; calcule alors la valeur numérique de E pour $xy = -1$.		
Un élève pose une question E : Mme, s'il y a moins, on ne peut pas faire comme l'identité remarquable ?	P	
P : comme quoi ?		R
E : on ne peut pas faire $(a+b)(a-b)$ car il y a moins ?	P	
P : la question demandée est de développer. Je développe chaque partie seule après je réduis.		P
Passage d'un élève au tableau pour corriger l'ex n°15 E : $E = (2x)^2 + 2 \times 2x \times y + y^2 - ((2x)^2 - 2 \times 2x \times y + y^2) + 4 = 4x^2 + 4xy + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2 + 4$	P	
P : je réduis s'il y a des termes semblables. $4x^2 - 4x^2$? 0		R
E : $E = 8xy + 4$	R	
P : bon. Dans le cas où $xy = -1$, quelle est la réponse de E ?		R
E : E=8×(-1)+4=-8+4=-4	R	
P : je remplace *xy* par -1. -8+4, c'est égal à -4. Ce n'est pas x seul et y seul, c'est le produit *xy*.		R
Un élève pose une question E : Mme dans le cas où *xy*=-1, on ne peut pas trouver un nombre ?	R	
P : non, il ne faut pas trouver *x* seul et *y* seul, peut-être 4 et -1/4 ou 5 et -1/5. On ne sait pas. Mais le produit *xy*=-1, je remplace.		R
Un élève pose une question. E : Mme comment – $(2x-y)^2$?	C	
P : il y a $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (en désignant les termes du binôme), il y a le moins avant, c'est l'opposé. L'opposé de 4*x*², l'opposé de 4*xy* et l'opposé de y².		C
16 Développe $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$; calcule alors $x^2 + \frac{1}{x^2}$, dans le cas où $x + \frac{1}{x} = 3$.		
Passage d'un élève au tableau. E : $(x + 1/x)^2 = x^2 + 2 \times x \times 1/x + (1/x)^2$.	P	
P : je développe : x², plus 2 fois le 1er terme fois le 2è terme, plus le 2è terme au carré. Je réduis.		C
E : $x^2 + 2 + 1/x^2 = x^2 + 1/x^2 + 2$	R	
P : $x^2 + 2 + 1/x^2$ ou bien $x^2 + 1/x^2 + 2$ c'est la même		R
Passage d'un autre élève au tableau pour effectuer la 2è question E : On a le développement de $(x + 1/x)^2 = x^2 + 1/x^2 + 2$. Alors $x^2 + 1/x^2 = (x + 1/x)^2 - 2$	R	
P : alors, tu remplaces maintenant $(x + 1/x)$. Par quoi je remplace $(x + 1/x)$?		R
E : par 3	R	
P : 3. Donc je remplace.		R
E : $x^2 + 1/x^2 = 3^2 - 2 = 7$	R	
P : je répète la méthode.		P

Ex 2 Sur ces figures, les longueurs sont exprimées en mètre.  1. Exprimer l'aire A en fonction de x. Factoriser l'expression obtenue. 2. Exprimer l'aire B en fonction de x. 3. Pour quelle(s) valeur(s) de x ces deux aires sont-elles égales ?		
Passage d'un élève au tableau. P : comment je calcule l'aire ?		
E : l'aire du rectangle - l'aire du triangle.	P	
P : écris : A = l'aire du rectangle moins l'aire du triangle. Tout d'abord l'aire du rectangle c'est longueur×largeur		C
E1 : 9×4	R	
E : A = 9×4=36		
P : 36, quelle unité ? m²		R
Un élève pose une question. E : Mme, le périmètre, c'est longueur×largeur ?	C	
P : non, le périmètre c'est la somme des mesures des côtés. Ensuite, comment je calcule l'aire d'un triangle rectangle ?		C
E2 : côté×côté/2	C	
P : alors, le produit des deux côtés perpendiculaires, divisé par 2.		C
E : A=36-x×2x/2 m²=36-x^2	P	
P : A=36-x^2, quelle unité ? Je répète.		R
Un élève pose une question. E : je n'ai pas compris la 2è	C	
P : comment je calcule l'aire d'un triangle rectangle ? c'est le produit des 2 côtés perpendiculaires sur 2, ou bien le produit de l'hyp et de la hauteur, sur 2. Mais là, il y a les mesures des côtés perpendiculaires, donc x fois 2x divisé par 2.		C
Passage d'un élève au tableau pour calculer l'aire de B P : quelle est la longueur de ce côté ? (en désignant le côté de 8m du triangle).		
E : 8	R	
P : comment je calcule l'aire ?		C
E : longueur×largeur	C	
P : long×lar pour l'aire du rectangle. Écris B = l'aire du rect-l'aire de triangle		C
Es : l'aire du rectangle moins l'aire du triangle	P	
P : l'aire du rectangle moins l'aire du triangle		P
E : l'aire du rectangle - l'aire du triangle B=(8×6-2x×8/2)m² B=(48-8x)m²	R	
P : et là je simplifie. Voilà. Pour quelle valeur de x, les 2 aires sont égales ? oui ?		R
E : il faut faire 36-x^2=0	P	
P : non pourquoi = 0 ? Les 2 aires		P
E1 : A = B ; 36-x^2=48-8x	P	

P : il faut rendre au 1er membre. Écris, pour quelle valeur, ces deux aires sont égales ? A=B ?		P
E : A=B	R	
P : quelle est la réponse de A ?		R
Es : 36-x^2	R	
P : égal ? l'aire de B		R
Es : 48-8x		
E : $36 - x^2 = 48 - 8x$ $36 - x^2 - 48 + 8x = 0$; $-x^2 + 8x - 12 = 0$	P	
P : ou bien : $x^2 - 8x + 12 = 0$. Supposons que ce n'était pas 12, c'est 16 ? c'est-à-dire je vais la rendre sous forme de carré. Dans le cas où x=5, a-t-on A=B ?		P
E : on doit calculer	P	
P : très bien, essayez de calculer A seul et B seul. Pour x=5, est-ce que c'est vrai que A=B ? (*l'enseignante effectue les calculs, en remplaçant x par 5 dans A et dans B*).		P
Développer : $A = 5x(2 - 5x) - 3(3x - 7) + 2(3 - x)(x + 3)$		
Un élève pose une question. E : on fait entre les parenthèses ?	P	
P : oui, entre les parenthèses d'abord, ensuite supprimer les parenthèses		P
Passage d'un élève au tableau E : A = $10x - 25x^2 - 9x + 21 + 2(3)^2 - x^2$.	P	
P : elle lit les étapes à haute voix. Il y a une erreur, elle est où ?		R
E1 : $(3 - x)(3 + x)$	R	
P : c'est entre parenthèses. Je développe (a-b)(a+b).		P
E : $A = 10x - 25x^2 - 9x + 21 + 2((3)^2 - x^2)$ $A = 10x - 25x^2 - 9x + 21 + 18 - 2x^2$	P	
P : on réduit les termes semblables. $-25x^2 - 2x^2$?		R
E1 : - 27x^2	R	
P : $10x - 9x$?		R
E : +x	R	
P : +21+18 ?		R
E : $-27x^2 + x + 39$	R	
P : Ok		R
Factoriser : 5a-15 ; -3x+12 ; 4y-4 ; 4x^2-2x ; $42x^5y^3 - 30x^2y^7 - 18x^4y^4$; $3(2 + 3x) - (3x - 7)(2 + 3x)$; $(5x - 4)(2x + 1) - (5x - 4)(4x - 3)$; $(1 - 2y)(5y + 3) - (1 - 2y)$;		
P : En factorisant $ka + kb$ ou bien $ka - kb$, comment je factorise ? Qu'est-ce qu'il y a entre ces produites ? Oui ?		
E : un facteur commun.	C	
P : C'est quoi ?		C
E : k	R	
P : il y a k en commun, donc ce qui reste ?		R
E : $k(a + b)$	R	
P : $k(a + b)$ et $ka - kb$		R
Es : $k(a - b)$	R	

P : donc k s'appelle le facteur commun. Il faut toujours trouver un facteur commun. Maintenant c'est un monôme, ça peut être un binôme ou un nombre. Pour $5a - 15$, quel est le facteur commun ?		C
Es : 5	R	
P : 5, parce que le 5 dans 5a et le 15 c'est 3×5. Donc 5a-15=5(a-3). Complétez donc la première partie du même type.		P
Passage d'un élève au tableau E : $-3x + 12 =$		
P : quel est le facteur en commun ?		
E : 3 $-3x + 12 = -3($	R	
P : Attends. Ce n'est pas faux si on a placé le moins, mais pour éviter les erreurs, erreur de signe, placez toujours un facteur positif.		R
E : $-3x + 12 = 3(-x + 4)$	R	
P : $-3x + 12 = 3(-x + 4)$. Oui ?		R
Un élève pose une question E : On peut écrire $-3(x + 4)$?	R	
P : Attends, répète ce que j'ai dit maintenant. J'ai donné une remarque, tu peux la répéter ? J'ai dit on peut factoriser par -3, ça devient l'opposé de *x* et l'opposé de 4. Mais pour éviter l'erreur de signe, factorisez par un nombre positif.		C
Passage d'un élève au tableau E : $4y - 4 = 4(y - 1)$	R	
P : Ok.		R
E : $4x^2 - 2x$	R	
P : Qu'est-ce qu'il y en commun ? Ici il y a le 2 et le *x*, donc 2*x*		R
E : $4x^2 - 2x = 2x(2x - 1)$	R	
P : Très bien		R
Passage d'un élève au tableau E : $42x^5y^3 - 30x^2y^7 - 18x^4y^4$		
P : Là, à quoi je pense ?		
E1 : 6	R	
P : Oui mais d'où vient le 6 ?		C
E : Le PGCD.	C	
P : Le PGCD. Donc quel est le PGCD de 42, 30 et 18 ?		C
Es : 6	R	
E : $6x^2y^3(7x^3 - 5y^4 - 3x^2y)$		
P : y^4, car y^7 et il y a y^3, 7-3=4.		P
Passage d'un élève au tableau E : $3(2 + 3x) - (3x - 7)(2 + 3x)$		
P : Là cette expression est partagée en deux. Tout d'abord entre ces deux, qu'est-ce qu'il y a en commun ?		
E : $(2 + 3x)$	R	
P : $(2 + 3x)$. Alors ?		R
E : $(2 + 3x)[3 - (3x - 7)]$	P	
P : oui, je réduis. C'est-à-dire je développe et je réduis entre les crochets.		P
E : $(2 + 3x)(3 - 3x + 7)$	P	
P : Et là je réduis les termes semblables		P
E : $(2 + 3x)(-3x + 10)$	R	

P : 3+7 ? 10. Alors $-3x+10$.		R
Passage d'un élève au tableau E : $(5x-4)(2x+1)-(5x-4)(4x-3)$		
P : Qu'est-ce qu'il y a de commun entre les deux ?		
Es : $(5x-4)$		
E : $(5x-4)[(2x+1)-(4x-3)]$	P	
P : Ce qui reste dans la première partie, $(2x+1)$, puis moins $(4x-3)$. Je passe à l'opposé, -4x+3. Et là je réduis les termes semblables.		P
E : $(5x-4)[(2x+1)-(4x-3)]=(5x-4)(2x+1-4x+3)$ $=(5x-4)(-2x+4)=2(5x-4)(-x+2)$	P	
P : Ok.		P
Passage d'un élève au tableau E : $(1-2y)(5y+3)-(1-2y)$		
P : Tout d'abord, qu'est-ce qu'il y a de commun entre les deux ?		
Es : $(1-2y)$	R	
P : $(1-2y)$ donc je factorise par $(1-2y)$), le binôme commun.		R
E : $(1-2y)[(5y+3)-1]$	P	
P : N'oubliez pas le moins.		P
E : $(1-2y)[(5y+3)-1]=(1-2y)(5y+2)$.	P	
P : D'accord.		P
Passage d'un élève au tableau. E : $(1+6x)^2-(1+6x)(2-5x)=(1+6x)(1+6x-2+5x)$	P	
P : $(1+6x)^2$ ça fait le produit de $(1+6x)$ par $(1+6x)$		P
E : $(1+6x)(11x-1)$	R	
P : C'est correct		R
Un élève pose une question E : On a $(1+6x)^2$	R	
P : $(1+6x)^2$ c'est $(1+6x)(1+6x)$, et là il y a $(1+6x)(2-5x)$. Je trouve qu'il y a $(1+6x)$		P
E : Oui mais c'est une identité remarquable $(1+6x)^2$	C	
P : Mais la question ce n'est pas de développer. Si la question était de développer, j'utilise $(a+b)^2$. La question est de factoriser.		C
Soit un rectangle de dimensions (2x+3) et (3x+1). 1°) Calculer le périmètre de ce rectangle. 2°) Calculer l'aire de ce rectangle.		
P : Comment je calcule le périmètre d'un rectangle ?		
E : $(2x+3)^2 + (3x+1)^2$.	C	
P : Attend, comment je calcule le périmètre d'un rectangle ?		C
E : La somme des côtés.	C	
P : La somme, alors ?		C
E : $(2x+3)^2$	R	
P : Au carré c'est-à-dire quoi ? À quoi est égale $a+a$?		C
Es : $2a$.	R	
P : À quoi est égale $a\times a$?		R
Es : a^2	R	
P : Alors passe au tableau et calcule le périmètre du rectangle		R
Passage d'un élève au tableau E : L'aire de ce rectangle est :		

$(2x+3)(3x+1) = 6x^2 + 2x + 9x + 3 = 6x^2 + 11x + 3$	P	
P : Très bien.		P
Factoriser les expressions suivantes : $3x^2 - 12x$; $(5-4y)(7y+3) - (5-4y)$; $F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$ Calculer F pour $x = -2$ et pour $x = 7/3$		
Passage d'un élève au tableau E : $3x^2 - 12x$		
P : Qu'est-ce qu'il y a de commun entre les deux termes ?		
E : $3x$	R	
P : Entre 3 et 12, c'est 3 et entre x^2 et x, c'est x		P
E : $3x^2 - 12x = 3x(x-4)$	R	
P : Voilà		R
E : $(5x-4)(2x+1) - (2x+1)(4x-3) = (2x+1)[(5x-4)-(4x-3)] =$ $(2x+1)(5x-4-4x+3) = (2x+1)(x-1)$	P	
P : Très bien. La partie suivante.		P
Passage d'un élève au tableau E : $(5-4y)(7y+3) - (5-4y) = (5-4y)(7y+3-1) = (5-4y)(7y+2)$	P	
P : Voilà, $(5-4y)(7y+2)$		P
Passage d'un élève au tableau E : $F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6) = (4x+1)[(4x+1)-(7x-6)]$ $(4x+1)(4x+1-7x+6) = (4x+1)(-3x+7)$	P	
P : On met $(4x+1)$ en facteur, on obtient $(4x+1)(-3x+7)$		P
Passage d'un élève au tableau E : $F = (4\times(-2)+1)(-3\times(-2)+7)$	P	
P : Il faut remplacer x par -2 puis calculer. Je remplace dans la forme factorisée, ou dans la forme initiale.		C
E : F=(-8+1)(6+7)=-7×13=-91	R	
P : -7×13=-91. Pour x=7/3		R
Passage d'un élève au tableau E : F=(4×7/3+1)(-3×7/3+7)=(28/3+1)(-7+7)	P	
P : -7+7 c'est égal à zéro		R
E : F=31/3×0=0	R	
P : 31/3×0 c'est égal à 0		R

13 Factorise les expressions suivantes. **1°)** $A = 4x(3x-1)-(x+2)(3x-1)+3x-1$. **2°)** $B = (2x+1)(4x+3)-5x(4x+3)+(x-1)(4x+3)$. **3°)** $C = (x-2)(5x-1)+(x-3)(5x-1)-(3x+2)(5x-1)$. **4°)** $D = (3a+1)(a+1)+a^2-1$. **5°)** $E = 4y^2-9+(2y+3)(y-5)$. **6°)** $F = (x-3)(2x+7)+(2x-6)(3x-1)-(9-3x)(x+1)$. **7°)** $G = (4x-3)(-x+5)+(x-1)(x-5)+(2x-5)(-x+5)$. **8°)** $H = 6(x^2-16)-(3x+1)(x-4)+(8-2x)(x+2)$. **9°)** $I = (x+7)(3x+4)+(9x^2+24x+16)$. **10°)** $J = 3x^2-12+(x-4)(2-x)-(x^2-4x+4)$. **11°)** $K = (6x^2-12x+6)+(3x^2-3)-(x-1)(2x+1)$. **12°)** $L = 4x^2-4x+1-(1-2x)(3x+5)-12x^2+3$. **13°)** $M = (3a-2)(2a+1)-(3a-2)^2$. **14°)** $N = 2x(x^2-1)-x(x+1)$.		
Passage d'un élève au tableau E : $D = (3a+1)(a+1)+a^2-1$		
P : Tout d'abord, quand il y a une telle expression, l'idée principale pour factoriser c'est quoi ? Si au début il n'y a pas un facteur commun, un binôme commun ? À quoi je peux ?		
Es : à $(a+b)(a-b)$	C	
P : Partie par partie. Je factorise chaque partie seule et à la fin		P
E : $D = (3a+1)(a+1)+(a-1)(a+1) = (a+1)[(3a+1)+(a-1)]$ $D = (a+1)(4a) = 4a(a+1)$	P	
P : Donc je factorise a^2-1, c'est $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$ donc $(a-1)(a+1)$. Après il reste $(3a+1)(a+1)$. Il y a le $(a+1)$ en commun. Donc $D = (a+1)(4a)$. C'est juste.		P
Passage d'un élève au tableau E : $L = 4x^2-4x+1-(1-2x)(3x+5)-12x^2+3$		
P : Au début, est-ce qu'il y a un facteur commun ?		
Es : Non	R	
P : Tout d'abord la méthode, qu'est-ce qu'il faut faire ?		P
E1 : Binôme, $4x^2-4x+1 = (2x-1)^2$	R	
P : $4x^2-4x+1$, ça vérifie l'identité remarquable		R
E : $L = (2x-1)^2+(2x-1)(3x+5)+3(-4x^2+1)$	P	
P : $-12x^2+3$, qu'est-ce qu'il y a en facteur ?		R
E2 : 3, c'est $3(4x^2-1)$	R	
P : C'est vrai qu'on a placé le moins avant, mais je préfère toujours de placer le plus, et je factorise. De nouveau je factorise partie par partie	P	
E : $L = (2x-1)^2+(2x-1)(3x+5)+3(1-4x^2)$	P	
P : $-4x^2+1 = 1-4x^2$. C'est $(a+b)(a-b)$, donc $(1-2x)(1+2x)$		C
E : $L = (2x-1)^2+(2x-1)(3x+5)+3(1-2x)(1+2x) = (2x-1)[$	P	

P : Si je dois changer $(2x-1)^2$, qu'est-ce que j'obtiens ? Suivez. Supposons qu'il y a $(2x-1)^2$ et il faut l'écrire sous forme $(1-2x)^2$, qu'est-ce que je fais ?		P
E1 : L'opposé	C	
P : L'opposé. J'écris $-(1-2x)$, alors ?		C
E2 : Elle reste telle qu'elle est	R	
P : Très bien. Fadi pourquoi ? Parce que deux nombres opposés ont le même carré. S'il y a $(a-b)^2 = (b-a)^2 = (-a+b)^2 = (-b+a)^2$. Ça donne la même réponse.		C
E : $L = (1-2x)^2 + (2x-1)(3x+5) + 3(1-2x)(1+2x)$	P	
P : Qu'est-ce qu'il y a encore entre les deux ?		R
E : 3	R	
P : Tu factorises par 3 ? $(-5+1)$ et $(1-5)$ ce n'est pas la même ? C'est la même écriture.		R
E : $L = (1-2x)[(1-2x)-(3x+5)+3(1+2x)] = (1-2x)(1-2x-3x-5+3+6x) = (1-2x)(x-1)$	P	
P : C'est correct. Je répète encore une fois.		P
14 Factorise les expressions suivantes. 1°) $A = a^3 + a^2 + a + 1$. 2°) $B = xy - 3x - 2y + 6$. 3°) $C = 2 - b - 2a + ab$. 4°) $D = 10xy - 2 + 4x - 5y$. 5°) $E = -x^2 - y^2 + a^2 + b^2 + 2xy - 2ab$. 6°) $F = 25(3x-y)^2 - 16(5x+3y)^2$. 7°) $G = \left(\frac{x}{4}-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5x}{4}-\frac{2}{3}\right)^2$. 8°) $H = (2a-3)^2 - 2(2a-3) + 1$. 9°) $I = (3x+2)^2 + 2(3x+2)(x-1) + (x-1)^2$. 10°) $J = (a+4)^2 - 2(a+4)(2a+1) + (2a+1)^2$. 11°) $K = 4x^2 - 4xy + y^2 - 9x^2y^2$. 12°) $L = 5(x^2-4) - x^2 + 4x - 4 + (6-3x)(x+3)$. 13°) $M = 3(x-1)^2 - x^2 + 1 + (x-1)(x+2)$. 14°) $N = 25x^2 + (5x-3)(2x+7) - 9$. 15°) $O = (3x^2-25)^2 - 4x^4$. 16°) $P = (4a^2+1)^2 - (5a^2-2)^2$. 17°) $Q = a^2 - ab - b - 1$. 18°) $R = x^2 - 4x + (x-4)^2$. 19°) $S = 3(5x-1)^2 - 3(x+2)^2$. 20°) $T = \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 - \frac{25}{16}$. 21°) $U = \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{4}$. 22°) $V = x^2 - 7x + 6$.		
Passage d'un élève au tableau E : $H = (2a-3)^2 - 2(2a-3) + 1$		
P : Là encore, dans cette expression, on n'a pas toujours entre les termes un même facteur. Mais il faut vérifier de quel type sont les termes. Il y a trois termes dans cette expression. Entre eux, il y a un même facteur en commun ?		
E1 : Oui, il y a $(2a-3)$	R	
P : Il y a $(2a-3)^2$ et $(2a-3)$, mais dans le 1 ? Est-ce que entre les trois termes, il y a un même facteur, un même binôme en commun ?		R
Es : Non	R	
P : Non. Alors, il y a les trois termes et il n'y a pas un facteur en commun être les trois termes. Je vérifie s'il y a la forme : au carré, plus le double produit, plus le carré. Comment je factorise ?		C
E1 : C'est $(a-b)^2$	C	
P : Ca vérifie l'identité, $a^2 - 2ab + b^2$. Comment je factorise $a^2 - 2ab + b^2$?		C

E2 : $(a-b)^2$	C	
P : Donc, c'est de type $a^2 - 2 \times a \times 1 + 1^2$, le a c'est $(2a-3)$ et le b c'est 1. C'est la forme $a^2 - 2ab + b^2$. Comment je factorise ?		C
E : $H = [(2a-3)-1]^2$	P	
P : Et là je réduis		P
E : $H = (2a-4)^2$	R	
P : Continue la factorisation		R
E : $H = 2(a-2)^2$	R	
P : Est-ce que c'est correct ?		R
E1 : Non	R	
P : Corrige		R
E : $H = [2(a-2)]^2$	P	
P : C'est le tout au carré. Très bien. C'est $2^2(a-2)^2 = 4(a-2)^2$, chaque facteur est élevé au carré. Si je donne $(7a-7)^2$, quelle est la réponse ?		P
Es : $49(a-1)^2$	R	
P : c'est $7^2(a-1)^2 = 49(a-1)^2$		P
Passage d'un élève au tableau E : $I = (3x+2)^2 + 2(3x+2)(x-1) + (x-1)^2$		
P : Elle est de quel type ? Sous forme développée ?		
E1 : $a^2 + 2ab + b^2$	C	
P : Très bien. $a = 3x+2$ et $b = x-1$. On a $a^2 + 2ab + b^2$, alors c'est la réponse développée de quelle identité ?		C
Es : $(a+b)^2$	R	
P : Alors, écris la réponse développée de l'identité.		R
E : $I = [(3x+2)+(x-1)]^2$	R	
P : Je réduis		R
E : $I = (4x+1)^2$	R	
P : Donc, $3x + x = 4x$ et $2 - 1 = 1$, c'est vrai. Là je ne peux pas continuer la factorisation.		P
Passage d'un élève au tableau E : $Q = a^2 - ab - b - 1$		
P : Il y a quatre termes. Est-ce qu'entre les quatre termes il y a un facteur commun ?		
Es : Non	R	
P : Alors à quoi je pense ?		P
E : Aux identités	P	
P : Je ne sais pas s'il y a une identité ou il faut faire autre chose. Qu'est-ce qu'il faut faire ? Ou il existe une identité ?		P
E1 : Il n'y a pas. Il faut factoriser.	R	
P : Factoriser quoi ?		R
E1 : a en facteur	R	
P : Ok, essayez. Je groupe et je factorise. Entre ces deux termes, qu'est-ce qu'il y a en commun ?		P
Es : a	P	
P : Alors, factorise par a. On va essayer, je ne sais pas si c'est correct.		P
E : $Q = a(a-b) - b - 1$	P	

P : Est-ce que je trouve maintenant qu'il y a un binôme en commun ? Est-ce que ce groupement qu'on a fait, la méthode c'est de grouper et de factoriser. Donc ce n'est pas correct. Qu'est-ce qu'on fait ?		P
E1 : $a^2 - 1$	P	
P : $a^2 - 1$, et b et ab. Donc on a essayé premièrement, entre les quatre termes, il n'y a pas de facteurs communs. Deuxièmement, il n'y a pas une identité. Donc je factorise par groupe. On a essayé a avec ab, mais il n'y a pas de facteurs communs. Il faut faire un autre groupement. Alors ? Elle est de quel type $a^2 - 1$?		C
E1 : $a^2 - b^2$	C	
P : $a^2 - b^2$. Alors ? Je passe à l'opposé.		P
E : $Q = (a-1)(a+1) + b(-a-1) = (a-1)(a+1) - b(a+1) =$ $(a+1)(a-1-b)$	P	
P : C'est la réponse. Est-ce que je peux réduire ?		R
Es : Non	R	
P : Donc c'est $(a+1)(a-b-1)$. Je répète encore une fois.		P
Passage d'un élève au tableau E : $R = x^2 - 4x + (x-4)^2$		
P : Là qu'est-ce qu'il faut faire ? Qu'est-ce que je remarque. Il y a ces deux parties, est-ce qu'au début je remarque s'il y a le même facteur ?		
E1 : On factorise $x^2 - 4x$	P	
P : Je factorise $x^2 - 4x$, qu'est-ce qu'il y a en commun entre ces facteurs ?		P
Es : x	P	
P : Alors ?		P
E : $R = x(x-4) + (x-4)^2$	P	
P : Maintenant il y a un binôme en commun ? Qu'est-ce qu'il y a en commun entre ces deux termes ?		P
Es : $x - 4$	P	
P : Alors ?		R
E : $R = (x-4)(x+x-4) = (x-4)(2x-4)$	R	
P : Il y a au carré, donc $(x-4)(x-4)$. Est-ce que je peux continuer la factorisation ?		R
Es : Oui	R	
P : Si je donne $2x - 4$, comment je factorise ?		R
E : $R = (x-4)2(x-2)$	R	
P : C'est la réponse. Je préfère mettre 2 avant		R
E : $R = 2(x-4)(x-2)$	R	
P : Donc je factorise chaque partie seule et après je retrouve qu'il y a un binôme commun		P
Passage d'un élève au tableau E : $T = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - \frac{25}{16} = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2$		
P : Il y a la différence entre deux carrés. $a^2 - b^2$. c'est $(a-b)(a+b)$		
E : $T = \left[\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{5}{4}\right]\left[\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \frac{5}{4}\right]$	P	
P : Premièrement, simplifier les parenthèses.		P
E : $T = \left(\frac{x}{2} - 1 - \frac{5}{4}\right)\left(\frac{x}{2} - 1 + \frac{5}{4}\right)$	P	
P : Et là il faut rendre au même dénominateur		P
E : $T = \left(\frac{2x}{4} - \frac{4}{4} - \frac{5}{4}\right)\left(\frac{2x}{4} - \frac{4}{4} + \frac{5}{4}\right) = \left(\frac{2x-9}{4}\right)\left(\frac{2x+1}{4}\right)$	P	

P : $T = \frac{1}{16}(2x-9)(2x+1)$. C'est-à-dire s'il y a $\frac{a+b}{2} = \frac{1}{2}(a+b)$.		C
Passage d'un élève au tableau E : $S = 3(5x-1)^2 - 3(x+2)^2$		
P : Le 3 n'est pas le carré exact d'un entier. Qu'est-ce qu'on fait ?		
E1 : Je factorise par 3	P	
P : Je factorise par 3, oui.		P
E : $S = 3[(5x-1)^2 - (x+2)^2]$	P	
P : Maintenant à l'intérieur ?		P
Es : $a^2 - b^2$	C	
P : $a^2 - b^2$, donc ?		C
E : $S = 3(5x-1-x-2)(5x-1+x+2) = (4x-3)(6x+1)$	P	
P : Voilà, on supprime les parenthèses. Il y a le moins, donc on prend l'opposé des termes puis je réduis.		P