جامعة اليرموك

كلية التربية

قسم المناهج وطرق التدريس

الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى

Symbol Sense Among Undergraduate Students

إعداد الطالبة

منال عبد الرحمن عبابنة

إشراف

الأستاذ الدكتورة أمل عبدالله خصاونة

حقل التخصص – مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

2020

الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى

إعداد

منال عبد الرحمن محمد عبابنة

بكالوريوس رياضيات، جامعة اليرموك، ٢٠٠٧م

ماجستير مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، جامعة اليرموك، ٢٠١٠م

قدمت هذه الأطروحة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الدكتوراه في فلسفة التربية تخصص مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها في جامعة اليرموك، إربد، الأردن.

وافق عليها

أ. د. أمل عبدالله حصاونة ..... مشرفاً رئيساً

أستاذ مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، جامعة اليرموك

أ. د. علي محمد الزعبي ..... عضواً

أستاذ مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، جامعة اليرموك

أ. د. علي أحمد البركات ..... عضواً

أستاذ مناهج التربية الابتدائية، جامعة اليرموك

أ. د. خميس موسى نجم ..... عضواً

أستاذ مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، جامعة آل البيت

نوقشت هذه الأطروحة بتاريخ 24 رمضان 1441هـ الموافق 17 أيار 2020 م

الإهداء

إلى والدي الحبيب . . . ووالدتي الحبيبة . . .

إلى زوجي الغالي . . . وفلذة قلبي أبنائي . . .

إلى أخواتي وإخوتي الأعزاء . . .

إلى أهل زوجي الكرام . . .

إلى طلبة العلم والعلماء . . .

إلى أساتذتي الكرام . . .

أهديهم هذا العمل المتواضع

الشكر والتقدير

قال تعالى : (لَئِن شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ)

(رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا)

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات، نشكره ونستعين به ونسأله سبحانه دوام النعم والصلاة والسلام على عبده ورسوله خير الخلق محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

فالحمد والشكر لله ربّ العالمين الذي وفقني لإتمام هذا الإنجاز المتواضع، وأتمنى أن يعود بالنفع والفائدة لطلبة العلم، والقائمين على تطوير المناهج.

أتقدم بجزيل الشكر والتقدير إلى صاحبة العلم الغزير الأستاذة الدكتورة أمل عبدالله خصاونة المشرفة على هذه الأطروحة، لما قدمته من توجيهات ساهمت في إنجاز هذا العمل، وأرجو لها دوام الصحة والعافية.

كما أشكر أعضاء لجنة المناقشة الأستاذ الدكتور علي محمد الزعبي، والأستاذ الدكتور علي أحمد البركات، والأستاذ الدكتور خميس موسى نجم، على تعاونهم في قبول مناقشة هذه الأطروحة، مقدرا اقتراحاتهم وتوجيهاتهم.

وأخيرا أشكر تعاون قسم الرياضيات في كلية العلوم في جامعة اليرموك على تعاونهم وأخص بالشكر الأستاذ الدكتور واثق بني دومي على تعاونه في تسهيل مهمة تطبيق أدوات الدراسة على طلبة تخصص الرياضيات.

الباحثة

منال عبابنة

قائمة المحتويات

الإهداء..... **ج**

الشكر والتقدير ..... **د**

قائمة المحتويات ..... **ه**

قائمة الجداول..... **ز**

قائمة الأشكال..... **ط**

قائمة الملاحق ..... **ك**

الملخص باللغة العربية..... **ل**

الفصل الأول: خلفية الدراسة وأهميتها 1

مقدمة..... 1

مشكلة الدراسة وأسئلتها 28

أهمية الدراسة..... 29

حدود الدراسة ومحدداتها..... 30

أدوات الدراسة..... **30**

مصطلحات الدراسة وتعريفاتها الإجرائية: **30**

الفصل الثاني: الدراسات السابقة 32

الفصل الثالث: الطريقة والإجراءات 44

مجتمع الدراسة وعينتها: 44

أدوات الدراسة:..... 45

إجراءات الدراسة:..... 50

منهجية الدراسة وتحليل البيانات..... 52

الفصل الرابع: نتائج الدراسة 53
النتائج المتعلقة بالسؤال الأول **53**
النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني..... 80
النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث **82**
الفصل الخامس: المناقشة والاستنتاجات والتوصيات 101
المراجع.....**115**
الملاحق **122**
الملخص باللغة الانجليزية.....**179**

قائمة الجداول

جدول (1) إطار للرؤية الجبرية 15

جدول (2) إطار مفاهيمي للحس الرمزي..... 16

جدول (3) تفسير الرمز ببعدين (تفسير الحروف ، تعقيد البنية) 21

جدول (4) نسب الطلبة حسب سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لديهم في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي..... 54

جدول (5) تحليل عمل الطالبة (d1) على المهمة الأولى..... 57

جدول (6) تحليل عمل الطالبة (c1) على المهمة الأولى..... 59

جدول(7) تحليل عمل الطالبة (c5) على المهمة الثانية..... 60

جدول (8) تحليل إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية..... 61

جدول (9) تحليل إجابة الطالبة (a2) على المهمة الثالثة..... 63

جدول (10) تحليل إجابة الطالبة (d5) على المهمة الثالثة..... 64

جدول (11) تحليل إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة..... 66

جدول (12) تحليل عمل الطالبة (b2) على المهمة الرابعة..... 67

جدول (13) تحليل عمل الطالبة (b3) على المهمة الخامسة..... 69

جدول (14) تحليل عمل الطالب (d4) على المهمة الخامسة..... 70

جدول (15) تحليل عمل الطالبة (a5) على المهمة السادسة 72

جدول (16) تحليل عمل الطالب (b4) على المهمة التاسعة..... 74

جدول 17 تحليل عمل الطالبة (a1) على المهمة التاسعة..... 75

جدول (18) تحليل عمل الطالبة (c4) على المهمة الحادية عشر، فرع (c) 77

جدول (19) تحليل عمل الطالب (b5) على المهمة الثانية عشر 78

جدول (20) تحليل عمل الطالب (d3) على المهمة السادسة عشر 80

جدول (21) نسب الطلبة الموجود لديهم عناصر مظاهر الحس الرمزي بحسب المستوى الدراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي 81
جدول (22) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كمجهول محدد..... 83
جدول (23) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعدد مُعمّم..... 86
جدول (24) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعلاقة اقترانية 90
جدول (25) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعلاقة اقترانية 95

قائمة الأشكال

الشكل (1) الخبرة الجبرية كامتداد من المهارات الأساسية إلى الحس الرمزي 13

الشكل (2) نموذج يبين موقع حل المسألة من الحس الرمزي والرؤية الجبرية 14

الشكل (3) موقع الرؤية الجبرية ومكوناتها داخل الحواس الأخرى 15

الشكل (4) إجابة الطالبة (d1) على المهمة الأولى..... 57

الشكل (5) إجابة الطالبة (c1) على المهمة الأولى 58

الشكل (6) إجابة الطالبة (c5) على المهمة الثانية 60

الشكل (7) إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية..... 61

الشكل (8) إجابة الطالبة (a2) على المهمة الثالثة 62

الشكل (9) إجابة الطالبة (d5)على المهمة الثالثة..... 63

الشكل (10) إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة 66

الشكل (11) إجابة الطالبة (b2) على المهمة الرابعة 67

الشكل (12) إجابة الطالبة (b3) على المهمة الخامسة..... 68

الشكل (13) إجابة الطالب (d4) على المهمة الخامسة..... 70

الشكل (14) إجابة الطالبة (a5) على المهمة السادسة 71

الشكل (15) إجابة الطالب (b4) على المهمة التاسعة..... 74

الشكل (16) إجابة الطالبة (a1) على المهمة التاسعة 75

الشكل (17) إجابة الطالبة (c4) على المهمة الحادية عشر الفرع الثالث(c) 76

الشكل (18) إجابة الطالب (b5) على المهمة الثانية عشر..... 78

الشكل (19) إجابة الطالب (d3) على المهمة السادسة عشر 79

الشكل (20) إجابة الطالب (c2) على الفقرة (2.a)..... 84

الشكل (21) إجابة الطالب (d3) على الفقرة (2.a) 85

الشكل (22) إجابة الطالب (b5)على الفقرة (4) 86

الشكل (23) إجابة الطالبة (c4) على الفقرة (1.b)..... 87

الشكل (24) إجابة الطالبة (C5) على الفقرة (1.b) 88

الشكل (25) إجابة الطالبة (a2) على الفقرة (2.b) 89

الشكل (26) إجابة الطالبة (a3) على الفقرة (3) 90

الشكل (27) إجابة الطالبة (d1) على الفقرة (5) 93

الشكل (28) إجابة الطالب (d4) على الفقرة (5.e) 94

الشكل (29) إجابة الطالبة (b2) على الفقرة (6) 96

الشكل (30) إجابة الطالب (b5) على الفقرة (7) 98

الشكل (31) إجابة الطالبة (b1) على الفقرة (8) 99

الشكل (32) إجابة الطالبة (c1) على الفقرة (9)..... 100

قائمة الملاحق

الملحق	عنوان الملحق	الصفحة
1	إطار تحليل اختبار الحس الرمزي	123
2	اختبار الحس الرمزي	124
3	اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية	130
4	كتب تسهيل المهمة	134
5	نموذج (3UV) إطار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية	136
6	تحليل فقرات اختبار تفسير استخدام المتغيرات بالاعتماد على النموذج (3UV)	139
7	سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي لدى كل طالب	143
8	تكرار سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى كل طالب	163
9	ملخص لسلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لدى كل طالب	167
10	عدد المرات المتوقع فيها ظهور كل سلوك من مظاهر الحس الرمزي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي	177
11	سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لدى طلبة كل مستوى دراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي	178

الملخص باللغة العربية

عبابنة، منال عبد الرحمن. الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى.أطروحة دكتوراه، جامعة اليرموك 2020. (المشرف: الأستاذ الدكتورة أمل عبدالله خصاونة).

الملخّص

هدفت الدراسة الحالية إلى تقصّي مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى، وتقصّي تفسيراتهم للمتغيرات الجبرية، وذلك باستخدام المنهج النوعي. تألفت عينة الدراسة من (110) طالباً وطالبة من طلبة تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى. وقد تمّ استخدام اختبار في الحس الرمزي للكشف عن مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة، واختبار في تفسير استخدام المتغيرات الجبرية للكشف عن التفسيرات التي يقدمها الطلبة للمتغيرات الجبرية، كما تمّ إجراء مقابلات تأملية معمّقة على عينة تطوعية تكونت من (20) طالباً وطالبة من العينة الأصلية، بالإضافة إلى التسجيلات الصوتية. وقد تمّ تحليل محتوى الإجابات المكتوبة على اختبار الحس الرمزي للطلبة العشرين الذين تم مقابلتهم وتحليل المقابلات المرافقة بالاعتماد على إطار مفاهيمي للحس الرمزي (أداة تحليل) أعدّ لهذا الغرض. كما تم تحليل محتوى الإجابات المكتوبة من قِبل (110) طالباً وطالبة على اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية بالاعتماد على نموذج 3UV (أداة تحليل). وأظهرت النتائج عددا من مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة، وقد توزعت على مرحلتي حل المسألة؛ الصياغة، والحل ضمن عنصري التوقع الجبري والقدرة على ربط التمثيلات، بينما كانت المظاهر في مرحلة التفسير والتحقق نادرة. ومن أبرز المظاهر الشائعة لدى الطلبة: معرفة متى تُستخدم الرموز الجبرية، والقدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة، ومعرفة معنى الرموز الجبرية، ومعرفة ترتيب العمليات الجبرية وخصائصها، وتحديد نوع الصيغة

الجبرية وربطها بنوع الحل، وربط الأنماط العددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية. ولكنّ عددا من هذه المظاهر كانت ممثلة بسلوكات غير منتجة أو غير صحيحة في بعض المواقف، مما يؤشر على وجود ضعف في الحس الرمزي لدى الطلبة.

أما بالنسبة للتفسيرات التي قدمها الطلبة للمتغيرات الجبرية، فقد أسفرت النتائج أن طلبة المرحلة الجامعية الأولى ليس لديهم مشكلة في تفسير المتغير الجبري على أساس أنه مجهول محدّد عندما تكون المعادلات بسيطة، بينما يواجهون مشكلة كلما زادت المسألة تعقيداً. كما أظهرت النتائج صعوبة لدى الطلبة في التمييز بين المتغير على أساس أنّه مجهول والمتغير كعدد مُعمّم؛ إذ إنّ معظمهم أظهر ضعفا في تفسير المتغير كعدد معمّم. أمّا بالنسبة لتفسير المتغير على أنه علاقة اقترانية، فقد واجه الطلبة صعوبة كبيرة في تفسير استخدام المتغير عندما يكون ضمن علاقة اقترانية. وفي ضوء هذه النتائج، يمكن التوصية بالتركيز على المهارات الجبرية وسلوك الحس الرمزي في العملية التعليمية التعلمية بشكل متكامل دون الفصل بينهما، وأهمية التركيز على الفهم المفاهيمي لأنه يشكل الأساس للحس الرمزي، وضرورة استخدام استراتيجيات جبرية منظمة غنية بالحس الرمزي، والتنويع في طرح الأمثلة والمواقف التي يمكن من خلالها تعلم معانى الحروف المتعددة.

الكلمات المفتاحية: الحس الرمزي، المهارات الجبرية، الترميز الجبري، المرحلة الجامعية الأولى، تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، تعليم الرياضيات.

الفصل الأول
خلفية الدراسة وأهميتها

مقدمة

يتزايد الاهتمام بالحس العددي الذي يُعنى بالأعداد والعمليات الحسابية، وبخاصة بعد إطلاق وثائق مناهج الرياضيات ومعاييرها من قِبل المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة، والسؤال المطروح: هل توجد حالة موازية للحس العددي في الجبر؟؛ أي ما يُسمى بالحس الرمزي (Symbol Sense)، وهل تعد المعالجات الرمزية قضية مركزية في تعليم الجبر وتعلمه ؟.

يُشكل الانتقال من الحساب إلى الجبر في مناهج الرياضيات الأساس لفهم الطلبة للجبر، ونتيجة لهذا الانتقال فإنّ العديد من الطلبة غير قادرين على التعامل مع الجبر؛ فالعديد منهم ليس لديه الحس الرمزي في الجبر حتى بعد سنوات من تعرضهم لتعلم الجبر، كما أن الطلبة الذين يتمكنون من التعامل مع تقنيات جبرية بنجاح غالباً ما يفشلون في رؤية الجبر كأداة للفهم، وتوظيف التعميمات الجبرية للتواصل، والكشف عن البنية الرمزية، وإقامة روابط بين المتغيرات وصياغة الحجج والبراهين الرياضية (Russell, Schifter & Bastable, 2011).

وعندما يتعمق الفهم المفاهيمي في موضوع الجبر، يمكن القول بأن الطلبة قد اكتسبوا الحس الرمزي؛ بمعنى أنهم يقدّرون قوة وأهمية التفكير الرمزي، فهم متى ولماذا يطبقونه، إضافة إلى شعورهم بالبنية الرياضية. ويعد الحس الرمزي مستوى من مستويات الثقافة الرياضية التي تتعدى الحس العددي الذي يندرج تحت الحس الرمزي، ويعد تطوير الحس الرمزي من الأهداف

الرئيسة في تعليم وتعلم الجبر، لذا كان لزاماً بناء إطار نظري لمفهوم الحس الرمزي وكيفية تطوره، فالتفكير الجبري يجمع بين نظام رمزي وطريقة تفكير (Bergsten, 2014).

ويشير بيرغستون (Bergsten, 2014) إلى أنّ العالم ليبنز يعدّ من أوائل المهتمين باللغة الرمزية في تاريخ الرياضيات، فقد أشار إلى أنه عندما يتم تنظيم الرموز في الصيغ أو التعبيرات الرياضية بترتيب معين فإنها تحاكي البنى في العالم الحقيقي ومن هنا تصبح الرموز والإشارات سهلة الفهم، إضافة إلى سهولة التعامل معها. لذلك يبدو من المعقول محاولة وصف الحس الرمزي كمفهوم مواز للحس العددي.

ويقدم آركافي (Arcavi, 1994:30) فكرة الحس الرمزي بأنها " الهدف المنشود من تعليم الرياضيات"، إذ يتضمن الحس الرمزي، فهم الرموز وتقديرها بدقة وسرعة، ومعرفة متى تُستخدم الرموز المناسبة، والقدرة على التعامل معها؛ وذلك في جميع مراحل حل المسألة الرياضية. ومن وجهة نظر بيرس (Pierce, 2001) يعد الحس الرمزي بمثابة القدرة على قراءة التعبيرات الرمزية ومعالجتها كمظهرين متكاملين لحل المسائل الجبرية، ويعد تطور هذين المظهرين (القراءة والمعالجة) المفتاح الأساس، حيث يُمكن تسهيلهما من خلال البناء على تمييز دور مخططات صورية خيالية وصيغ رياضية أصلية وذلك من أجل فهم المقابلة بين الصيغة ومحتوى الجبر المدرسي. وتسهم هذه البنى في الربط بين معنى الصيغة الرمزية ومحتوى تلك الصيغة وبذلك يؤدي إلى تطور الحس الرمزي في الجبر. كما يرى زورن (Zorn, 2002) بأن الحس الرمزي عبارة عن قدرة عامة تُمكّن من أدراك بنية الرياضيات، والتعبير عن معاني تلك البنية بفعالية من خلال الرموز، إضافة إلى معالجة الرموز بفعالية لاكتشاف معاني وبنى رياضية جديدة.

وتعد الرموز مكونات اللغة الرياضية التي تجعل من الممكن للشخص التواصل والتعامل والتأمل في المفاهيم الرياضية المجردة، كما تعد القدرة على تفسير المعنى الرياضي من خلال الرموز مهارة يحاول معلمو الرياضيات تنميتها لدى طلبتهم (Kenney, 2008). ويرى آركافي (Arcavi,1994) بأن استخدام الرموز في الرياضيات يعد قوة، وتتمثل هذه القوة بفهم متى وكيف نستخدم الرموز من أجل التعبير عن العلاقات، والتعميمات، والبراهين. ويشير الباحثون إلى أنه من الضروري أن يُعبر الطلبة عن تفكيرهم وتبرير حلولهم من خلال الرموز الرياضية (Bakker, Doorman, & Drijvers, 2003; Kinzel, 1999; Stacey & MacGregor, 1999). ويؤكد شونفيلد وآركافي(Schoenfeld & Arcavi, 1988) على أنّ فهم الرموز يشكل الأساس للانتقال من الحساب إلى الجبر، وأنّ الفهم العميق والاستخدام المناسب للرموز يسهمان في الكفاءة في النشاطات الجبرية. ويشير روبنستن وثومبسون (Rubenstein & Thompson, 2001) إلى أنّ تفسير الرموز معقّد ومتعدّد الأوجة، حيث يتوقف على الموقف الرياضي، فمثلا مفهوم المتغير يمكن أن يتخذ أشكالاً بديلة متعددة، وليس من المستغرب أن لغة الرياضيات الرمزية هي غالباً ما تكون سبب الارتباك الكبير لدى الطلبة، فالصعوبات التي يواجهها الطلبة أثناء تعاملهم مع الجبر ونقص الطلاقة الجبرية لديهم من الممكن أن يعيق تقدمهم.

ويؤكد آركافي(Arcavi, 1994) أن الحس الرمزي ضروري للنجاح في الجبر بشكل خاص والرياضيات عموماً، وهو ليس مجرد أن تكون قادراً على التعامل مع الرموز الحرفية بطلاقة، بل يجب أنّ يصبح جزءاً من تفكير الطلبة أثناء التعامل مع المسائل الجبرية، ومن أجل إتقان معايير الجبر من قِبل الطلبة، واكتسابهم لمهارة حل المسائل يجب أن يتمتعوا بحس رمزي،

ومن هنا يجب التوجه نحو تحقيقه. وتؤكد بعض المجالس بأنّ التغيرات بشأن التعلم والتكنولوجيا أدى إلى شكل جديد من أشكال محو الأمية الذي تتلخص أهميته في أهداف تعليم الرياضيات: الهدف الأساسي للرياضيات المدرسية الابتدائية هو تطوير الحس العددي، وللرياضيات الثانوية تنمية الحس الرمزي والتطوير المستمر للحس العددي، وللرياضيات الجامعية تطوير الحس الاقتراني والتطوير المستمر للحس الرمزي (National Research Council NRC, 1990; National Council of Teachers of Mathematics NCTM, 1989, 2000).

إن تعلم الجبر لا يقتصر على حفظ الصيغ الجبرية واستخدامها في حل المسائل الرياضية الروتينية، بل يتعدى ذلك إلى ضرورة فهم أهمية الجبر لأنه يساعد الأفراد والجماعات لحل المشكلات اليومية بدقة وسرعة، ولا ندرس الجبر من أجل الجبر بل من أجل اتقان موضوعات رياضية مثل الإحصاء والتفاضل والتكامل، ويعد هذان الموضوعان من المواضيع الأكثر استخداماً في الحياة المهنية، وفي المجال الطبي والتقني والاجتماعي والسياسي، كما أن التفاضل والتكامل يساعدنا على وصف العمليات المعقدة مثل كيف تتغير سرعة السيارة خلال فترة زمنية معينة حيث يعزز الجبر التفكير المنطقي. (Demme, 2018)

وتلعب التعبيرات والرموز الجبرية دوراً بارزاً في مناهج الرياضيات على مستوى كافة المراحل التعليمية، فالتعبيرات الجبرية تساعد في التعبير عن العلاقات الرياضية باستخدام الحروف الأبجدية أو رموز خاصة أخرى لتمثل صيغة مُختصره لفكرة أو علاقة رياضية.

وقد أولت العديد من المجالس والمؤسسات العالمية أهمية كبيرة لمعايير محتوى الرياضيات وفي مقدمتها معيار الجبر؛ فقد اقترح المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة

(NCTM, 2000; 2014) مجموعة من المعايير الفرعية التي تندرج تحت معيار الجبر والتي تتضمن: فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في سياقات مختلفة.

الحس الرمزي (Symbol sense)

يتضمن الحس الرمزي الحدس والبصيرة في التعامل مع التعابير الرمزية والعمليات الجبرية، ولكنّ الأفكار والمواد التعليمية للحس الرمزي ليست متطورة كما هو الحال بالنسبة للحس العددي (Fey, 1990). وقد بدأت محاولات لتوضيح الحس الرمزي من قبل كل من آركافي(Arcavi, 1994; 2005) وفي (Fey, 1990)، لكنهما لم يحاولا تعريف الحس الرمزي مباشرة لصعوبة ذلك؛ لأنه يتفاعل مع الحس العددي والحس الاقتراني وغيرهما، ولكن تم وصف الحس الرمزي من خلال السلوكات التي تُظهر الحس الرمزي. فقد وصف في (Fey, 1990) الحس الرمزي من خلال مجموعة من السمات الأساسية، والتي تعد أهدافاً لتعليم الحس الرمزي، وهي الآتي:

1. القدرة على قراءة التعبيرات الجبرية ودراستها دراسة استكشافية لعمل تقديرات تقريبيّة لأنماط تظهر في تمثيلات عددية أو بيانية (مثلاً يدرك خصائص الاقتران، المجال والمدى للاقتران، التزايد والتناقص وغيرها) .

2. القدرة على إجراء مقارنات بين القيم العددية للاقترانات بحسب رُتبها، طبقاً لقواعد من الشكل $n1, n2, n3, \ldots\ldots\ldots\ldots, nk$ ؛ أي يمكن إيجاد القاعدة للنمط من خلال عمل مقارنات بين قيم المقدار بحسب ترتيب المقدار، فمثلاً في النمط التالي:

الرتبة: n_1 n_2 n_3 ... ... n_k

المقدار: 5 7 9 ... ...

يمكن اكتشاف القاعدة للنمط من خلال إيجاد الفرق بين القيم العددية للمقدار ... $7-5=2$, $9-7=2$ ، إذْ إنّ الفرق بين كل مقدارين متتاليين هو (2) ومن خلال عمل مقارنات بين القيم العددية بحسب الترتيب يمكن اكتشاف ما يلي: $(5=2\times1+3, 7=2\times2+3, 9=2\times3+3, \ldots, 2k+3)$، إذْ إنّ المقدار (5) رتبته هي (1)، ورتبة المقدار (7) هي (2)،.... ورتبة المقدار $2k+3$ هي (k).

3. القدرة على دراسة واستكشاف جدول أو رسم بياني أو تفسير شروط منصوص عليها لفظياً، لتحديد شكل القاعدة الجبرية التي تعبر عن نمط مناسب.

4. القدرة على تفحص العمليات الجبرية وتوقع شكل النتيجة أو كما هو الحال في التقدير الحسابي، للحكم على معقولية الحل أو النتيجة.(مثلاً يجب أن يدرك الطالب بالتقريب وبدون تفكير أن ناتج ضرب كثير حدود خطي وكثير حدود تربيعي هو كثير حدود تكعيبي).

5. القدرة على تحديد الإجابة المناسبة من عدة نماذج متكافئة للإجابة عن أسئلة معينة.

يلاحظ من خلال سمات الحس الرمزي السابقة بأنه يتضمن سلوكات نمطية لعمليات التفكير العليا مثل التفسير والمراقبة الذاتية والتنظيم في بيئات غنية بالتمثيلات والعمليات الجبرية. فمثلاً من يمتلك حساً رمزياً جيداً يستطيع أن يدرك بأنه يمكن استنتاج معلومات من تحليل كثير حدود إلى عوامله، مثل استنتاج الأصفار، ولكنه يدرك بنفس الوقت أنه يجعل تكامله أو اشتقاقه أكثر صعوبة.

وكذلك حاول آركافي(Arcavi, 1994:32) وصف سلوكات الحس الرمزي من خلال ملاحظاته لسلوكات الطلبة على مسائل رياضية تتطلب الحس الرمزي، والتي جمعها نتيجة خبرته في التدريس وتعامله مع المعلمين، ووصفه بأنه "إحساس معقّد ومتعدّد الأوجه للرموز الممثلة بالأحرف "، ويشير إلى أنه لو رجعنا إلى التعريفات التي يقدمها قاموس اللغة الانجليزية أكسفورد (Oxford) لكلمة "sense" فإن الحس الرمزي يكون تقديراً سريعاً أو دقيقاً، وفهماً، أو موهبة بخصوص الرموز. وبناء على سلوكات الطلبة أثناء حل المسائل الرياضية التي تتطلب الحس الرمزي، اقترح آركافي (Arcavi, 1994; 2005) ستة مظاهر للحس الرمزي والتي تعد تعريفاً للحس الرمزي وهي:

1. فهم كيف ومتى يمكن استخدام الرموز الحرفية لعرض العلاقات والتعميمات والبراهين، ومتى يمكن الاستغناء عنها لإحراز تقدّم في المسألة أو لإيجاد حل أو تمثيل أسهل. فمثلاً، حل المتباينة الخطيّة التالية $|x-5| > |x-1|$؟، في هذه المسألة، إنّ وجود الحس الرمزي سيقود إلى عدم الإصرار على الحل الرمزي لأنه سيكون عمل شاق، فاستخدام تمثيلات أخرى ستقدم رؤى وتكون أكثر بساطة، فمثلاً معرفة معنى القيمة المطلقة أنها

عبارة عن مسافة؛ فمن خلال خط الأعداد يمكن حل هذه المعادلة بسهولة وملاحظة أنّ الحل هو $(3 ,5] \cup [5 , \infty)$.

2. المقدرة على قراءة وتحوير (إعادة تشكيل الرموز بمرونة وبراعة) التعابير الرمزية على أساس أنهما سمتان متلازمتان لحل المسائل الجبرية؛ فالقراءة من خلال المعنى للتعابير الرمزية هي سمة ضرورية لكي تتم المعالجة بكفاءة، ولتضيف روابط ومعقولية للنتائج، فعند ملاحظة أداء الطلبة على المهام التي تتضمن الرموز، فإنهم في الغالب يقومون بمعالجات آلية، فمثلاً في المعادلة $\frac{2x+3}{4x+6} = 2$ ، بدلاً من التسرع والبدء بالحل لإيجاد قيمة (x)، يجب التوقف وقراءة الرموز لملاحظة أن بسط الكسر دائماً نصف مقام الكسر إذاً الشق الأيسر من المعادلة لا يمكن أن يساوي (2)، وتسفر نتائج المعالجات الآلية لهذه المعادلة بأن $(x = -1.5)$ وعند تعويض هذه الإجابة للتحقق من الحل سيظهر تناقض المعنى مع المعالجات الرمزية .

3. إدراك الحاجة لبناء العلاقات الرمزية التي تمثل معلومات لفظية أو رسوم بيانية من أجل إحراز التقدّم في المسألة، على سبيل المثال، بناء تعبير رمزي لرسم بياني.

4. المقدرة على اختيار تمثيل رمزي مناسب لمسألة معطاة مع الأخذ بالاعتبار الهدف من المسألة (بمعنى تخصيص رمز لمتغير معيّن)، فعندما نترجم موقفاً إلى رموز، فإنّ اختيار الرمز له تأثير على عملية الحل، والنتائج؛ فمثلاً الاختيار الأمثل لتمثيل العدد الفردي هو$(2n - 1)$ أو $(2n + 1)$ بدلاً من التمثيل (n) لتحقيق الهدف من المسألة.

5. إدراك الحاجة المستمرة للتحقق من معاني الرمز أثناء حل المسألة الرياضية، أو أثناء تفقد نتيجة، ومقارنة المتعلم لمدى توافق أو تناقض هذه المعاني وفقاً لأفكاره الخاصة أو وفقاً للنتيجة المتوقّعة للمسألة.

6. إدراك أن الرموز (على شكل حروف) يمكن أن تمثل معاني مختلفة في سياقات مختلفة (مثل متغيرات أو مَعْلمات)، وتطوير الإدراك لهذه الاختلافات. فمثلاً، العلاقة الخطيّة التالية : $y = mx + b$ ، حيث تمثل x, و y متغيرات ، و (b) و (m) مَعلمات(تمثل أعدادا).

وللتعرف على نوعية المسائل التي تطرح في الحس الرمزي أقدم عدداً من نماذج هذه المسائل وتفسير حلولها حسب ماورد من جون سلدن وماسون وآني سلدن (Selden.J, Mason.A & Selden.A, 1989):

المسألة الأولى: هل للمعادلة ($x^{21} + x^{19} - x^{-1} + 2 = 0$) جذور بين (0) و(−1) ؟ لماذا أو لماذا لا ؟

تحل المسألة بملاحظة أن التعبير $x^{21} + x^{19}$ دائماً أكبر من (−2) بين (0 , −1) والتعبير ($-x^{-1}$) هو دائماً موجب حيث قيمة x بين (0 , −1)؛ لذلك كامل التعبير على يسار المعادلة هو دائماً موجب لـ x بين , (0 −1). إذن لا يوجد جذور للمعادلة على هذه الفترة المعطاة.

المسألة الثانية: جد حلاً واحداً على الأقل للمعادلة $4x^3 - x^4 = 30$ أو فسر لماذا لا يوجد حل لهذه المعادلة ؟

تحل المسألة بملاحظة أن الاقتران من الدرجة الرابعة، تشير هذه الملاحظة إلى ضرورة تحديد القيمة العظمى للاقتران والتي هي (27)، إذن لا يوجد حل للمعادلة لان القيمة العظمى للمعادلة هي (27) ولا يمكن أن تساوي (30).

المسألة الثالثة: هل يوجد قيمة لـِ (α) عندما تكون النهاية التالية موجودة ؟ فسر جوابك .

$$\lim_{x\to 3} \frac{2x^2-3ax+x-a-1}{x^2-2x-3}$$

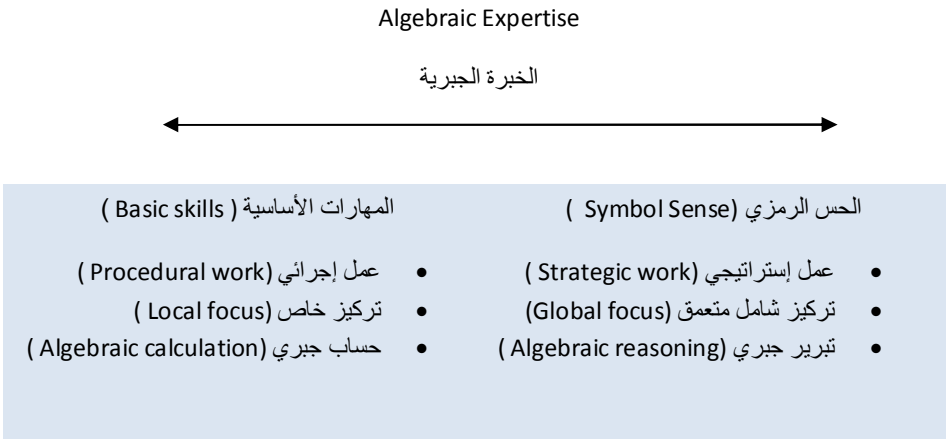
في هذه المسألة (3) هو جذر المقام، وبذلك فالسؤال يعادل تحديد قيمة (a) عندما تكون القيمة (3) جذراً للبسط .

المسألة الرابعة:

من الأمثلة التي أوردها آركافي(Arcavi, 1994) للحس الرمزي، عند تبسيط المعادلة الخطيّة $3x + 5 = 4x$ من أجل الحصول على حل لها، فبدلاً من الشروع في الحل بشكل ميكانيكي يمكن قراءة الرمز وملاحظة النمط، وللحصول على $4x$ الموجودة على يمين المساواة يجب أن نضيف (x) لـ $3x$ الموجودة على اليسار، وبذلك فإن (x) المضافة تأخذ القيمة (5)، وهذا بدوره من مظاهر الحس الرمزي.

لقد قدم آركافي(Arcavi, 1994) فكرة الحس الرمزي من أجل التعبير عن امتلاك الكفاءة الجبرية، حيث يصف الحس الرمزي كحس معقد للرموز يتضمن اتجاهاً إيجابياً نحو الرموز ورؤية شاملة للتعابير الجبرية، مثل القدرة على قراءة الرموز ومهارات المعالجة المرنة التي تجعل من الممكن رؤية البنية الجبرية للتعبير. ويناقش آركافي(Arcavi, 2005) مثالاً على ذلك المعادلة $\frac{2x+3}{4x+6} = 2$، ويبين أنّ معظم الطلبة لديهم نزعة لحل المعادلة بشكل آلي وينتج أن ($x = -1\frac{1}{2}$)، ولا يحاولون قراءة المعنى للرموز لاكتشاف أنّ الجهة اليسرى من المعادلة تساوي ($\frac{1}{2}$) فعندها ($x \neq -1\frac{1}{2}$)، فمن خلال قراءة هذه المعادلة يمكن ملاحظة أن بسط الكسر هو نصف مقام الكسر؛ أيّ أنه من الضروري رؤية $(2x+3)$ كوحدة واحدة، لإدراك أن ($\frac{2x+3}{4x+6}$) تساوي ($\frac{1}{2}$)؛ أي أنّ ($\frac{A}{2A}$) تساوي ($\frac{1}{2}$)؛ لذلك ليس من الضروري السير في إيجاد حل للمعادلة، إذْ لا يوجد لها حل لأن ($2 \neq \frac{1}{2}$)، فإذا كان لدى الطالب حساً رمزياً فإنه سوف يؤجل البدء بالحل وبدلاً من ذلك يحاول قراءة التعبير الجبري لمعرفة معنى الرموز. إنّ تفحص المعادلة قبل البدء بالحل لمعرفة معنى المسألة هي حالة من الحس الرمزي. والقدرة على قراءة الرموز لرؤية البنية الجبرية لأي تعبير جبري هي أيضاً من قدرات حس البنية (***Structure Sense***). وفي هذا السياق، يعتبر نوفتناء وهوش (Novotn`a & Hoch, 2008) أن حس البنية امتداد للحس الرمزي، كما يرى ستيفوت ودريفيرز وقريفيمير (Stiphout, Drijvers & Gravemeijer, 2013) أن حس البنية جزء من الحس الرمزي، والذي يتضمن رؤية بُنى وأنماط التعابير الجبرية والمعادلات، والتي هي ضرورية في المعالجات الجبرية مثل تبسيط التعابير الجبرية وحل المعادلات.

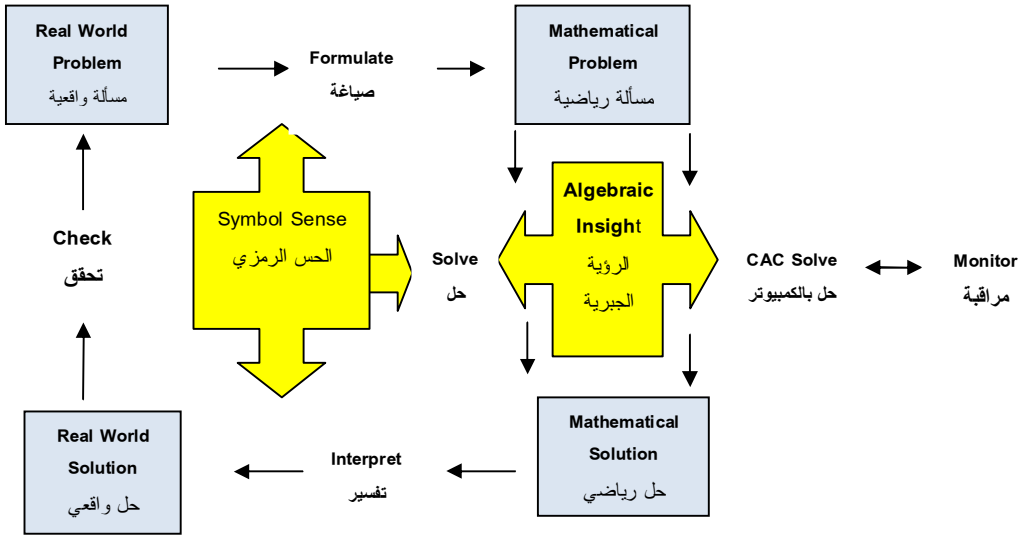
وقد قدّم لنجيفسكي وليفنه (Linchevski & Livneh, 1999) مصطلح حس البنية لوصف القدرة على استخدام بُنى مكافئة لتعبير جبري، ويُعرّفان حس البنية كمجموعة من القدرات، مثل: إدراك البنية، ورؤية جزء من التعبير كوحدة، وتُقسيّم التعبير إلى تعابير فرعية ذات معنى، ومعرفة أي معالجة من الممكن أنّ تكون مفيدة، واختيار المعالجات المناسبة لتحسين استخدام البنية. فمثلاً يمكن حل المعادلة $\frac{21}{6+\frac{5}{1+x}}=3$ من خلال قراءة المعادلة كأنها ($\frac{21}{W}=3$، W≠0)، حيث يعني هذا أن ($W=7$)؛ أي أن مقام الكسر يساوي (7)، إذن الكسر $\frac{5}{1+x}$ يساوي (1) فنستنتج أن$x=4$. ومن خلال هذه الأمثلة يمكن ملاحظة وصف آركافي للحس الرمزي، بأنه تقدير سريع ودقيق، وفهم وموهبة بخصوص الرموز. وقد بين آركافي (Arcavi, 1994; 2005) أنه في مسائل الحس الرمزي يوجد تآلف بين المهارات الإجرائية والفهم المفاهيمي كمظاهر مُكمّلة للخبرة الجبرية، فالمهارات الإجرائية والحس الرمزي ضرورية في تعليم وتعلم الجبر، إذْ إنّ الفهم المفاهيمي يجعل المهارات الأساسية مفهومة، والمهارات الأساسية يُمكن أنّ تعزّز بدورها الفهم المفاهيمي. وقد أوصى تورسيكو وسباندوا وفريز (Turşucu, Spandaw & De Vries,2018) بأهمية استخدام المهارات الجبرية مع الرؤية الجبرية والتركيز على الفهم المفاهيمي للمهارات الجبرية. وأكد على أهمية استخدام استراتيجيات جبرية منظّمة بدلاً من استراتيجيات مخصّصة تفتقر للرؤية الجبرية. ويرى دريفيرس وقودجن وكنت (Drijver, Goddijn & Kindt, 2010) أنّ الخبرة الجبرية بُعد يمتد من المهارات الأساسية إلى الحس الرمزي، ويوضح الشكل (1) وجهة نظرهم.



الشكل (1) الخبرة الجبرية كامتداد من المهارات الأساسية إلى الحس الرمزي.(Drijvers, Goddijn & Kindt, 2010,p22)

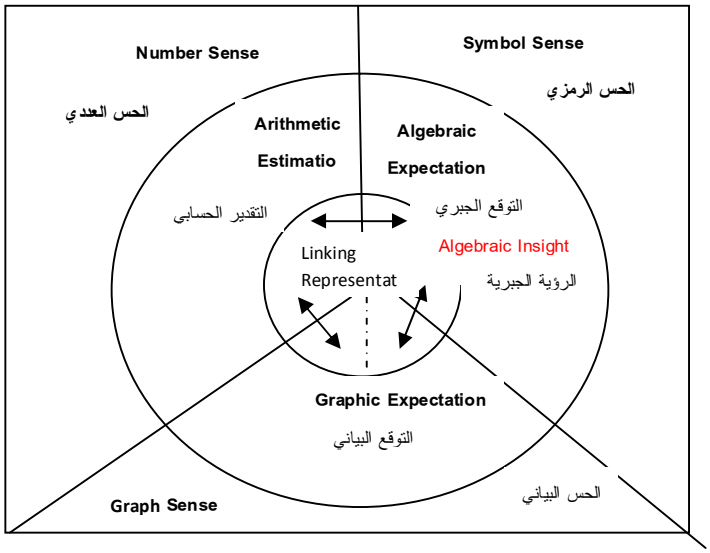
ويشيرون إلى أنّ المهارات الأساسية تتضمن عملاً إجرائياً مع التركيز الخاص والتأكيد على الحساب الجبري، بينما يتضمن الحس الرمزي التركيز على إستراتيجيات التفكير مع التركيز الشامل المتعمق والتأكيد على التبرير الجبري.

وقد ركز العديد من الباحثين على مظاهر الحس الرمزي، معتمدين على وصف آركافي (Arcavi, 1994) للحس الرمزي والذي يُعد متطلباً في جميع مستويات ومراحل حل المسألة، فقد ربط بيرس وستايسي (Pierce & Stacy, 2001) الحس الرمزي والرؤية الجبرية في سياق حل المسألة بعد تحديد مراحلها التي تشمل صياغة المسألة ممثلة بموقف حقيقي وواقعي، وترجمة الموقف الحقيقي إلى مسألة رياضية، وإيجاد الحل الرياضي للمسألة، ثم تفسير الحل ليتواءم مع الحل الواقعي للمسألة الأصلية والتحقق من معقولية حلها، ويعتبران أنّ الحس الرمزي هو أكثر عمومية من الرؤية الجبرية، انظر الشكل (2).



الشكل (2) نموذج يبين موقع حل المسألة من الحس الرمزي والرؤية الجبرية (Pierce & Stacey,2001,p419)

وفي السياق نفسه، يرى كيران (Kieran, 1996) أنّ الرؤية الجبرية، مصمّمة لضبط الأفكار والرؤى التي يحتاجها الطلبة للعمل مع الرموز الجبرية، وهي فقط مرتبطة بمرحلة الحل من عملية حل المسألة، بينما الحس الرمزي مُتضمّن في كافة المراحل من صياغة رياضية للمسألة والحل الرياضي للمسألة، وتفسير معنى الحل بالرجوع للمسألة أو الخبرات السابقة وتوقعاته الشخصية. كما ويشير نفس الشكل إلى أنّ الحس الرمزي والرؤية الجبرية يمكن أنّ تتم كذلك باستخدام أنظمة الجبر الحاسوبية (Computer Algebra Systems (CAS)) أو بدون استخدامها. ويوضح الشكل (3) موقع الرؤية الجبرية ومظاهرها داخل كل من الحس الرمزي، والحس العددي، والحس البياني.



الشكل (3) موقع الرؤية الجبرية و مكوناتها داخل الحواس الأخرى (Pierce & Stacey, 2004,p4)

ويبين الشكل (3) أنّ الرؤية الجبرية (**Algebraic Insight**) جزء لا يتجزأ من الحس الرمزي وهي متطلب لمرحلة الحل الرياضي لمسألة ما، وتقسم الرؤية الجبرية إلى مظهرين أولهما القدرة على ربط التمثيلات المختلفة (رمزية، عددية، رسم (تمثيل بياني)) مع التوقعات الجبرية وهي عبارة عن مهارات معرفية ضرورية لعرض العمل الرمزي وتنظيمة ومراقبته. ويوضح الجدول(1) عناصر الرؤية الجبرية.

جدول (1) إطار للرؤية الجبرية (Pierce & Stacey, 2001,P. 420)

مظاهر	عناصر	حالات شائعة
1- توقع جبري	1- أدراك القواعد والخصائص الأساسية	يعرف معنى الرموز يعرف ترتيب العمليات يعرف خصائص العمليات
	2- تحديد واكتشاف البنية الجبرية	تحديد عناصر وحدود التعبير الجبري تحديد مجموعة استراتيجيات من مكونات في التعبير الجبري، لتساعد في تحديد التعابير المتكافئة تحديد العوامل البسيطة للتعبير الجبري
	3- تحديد واكتشاف السمات الرئيسية للتعبير الجبري	تحديد نوع صيغة التعبير الجبري (مثلاً x^3+5x+1 هو اقتران تكعيبي كثير حدود) تحديد الحد السائد لتعبير جبري (مثلاً أعلى رتبة لكثير حدود) ربط صيغة جبرية بنوع الحل (مثلاً أعداد غير حقيقية أو أعداد حقيقية وهكذا.....)
2- القدرة على ربط التمثيلات	1- ربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	ربط صيغة جبرية برسم بياني ربط السمات الرئيسية لتحديد موقع محتمل للرسم البياني ربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط الانفصال (يكون الاقتران عندها غير معرف) أو خطوط التقارب
	2- ربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي	ربط أنماط عددية أو نمط عددي في جدول بصيغة جبرية ربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة للجدول ربط السمات الرئيسية لتحديد فترات الجدول الحرجة

وقد استخدم بيرس وستايسي (Pierce & Stacey, 2001) مظاهر الحس الرمزي في مرحلة الحل لتعريف الرؤية الجبرية على أساس أنها مجموعة فرعية من الحس الرمزي. وعمل كيني (Kenney, 2008) على توسيع إطار الرؤية الجبرية المذكور في الجدول (1) لبيرس وستايسي، وذلك لإدماج عناصر المظاهر الأخرى للحس الرمزي، ولتشكيل إطار مفاهيمي للحس الرمزي بالاعتماد على مظاهر الحس الرمزي التي وصفها آركافي والتي تُعد متطلباً في جميع مراحل حل المسألة، وبنفس المنطق الذي اتبعه بيرس وستايسي في تحليل مظاهر الحس الرمزي، ويبين الجدول (2) قائمة معدلة من عناصر أشمل لإطار الحس الرمزي.

جدول (2) إطار مفاهيمي للحس الرمزي (Kenney, 2008,P.46)

مرحلة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	حالات شائعة	أمثلة
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	اختيار رموز في مسألة لفظية
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	استخدام رسم بياني أو جدول لاكتشاف سمات المسألة
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	ابتكار معادلة من مسألة لفظية
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	تغيير الأسماء عندما يُمثل حرفين نفس الشيء
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	في $f(x) = x^2 + bx + c$ الحروف في مَعلمات، أسماء ومتغيرات
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	a + b / c أو (a + b) / c
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	كل عملية لها عملية عكسية ؛ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	رؤية الاقتران كعنصر ؛ تحديد التعابير المتكافئة؛ رؤية جزء من الاقتران كوحدة.
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	تحليل الكسور؛ رؤية المجال ؛ إدراك العوامل البسيطة،عمل معالجات للاقتران ببراعة.
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	$3 + e^x$ هو اقتران أسي
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	درجة كثير الحدود ؛ عدد الجذور؛ وعدد الجذور المكررة.
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	$x^2 + 3x + 12$ له أصفار خيالية (غير حقيقية)
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	$\frac{x^2-1}{x+1}$ الرسم البياني له مثل الخطي
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	ملاحظة التقاطعات ؛ النقاط القصوى ؛ يقع الرسم البياني في الربع الأول أو الثاني وهكذا.....
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	التقاطعات = أصفار الاقتران؛ إيجاد النقاط التي يكون عندها الاقتران غير معرف أو خطوط التقارب العمودية
	3.2 يربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	كتابة الصيغة العامة، معرفة نوع الاقتران الذي يمثل الجدول.
		3.2.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	إضافة قيم غير موجودة في الجدول
		3.2.3 يربط السمات الرئيسية لفترات الجدول الحرجة	معرفة الأصفار التي تكون أعداد غير صحيحة
تفسير وتحقق	4.1 يدرك معنى المسألة	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	العودة للمسألة الأصلية
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية (استخدام توقعات شخصية)	العودة للخبرات السابقة

لقد بين كيني(Kenney, 2008) في مرحلة الصياغة أنّ المسائل اللفظية هي إحدى المسائل التي يمكن من خلالها رؤية معرفة الطالب كيف ومتى يستخدم الرموز، واختيار التمثيلات الرمزية، ومتى يمكن التخلي عن الرموز لرسوم بيانية أو جداول لاكتشاف السمات. وفي الجزء الأول من مرحلة الحل والمتمثل بالتوقع الجبري: يتعلق الحس الرمزي في هذه المرحلة بمعرفة القواعد والخصائص الأساسية، وتمييز البنية الجبرية، وتمييز السمات الرئيسية للتعبير الجبري. وأما الجزء الثاني من مرحلة الحل والمتعلق بربط التمثيلات: تتمثل في عمل روابط بين الرموز والرسوم البيانية، والجداول، فمثلاً يمكن إعطاء رسم بياني لإيجاد المعادلة التي تمثل الرسم البياني، أو العكس، أو يمكن إعطاء جدول لإيجاد المعادلة التي تمثل الجدول. وفي مرحلة التفسير والتحقق: يُمثّل الحس الرمزي من خلال ربط معنى الرمز بالمسألة، أو ربط معنى الرمز بتوقعاته أو تجاربه السابقة.

كما يقترح كيران (Kieran, 2007) بأن تكوين المعنى في الجبر يأتي من ثلاثة مجالات مختلفة وهي: بنية ورموز، وتمثيلات رياضية متعدّدة، وسياق المسألة. ويبين كيني (Kenney, 2008) أن هذه المجالات تأتي نفسها في إطار الحس الرمزي وهي: بنية ورموز مُتضمنه في مرحلة الصياغة والتوقّع الجبري من مرحلة حل المسألة، وتمثيلات متعدّدة مُتضمنه في مرحلة ربط التمثيلات ، وسياق المسألة الذي له علاقة بمرحلة التفسير. ولقد أشار العديد من الباحثين مثل آركافي(Arcavi, 1994) وبيرس وستايسي (Pierce & Stacey, 2001) وكيران (Kieran, 2007) أنّ فهم البنية له دور فعّال للأداء الكفؤ في حل المسألة.

كما أنّ فهم كيفية استخدام الطلبة للمتغيرات الجبرية وتفسيرها هو إحدى سلوكات الحس الرمزي المهمة، حيث يصف آركافي (Arcavi, 1994; 2005) الحس الرمزي بأنه فهم الرموز وتقديرها بدقة وسرعة، ومعرفة متى تُستخدم الرموز المناسبة، والقدرة على التعامل معها، وذلك في جميع مراحل حل المسألة الرياضية، ويؤكد شونفيلد وآركافي (Schoenfeld & Arcavi, 1988) على أن فهم الرموز يشكل الأساس للانتقال من الحساب إلى الجبر، وأن فهم وتفسير الرموز يعتمد على الموقف الرياضي، فمفهوم المتغير الجبري يمكن أنّ يأخذ معاني مختلفة، كما أنّ استخدام المتغيرات الجبرية له دور رئيس في تعليم وتعلم المفاهيم الجبرية الأساسية، بالإضافة لهذا يعتبر تفسير استخدام المتغيرات الجبرية قاعدة لجميع مواضيع الرياضيات المتقدمة المبنية عليها. **و**أكدت العديد من البحوث على وجود صعوبات لدى الطلبة في تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، وهذه الصعوبات هي التي تسبب أخطاء في تفسير التعبير الجبري، وأخطاء في العمليات الجبرية، وفي عمليات حل المسألة. وقد حدّد كوشمان (Kuchemann) عام 1980 ستة طرق لتفسير استخدام المتغيرات، وهي: الحرف مُقدر أو مُخمن (Letter Evaluated)، والحرف غير مُستخدم (Letter not used)، والحرف كعنصر أو شيء (Letter as Object)، والحرف كمجهول مُحدّد (Letter as Specific Unknown) والحرف كعدد مُعمّم (Generalized Numbers) والحرف كمتغير(Letter used as variable).

الحرف مُقدر (Letter evaluated):-

في هذا التصنيف يخصّص الطلبة فوراً ومنذ البداية عدداً عشوائياً للحرف، فمثلاً لإيجاد القيمة العددية للحرف (x) في $x + 6 = 8$ ، يُخمن الطلبة قيم عددية لِ (x) حيث يختارها

الطلبة بشكل عشوائي للوصول للمساواة، أي من خلال التجربة والخطأ، في هذا التصنيف ليس من الضروري عمل معالجة كمجهول، ويُفسر الرمز بشكل عددي أو حسابي، ولا يفسر كمجهول.

الحرف لا يُستخدم أو مُهمل (Letter not used):-

تتركز طريقة تفكير الطلبة في هذا التصنيف بإهمال الحرف في المسألة وحلها دون أخذ المتغير بالحسبان، وربما يعترف الطلبة في هذا التصنيف بوجود الرموز لكن بدون إعطائها معنى.

على سبيل المثال في التعبير الجبري، $x+y=42$، $x+y+3=?$، في هذا التصنيف لتفسير استخدام الرموز يمكن أنّ يهمل الطلبة التعبير الجبري جوهرياً ($x+y$) ويركزون على العملية "$(+3)$"، ويمكن الإجابة على هذا السؤال بشكل صحيح بدون معرفة قيمة (x) و (y)؛ فهم لا يستخدمون الرموز أو يخصصون لها أي معنى، ويعد هذا التصنيف أيضاً تفسيراً حسابياً.

الحرف كشيء أو كتصنيف (the letter as object):-

تتركز طريقة تفكير الطلبة في هذا التصنيف في اعتبار الحرف اختصار لشيء أو شيء خاص، ويُنظر له كشيء بحد ذاته. ويكون هذا الاستخدام غير مُناسب عندما تُستخدم الحروف لتمثيل الأشياء، بدلاً من استخدامها كأعداد لأشياء. فعلى سبيل المثال، إذا كان القلم الأزرق يكلف(5) قروش، والقلم الأحمر يكلف (6) قروش، فإذا اشترى أحدهم أقلاماً زرقاء وحمراء بتكلفة (90) قرشاً، وإذا كانت (b) هي عدد الأقلام الزرقاء التي يشتريها، و (r) هي عدد الأقلام الحمراء التي يشتريها، ماذا يمكن أنّ تكتب بشأن (b) و (r) ؟ . أنّ هذا التصنيف من التفسير يتضح من

خلال استجابة مثل "$b + r = 90$"، و "$6b + 5r = 90$" لهذا السؤال. في هذا التصنيف لا يفسر الرمز كمجهول، ولا يُهمل الحرف أو يُخمن الحرف كعدد.

الحرف كمجهول محدد (Letter used as a specific unknown):-

في الأصناف الثلاثة السابقة يتجنب الطلبة التعامل مع الرمز كمجهول محدّد، بينما في هذا التصنيف أو هذه المرحلة يستخدمون ويفسرون الحروف كمجاهيل، حيث يعتبر الطلبة الرمز كعدد محدّد ولكنه مجهول (محدّد بقيم عددية)، وقد يكون له قيمة واحدة محدّدة أو قيمتين أو ثلاث قيم وهكذا، ويمكن إجراء العمليات عليه مباشرة. مثال على ذلك، اضرب $(3) \div y + 2$ ، هذا السؤال يتطلب تفسير الحرف كمجهول محدد، وإجراء عملية الضرب على جميع عناصر الصيغة الجبرية $y + 2$.

الحرف كعدد معمّم (Letter used as a generalised number):-

في هذا التصنيف يكون الطالب قادراً على رؤية أن الحرف يمكن أن يأخذ عدة قيم بدلاً من قيمة واحدة فقط، حيث يمثل الرمز عدّة قيم. مثال على ذلك، ماذا يمكن أن تقول عن x، إذا $x + y = 10$ و $y > x$ ؟، في هذا الصنف الحرف مجهول لا يأخذ قيمة واحدة محددة، ولكن يمكن أنّ يكون مجموعة من القيم أقل من 5 $(x < 5)$، وهو بالتالي عدد معّمم.

الحرف كمتغير(Letter used as variable):

في هذا التصنيف أو هذه المرحلة يدرك الطالب أنّ الرموز تمثل كميات متغيرة، أي يدرك الطالب أن الرموز تمثل مدى من القيم غير المحددة، وتمثل علاقة منظّمة بين مجموعتين من القيم. مثال على هذا، المعادلة الخطيّة $y = 2x$ ، في هذا المثال يمكن أن يفسر المتغير (y) كمية لا حصر لها من القيم اعتماداً على قيمة المتغير (x) ؛ أي أن المتغير (x) هو متغير مستقل. وأيضاً مثال على ذلك أيهما أكبر $(2n)$ أم $(n + 2)$؟، مثل هذه المهمة تتطلب الأخذ بالاعتبار عدّة قيم للحرف

للتعبير عن علاقة منظمة. ويؤكد كوشمان (Kuchmann, 1980) في هذا التفسير للمتغير أنه يمكن أن يكون الرمز مجموعة من القيم التي تبدو مشابهة لتفسير كعدد معّمم، لكن مفهوم متغير يّدل على فهم المجهول كقيم متغيرة؛ ففي المثال السابق يجب أنّ يبرر الطلبة أنّ (n) تؤثر في المقدار ($2n$) و($n+2$) ، لذلك يجب أن يُفسر الرمز(n) على أنه ينتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية، وهذا يُشير إلى أن هذا التفسير هو الأكثر تجريداً في التصنيفات أو المراحل الستة.

تُعد التصنيفات الثلاثة الأولى ذات مستوى منخفض لفهم الرموز الجبرية؛ إذْ يتم فيها تقدير الرمز حسابياً ولا تُستخدم الرموز كمجاهيل. ولكن التفسيرات الثلاثة الأخيرة للرمز من الضروري أن تفسر جبرياً، ويكون لها معنى وبحاجة لعمليات تُؤدي مباشرة إلى الحرف، وتعد مستويات تفكير عليا. ولقد حدد كوشمان (Kuchmann, 1980) أربعة مستويات هرمية لفهم المتغيرات قائمة على الطرق الستة لتفسير الطلبة لاستخدامات الرموز الحرفية، المستوى الأول هو أدنى مستوى لفهم الرموز، والمستوى الرابع هو أعلى مستوى لفهم الرموز بموجب مقياس كوشمان، ويبين الجدول (3) موجزاً لكيفية ارتباط المستويات الأربعة لفهم الرموز في بعدين هما تفسير الحروف وتعقيد البنية.

جدول (3) تفسير الرمز ببعدين (تفسير الحروف ، تعقيد البنية)

المستوى (Level)	تفسير الحروف (Interpretation of letters)	تعقيد البنية (Structural complexity)
المستوى الأول	قيمة الحرف الحرف غير مستخدم الحرف كعنصر	سهل للغاية، بنية عددية خالصة وبسيطة.
المستوى الثاني	قيمة الحرف الحرف غير مستخدم الحرف كعنصر	زيادة في التعقيد عن فقرات المستوى الأول، والطلبة في هذا المستوى قد لا يتعاملوا مع تفسير الحروف كمتغيرات، أو مجاهيل ، أو أنماط معممة.
المستوى الثالث	الحرف كمجهول محدد الحرف كعدد مُعمم الحرف كمتغير	زيادة في التعقيد عن المستوى الثاني، والطلبة في هذا المستوى يمكن أن يستخدموا الحروف كمجاهيل محددة، فقط عندما تكون بنية الفقرة بسيطة، ويكون الطلبة قادرين على عرض الحلول، مثل ($x + 3$) يكون لها معنى بالرغم من عدم وجود جواب مغلق.(لا يحدد الفترة للحلول)
المستوى الرابع	الحرف كمجهول محدد الحرف كعدد مُعمم الحرف كمتغير	الطلبة في هذا المستوى يمكن أن يتعاملوا مع فقرات تتطلب مجاهيل محددة، ويكون للفقرات بنية معقدة. ويكون الطلبة قادرين على تنفيذ عمليات متعددة في الفقرة الواحدة، وقادرين على تفسير الحروف كمتغيرات.

وقد وضح كوشمان (Kuchmann, 1980) أن اختيار الطلبة لتفسير معيّن للرموز الحرفية يعتمد على بنية المهمة، وبعض التفسيرات ليس لها علاقة بالمهمة، فتفسير المتغيرات بشكل مناسب يعتمد على سياق المهمة ومدى تعقيدها، مما يعني أن بعض المهام تتطلب تفسير الرموز بطرق معينة.

وطوّرت يورسيني وتريقورز (Ursini &Trigueros, 2001) بناء على عمل كوشمان نموذجاً لثلاث استخدامات للمتغيراتmodel 3UV (three uses of variables) تشبه إلى حد كبير التفسيرات الثلاثة المتقدمة (مجهول محدّد، عدد مُعمّم، علاقة اقترانية) التي حددها كوشمان، وركزا على استخدام المتغيرات كمجاهيل محددة، ومتغيرات كأعداد معّممة، ومتغيرات في علاقات اقترانية. وعلى النقيض من تفسيرات كوشمان الستة والمستويات الأربعة من فهم الرموز الحرفية، فقد لخّصا ثلاثة استخدامات للمتغيرات وحدّدا مظاهر وخصائص كل من الاستخدامات الثلاثة للمتغيرات في هذا النموذج، ولم ترتبط التفسيرات المختلفة بمستويات مختلفة لفهم المتغيرات الجبرية.

نموذج 3UV : ثلاث استخدامات للمتغيرات ومظاهر وخصائص كل من الاستخدامات الثلاثة للمتغيرات:

أولاً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن استخدام المتغير كمجهول محدد ما يلي:

U1- إدراك وتحديد وجود شيء مجهول في موقف المسألة ويمكن تحدّيده من خلال النظر في شروط المسألة، مثلاً مسألة لفظية معطاة.

U2- تفسير الرموز الموجودة في المعادلة كتمثيل لقيم محدّدة، ويمكن تحديدها من خلال النظر في شروط محددة في المسألة، مثلاً كم عدد القيم التي يمكن أنّ تأخذها (x) في التعبير الجبري $5x^2 = 3x - 2$.

U3- استبدال المتغير بقيمة أو قيم تجعل تعبير المعادلة صحيحاً، مثلاً ما هي القيم التي يمكن أن تأخذها y في التعبير الجبري $(y + 2)^2 = 25$.

U4- تحديد كمية مجهولة موجودة في المعادلات أو المسائل عن طريق التنفيذ الجبري المطلوب و/ أو العمليات الحسابية، إذ يتم تنفيذ معالجات على التعبير الجبري.

U5- ترميز كميات مجهولة محددة في مواقف معيّنة واستخدامها لتشكيل المعادلات ؛ فمثلاً اشتقاق معادلة بسيطة لحل المسألة، من مسألة لفظية .

ثانياً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن استخدام المتغير كعدد مُعمّم ما يلي:

G1- إدراك وتمييز الأنماط؛ لتكوين وجهة نظر حول القواعد والطرق في متسلسلات عددية وفي عائلات أو فصائل من المسائل؛ فمثلاً فقرة تتطلب رسم الشكل الرابع ضمن نمط معطى، وهذا يعني الوعي بالنمط حيث يستطيع أن يكمل الطالب عدداً من حدود النمط .

G2- تفسير المتغير باعتباره تمثيلاً عاماً، وكياناً غير محدد يمكن أنْ يأخذ أيّ قيمة، مثلاً كم عدد القيم التي يمكن أنّ تأخذها (x) في التعبير الجبري $x + 3 = 3 + x$.

G3- استنتاج قواعد عامة وطرق عامة عن طريق تمييز السمات الثابتة حسب تسلسل المتغيرات وعائلات من المسائل؛ أي استنتاج القواعد والطرق العامة نتيجة لإدراك النمط للرموز المعطاة.

G4- معالجة (تبسيط، وتوسيع) التعابير الجبرية العامة؛ أي معالجة المتغير كعدد معمّم في تعبير جبري، مثلاً ($x - 5x + 3x =$)، إذ يتطلب التعبير الجبري جمع الحدود المتشابهة للحصول على التعبير الجبري المكافئ.

G5- ترميز عبارات عامّة (مسائل لفظية)، وترميز القواعد أو الطرق التي تمثل النمط؛ أي ترميز متغير كعدد معمّم.

ثالثاً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن متغيرات في علاقة اقترانية ما يلي:

F1- إدراك التقابل (Correspondence) بين علاقة المتغيرات المستقلة لتمثيل مُستخدم (جداول، رسوم بيانية، مسائل لفظية أو تعابير جبرية)؛ أي تفسير متغير كعلاقة اقترانية بالتركيز على المجال، أو تفسير متغير كعلاقة اقترانية بالتركيز على المدى؛ أي لكل عنصر في المجال عنصر واحد فقط في المدى.

F2- تحديد قيم المتغير التابع نظراً لقيمة متغير مستقل واحد .

F3- تحديد قيم المتغير المستقل نظراً لقيمة متغير تابع واحد.

F4- إدراك التغير المشترك للمتغيرات المتضمنة في علاقة مستقلة لتمثيل مُستخدم (جداول، رسوم بيانية، تعابير تحليلية)؛ أي إدراك التغير المشترك استناداً للبيانات المُقدمة.

F5- تحديد فترة التغير لمدى متغير واحد نظراً لمجال المتغير الآخر(فترة تغير المتغير الآخر)، مثلاً تحديد فترة المتغير المستقل بالاعتماد على فترة المتغير التابع المعطى.

F6- ترميز العلاقة الاقترانية بالاعتماد على تحليل البيانات الموجودة في المسألة. مثال على ذلك مسألة لفظية تُمثل علاقة بين كميّتين، أو ترميز العلاقة الاقترانية باستخدام رمز معطى وقائم على بيانات معطاة في جدول.

فمثلاً من الأسئلة على إدراك التقابل بين علاقة المتغيرات المستقلة، السؤال التالي: إذا كانت $y = 5 + x$ ؛ ماذا يمكن أنّ يحدث لِـ (y) عندما ترتفع قيمة (x)؟. ومن الأسئلة على إدراك التغير المشترك (فترات التغير) للمتغيرات المتضمنة في علاقة مستقلة لتمثيل مُستخدم، في التعابير التحليلية يمكن السؤال، أيهما أكبر $(n + 3)$ أم $(3n)$ ؟ أشرح إجابتك؟، ومن الأسئلة على الرسم البياني يمكن إعطاء السؤال، نظراً للرسم البياني المُعطي، ما هي قيم (x)، عندما تتزايد قيم (y) ؟ أعطي إجابة تقريبية، وللسؤال عن تحديد فترة التغير يمكن تقديم السؤال التالي: ما هي قيم (x)، في المعادلة $20 - 5x - 12y = 17y - 2x$، إذا كانت قيم (y) بين (1) و(4) ؟.

يوضح كيران وجلوة (Kieran & Chalouh, 1993) أنّ الانتقال من الحساب إلى الجبر، وعدم الربط بين استخدام الأعداد في الحساب واستخدام الحروف في جبر المدرسة الثانوية؛ وعدم منح الطلبة الفرصة لبناء روابط واضحة بين هذين المجالين، يؤدي لظهور أخطاء مفاهيمية لدى الطلبة. ومن الأخطاء المفاهيمية ضمن سياق الحس الرمزي التي قد يرتكبها الطلبة، فقد أشار وارين (Warren, 1999) أنّ بعض الطلبة يحددوا قيماً عددية للرموز وفقاً لترتيبها الأبجدي، حيث أنهم غالباً ما يفترضون أن المتغير "a" يساوي (1)، والمتغير "b" يساوي (2) وهكذا، وبين

بوث (Booth, 1988) أنّ بعض الطلبة يكون جوابهم شخصي؛ أي أنهم لا يشعرون براحة بترك تعبير مثل $x + y$ كجواب لمسألة، فبدلاً من ذلك يكتبون (xy)؛ أي أنهم يعتقدون بأنه يجب أن يكون المتغيران ملتصقين كوحدة واحدة. وبين شارما (Sharma, 2001) أنّ بعض الطلبة في المعادلة $2y^2 = y$ يقسمون طرفي المعادلة على (y)، حيث لا يدركون بأنهم قد يقسمون على صفر. ويؤكد تريقورز ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2003) أنّ العديد من طلبة المرحلة الجامعية يرتكبون خطأ مفاهيمياً في المعادلة $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ وهو أنّ المتغير x يمكن أنّ تكون قيمته في المعادلة هي (1) فقط؛ بينما في الحقيقة المتغير x يمكن أنّ يكون له عدد لا نهائي من القيم. ويشير جون سلدن وماسون وآني سلدن (J.Selden, Mason & A.Selden, 1989) أنّ عدداً من طلبة المرحلة الجامعية حللوا المقدار الجبري $4x^3 - x^4$ في المعادلة $4x^3 - x^4 = 30$ ، وعينوا كل عامل يساوي (30). وفي الحقيقة عند قراءة المعادلة من خلال معنى الرموز الحرفية، يُمكن ملاحظة أنه لا يوجد حل للمعادلة لان القيمة العظمى للمعادلة هي (27) وليس (30).

وأكد ستيفن (Stephen, 2005) أنّ العديد من طلبة المرحلة المتوسطة لديهم فكرة أن المتغيرات المختلفة لا يمكن أن يكون لها نفس القيمة العددية، ويشير مكلنتر(McIntyre, 2007) كذلك أنّ العديد من طلبة المرحلة الجامعية لديهم نفس الفكرة فكرة، حيث وجّه لهم سؤالا: إذا كانت المعادلة $h + m + n = h + p + n$ ، هل هذا صحيح دائماً، أو صحيح في بعض الأحيان، أو غير صحيح، وفي هذه المسألة العديد من الطلبة ادّعى بأن (p) و(m) لا يمكن أن تكون لها نفس القيمة العددية.

وبيّن بوث (Booth, 1988) أنّ لدى الطلبة أخطاء مفاهيمية في أنّ المتغيرات هي مجرد تسميات لأشياء، وغالباً ما تُستخدم تسميات لنقاط وخطوط في الهندسة، وكذلك تُستخدم في الحساب للإشارة إلى الوحدة القياسية، حيث (m) تُشير للمتر، فعندما ينتقل الطلبة إلى الجبر، فأنهم يشيرون لـ (m) كعدد للأمتار، وفي دراسة بيرس وبيج (Pierce & Begg,2017) أكّد المحاضرون في هذه الدراسة أنّ بعض الرموز تسبب صعوبات لدى الطلبة، منها الصعوبة في معنى رمز الجذر التربيعي، فمثلًا عندما تكتب $x^2 = 16$ يجيبون $x = \pm 4$ ولكن عندما تكتب $y = \sqrt{16}$ فإنهم لا يدركون ماذا تعني. ويؤكد ستايسي وماكجريجور (Stacy & MacGregor, 1999) أن بعض الطلبة لديهم أفكارا ومعتقدات خاصة حول تفسير استخدامات الرموز من تجاربهم الشخصية السابقة، وهي غالباً ما تعيق فهم اللغة الرياضية والقدرة على الترميز. ويبين ستايسي وماكجريجور (Stacy & MacGregor, 1997) أنّ من أحد المشاكل التي غالباً ما يشير إليها المعلمون، وهي الإشارة للكميات باستخدام الحرف الأول من أسمائها فعلى سبيل المثال، يقول المعلم: افرض "(م)" رمزاً للمساحة، هذه التوجيهات خفية يمكن أن تقود الطلبة إلى الاعتقاد بأن المتغيرات يجب أن تُستخدم كتسميات، ومن هنا يجب على المعلمين التأكيد على أنّ الحروف في التعابير الجبرية ترشح لأعداد وليس لأسماء الأشياء. كما أنّ نقص الحس الرمزي لدى المتعلم يُؤدي إلى ظهور الأخطاء المفاهيمية عند حل المسائل الرياضية؛ إذ يؤكد آركافي (Arcavi, 1994; 2005) أنّ الحس الرمزي ضروري للنجاح في الجبر والرياضيات عموماً؛ إذْ إنه في مسائل الحس الرمزي يوجد تآلف بين المهارات الإجرائية والفهم المفاهيمي كمظاهر مُكمّلة للخبرة الجبرية.

مشكلة الدراسة وأسئلتها:

انطلاقاً من التوصيات التي دعت إليها العديد من الدراسات الدولية السابقة التي تمّ التمكن من الوصول إليها، والتي أكدت على أهمية الحس الرمزي وضرورة البحث في قضية الحس الرمزي (Arcavi, 2005; Bokhove & Drijvers, 2012; Kenney, 2008; Turşucu, Spandaw & De Vries, 2018) برزت فكرة الدراسة الحالية. فقد أكّد آركافي (Arcavi,2005) على أهمية الحس الرمزي وضرورة البحث في قضية الحس الرمزي الذي يعد ضرورياً للنجاح في الجبر بشكل خاص والرياضيات بشكل عام. ونظراً لأهمية الحس الرمزي من قراءة الرموز في جميع مراحل حل المسألة الرياضية سواء في مرحلة الصياغة أو مرحلة الحل أو التفسير والتحقق، جاءت الدراسة الحالية لتكشف عن المظاهر الموجودة وغير الموجودة لدى الطلبة، والتي تظهر في كثير من الأحيان عدم توفر الفهم المفاهيمي الذي يعد أساس الحس الرمزي. كما تبين أهمية تقصّي تفسير استخدام المتغيرات الجبرية بالاعتماد على الاستخدامات الثلاثة للمتغيرات الجبرية التي وصفتها كل من يورسيني وتريقورز(Ursini & Trigueros, 2001). حيث يؤكد بيرس (Pierce, 2001) أنّ فهم الطلبة للاستخدامات المختلفة للحروف في الرياضيات هي مهمة للجبر، لأنّ إدراك معنى الرموز المستخدمة في أي تعبير جبري يُعد أساسياً للتوقّع الجبري، والذي هو مظهر من مظاهر الحس الرمزي. وبما أنّ الأخطاء المفاهيمية أو الفهم المحدد لمعاني المتغيرات يعيق توقّع الطلبة الجبري؛ فمن الضروري استكشاف المزيد من الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها الطلبة؛ لتساعد في تنمية الحس الرمزي لدى الطلبة.

ونظراً لعدم وجود دراسات عربية حول موضوع الحس الرمزي يستدعي ضرورة إجراء دراسة حول هذا الموضوع؛ مما دفع الباحثة للقيام بهذه الدراسة والتي تهدف إلى تقصّي الحس الرمزي، وتقصّي تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، واكتشاف الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى كون أنّ هؤلاء الطلبة من المرجح أنّ يصبحوا مدرسين للرياضيات المدرسية مستقبلاً، أو أنهم قد ينخرطون في مهن مختلفة تتطلب فهم موضوع الجبر والتعبيرات الرمزية الرياضية وكيفية معالجة تلك الرموز في حل مسائل حياتية قد تتعلق بالإحصاء أو المعالجات الطبية أو الفيزيائية أو التقنية وغيرها؛ إذ تعتبر المرحلة الجامعية من أهم المراحل التعليمية بما لها من أثر في التقدم في جميع مجالات الحياة. وبالتحديد تهدف هذه الدراسة إلى الإجابة عن الأسئلة الآتية :

1- ما مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى؟

2- هل تختلف مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى باختلاف المستوى الدراسي؟

3- ما التفسيرات التي يقدمها طلبة المرحلة الجامعية الأولى للمتغيرات الجبرية ؟

أهمية الدراسة:

تتجلّى أهمية هذه الدراسة في أنها تتناول موضوع الحس الرمزي والذي يُعد مُتطلباً في جميع مراحل حل المسألة الرياضية، كما يُعد من قبل المهتمين في تربويات الرياضيات هدفاً منشوداً من تعليم الرياضيات، ويمكن الاستفادة من المقاييس الأدائية لهذه الدراسة في تقييم الحس الرمزي

والكفاءة الجبرية لدى عينات جديدة من الطلبة في دراسات لاحقة، إذ يُعد الحس الرمزي مؤشراً للكفاءة الجبرية، وربما تقدم نتائج هذه الدراسة حافزاً لإجراء دراسات تتعلق بتطوير الحس الرمزي لدى الطلبة، وقد توفر بعض الرؤى للتطوير في مجال تدريس الرياضيات بشكل عام والجبر بشكل خاص؛ وذلك على مستوى المرحلتين المدرسية والجامعية.

حدود الدراسة ومحدداتها:

يتحدد تعميم نتائج الدراسة الحالية ضمن المحددات الآتية:

- اقتصرت الدراسة على طلبة تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك للفصل الدراسي الأول من العام الجامعي (2018/2017).
- أدوات الدراسة من إعداد وتطوير الباحثة لذا فإن نتائج الدراسة الحالية ترتبط بمدى صدق وثبات الأدوات.

مصطلحات الدراسة وتعريفاتها الإجرائية:

الحس الرمزي: يمكن وصفه بأنه القدرة على قراءة التعبيرات الرمزية قراءة إستكشافية، وإعادة تحوير وتشكيل الرموز بمرونة وبراعة كمظهرين متكاملين لحل المسائل الجبرية. ولتحليل أداء الطلبة على مسائل مقياس الحس الرمزي تم تبني الإطار المفاهيمي للحس الرمزي الذي طوّره كيني (Kenney, 2008)، والذي يتكون من المظاهر المرافقة لمراحل: صياغة المسألة، وحلها من منطلقي التوقع الجبري وربط التمثيلات، والتفسير والتحقق.(أنظر الجدول(2) والملحق (1)).

تفسير استخدام المتغيرات الجبرية (الرموز الحرفية): هي طريقة تفكير الطلبة بمسألة رياضية رمزية، لتفسير استخدام المتغيرات، وتحدد في هذه الدراسة بثلاثة تصنيفات هي: كمجهول محدد، وكعدد مُعمّم، وكعلاقة اقترانية، حيث أعتمدت الباحثة في تحليل أداء الطلبة على مسائل مقياس فهم المتغيرات الجبرية النموذج (Three Uses of Variables 3UV mode) الذي طوّرته يورسيني وتريقورز (Ursini &Trigueros, 2001).

الأخطاء المفاهيمية: هي الأخطاء المفاهيمية التي يظهرها الطلبة في سياق الحس الرمزي، والتفسيرات والاستخدامات الرمزية الخاطئة أو الفهم المحدود لمعاني المتغيرات عند حل مسائل مقياس الحس الرمزي ومسائل مقياس فهم المتغيرات الجبرية.

طلبة المرحلة الجامعية الأولى : هم طلبة البكالوريوس المسجلين في تخصص الرياضيات التابع لكلية العلوم في جامعة اليرموك للفصل الدراسي الأول من العام الجامعي (2018/2017).

المستوى الدراسي: ويقصد بها السنة الدراسية التي يدرس فيها الطالب (السنة الأولى، السنة الثانية، السنة الثالثة، السنة الرابعة).

الفصل الثاني
الدراسات السابقة

يتناول هذا الفصل الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع الدراسة الحالية، وفي حدود إطلاع الباحثة تبين عدم وجود دراسات عربية أو محلية لها صلة بموضوع الحس الرمزي، إضافة إلى ندرة الدراسات الأجنبية المتعلقة بموضوع الدراسة الحالية، وذلك من خلال البحث في الدوريات التربوية الورقية والإلكترونية ومختلف مصادر المعلومات. وتم عرضها في محور واحد حسب التسلسل الزمني من الأقدم إلى الأحدث.

فقد أجرى كيلر (Keller, 1993) دراسة تجريبية هدفت إلى الكشف عن أثر بيئة نظام جبر الحاسوب في تنمية الحس الرمزي لدى الطلبة، وذلك ضمن ثلاث بيئات وهي: بيئة المختبر القائم على استخدام برمجية (MAPLE) برنامج كمبيوتر يُنفذ معالجات جبرية، مثل تحليل العوامل، وحل المعادلات، وعمل تمثيلات بيانية للاقترانات والمعادلات)، وبيئة المختبر القائم على استخدام برمجية (THEORIST) برنامج متكامل لرموز الجبر يستفيد من نظام التشغيل (Macintosh)، وبيئة المحاضرة التقليدية / مناقشة. تكونت عينة الدراسة من (76) طالب وطالبة درسوا ضمن برمجية مبل (Maple) موزعين على شعبتين، ومن (70) طالب وطالبة لبرمجية ثيورست (Theorist) موزعين على شعبتين، ومن (75) طالب وطالبة للمجموعة التي درست بالطريقة التقليدية، موزعين على شعبتين. تم جمع البيانات من خلال اختبارين قبلي وبعدي يتعلقان بالحس الرمزي، بالإضافة إلى المقابلات مع عينة من المشاركين في الدراسة. وأشارت النتائج أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في الأداء على الحس الرمزي في الاختبار البعدي بين

المعالجات الثلاث. كما أشارت النتائج إلى أنّ تفعيل بيئة نظام جبر الحاسوب في تدريس حساب التفاضل والتكامل قد يساعد في تنمية الحس الرمزي لديهم، كما يساعد في تحسين الفهم المفاهيمي لدى الطلبة ويوفر تمثيلات محسوسة للمفاهيم الرياضية التي قد تؤدي إلى الفهم الرمزي وبالتالي إلى الحس الرمزي.

كما أجرت شارما (Sharma, 2001) دراسة في مدرسة مستقلة للبنات في لندن هدفت إلى استكشاف مدى فهم معاني الرموز الجبرية – الذي يعد في مقدمة مظاهر الحس الرمزي– من قِبل الطلبة بالاعتماد على مظاهر الحس الرمزي المختلفة، تكونت عينة الدراسة من (32) طالبة من أعمار (10) سنوات إلى (13) سنة. ومن أجل جمع البيانات تم تقديم عشر مسائل محلولة بشكل خطأ مع التركيز على الأخطاء المفاهيمية، وعلى الطالب تحديد هل الإجابة صحيحة، أم صحيحة بشكل جزئي أم غير صحيحة. أظهرت النتائج أن غالبية الطلبة لم يتحققوا من الحلول من خلال قراءة خطوات الحل والتمعن بها لمعرفة معانيها واكتشاف الأخطاء المفاهيمية في الحلول المقدمة في كل مسألة، أما أولئك الذين تحققوا من الحل استخدموا طريقة التّعويض أو إعادة الحل، إذْ إنّ الطلبة لم يكن لديهم مهارة قراءة الرموز لمعرفة معانيها، ومنهم من نفّذ الحل بنفس الطريقة الخاطئة المتبعة في المسألة المعطاة.

وهدفت دراسة تريقورز ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2003) الوصفية إلى معرفة صعوبات طلبة المرحلة الجامعية الأولى عند العمل على مسائل رياضية تتطلب استخدامات مختلفة لمفهوم المتغير، ومعرفة كيف يميل الطلبة لتفسير المتغيرات، وفيما إذا كانت هذه التفسيرات صحيحة، حيث طورا ثلاثة تفسيرات رئيسة تشبه إلى حد كبير التفسيرات الثلاثة المتقدمة لِ

كوشمان(Kuchemann, 1980)، وهي: المتغيرات كمجاهيل محدّدة، والمتغيرات كأعداد عامة، والمتغيرات في علاقات اقترانية. واستخدما اختبارا من (52) فقرة، وتم تطبيقه على(165) طالبًا وطالبة من طلبة السنة الجامعية الأولى. وأظهرت الدراسة وجود أخطاء مفاهيمية لدى الطلبة وسمات أداء من سمات المبتدئين في الجبر. كما بينت الدراسة أنّ الطلبة فشلوا في تمييز الفرق بين المتغيرات كمجاهيل محدّدة والمتغيرات كأعداد عامة، وكانت لديهم صعوبات شديدة في فهم المتغيرات في العلاقات الاقترانية.

وفي سياق مفهوم المتغير، أجرى مكلنتر(McIntyre, 2007) دراسة هدفت إلى تحليل الأخطاء الشائعة وتوثيقها، وتقصّي فهم طلبة المرحلة الجامعية للمتغيرات في مساقات رياضية منها في التفاضل والتكامل وأخرى في موضوعات الجبر، تكونت عينة الدراسة من (731) من طلبة المرحلة الجامعية، وتم تطبيق اختبار قبلي وبعدي على جميع أفراد العينة، وأظهرت النتائج أنّ الطلبة لديهم عدّة أخطاء مفاهيمية شائعة تتعلق بالمتغيرات.

وهدفت دراسة كيني (Kenney, 2008) الوصفية إلى الكشف عن كيف يفسر الطلبة البنية الرمزية للمسائل الرياضية المختلفة، وكيف توجه هذه التفسيرات عمل الطلبة. مع التركيز على تفكيرهم الرياضي بخصوص الرموز عند حل المسائل سواء بمساعدة الآلة الحاسبة الراسمة أو بدونها. تكونت عينة الدراسة من خمس طالبات وطالب واحد من الطلبة المسجلين في مساق حساب التفاضل والتكامل في جامعة ولاية نورث كارولينا جنوب الولايات المتحدة، وتم تنفيذ اختبار يتكون من مهمات رياضية مختلفة في البنية الرمزية، بالإضافة إلى إعطاء واجبات بيتية، وعمل مقابلات مع الطلبة الستة. وأشارت النتائج أن بعض الرموز والبُنى لها تأثير قوي على

خيارات الطلبة في حل المسألة. كما أظهر الطلبة عدداً من مظاهر الحس الرمزي، وذلك من خلال وصف لعمل كل طالب من الطلبة على المهمات الرياضية.

وأمّا دراسة سارايفا وتيكسيرا (Saraiva & Teixeira, 2009) الوصفية فقد هدفت إلى تقصي فهم طلبة المرحلة الثانوية لمفهوم الاقتران من خلال تنفيذ مهام استقصائية، والتعرف على بعض صعوبات الطلبة في مفهوم الاقتران. وتم تقديم مهام استقصائية تتطلب حساً رمزيًا، وفهماً لمفهوم الاقتران ضمن نهج المهام الاستقصائية. تكونت عينة الدراسة من (24) طالبا من طلبة الأول الثانوي في البرتغال. وأظهرت النتائج أن الطلبة كانوا قادرين على التعامل مع الرموز، ولكن هذا لم يكن كافياً لفهم بنية الاقتران، وأنّ معظم الطلبة كانوا يحفظون تعريف الاقتران ولم يكونوا قادرين على ربط تعريف الاقتران مع التمثيل البياني للاقتران، وكذلك ربط معظم الطلبة مفهوم الاقتران بصيغة، مثل إضافة أو ضرب اقترانين. وبيّنت الدراسة الفوائد التي قد يكتسبها الطلبة بخصوص الحس الرمزي، كنتيجة مباشرة من استخدام نهج المهام الاستقصائية الذي نُفّذ مع التمثيلات البيانية للاقترانات ودراسة خصائصه، مما أتاح الفرصة للطلبة لتصحيح أخطائهم والتوسع في تفسير الرموز.

وقام نايدو (Naidoo, 2009) بدراسة حالة تقصّى فيها تفسير الطلبة للحروف ضمن المستويات المختلفة لتفسير استخدام الحروف التي حدّدها كوشمان (Kuchemann) عام 1980، ومعرفة الأخطاء المفاهيمية لديهم في تفسير استخدام الحروف، وتكونت عينة الدراسة من (30) طالبا من طلبة الصف التاسع في مدرسة تقع في مدينة جوهانسبرغ جنوب افريقيا. تم جمع البيانات من خلال اختبار تكوّن من (17) مهمة تتعلق بتفسير استخدام الحروف، بالإضافة إلى المقابلات

مع ستة من الطلبة المشاركين. أشارت النتائج إلى أنّ الطلبة لديهم ضعفاً في فهم الحروف الجبرية والمهارات الجبرية الأساسية، إضافة إلى ارتكابهم أخطاء مفاهيمية تتعلق بالحس الرمزي.

وأجرى هندرسون وراسموسن وزاندية وواو ووسويني (Henderson, Rasmussen, Zandieh, Wawro & Sweeney, 2010) دراسة وصفية هدفت إلى تقصّي تفسير طلبة مساق الجبر الخطي للتعابير والمعادلات التي تعد أساسية، والكشف عن بنية الجبر الخطي غير الرسمية لدى الطلبة، بمعنى الطرق الجبرية الحدسية لتفسير المعادلات والتعابير الجبرية الأساسية اللازمة لتنمية الطرق الرسمية في إيجاد القيم الذاتية والمتجهات الذاتية في الجبر الخطي. وجمعت البيانات من خلال حل مسائل على أنظمة المعادلات الخطيّة، بالإضافة إلى إجراء مقابلات مع (13) طالبا وطالبة من طلبة المرحلة الجامعية. أشارت النتائج إلى وجود ثلاث فئات رئيسة للطلبة حسب تفكيرهم حول أنظمة المعادلات الخطيّة، الفئة الأولى: وهم الطلبة الذين يستخدمون طريقة الحذف الجبري السطحي لحل أنظمة المعادلات الخطيّة مع وجود أخطاء مفاهيمية، إذْ إنّ طلبة هذه المجموعة حصلوا على أدنى الدرجات في الاختبارات النهائية، ولديهم ميل نحو تعميم استخدام طريقة الحذف الجبري، ولم يكن لديهم حس للأدوار المختلفة للرموز في سياق الجبر الخطي، ولديهم أيضاً مشكلة في تفسير المعادلات مقارنة بالفئتين الثانية والثالثة؛ أما طلبة الفئة الثانية فهم الطلبة الذين يحلون أنظمة المعادلات الخطيّة بشكل صحيح؛ ولكن لا يتمكنون من تفسير النتائج، وطلبة الفئة الثالثة فقد حققوا تقدماً مماثلاً للفئة الثانية؛ ولكنهم قدموا تفسيرات صحيحة لنتائجهم بعد حل أنظمةِ المعادلات الخطيّة.

وفي سياق الدراسات التجريبية، هدفت دراسة بوكهوف ودريفيرز (Bokhove & 2012 Drijvers,) إلى الكشف عن الآثار المترتبة على إدخال برمجية الدجتل (digital) في تطوير الخبرة الجبرية (المهارات الإجرائية والحس الرمزي)، وتقييم تشكيل المفاهيم والحس الرمزي لدى (324) طالبا وطالبة من عمر (17–18) سنة في هولندا، وتم جمع البيانات من خلال أنشطة تتطلب الحس الرمزي. وأظهرت النتائج فاعلية إدخال برمجية الدجتل في تحسين الخبرة الجبرية والتي تتكون من مهارات أساسية وحس رمزي.

ومن خلال تطور الكفاءة الجبرية التي تعكس الحس الرمزي، أجرى ىستيفوت ودريفرز وقريفمير (Stiphout, Drijvers & Gravemeijer,2013) دراسة استطلاعية طولية– عرضية هدفت إلى تقصي تطور الكفاءة الجبرية لدى طلبة التعليم الثانوي في هولندا والكشف عن حس البنية للمسألة (structure sense) لدى الطلبة. تكونت عينة الدراسة من (1020) طالب وطالبة من طلبة الصفوف الثامن ولغاية الثاني عشر، تم جمع البيانات من خلال اختبار في الجبر، تكون من أربعة مجالات فرعية تقيس المهارات الجبرية الأساسية، والحس الرمزي وحس البنية، وتم تحليل نتائج الاختبارات كميا، بالإضافة لتحليل فقرات اختبار حس البنية بشكل نوعي. أشارت النتائج إلى أنّ الطلبة أحرزوا تقدمًا ضئيلًا بشكل رأسي وأفقي، وكشف التحليل النوعي عن نقص في حس البنية لدى الطلبة، وأنّ مُعظم الطلبة غير قادرين على التعامل بمرونة مع البنية الرياضية للتعابير والمعادلات الجبرية، كما تم الكشف عن صعوبات الطلبة من خلال تفسيراتهم، فمثلًا عدم القدرة على حل المعادلة $(x-5)(x-3)(x-2)=0$ يمكن أنّ يُفهم أو يُفسّر من خلال عدم قابلية إدراك البنية الرياضية $A.B.C=0$، والتي تدل على أنّ A=0 أو B=0 أو C=0 ، مما يدل على نقص أو ندرة في حس البنية للمسألة الرياضية.

وفي سياق ربط التكنولوجيا والقدرة على الحس الرمزي، أجرى كيني (Kenney, 2014) دراسة في جامعة ولاية نورث كارولينا هدفت إلى تقصّي الطرق التي يستخدمها الطلبة للاستفادة من الحاسبة الراسمة من أجل فهم الرموز الرياضية، كما تقصّت الكلمات والأفعال التي يستخدمونها في سياق حل المسألة لإعطاء مؤشرات حول التفكير الجبري. وأسفرت النتائج عن أنّ بعض الرموز والبنى الجبرية تؤثر بقوة على خيارات الطلبة واستراتيجياتهم عند حل المسألة، كما أنّ الصعوبات في الحس الرمزي تؤدي بالطلبة إلى التحول إلى استخدام الآلة الراسمة كوسيلة لحل المسائل، أو للتحقق من صحة الحل وتفسيره.

وفي مجال دراسات المقارنة على المستوى الدولي، أجرى الفيرز وقومز–جيكون ويورسيني (Álvarez, Gómez-Chacón, & Ursini, 2015) دراسة مقارنة استطلاعية بين طلبة المكسيك والطلبة الأسبان بهدف تقصي الصعوبات التي يواجهها الطلبة في التعلم، وفي فهم مفهوم المتغير الجبري، والكشف عن أوجه التشابه والاختلاف في مستويات أداء طلبة المكسيك والطلبة الأسبان، وطبيعة الصعوبات لديهم. تكونت عينة الدراسة من (184) من طلبة الصف التاسع، توزعت إلى (92) من طلبة إسبانيا، و(92) من طلبة المكسيك كما تكونت العينة من (167) من طلبة الصف الحادي عشر، (82) من طلبة المكسيك، و(85) من طلبة الأسبان، وجميعهم من ذوي الدخل المتوسط المسجلين في المدارس العامة. تم جمع البيانات من خلال اختبار يتكون من فقرات تقيس فهم المتغيرات الجبرية لدى الطلبة، وتم تطبيق الاختبار على طلبة البلدين، كما تم استخدام إطار 3UV لتحليل النتائج. أظهرت النتائج أوجه التشابه والاختلاف بين طلبة البلدين، وقدمت أدلة على نقاط القوة والضعف في نظام التعليم في كل بلد، ومن أبرز النتائج التي أظهرتها الدراسة، وجود فهم أولي لمعاني مفهوم المتغير المختلفة لدى طلبة الصف التاسع في

كلا البلدين، وتقدم طلبة الصف الحادي عشر على طلبة الصف التاسع في المجال نفسه، بالرغم من وجود أخطاء مفاهيمية مشتركة بينهما في فهم المتغير الجبري. فطلبة كلا البلدين أظهروا صعوبة في تفسير الاستخدامات المختلفة وتمييزها للمتغيرات ومعانيها في سياق حل المسألة الجبرية، وتكمن أهم الصعوبات لدى الطلبة في الترميز.

أما في سياق الضعف الذي يلمسه المدرسون والمحاضرون لدى الطلبة، فقد أجرى بيرس وبيج (Pierce& Begg,2017) دراسة هدفت التعرف على الصعوبات التي يواجهها طلبة السنة الجامعية الأولى في الرموز الرياضية، وذلك من وجهة نظر مدرسيهم، تكونت عينة الدراسة من (21) مدّرسا من أربع جامعات استرالية، وجمت البيانات من خلال المقابلة المقنّنة، بالإضافة إلى التسجيلات الصوتية للمقابلات. وتم تحليل البيانات نوعياً من خلال منهج التحليل الموضوعي (Themtic anlysis). وأظهرت النتائج تصنيفين رئيسين للصعوبات التي يواجهها الطلبة؛ إحداهما قائم على عدم فهم رموز العبارات الرمزية (مثل رمز الجذر التربيعي، واستخدام رموز بديله عما اعتاد عليه الطالب، وغيرها)، وبنية العبارة وتركيبها. إضافة إلى صعوبة استخدام الرموز للتواصل أثناء المقابلة. فقد أشار المدرسون بأن طلبتهم لا يحسنون استخدام الرموز، وإن استخدموها فهي لا تشكل معنى واضحاً ومفهوماً للقارئ أو المستمع.

ومن أجل التعرف على قدرة الطلبة في تمييز الحلول الذكية للمسائل الجبرية التي تعد جزءا من الحس الرمزي، أجرى مانزو وسامسون واوتمار (Manzo, Samson, ottmar, Marghetis & Landy, 2017) دراسة في غاليندو تناولت القدرة على تمييز الطلبة بين الحلول غير الصحيحة، والحلول الصحيحة ذات الإستراتيجيات غير الفعّالة، والحلول الصحيحة ذات

الجودة العالية، وذلك بعد تعرضهم لمسائل جبرية. أظهرت النتائج عن نمطين من الإجابات، تحدّد الأول بأنّ معظم الطلبة أعطوا تقديرات أعلى للإجابات الذكية، وأنهم يميزونها عن غيرها من الإستراتيجيات. أما الآخرون فلم يتمكنوا من التمييز بين الإستراتيجيات الثلاث وأعطوها تقديرات متقاربة آخذين بعين الاعتبار أنها تخلو من الأخطاء.

ومن أجل فهم الصعوبات التي تواجه طلبة المرحلة الثانوية العليا في تطبيق الرياضيات في مجال الفيزياء، تقصىّ تيرسوكو وسباندو ودي فرايز (Turşucu, Spandaw & De Vries, 2018) سلوكات الحس الرمزي لدى ستة من طلبة الصف العاشر في هولندا أثناء حل مسائل جبرية فيزيائية. وأكدت نتائج التحليلات النوعية بأن الطلبة يعانون من استخدام الجبر في الفيزياء لأنه ينقصهم الحس الرمزي ومؤشراته، إضافة إلى المهارات الجبرية. وتبين أنهم يستخدمون استراتيجيات غير دقيقة وغير مناسبة بدلاً من الاجراءات المنظّمة والصحيحة التي تنم عن البصيرة الجبرية، كما يتعاملون مع التعبيرات الجبرية ذات المتغيرات المحدودة ويخفقون أثناء التعامل مع تعبيرات جبرية ذات متغيرات متعددة، ويستخدمون التعويض بالأعداد للمعالجات الجبرية، كما تبين للباحثين عدم توفر الفهم الكافي للبنية الجبرية لدى الطلبة بسبب عدم التكاملية بين تدريس المهارات الجبرية ومؤشرات أو سلوكات الحس الرمزي.

وبهدف الكشف عن أنماط الأخطاء في فهم معنى الرموز والتعابير الرياضية في سياقات مختلفة، أجرى شن وبيرس (Chin & Pierce, 2019) دراسة مسحية على عينة من طلبة السنة الجامعية الأولى في جامعتين في استراليا. جمعت البيانات من خلال تحليل الملحوظات المدونة لدى الطلبة من المحاضرات المتعلقة بمساقات الرياضيات، وإجاباتهم على اختبار يتعلق بالتعرف على معاني الرموز الرياضية. وبعد رصد تصورات الطلبة المتعلقة بتعابير ورموز رياضية في

سياقات محدّدة، أسفر تحليل البيانات عن مجموعة أنماط الأخطاء في سياق معنى الرموز والتعابير الرمزية الرياضية؛ إذْ ارتبطت هذه الأخطاء بالصور الذهنية التي تشكلت لدى الطلبة عن تلك الرموز في سياقات رياضية سابقة، حيث تعمل تلك الصور الذهنية في سياق ولا تصلح في سياق آخر إلا بعد تعديلها، مثلا ما معنى (-1) في $f(x)^{-1}$ عندما $f(x)=3x+1$ أجاب بعض الطلبة تساوي المقلوب أي $f(x)^{-1}=\frac{1}{3x+1}$ ، علماً بأنهم تعلموا الفكرة عن سياق آخر وهو (x^{-1}).

في ضوء ما تقدم، يمكن تصنيف الدراسات إلى مجموعتين وهما: دراسات قامت بالربط بين الحس الرمزي ومتغيرات أخرى، كما جاء في (Keller, 1993)؛ إذ تقصت الحس الرمزي وأثر نظامي جبر الحاسوب في تنمية الحس الرمزي لدى طلبة حساب التفاضل والتكامل ودراسة (Bokhove & Drijvers,2012) التي تقصّت أثر برمجية الدجتل في تطوير الحس الرمزي لدى الطلبة، ودراسة (Sharma, 2001) التي كشفت عن مدى فهم الرموز بالاعتماد على مظاهر الحس الرمزي المختلفة، ودراسة (Henderson, Rasmussen, Zandieh, Wawro & Sweeney, 2010) التي تناولت الحس الرمزي لدى طلبة الجبر الخطي من خلال تفسيرهم للتعابير الجبرية والمعادلات، ودراسة (Stiphout, Drijvers & Gravemeijer, 2013)؛ إذْ تقصت تطوير الكفاءة الجبرية في التعلم الثانوي في هولندا والكشف عن حس البنية (structure sense) لدى طلبة المرحلة الثانوية ، ودراسة (Kenney, 2008) التي بحثت في كيفية تفسير الطلبة للبنية الرمزية أثناء حل المسائل الرياضية المختلفة، ودراسة تورسيكو وسباندوا وفريز (Turşucu, Spandaw & Vries, 2018) والتي هدفت الكشف عن سلوكات الحس الرمزي لدى طلبة الصف العاشر أثناء حل مسائل جبرية فيزيائية.

وأما المجموعة الثانية من الدراسات، فقد ركزت على تقصّي تفسير الطلبة للرموز الحرفية، إضافة إلى تقصّي الأخطاء المفاهيمية والصعوبات التي تواجة الطلبة في الرموز الرياضية، كما جاء في دراسة (Naidoo, 2009)، ودراسة (McIntyre, 2007) إذ هدفتا إلى تحليل الأخطاء المفاهيمية المتعلقة في تفسير استخدام المتغيرات الجبرية قبل وبعد دراسة مساقات رياضية مختلفة، وإضافة إلى ما جاء في دراسة (Álvarez, Gómez-Chacón, & Ursini, 2015) من مقارنة استطلاعية بين طلبة المكسيك والأسبان؛ إذ تقصّت صعوبات الطلبة في فهم مفهوم المتغير الجبري ومعانيه المختلفة، والكشف عن أوجه التشابه والاختلاف في مستويات انجازهم والصعوبات التي يواجهونها، ودراسة (Trigueros & Ursini, 2003) التي تقصّت صعوبات طلبة المرحلة الجامعية الأولى عند حل مسائل رياضية تتطلب استخدامات مختلفة للمتغير، كما بحث بيرس وبيج (Pierce & Begg ,2017) في صعوبات طلبة السنة الجامعية الأولى في الرموز الرياضية من وجهة نظر مدرّسي طلبة السنة الأولى في الرياضيات، وبحث شن وبيرس (Chin & Pierce, 2019) عن أنماط الأخطاء في فهم معنى الرموز والتعابير الرياضية في سياقات مختلفة لدى عينة من طلبة السنة الجامعية الأولى في جامعتين في استراليا.

وانطلاقا ممّا سبق، ونظرا لعدم وجود دراسات محلية أو عربية تناولت الحس الرمزي في حدود الإطلاع في قواعد البيانات المختلفة، وندرتها على المستوى العالمي، فقد جاءت الدراسة الحالية لتقصّي مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى، وبالذات تخصص الرياضيات، وذلك بهدف التعرف على واقع ما اكتسبه هؤلاء الطلبة من خلال تعرضهم لدراسة الرياضيات كامتداد لما اكتسبوه في المراحل ما قبل الجامعة، وهل أكسبتهم الخبرات المدرسية

والجامعية بعض مظاهر الحس الرمزي؟، كما وتبحث هذه الدراسة في اختلاف مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة باختلاف المستوى الدراسي، وفي كيفية تفسيرهم لاستخدامات المتغيرات الجبرية، بالإضافة لتقصيها الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى ضمن سياق الحس الرمزي.

الفصل الثالث

الطريقة والإجراءات

يتناول هذا الفصل وصفاً لمجتمع الدراسة وعينتها، وأدواتها، وطرق التحقق من صدقها وثباتها، وكذلك إجراءات الدراسة، ومنهجية الدراسة.

مجتمع الدراسة وعينتها:

تألف مجتمع الدراسة من (550) طالبا وطالبة من طلبة الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك التابعين لقسم الرياضيات في كلية العلوم، والمسجلين في مساقات برنامج الرياضيات في الفصل الأول للعام الدراسي (2018/2017)، وقد تم اختيار عينة متيسرة قوامها (110) طالبا وطالبة من الطلبة المسجلين في عدد من مساقات تخصص الرياضيات بناء على موافقة مدرس المساق، وقد روعي في اختيارهم التنوع في السنة الجامعية للطالب (أولى، ثانية، ثالثة، رابعة). وقد توزعت عينة الدراسة إلى فئة طلبة السنة الأولى والثانية، والبالغ عددهم (46) طالبا وطالبة، وفئة طلبة السنة الثالثة والرابعة والبالغ عددهم (64) طالبا وطالبة.

أدوات الدراسة:

تم جمع البيانات باستخدام الأدوات الآتية :-

أولاً: اختبار الحس الرمزي

تم مراجعة الأدب السابق النظري والبحثي فيما يتعلق بمفهوم الحس الرمزي وطبيعة مظاهره وكيفية قياسه (Kenney, 2008; Pierce, 2001; Stiphout,et al 2013; Arcavi,1994, 2005; Keller, 1993 Fey ,1990) وبهدف الكشف عن مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة عند حل مسائل رياضية جبرية في سياق الحس الرمزي، تم تصميم اختبار الحس الرمزي الذي يتضمن مهمات رياضية للحس الرمزي. وقد تم الاعتماد في بناء مهمات الاختبار بالإضافة إلى مجموعة الدراسات السابقة على الإطار المفاهيمي لمظاهر الحس الرمزي الذي طوره كيني (Kenney,2008) والموضح في الملحق(1). وتألف الاختبار من نوعين من الفقرات التي تقيس مظاهر الحس الرمزي، تضمن: النوع الأول فقرات تتطلب إجابة قصيرة وعددها (14) فقرة، والنوع الثاني فقرات تتطلب الاختيار من متعدد مع التبرير وعددها (4) فقرات. كما روعي التنويع في مسائل الاختبار بحيث يمكن رصد جميع مظاهر الحس الرمزي.

وقد تم عرض اختبار الحس الرمزي بصورته الأولية على مجموعة من المحكمين من ذوي الاختصاص في الرياضيات وتربويات الرياضيات، وطلب منهم التأكد من الدقة العلمية والصياغة اللغوية والرمزية للفقرات، ومدى ملاءمتها لقياس مظاهر الحس الرمزي بعد تعريفهم على تلك المظاهر، وتم الأخذ بمقترحاتهم وإجراء بعض التعديلات حول كيفية صياغة بعض مهمات الاختبار.

كما تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (17) طالباً وطالبة من طلبة الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك من خارج عينة الدراسة؛ وذلك من أجل التأكد من وضوح الأسئلة والزمن اللازم للاختبار، والتدرب على استخدام إطار التصحيح من خلال إجابات عدد من طلبة العينة الاستطلاعية. ومن خلال ملحوظات طلبة العينة الاستطلاعية واستفساراتهم أثناء إجابتهم على الاختبار تّم الأخذ بعين الاعتبار تلك الملحوظات في تعديل بعض الفقرات. وبذلك تكون الاختبار بصورته النهائية من (14) فقرة تتطلب الإجابة القصيرة مع التبرير، وفقرات تتطلب اختيار من متعدد مع التبرير وعددها (4) فقرات. ومن خلال الزمن الذي استغرقه جميع طلبة العينة الاستطلاعية، تم حساب الزمن اللازم للاختبار وذلك بإيجاد الوسط الحسابي للزمن الذي استغرقه طلبة العينة الاستطلاعية، وبلغ (50) دقيقة، ويبين الملحق(2) اختبار الحس الرمزي بصورته النهائية.

ونظرا لأنّ الاختبار ليس تحصيليا، والهدف منه ليس إعطاء علامة للطالب، فقد تمّ التأكد من ثبات التحليل لإجابات الطلبة من خلال تبني المنظور التأملي؛ إذ تمّ تحليل مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة في اختبار الحس الرمزي أكثر من مرة من قبل الباحثة، ضمن فترات زمنية متباعدة؛ وذلك لتحقيق درجة عالية من الموضوعية. كما تمّ التحقق من ثبات التحليل عبر الزمن (Intra- rater Reliability)، من خلال معادلة كوبر (Cooper, 1981)، وقد بلغت نسبة التوافق (0.88).

إطار تحليل مظاهر الحس الرمزي:

تم تبني الإطار المفاهيمي للحس الرمزي الذي طوّره كيني (Kenney, 2008) المذكور في الملحق (1)، وذلك من أجل تحليل إجابات الطلبة المكتوبة، وإجاباتهم من خلال المقابلات في اختبار الحس الرمزي.

ثانياً: اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية:

من أجل التعرف على كيفية تفسير الطلبة لاستخدامات المتغير الجبري، وكذلك الكشف عن الأخطاء المفاهيمية في هذا السياق، تم مراجعة الأدب السابق، وقد اعتمدت الباحثة على دراسات (Trigueros & Ursini, 2001;2003; Álvarez, Gómez-Chacón, & Ursini, 2015) في بناء مهمات الاختبار؛ والتعرف على الأخطاء المفاهيمية في سياق الحس الرمزي التي يرتكبها الطلبة عند حل المسائل الرياضية. وتكوّن الاختبار من فقرات تتطلب تفسير استخدام المتغيرات كمجاهيل محددة، وفقرات تتطلب تفسير استخدام المتغيرات كعدد مُعمّم، وفقرات تتطلب تفسير استخدام المتغيرات كعلاقات اقترانية، وجميع الفقرات تتطلب إجابة قصيرة وعددها (18) فقرة.

وتم عرض اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية بصورته الأولية على مجموعة من المحكمين من ذوي الاختصاص وذلك من أجل التأكد من سلامة بناء الفقرات من حيث صياغتها اللغوية والرمزية وطبيعة استخدام المتغير كمجهول محدّد، وعدد معمّم، وعلاقة اقترانية. وقد تم الأخذ بتوصيات المحكمين وإجراء التعديلات المناسبة.

وللتأكد من وضوح أسئلة الاختبار من قبل الطلبة والتأكد من ثبات الاختبار، طبّق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (17) طالبا وطالبة من طلبة تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك، وقد أعيد تطبيق الاختبار على نفس العينة بعد أسبوعين، فوجد أن معامل ارتباط بيرسون هو(0.80)، كما حسب معامل الثبات للاتساق الداخلي باستخدام معادلة كرونباخ الفا وبلغ (0.77)، وتعد قيم معاملات الثبات مقبولة لأغراض الدراسة الحالية. ومن خلال ملحوظات طلبة العينة الاستطلاعية واستفساراتهم أثناء إجابتهم على الاختبار، تّم الأخذ بعين الاعتبار تلك الملحوظات في تعديل بعض الفقرات. وبذلك يتكون الاختبار بصورته النهائية من (18) فقرة تتطلب الإجابة القصيرة مع التبرير تفرعت عن بعض الفقرات مجموعة من المهمات، وقد بلغ عدد الفقرات لتصنيف المتغير كمجهول محدد (3)، بينما عدد الفقرات للمتغير كعدد مُعمّم (3)، وعددها لتصنيف المتغير كعلاقة اقترانية (12)، ويوضح الملحق(3) الاختبار بصورته النهائية. ومن خلال الزمن الذي استغرقه جميع طلبة العينة الاستطلاعية، تم حساب الزمن اللازم للاختبار وذلك بإيجاد الوسط الحسابي للزمن الذي استغرقه طلبة العينة الاستطلاعية بحدود (45) دقيقة.

وتجدر الإشارة إلى أنه من أجل إيجاد ثبات اختبار تفسير المتغيرات، تم تصحيحه وفق تدريج ثلاثي: إجابة صحيحة مع تبرير صحيح تأخذ العلامة (2)، وإجابة صحيحة بدون تبرير أو تبرير خطأ تأخذ العلامة (1)، وإجابة غير صحيحة أو بدون إجابة تأخذ العلامة (صفر).

إطار تحليل تفسير استخدام المتغيرات الجبرية:

تم تبني الإطار المفاهيمي لتفسير استخدام المتغيرات كمجهول محدّد، وكعدد مُعمّم، وكعلاقة اقترانية، 3UV model (Three Uses of Variables)، وهو عبارة عن نموذج طوره كل من تريقورز ويورسين (Trigueros & Ursini, 2001) بناء على عمل كوشمان (Kuchemann) عام 1980 حيث تشبه التصنيفات الثلاثة المتقدمة لكوشمان. والذي تم من خلاله تحليل فقرات تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، وقد تم التأكد من ثبات تحليل الاختبار من خلال تبني الباحثة المنظور التأملي، حيث تم مراجعة التحليل لدى جميع الطلبة.

ثالثاً: المقابلات التأملية والتسجيلات الصوتية:

فبعد رصد إجابات الطلبة المكتوبة على اختبار الحس الرمزي واختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، تمّ إجراء مقابلات فردية مع (20) طالباً وطالبة من خلال مجموعة من الأسئلة المعدة مسبقا، بالإضافة إلى أسئلة طرحت خلال المقابلة بحسب الإجابة المكتوبة لكل طالب، وقد كانت هذه المقابلات غير محدّدة بفترة زمنية، وبلغت بالمعدل (50) دقيقة للطالب الواحد في اختبار الحس الرمزي و(30) دقيقة في اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية. كما تم تسجيل المقابلات صوتياً. وبالنسبة للحس الرمزي فقد تم تحليل إجابات (20) طالباً وطالبة بالاعتماد على أوراق اختبار الحس الرمزي والمقابلة المسجلة، بينما تم تحليل إجابات (110) طالبا وطالبة في اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية. ومن اسئلة المقابلة المعدة مسبقًا: ما الأفكار الأولية الخاصة بك حول هذه المسألة؟، هل يمكنك شرح طريقة تفكيرك؟، هل هذه إجابتك النهائية؟. كما تمّ التحقق من ثبات المقابلة من خلال إجراءات البحث النوعي (Burton, 2000)؛ إذ تمّ إجراء مقابلات مع ثلاثة من طلبة العينة الاستطلاعية.

إجراءات الدراسة:

1 – الاطلاع على الأدب السابق المتعلق بموضوع الحس الرمزي، وتفسير استخدام المتغيرات الجبرية.

2 – إعداد أدوات الدراسة والمتمثلة باختبار الحس الرمزي، وإطار مفاهيمي لتحليل بيانات اختبار الحس الرمزي، وكذلك اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، وإطار مفاهيمي **(3UV)** لتحليل تفسير المتغيرات لإجابات الطلبة على اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، إضافة إلى أسئلة المقابلة.

3– التأكد من صدق المحتوى لاختباري الحس الرمزي، وتفسير المتغيرات الجبرية بعرضهما على مجموعة محكمين من ذوي الاختصاص.

4 – الحصول على كتاب تسهيل مهمة من أجل تطبيق أدوات الدراسة على عينة من طلبة الرياضيات في كلية العلوم في جامعة اليرموك، ملحق (4).

5– تقديم اختباري الدراسة لعينة استطلاعية من طلبة المرحلة الجامعية الأولى المسجلين في مساقات الرياضيات الجامعية، من أجل التحقق من ثبات الاختبارين وتحديد الزمن اللازم لهما.

6– اختيار عينة الدراسة وعددها (110) طالب وطالبة من طلبة الرياضيات للمرحلة الجامعية الاولى في جامعة اليرموك المسجلين في مساقات قسم الرياضيات.

7– تقديم اختباري الدراسة للعينة في بداية الفصل الأول من العام الدراسي (2018/2017).

8– رصد إجابات الطلبة المكتوبة على الاختبارين، وإعداد أسئلة لإجراء مقابلات فرديّة، ثمّ إجراء المقابلات الفردية مقرونة بالتسجيل الصوتي لتلك المقابلات على (20) طالب وطالبة

من طلبة العينة الذين تعرضوا لاختباري الحس الرمزي وتفسير المتغيرات الجبرية، وهم طلبة تطوعوا لعمل هذه المقابلات من عينة الدراسة بهدف تحليل إجابات الطلبة، وقد رافق المقابلات التأملية تقديم أوراق فارغة للطلبة الذين تم مقابلتهم لكتابة بعض الملحوظات دون التدخل في ردودهم أو طريقة تفكيرهم.

9- ترميز الطلبة العشرين حسب المستوى الدراسي، حيث تم ترميز طلبة السنة الأولى من (a1) إلى (a5)، وطلبة السنة الثانية من (b1) إلى (b5)، وطلبة السنة الثالثة من (c1) إلى (c5)، وطلبة السنة الرابعة من (d1) إلى (d5).

10- وللإجابة على السؤال البحثي الأول تم تحليل واستقراء مظاهر الحس الرمزي لدى (20) طالب وطالبة، وهم الذين تم إجراء مقابلات معهم (أنظر الملاحق (7)، و(8)، و(9)، و(11)، وتحديد نسب الطلبة حسب المظاهر الموجودة وغير الموجودة لدى الطلبة في جميع مسائل الحس الرمزي، وذلك بالاعتماد على الإطار المفاهيمي للحس الرمزي المذكور في الجدول(2) والملحق (5).

11- وللإجابة على السؤال البحثي الثاني تمّ إيجاد نسب الطلبة الموجود لديهم عناصر مظاهر الحس الرمزي بحسب المستوى الدراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي، والجدول (21) يوضح ذلك.

12- وللإجابة على السؤال البحثي الثالث تم تحليل واستقراء إجابات (110) من طلبة المرحلة الجامعية الأولى على اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية من خلال الإطار المفاهيمي (**3UV**) لتحليل تفسير استخدام المتغيرات الجبرية المذكور في الملحق (5)، فكل مهمة تقيس

مظهرا معينا، أو مظهرين، أو ثلاثة مظاهر من مظاهر التصنيفات الثلاث لتفسير استخدام المتغيرات، كما تم توضيح كيفية تحليل كل فقرة في الملحق (6).

13 – استخلاص ومناقشة النتائج والخروج ببعض التوصيات في ضوء نتائج الدراسة.

منهجية الدراسة وتحليل البيانات

اعتمدت هذه الدراسة المنهج الوصفي النوعي وذلك من خلال تحليل إجابات الطلبة حسب أداتي تحليل، إحداهما للحس الرمزي والأخرى لتفسير المتغيرات، ومن ثمّ استقراء إجابات الطلبة والوصول إلى استنتاجات حول مظاهر الحس الرمزي التي يظهرها الطلبة من خلال حلهم لمجموعة من المسائل الرياضية الجبرية، حيث تمّ تحليل إجابات (20) طالبا وطالبة في اختبار الحس الرمزي بعد إجراء المقابلات الفردية معهم؛ بهدف تقصي مظاهر الحس الرمزي لديهم، كما تمّ تحليل إجابات (110) طالب وطالبة في اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية؛ بهدف تصنيف إجابات الطلبة في كل من التصنيفات الثلاثة لتفسير استخدام المتغيرات الجبرية (متغير كمجهول محدد، ومتغير كعدد عام، ومتغير في علاقة اقترانية)، وتمّ كذلك إجراء مقابلات فردية مع نفس الطلبة العشرين حول كيفية تفسير استخدام المتغيرات الجبرية، وقد تم احتساب النسب المئوية للإجابات الصحيحة، والإجابات الخاطئة لدى الطلبة في كل تصنيف من التصنيفات الثلاثة لتفسير استخدام المتغيرات الجبرية، كما تم تقصّي ومعرفة بعض الأخطاء المفاهيمية التي ظهرت في إجابات طلبة المرحلة الجامعية الأولى في اختباري الحس الرمزي وتفسير استخدام المتغيرات الجبرية.

الفصل الرابع
نتائج الدراسة

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول: ما مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى؟

للكشف عن مظاهر الحس الرمزي الموجودة والمفقودة لدى الطلبة، تم تحليل إجاباتهم من خلال إطار الحس الرمزي الذي طوره كيني (Kenney,2008) في كلٍ من اختبار الحس الرمزي والمقابلة التي أجريت معهم، إذ تمّ استقراء ورصد سلوكات الحس الرمزي (الحالات الشائعة لعناصر الحس الرمزي) لكل طالب على حده وعلى مستوى كل فقرة من فقرات الاختبار حتى لو كان الذي قاموا به غير منتج أو غير صحيح، وقد تم رصد سلوكات الحس الرمزي غير الموجودة لديهم عندما يكون من المفيد أن تظهر في مهمة ما من مهمات الاختبار، ولكن لم تظهر من قِبل الطالب (أنظر الملحق (7) والملحق (8)). ويمكن أن يُظهر الطالب سلوكا للحس الرمزي في جزء من المسألة ويفتقر للسلوك نفسه في نقطة أخرى من المسألة نفسها، وقد تم حساب النسب المئوية للطلبة الذين أظهروا تلك السلوكات، وبالمقابل النسب المئوية لمن لم تظهر لديهم، وقد تم ذلك من خلال تحديد احتمالية ظهور كل سلوك للحس الرمزي في كل مسألة، ثم تحديد احتمالية تكرار كل سلوك في جميع مسائل الاختبار أنظر الملحق (10)، وقد تم النظر في وجود أو عدم وجود السلوك لدى الطالب من خلال تحقيقه (50%) فما فوق من احتمالية ظهور سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار، وأنّ يكون تكرار وجوده أعلى من تكرار عدم وجوده لدى الطالب. ويعتبر السلوك غير موجود إذا كان تكرار عدم وجوده لدى الطالب أعلى من وجوده؛ لذلك وجد أنّ عددا من الطلبة لم يكن لديهم سلوك الحس الرمزي سواء الموجود أو غير الموجود، ويرجع ذلك إلى

طبيعة بعض سلوكات الحس الرمزي التي ليس بالضرورة ظهورها لدى جميع الطلبة في بعض المسائل، فقد ينهج الطالب نهجا آخر لحل المسألة؛ لذلك كان مجموع بعض النسب لسلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطلبة لا يساوي (100%). ويوضح الملحق (9) مُلخصا لسلوكات الحس الرمزي لدى كل طالب. كما يوضح الجدول (4) نسب طلبة المرحلة الجامعية الأولى في كل من الحالات الشائعة لمظاهر الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة.

جدول (4) نسب الطلبة حسب سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لديهم في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة (سلوكات الحس الرمزي)	نسبة م*	نسبة غ**
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	80%	15%
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	40%	10%
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	80%	15%
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	10%	60%
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	95%	_
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	100%	_
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	90%	10%
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	75%	25%
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	60%	40%
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	85%	15%
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	75%	15%
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	85%	15%
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني.	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	65%	35%
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	80%	20%
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	70%	5%
	3.2 يربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي.	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية، السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	85%	10%
تفسير وتحقق	4.1 يدرك معنى المسألة	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	20%	80%
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	30%	70%

*م(سلوك حس رمزي موجود): نسبة الطلبة الذين ظهر لديهم سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار.

** غ(سلوك حس رمزي غير موجود): نسبة الطلبة الذين لم يظهر لديهم سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار.

يلحظ من الجدول(4) في مرحلة **الصياغة** أن معظم الطلبة لديهم قدرة على معرفة متى تُستخدم الرموز (1.1.1) والقدرة على اختيار تمثيلات رمزية مناسبة (1.1.3)، وقليل من الطلبة الذين تخلوا عن الرموز(1.1.2) واستخدموا خط الأعداد أو رسم بياني أو خمّنوا مجموعة من الأعداد لتحديد حل المسألة المعطاة، وبلغت نسبتهم (40%). كما يتبين أنّ نسبة قليلة من الطلبة تخلت عن استخدام تمثيلات غير مناسبة (1.1.4)، وبلغت نسبتهم (10%)، بينما بلغت نسبة الطلبة الذين ليس لديهم هذه القدرة (60%).

أمّا بالنسبة لمرحلة الحل (**التوقع الجبري**)، يلحظ من الجدول (4) أن معظم الطلبة في جميع المسائل أظهروا قدرة على إدراك القواعد والخصائص الأساسية والذي يندرج تحته معرفة معنى الرموز(2.1.1)، ومعرفة ترتيب العمليات (2.1.2)، ومعرفة خصائص العمليات الأساسية (2.1.3). كما يوضح الجدول نفسه أن (75%) من الطلبة لديهم قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال تحديد عناصر التعبير الجبري أو جزء من التعبير كوحدة واحدة (2.2.1)، بينما أظهر (60%) من الطلبة قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال عمل مجموعة من الاستراتيجيات ببراعة (2.2.2).

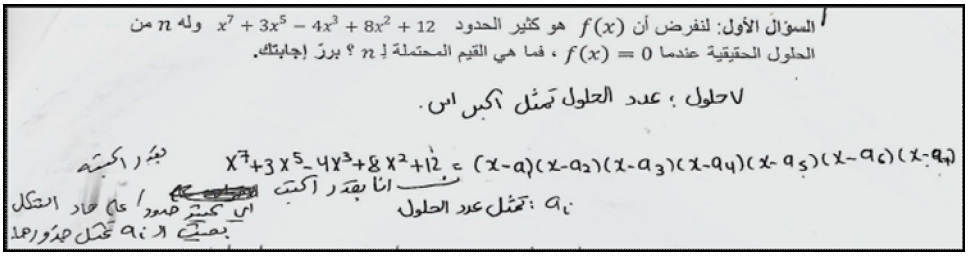
وفي مجال تحديد السمات الرئيسية للتعبير الجبري، يبين الجدول(4) أن معظم الطلبة لديهم قدرة على تحديد تلك السمات من خلال تحديد نوع الصيغة الجبرية (3.2.1)، ومن خلال قدرتهم على تحديد الحد السائد للتعبير الجبري لمعرفة عدد الحلول أو الجذور، أو تحديد درجة كثير الحدود (2.3.2)، وكذلك قدرتهم على ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل سواء كان حقيقيا أم مركبا أم اعدادا سالبة أم اعدادا صحيحة، أو أنّ الحل يقع ضمن فترة معينة (2.3.3).

أمّا في مرحلة الحل (**القدرة على ربط التمثيلات**)، فقد تبيّن أن مظاهر الحس الرمزي التي تدل على عنصر ربط التمثيل الرمزي بتمثيل بياني ظهرت لدى (65%)، ولم تكن موجودة لدى (35%) منهم، كما ظهر لدى (80%) القدرة على ربط السمات الرئيسية للتعبير الجبري لتحديد عدد التقاطعات مع محور السينات أو أي موقع محتمل على الرسم البياني، ولم يظهر لدى (20%)، بينما(70%) من الطلبة كان لديهم قدرة على ربط سمات التعبير الجبري لتحديد التقاطعات مع محور السينات على أنها أصفار الاقتران. أما قدرة الطلبة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي لكتابة صيغة جبرية عامة، أو معرفة نوع الاقتران الذي يمثل جدولا، أو إضافة قيم من الأعداد فقد ظهرت لدى (85%) من الطلبة، ولم تظهر لدى (10%).

وبالنسبة لعنصر إدراك معنى رموز المسألة(4.1) والذي يأتي في مرحلة **التفسير والتحقق**، فقد لوحظ ظهوره لدى عدد قليل من الطلبة في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي، إذ ظهر لدى (20%) من الطلبة قدرة على ربط معنى رموز المسألة بالمسألة الأصلية من خلال العودة للمسألة الأصلية سواء من أجل التحقق من الحل أو من أجل التحقق من المسألة لتعديل الحل مرة أخرى. أما بالنسبة لقدرتهم على ربط معنى رموز المسألة بخبراتهم السابقة أو توقعاتهم الخاصة، فقد ظهرت لدى (30%) من الطلبة فقط، مما يدل على وجود ضعف في سلوكات الحس الرمزي ضمن هذه المرحلة.

وخلاصة القول، يمكن الاستنتاج بأن الطلبة يمارسون عددا من سلوكات الحس الرمزي، ولكن بعض هذه السلوكات كانت غير منتجة أو غير صحيحة في موقف ما، ممّا يشير إلى وجود ضعف في الحس الرمزي لدى الطلبة في العديد من المواقف وبخاصة في مرحلة التفسير والتحقق من حل المسألة.

وفيما يلي عرض حالات من التحليل لإجابات الطلبة على عدد من المهمات الواردة في الأسئلة: (1,2,3,4,5,6,9,11c,12,16)، فمثلاً أجابت الطالبة (d1) وهي من طلبة السنة الرابعة على المسألة الأولى كما في الشكل (4):



الشكل (4) إجابة الطالبة (d1) على المهمة الأولى

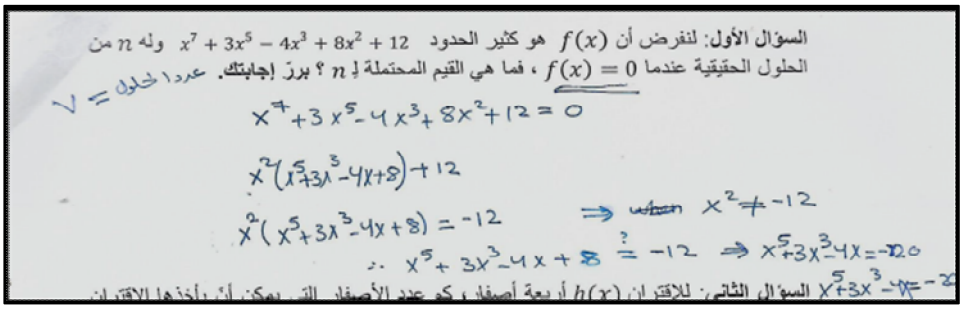
وأثناء المقابلة كان رد فعلها على المسألة هو تحديد درجة الاقتران من أجل تحديد عدد الحلول، وقد حددت في المقابلة أن عددها (7) أو أقل ولكنها لم تتمكن من تحديد أقل عدد من الحلول الحقيقية للإقتران، حيث قالت "*ممكن أفترض أنه ليس دائماً يحلل فيمكن أن يكون عدد الحلول أقل أو يساوي سبعة، ولكن أقل بكم؟ صفر أو واحد*"، كما حاولت في المقابلة تجريب عوامل الحد الثابت (12) لتحدد أقل عدد للحلول واحد أم صفر، ولكنها قالت "*ليس بالضرورة أن يكون أحد الحلول من عوامل الحد الثابت (12)* "، وعندما طلب منها تحديد احتمالات الحل من خلال شكل الاقتران أجابت:" *لا يوجد لديّ فكرة كم أقل عدد من الحلول فمثلاً* (x^2+1) *أقل شيء له صفر من الحلول، فممكن يوجد حل أو ولا حل، ولا أستطيع أن أعرف عدد الحلول بدون أن أحل هذا الاقتران*". ويبين الجدول (5) تحليلا لعمل الطالبة (d1) في الاختبار والمقابلة.

جدول (5) تحليل عمل الطالبة (d1) على المهمة الأولى

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.3.2) حددت **السمات الرئيسية** عندما حددت أن أعلى درجة للاقتران هي الدرجة السابعة. **(2.3.1)** حددت أن الاقتران كثير حدود من الدرجة السابعة. **(1.1.3)** كتبت الصيغة العامة لعوامل كثير حدود من الدرجة السابعة. **(4.1.2)** استخدمت صيغة عامة لعوامل كثير الحدود لتوضح عدد الجذور. **(2.2.2)** حددت عوامل الحد المطلق من أجل تحليل الاقتران $f(x)$ لعوامله الأولية.	**(2.3.2)** لم تحدد أن عدد الجذور الحقيقية للاقتران عدد فردي{7,5.3,1} لأن كثير الحدود من الدرجة السابعة وهي درجة فردية. **(2.3.3)** لم تحدد أن الجذور يمكن أن تكون جذورا حقيقية وجذورا مركبة. **(4.1.2)** لم تحدد أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي، أي أن عددها في هذا الاقتران يمكن أن يكون {0,2,4,6}.

يلحظ من خلال الحل المكتوب والجدول (5) بأن الطالبة (d1) قامت بوضع الصيغة العامة للعوامل الأولية في كثير الحدود من الدرجة السابعة، وقد حاولت أن تستفيد من تجاربها السابقة عندما وضعت الصيغة العامة للعوامل؛ لتوضح أن أكثر عدد للحلول الحقيقية هو سبعة، كما أنها استخدمت رموزاً مناسبة لكتابة الصيغة العامة، وقد حددت أن للاقتران سبعة حلول حقيقية من خلال درجة الاقتران، ولكنها أشارت في المقابلة بأن للاقتران سبعة حلول أو أقل، ولم تحدّد أقل عدد من الحلول للاقتران، ولم تحدد عدد الحلول الممكنه.

أما بالنسبة لعمل الطالبة (c1) على المسألة الأولى وهي من طلبة السنة الثالثة فهو موضح في الشكل (5):



الشكل (5) إجابة الطالبة (c1) على المهمة الأولى

أمّا أثناء المقابلة، فقد أجابت أنها أول ما نظرت للمسألة فكرت بدرجة الاقتران وقالت أن له سبعة من الحلول، وعندما طلب منها توضيح تفكيرها قالت "*هو من الدرجة السابعة بالتالي له سبعة من الحلول لأنني قست ذلك على الاقتران التربيعي حيث يمكن أن يكون له حل أو حلين* "، يتضح من ذلك أنها حاولت الاستفادة من خبراتها السابقة. ويوضح الجدول (6) تحليلاً لعمل الطالبة (c1).

جدول (6) تحليل عمل الطالبة (c1) على المهمة الأولى

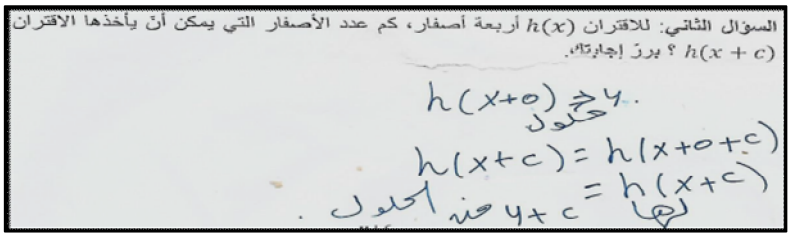
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.3.2) حددت أعلى درجة للاقتران (7) لتحدد عدد الحلول. **(2.1.3)** حددت أنه لا يجوز أن يساوي الاقتران التربيعي سالب ($x^2 \neq -12$). **(2.3.1)** حددت أنه كثير حدود درجته (7). **(4.1.2)** قدمت مثالاً على كثير حدود تربيعي وحددت أن له حلا أو حلين لتفسر المسألة .	**(2.3.2)** حاولت تحليل كثير الحدود لتجد عدد الأصفار، ولم تحدد عددها من خلال الدرجة. **(2.1.1)**، **(2.2.2)** لا تعرف معنى الرموز عندما حددت أن $x^5 + 3x^3 - 4x + 8 = -12$ في المعادلة $x^2(x^5 + 3x^3 - 4x + 8) = -12$ ، ولا تعرف البنية الجبرية بهذا التحليل. **(2.3.3)** لم تحدد أنه يمكن أن يكون للاقتران جذور حقيقية وجذور مركبة. **(2.3.2)** حددت أن عدد الحلول (7) ولم تحدد أن عدد الجذور الحقيقية فردي لأن درجته فرديه. **(4.1.2)** لم تحدد أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي. **(4.1.2)** توقعت أن عدد الجذور 4 بعدد الحدود التي تحتوي المتغير x في الاقتران.

يتضح من الجدول (6)، ومن خلال مقابلة الطالبة، أنها قد حاولت تحليل كثير الحدود $f(x)$ لتجد الأصفار، ولكنها اخطأت في تحليل الاقتران حيث وضعت كل عامل يساوي (12−)، مما يدل على وجود نقص في معرفة معنى الرموز(2.1.1)، والذي يشير إلى نقص في أدراك القواعد وخصائص العمليات الأساسية التي تندرج تحت مظهر التوقع الجبري، كما أنها استعانت بالاقتران التربيعي بأن حلا له أو حلين وعممت على ذلك بالرغم من اختلاف الاقترانين بالدرجة، علماً بأن كثير الحدود من الدرجة الثانية إما أن يكون له جذران حقيقيان أو بدون جذور حقيقية، ولا يجوز أن يكون له جذر حقيقي وجذر مركب لأن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي.

إنّ مفتاح حل هذه المسألة (السؤال الأول) أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي، وبما أن الاقتران من الدرجة السابعة وهي درجة فردية؛ فإن احتمالات عدد الجذور المركبة يقع ضمن المجموعة {6, 4, 2, 0 } ، أما عدد الجذور الحقيقية المحتملة فيقع ضمن المجموعة { 7, 5, 3, 1 } ، وفي هذه المسألة لم يستطيع أي طالب تحديد عدد الحلول الحقيقية المحتملة للاقتران بشكل صحيح حيث كانت نسبة الطلبة الذين أجابوا (7) حلول أو أقل (10%)، ونسبة الذين أجابوا (7) حلول (50%)، بينما بلغت نسبة الإجابات الأخرى (25%)، مثل: (3) حلول، (4) حلول، وما لا نهاية

من الحلول. وبلغت نسبة الذين لا يوجد لديهم إجابة (15%). كما أن بعض الطلبة حاولوا تحليل كثير الحدود لعوامل الأولية لمعرفة عدد أصفاره (حلوله)، وهذا يدل على نقص في تحديد السمات الرئيسية للتعبير الجبري التي تدل على عدد الحلول لكثير حدود من الدرجة السابعة.

وبالنسبة للمسألة الثانية فقد أجابت الطالبة (c5) وهي من طلبة السنة الثالثة على المسألة في ورقة الاختبار كما هو موضح في الشكل (6).



الشكل (6) إجابة الطالبة (c5) على المهمة الثانية

وأثناء المقابلة، أجابت الطالبة (c5) أن "الاقتران $h(x)$ له أربعة اصفار، وعندما نضيف أي عدد سيكون له العدد نفسه زائد الثابت (c)، وإذا كان الثابت (c) يساوي صفرا سيكون له أربعة اصفار، وإذا كان يساوي واحد سيكون له (5) اصفار وبالتالي سيكون عدد الأصفار (4+c)". ويوضح الجدول (7) تحليلاً لإجابة الطالبة (c5).

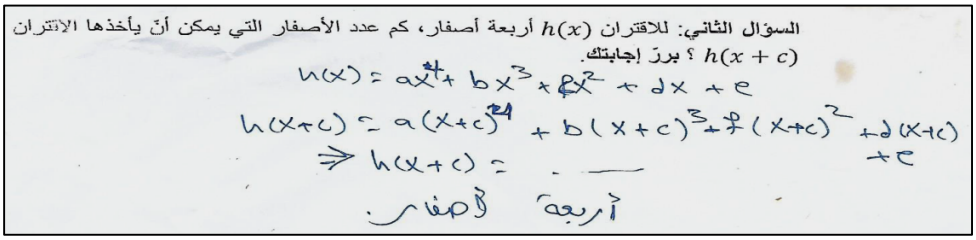
جدول(7) تحليل عمل الطالبة (c5) على المهمة الثانية

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
	(2.2.1) لم تتعامل مع $(x+c)$ كوحدة واحدة تحل محلx في الاقتران $h(x)$.
	(2.1.1) لديها نقص في معرفة معنى الرموز الجبرية للعلاقة الاقترانية $h(x+c)$ و $h(x)$.
	(4.1.2) لديها نقص في الخبرات السابقة عندما توقعت أنّ عدد الحلول يساوي ($x+c$).
	(2.3.3) لم تحدد أن التغير فقط في القيمة العددية للاصفار وليس عددها.
	(2.3.1) لم تدرك أن الاقتران سيبقى من النوع نفسه.
	(2.3.2) لم تحدد أن عدد الحلول لن يتغير لأنّ الاقتران سيبقى بنفس الدرجة.

يظهر من خلال إجابة الطالبة (c5) والجدول (7)، أن الطالبة لم تدرك أن بنية الاقتران $h(x+c)$ لن تتغير عن بنية الاقتران $h(x)$ وسيبقى بنفس الدرجة، وبالتالي فإنّ عدد الأصفار

سيبقى نفسه والذي سيتغير هو فقط القيمة العددية للأصفار، كما أنها لم توظّف خبراتها السابقة في معرفة معنى أن تحل الوحدة ($(x+c)$) محل الوحدة (x) في الاقتران $h(x)$.

وفيما يلي عرض لإجابة الطالب (c3) وهو من طلبة السنة الثالثة على المسألة الثانية كما هو موضح في الشكل(7) :



الشكل (7) إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية

أمّا أثناء المقابلة، فقد عبّر الطالب (c3) عن أفكاره الأولية في هذه المسألة حيث قال " *بما أن الاقتران* $h(x)$ *له أربعة اصفار فهو من الدرجة الرابعة، وكذلك الاقتران* $h(x+c)$ *نفس الدرجة وبالتالي له أربعة اصفار*". وفيما يلي تحليل لإجابة الطالب (c3) في الجدول(8).

جدول (8) تحليل إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية

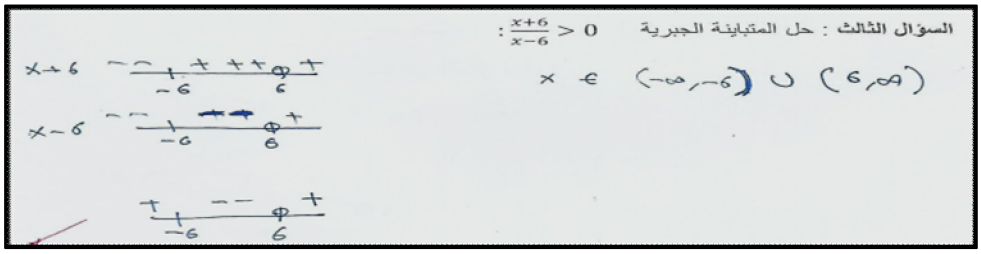
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(4.1.2) استخدم مثالاً ليفسر معنى المسألة وتوقع أن الاقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة.	
(2.3.2) حدد أن الاقتران $h(x+c)$ سيظل نفس درجة الاقتران $h(x)$.	
(2.3.2) حدد عدد الأصفار للاقتران $h(x+c)$ أربعة اصفار.	
(2.2.1) تعامل مع $(x+c)$ كوحدة واحدة تحل محل x في الاقتران $h(x+c)$.	
(1.1.3) استخدم رموزاً تمثل اقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة.	
(2.1.1) يعرف معنى الرموز عندما حدد الصيغة العامة لاقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة(علاقة اقترانية).	

يلحظ من خلال تحليل إجابة الطالب (c3) كما في الجدول (8) على المهمة الثانية أنه في هذه المسألة توقع أن الاقتران $h(x)$ من الدرجة الرابعة، وهنا توقع حالة خاصة واستفاد من تجاربه السابقة، وكتب الصيغة العامة لكثير حدود من الدرجة الرابعة (4.1.2)، وأستنتج من خلال

هذا المثال الصيغة العامة للاقتران $h(x+c)$ (1.1.3) و(2.1.1)، وحدد أن هذا الاقتران سيظل نفس درجة الاقتران $h(x)$، وهنا حدّد سمة رئيسة للاقتران $h(x)$ والاقتران $h(x+c)$ (2.3.2)، كما حدد أن بنية الاقتران $h(x+c)$ لن تتغير عن بنية الاقتران $h(x)$ عندما عوض الوحدة $(x+c)$ محل الوحدة (x) في الاقتران $h(x)$ (2.2.1)، ومنها حدد أنّ عدد أصفار الاقتران $h(x+c)$ تساوي أربعة (2.3.2).

وقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة في المهمة الثانية (75%)، ومن الإجابات غير المنطقية هو أن العدد صفر هو أحد أصفار الاقتران بسبب الثابت (c)، وعدد الأصفار يساوي قيمة (c)، وعدد الأصفار (5)، والصفر الخامس هو (−c) لأنه يجعل قيمة الاقتران صفراً؛ مما يدل على نقص في تحديد البنية الجبرية للاقتران (2.2.1).

أما بالنسبة للمهمة الواردة في السؤال الثالث، فقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة (10%) وهي نسبة متدنية، وفيما يلي عرض لإجابة الطالبة (a2) وهي إحدى طالبات السنة الأولى كما في الشكل (8):



الشكل (8) إجابة الطالبة (a2) على المهمة الثالثة

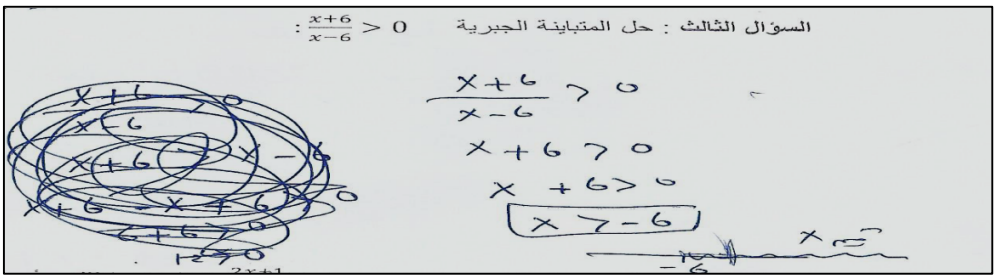
عندما تمّ سؤال الطالبة (a2) كيف فكرتي في المسألة قالت " *بحثت في إشارة الكسر، حيث بحثت في إشارة البسط، وإشارة المقام، ومن ثم إشارة قسمة البسط على المقام واخترت الفئات التي كانت موجبة*". ويوضح الجدول(9) تحليلاً لإجابتها.

جدول (9) تحليل إجابة الطالبة (a2) على المهمة الثالثة

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(1.1.2) استخدمت خط الأعداد لتحدد إشارة كل من البسط وإشارة المقام ومن ثم إشارة التعبير الجبري على مجاله. **(1.1.3)** استخدمت رموز مناسبة للفترات المفتوحة ورمز الاتحاد بين فترتي المتباينة. **(2.2.2)** حددت صفر البسط وصفر المقام للاقتران الكسري. **(2.2.2)** استثنت صفر المقام من المجال. **(2.2.1)** تعاملت مع البسط كوحدة واحدة وحددت إشارة البسط وكذلك مع المقام ومن ثم تعاملت مع التعبير الجبري كوحدة واحدة وحددت إشارته. **(2.1.3)** حددت أنه لا يجوز القسمة على صفر. **(2.1.1)** حددت المتغير كعدد مُعمّم عندما حددت فترات الحل. **(2.1.3)،(2.3.3)،(4.1.2)** حددت أن التعبير الجبري يكون موجباً عندما حاصل قسمة موجب على موجب أو حاصل قسمة سالب على سالب. **(2.3.3)** حددت نوع الحل عندما حددت فترات حل المتباينة.	

يتضح في هذه المسألة أن الطالبة (a2) قد تخلت عن الرموز الجبرية واستخدمت خط الأعداد (1.1.2) لتحديد إشارة كل من البسط والمقام، ومن ثم تعاملت مع إشارة التعبير الجبري الكسري كوحدة واحدة (2.2.1)، ومن خلال خط الأعداد حدّدت فترات الحل التي تحقق المتباينة الكسرية (2.3.3)، وفي تحديدها لفترات الحل فهي تعرف معنى الرموز (2.1.1)، وقد استخدمت في هذه المهمة خبراتها السابقة في تحديد إشارة المقدار الجبري الكسري(4.1.2) كما أنها استطاعت أن تستخدم رموزاً مناسبة للتعبير عن فترات الحل.

وفيما يلي عرض لإجابة الطالبة (d5) وهي من طلبة السنة الرابعة على المسألة الثالثة كما هو موضح في الشكل (9) :



الشكل (9) إجابة الطالبة (d5)على المهمة الثالثة

أما أثناء المقابلة، فقد أجابت الطالبة (d5) "*لقد ضربت ضرب تبادلي ومن*$(x+6>0)$ *فإن* $(x>-6)$ *وبما أنه لا توجد مساواة فإن فترة الحل* $(-6 , \infty)$ *إلا إذا خطوتي في الضرب التبادلي خطأ* "وعندما سئلت" *لماذا؟*" قالت " *لأن المتباينة ليس شيء سهل، وأنا قلت أن الحل* $(-6 , \infty)$

فلنأخذ قيمة منها ونعوض لنأخذ $(x = 1)$ *الإجابة ليست أكبر من صفر؛ إذن يوجد خطأ؛ إذن خطوتي في الضرب التبادلي غير صحيحة* " فسئلت: "هل توجد خطوة أخرى"، قالت " *أعوض لنأخذ مثلاً* $(x = 6)$ *ستكون مشكلة في المقام؛ إذن* $(x \neq 6)$*، والقيم السالبة لن تكون صحيحة عندما نضعها في المقام، ويبقى الصفر، لكن البسط شو ما أعوض فيه عادي، إذن الأعداد (0)، و (1)، و(2) ، و(3) ، و(4) لا نريدها بالتالي مجموعة الحل من (7) فما فوق وليس من (6) فما فوق لأن* $(x + 6 > 0)$ ، *وستكون مجموعة الحل من*(7) *فما فوق لأن* $\left(\frac{7+6}{7-6}\right) = \frac{13}{1}$ ، *وخذي* $\left(\frac{12+6}{12-6}\right) = \frac{18}{6}$*، البسط كله أكبر من صفر المشكله في المقام* ".

جدول (10) تحليل إجابة الطالبة (d5) على المهمة الثالثة

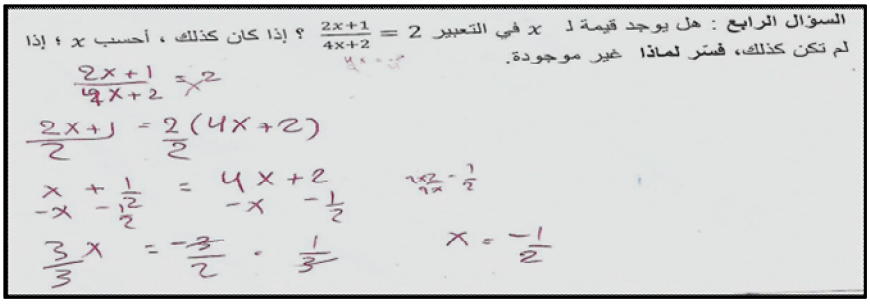
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت أنّ الحل مجموعة من القيم غير المحددة (كعدد معمم). **(2.1.3)** تعرف خصائص عملية الجمع عندما حددت المعكوس الجمعي للمتغير x . **(2.1.2)** تعرف ترتيب العمليات عندما كانت تعوض بعض القيم. **(1.1.2)** تتخلى عن الرموز وتستخدم خط الأعداد لتحديد مجموعة الحل. **(2.1.1)** تعرف معنى الرموز عندما حددت الحل ضمن فترة مفتوحة. **(3.2.1)** أخذت مجموعة من القيم العددية وعوضتها في المتباينة لتحديد متى تكون موجبة. **(1.1.2)** تخلت عن الرموز واستخدمت قيم عددية لتحديد فترة الحل. **(4.1.1)** رجعت للمسألة الاصلية لتحل بطريقة أخرى. **(1.1.4)** تخلت عن التمثيل الرمزي $(x + 6 > x - 6)$ عندما ادركت أنه غير مناسب. **(4.1.1)** تحققت من الإجابة بالرجوع للمسألة من خلال تعويض بعض القيم أثناء المقابلة ومنها حددت أن طريقة الضرب التبادلي في المتباينات غير صحيحة. **(1.1.4)** شكت بخطوة الضرب التبادلي التي قامت بها، وغيرت طريقة تفكيرها بالمسألة.	**(2.2.1)** لم تعمل على تقسيم التعبير الجبري إلى تعابير فرعية ذات معنى لتسهيل حل المتباينة ومن ثم النظر لعناصر المتباينة كوحدة واحدة. **(2.1.3)** لا تعرف خصائص حل المتباينة. **(2.3.1)** غيرت المتباينة حيث لم تعد تكافئ المتباينة الاصلية عندما كتبت$(x + 6 > x - 6)$. **(2.2.2)** لم تستطيع تحديد المجال للبسط والمقام ومن ثم تحديد المجال للتعبير الجبري كوحدة واحدة. **(2.1.3)** لم تحدد أنه لا يجوز القسمة على صفر. **(2.3.3)** لم تحدد الحل الذي يمثل المتباينة. **(3.2.1)** لم تدرك أنه يوجد أعداد غير صحيحة بين العدد (6) والعدد (7)، ولم تدرك أنه توجد أعداد سالبة تجعل البسط سالب. **(4.1.1)** لم تتحقق من الإجابة بالرجوع للمسألة في الاختبار الكتابي . **(4.1.2)** لم تدرك معنى المسألة عندما قامت بعمل ضرب تبادلي لحل المتباينة. **(4.1.2)** لم تدرك معنى المسألة بالرجوع للخبرات السابقة $(\frac{(+)}{(+)} = +)$ أو $(\frac{(-)}{(-)} = +)$.

يظهر من خلال تحليل إجابة الطالبة (d5) كما في الجدول (10) على المهمة الثالثة أنها لا تعرف خصائص العمليات على المتباينات الجبرية، حيث قامت بعمل ضرب تبادلي كما في المعادلات وهذا يدل على نقص في مظهر معرفة خصائص العمليات، ومن خلال هذا الحل حددت أن ($x \geq -6$) مما يدل على نقص في قدرتها على تحديد الحل، وعدم القدرة على ربط معنى

الرمز بالمسألة لأنها لم تحاول التأكد من هذه الإجابة بالرجوع للمسألة، ولكنها في المقابلة قامت بأخذ قيمة ($x = 1$) من فترة الحل التي حددتها ($-6 , \infty$) وعوضتها في المتباينة فوجدت أنها لا تحققها مما جعلها تشك في خطوة الضرب التبادلي التي قامت بها، وتخلت عن التمثيل الرمزي ($x + 6 \geq x - 6$) عندما أدركت أنه غير مناسب، وهذا يدل على معرفتها بأنّ اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل. ومن ثم غيّرت طريقة تفكيرها بالمسألة بأخذ مجموعة من القيم العددية وتعويضها؛ لتحدد فترات الحل، وهذه الخطوة تدل على أنها تخلت عن الرموز واستخدمت الأعداد(1.1.2)، ولكنها تعاملت مع الأعداد الصحيحة فقط ولم تدرك أنه يوجد أعداد غير صحيحة بين العدد (6) والعدد (7) عندما حددت أن الفترة تبدأ من العدد (7) وليس من العدد (6)، مما يدل على نقص في المظهر الذي يربط أنماطا عددية في جدول بصيغة جبرية.

ومما يجدر ذكره أن الطلبة قد واجهوا صعوبات في هذه المسألة كونها متباينة كسرية، إذْ استخدم العديد منهم خط الأعداد لإيجاد فترة الحل كما هو الحال في المسألة السادسة (**ما هي قيم x التي تجعل للاقتران $y = (x - 1)(x + 2)$ قيمة موجبة؟**)، وهي عبارة عن متباينة تربيعية؛ ولكن المتباينة التربيعية كانت مألوفة لديهم بعكس المتباينة الكسرية وربما لأنهم لم يتعرضوا لمتباينات كسرية بما فيه الكفاية، حيث من الممكن حلها بالتخلي عن الرموز واستخدام خط الأعداد لتحديد إشارة التعبير الجبري الكسري، ويمكن حلها كذلك من خلال تفسير معنى المسألة بتحديد متى يكون حاصل قسمة مقدارين جبريين موجبا؛ أي بمعنى يكون موجبا عندما موجب على موجب ($x + 6 > 0$ و$x - 6 \geq 0$) أو سالب على سالب ($x + 6 < 0$ و$x - 6 \leq 0$)، ومن ثم تحديد فترات الحل. ومن بين الأخطاء التي ارتكبها الطلبة اتباع طريقة الضرب التبادلي فكانت الإجابة ($x \geq -6$). ومن الطلبة من فسر المتغير كمجهول محدد وليس كعدد مُعمّم كما في المثال ($x = -6$)؛ مما يدل على نقص في معرفة معنى الرموز، وكذلك نقص في تحديد نوعية الحل.

وفي المسألة الرابعة كانت إجابة الطالبة (a3) وهي من طلبة السنة الأولى كما هي في الشكل (10):



الشكل (10) إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة

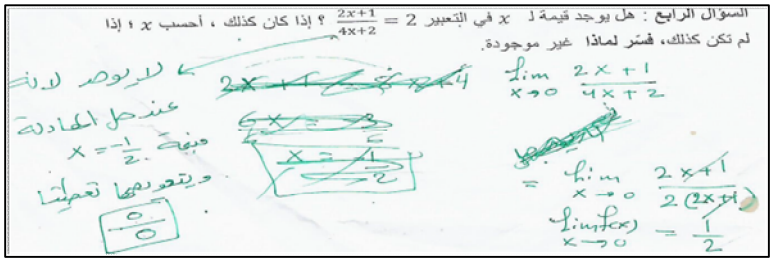
وعند سؤالها عن طريقة تفكيرها في المسألة قالت "*أن أضرب ضرب تبادلي*" ومنها أوجدت أن ($x=-\frac{1}{2}$) ، وحددت أن قيمة x موجودة . وفيما يلي تحليل لإجابة الطالبة (a3) كما في الجدول (11).

جدول (11) تحليل إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.1.3) تعرف خصائص العمليات.	**(2.1.1)** حددت أن المتغير x كمجهول محدد له قيمة واحدة، ولم تحدد أن الطرفين غير متساويين.
(2.1.2) تعرف ترتيب العمليات.	**(2.3.3)** لم تحدد أن الحل غير موجود.
	(4.1.1) لم تتحقق من الإجابة ($x=-\frac{1}{2}$) بتعويضها في المعادلة.
	(2.1.3) لم تحدد أن المقام لا يجوز أن يساوي صفر.
	(2.2.2) لم تحددصفر المقام، ولم تستثنه.
	(2.2.1) لم تتعامل مع البسط كوحدة مشتركة مع المقام
	(2.2.2) لم تقوم بتبسيط التعبير الجبري إلى أبسط صورة.

يلحظ من الجدول (11) أنّ الطالبة (a3) قامت بحل المعادلة بشكل آلي دون التفكير بعناصرها أو دراستها دراسة استكشافية، فلم تكتشف أن المقام ضعف البسط؛ لتحدد أن هذا التعبير الجبري دائماً يساوي ($\frac{1}{2}$) وليس(2) مما يدل على نقص في تحديد البنية الجبرية للتعبير الجبري لعدم تحديد عناصر ومكونات التعبير الجبري (2.1.1)، وعدم القيام بتبسيط التعبير الجبري(2.2.2)؛ لتستنتج أن قيمة (x) غير موجودة، أي لا يوجد حل للمعادلة (2.3.3).

وقد تباينت الإجابات بالنسبة للمسألة الرابعة بالرغم من محاولة الأغلبية في استخدام الحل التقليدي. وفيما يلي إجابة الطالبة (b2) وهي من طلبة السنة الثالثة على المسألة الرابعة وهي موضحة في الشكل(11):



الشكل (11) إجابة الطالبة (b2) على المهمة الرابعة

وأثناء مقابلة الطالبة (b2)، كانت إجابتها حول تفكيرها في المسألة أن النهاية تعطي قيمة تقريبية للمقدار الجبري $(\frac{2x+1}{4x+1})$، وأوضحت أنها أوجدت النهاية لأنها عندما حلت المسألة أوجدت قيمة($x = -\frac{1}{2}$) وعوضتها في المعادلة فوجدت أن المعادلة تساوي $(\frac{0}{0})$ فلم تكن الإجابة صحيحة. ويوضح الجدول(12) تحليلاً لعمل الطالبة (b2).

جدول (12) تحليل عمل الطالبة (b2) على المهمة الرابعة

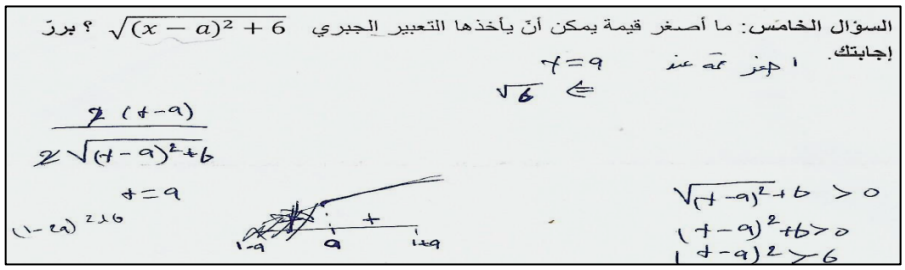
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.1.3) تعرف خصائص العمليات. **(2.1.2)** تعرف ترتيب العمليات. **(4.1.1)** عندما تحققت من الحل وعوضت ($x = -\frac{1}{2}$) في المقدار الجبري وحددت أنه يساوي $(\frac{0}{0})$. **(1.1.4)** حذفت الإجابة الأولى وحددت أن($x = -\frac{1}{2}$) إجابة غير ممكنه. **(2.2.2)** حدّدت أن نهاية التعبير الجبري تساوي $(\frac{1}{2})$ وقامت بتبسيط التعبير الجبري. **(2.2.1)** حددت البسط كوحدة واحدة مشتركة مع المقام. **(2.3.3)** حددت أنه لا يوجد قيمة للمتغير x. **(4.1.2)** استخدمت خبراتها السابقة واستخدمت قاعدة لوبتال لتجد نهاية التعبير الجبري الكسري.	**(2.2.1)** لم تقوم بدراسة عناصر ومكونات التعبير الجبري لتحديد البنية الجبرية للتعبير الجبري.

يلحظ أن الطالبة (b2) قامت بحل المعادلة بشكل آلي دون التمعن أو النظر لعناصر ومكونات المعادلة، فوجدت أن قيمة ($x = -\frac{1}{2}$) مما يدل على نقص في تحديدها لعناصر ومكونات التعبير الجبري (2.2.1)، ولكنها عوضت هذه القيمة في المعادلة مما يدل على عودتها للمسألة

مرة اخرى والتحقق من الإجابة (4.1.1)؛ فوجدت أنها تساوي($\frac{0}{0}$) وليس (2) فقامت بشطب الإجابة الأولى، وفكرت في إيجاد نهاية التعبير الجبري(1.1.4)؛ فوجدت أنها تساوي($\frac{1}{2}$)، ومنها حددت أن قيمة (x) غير موجودة (2.3.3).

وفيما يتعلق بالمسألة الرابعة كانت نسبة الإجابات الصحيحة (50%)، ومن طرق الحل أن البسط يساوي نصف المقام، وبالتالي التعبير الجبري لا يساوي(2). وأجاب بعض الطلبة أن نهاية المقدار الجبري تساوي ($\frac{1}{2}$)، وحل البعض الآخر بشكل آلي، وعندما عوضوا قيمة x وجدوا أن التعبير الجبري ($\frac{2x+1}{4x+1}$) يساوي ($\frac{0}{0}$) ومنها حددوا أنه لا يوجد حل للمعادلة، ومنهم من لاحظ أن الاقتران غير متصل عند($x=-\frac{1}{2}$)، وأشار آخرون إلى أنّ حاصل القسمة دائماً أقل من (2)، ومنهم من قال أن البسط أقل من المقام والناتج كسر، ومن الطلبة من بسط التعبير الجبري وحدد أنه يساوي ($\frac{1}{2}$) ولا يساوي (2). بينما تحددّت الإجابات الخاطئة ونسبتها (50%) بالحل الآلي وإيجاد أن ($x=-\frac{1}{2}$).

وفي المسألة الخامسة أجابت الطالبة (b3) وهي من طلبة السنة الثانية كما هو موضح في الشكل (12):



الشكل (12) إجابة الطالبة (b3) على المهمة الخامسة

وعند مقابلتها من أجل شرح كيفية تفكيرها في المسألة قالت " *أريد أن أجعل قيمة المقدار الجبري* $(x-a)^2$ *تساوي صفراً لأن هذا المقدار سيجعل قيمة الاقتران أكبر وأنا أريد تصغير قيمة الاقتران؛ لأن هذا التعبير تربيعي مثلاً نأخذ (1) ونعوضه في التعبير* $(1-a)$ *ونربعه*

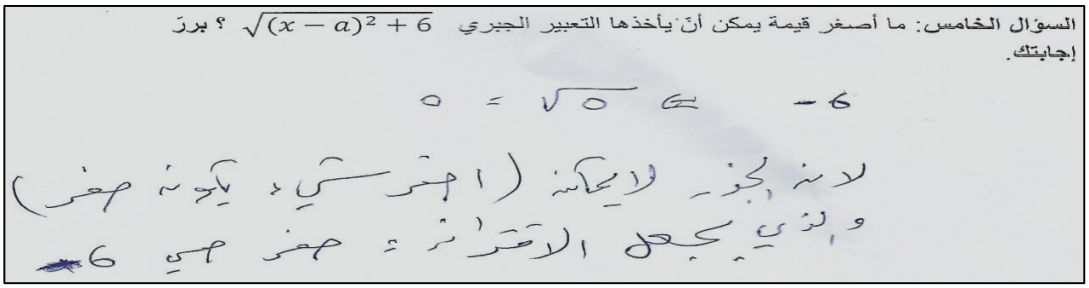
ونجمع (6) سيزيد قيمة المقدار الجبري، بالتالي أريد أن أقلل من قيمة $(x-a)^2$ *فاصغر قيمة له هي صفر*". ويوضح الجدول(13) تحليلاً لعمل الطالبة (b3).

جدول (13) تحليل عمل الطالبة (b3) على المهمة الخامسة

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.3.3) حددت إشارة المشتقة الأولى ومنها، وحددت القيمة الصغرى للتعبير الجبري.	
(1.1.2) استخدمت خط الأعداد لتحدد إشارة المشتقة الأولى.	
(2.3.1) حددت أنه اقتران الجذر التربيعي.	
(2.1.3) تعرف خصائص العمليات أثناء تطبيق الحل.	
(2.2.2) حددت مجال المشتقة الأولى للتعبير الجذري .	
(2.3.3) حددت قيمة $(x=a)$.	
(2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت المتغير x كمجهول محدد.	
(2.3.3) حددت أن ما داخل الجذر يجب أن يكون موجب.	
(4.1.2) أوجدت المشتقة الأولى لتحدد أصغر قيمة للتعبير الجبري.	
(2.3.1) حددت أن التعبير $(x-a)^2$ تربيعي.	
(2.3.3) حددت أن أصغر قيمة للتعبير $(x-a)^2$ هي صفر.	

تفي المسألة الخامسة، قامت الطالبة (b3) بإيجاد المشتقة الأولى للتعبير الجبري وحددت نوع الحل عندما حددت إشارة المشتقة الأولى عند القيمة الحرجة $(x=a)$ حيث حددت على يمين القيمة الحرجة موجب وعلى يسارها سالب، كما حددت بنية الاقتران عندما حددت مجاله $(x \geq a)$، وحذفت الإشارة السالبة على خط الأعداد لأنه اقتران جذر تربيعي، حيث أنها حددت أن الاقتران أكبر أو يساوي صفر، ومن خلال إشارة المشتقة حددت أصغر قيمة للاقتران هي $(\sqrt{6})$ عندما $(x=a)$. كما أنها تخلت عن الرموز عندما استخدمت خط الأعداد لتحديد إشارة المشتقة الأولى، وهنا اتبعت الطالبة (b3) طريقتين مختلفتين في التفكير، واحدة أثناء الحل الكتابي والثانية أثناء المقابلة، وكلاهما صحيح.

وفيما يلي عرض لإجابة الطالب (d4) وهو من طلبة السنة الرابعة على المسألة الواردة في السؤال الخامس وهي موضحة في الشكل(13):



الشكل (13) إجابة الطالب (d4) على المهمة الخامسة

وفي المقابلة، عندما طُلب من الطالب (d4) شرح كيفية تفكيره حول المسألة، أجاب "*لم أكن متأكد من هذه الإجابة حيث إنّ أصغر قيمة يأخذها الجذر هي صفر ولكن لا يجوز أن يكون ناتج القوس التربيعي (6-)، أفكر في أن نحلل* $(x-a)^2$ *حيث يساوي* $(x-a)(x+a)$"

وعندما توقف الطالب، فطُلب منه أن يجرب، فقال "*لا انتهى*". ويوضح الجدول (14) تحليلاً لعمل الطالب (d4).

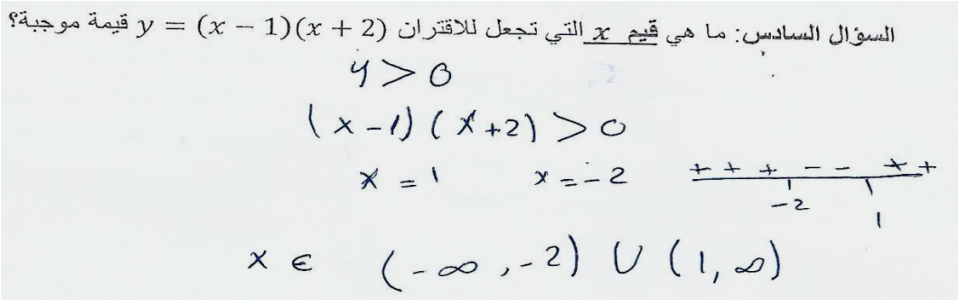
جدول (14) تحليل عمل الطالب (d4) على المهمة الخامسة

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.3.3) حدد أن ما داخل الجذر أكبر أو يساوي صفر.	**(2.2.2)** فكر في تحليل المقدار الجبري $(x-a)^2$.
(2.3.1) حدد أنه اقتران الجذر التربيعي.	
(2.3.1) حدد أن المقدار الجبري $(x-a)^2$ تربيعي.	**(2.3.3)** لم يحدد أصغر قيمة للاقتران.
(2.2.1) حدد أن $(x-a)^2$ كوحدة واحدة وهي التي تحدد ما أصغر قيمة للتعبير الجبري وحدد أنها تساوي صفر.	**(2.1.1)** لم يحدد قيمة x كمجهول محدد له قيمة واحدة.
(2.3.3) حدد أن المقدار الجبري $(x-a)^2$ تربيعي لا يمكن أن يساوي (6-) .	

إنّ مفتاح الحل لهذه المسألة أن المقدار الجبري $(x-a)^2 \geq 0$ لأنه تربيعي وبالتالي أصغر قيمة له هي صفر والعدد (6) ثابت؛ فإن أصغر قيمة عددية للتعبير الجبري هي $(\sqrt{6})$، عندما $(x=a)$؛ لأنه حتى يكون المقدار $(x-a)^2=0$ يجب أن تكون $(x=a)$. أجاب بعض الطلبة أن أصغر قيمة عددية للتعبير الجبري هي صفر لأن ما داخل الجذر التربيعي يجب أن

يكون موجبا أو صفرا، وهذه حالة توقع شخصي غير صحيح، مما يدل على تفسير معنى المسألة بشكل خاطئ، واعتبر بعض الطلبة ما داخل الجذر أكبر أو يساوي صفرا وحلوا التعبير الجبري حتى توصلوا إلى أن $(x-a)^2 \geq -6$. وأدرك بعضهم أن المقدار التربيعي لا يمكن أن يكون سالباً، مما يدل على القدرة على تحديد سمة من السمات الرئيسية وهي أنّ نوع الحل هنا أعداد غير سالبة، فالطلبة الذين لم يدركوا ذلك لديهم نقص في ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل. وقد كانت نسبة الإجابات الصحيحة على المسألة الخامسة (55%)، أما بالنسبة للإجابات الخاطئة فكانت نسبتها (45%)، ومن هذه الأخطاء أصغر قيمة للاقتران $36+a$، ومنهم من قال أصغر قيمة للاقتران هي $(-\infty)$، ومنهم أجاب أصغر قيمة للجذر هي صفر لأنه لا يجوز أن يكون ما داخل الجذر سالبا، ومنهم من قال أصغر قيمة صفر لأن الذي يجعل الجذر صفر هو (-6).

وأما المسألة السادسة فقد كانت إجابة الطالبة (a5) وهي طالبة سنة أولى كما في الشكل (14):



الشكل (14) إجابة الطالبة (a5) على المهمة السادسة

وقد أجابت الطالبة (a5) في المقابلة " حددت *أن الاقتران* $y \geq 0$ ، *وسألت نفسي ما هي قيم* (x) *التي تجعل الاقتران* (y) *موجب، وهذه المعادلة محلله جاهزة وأريد أن أجد الأصفار، وهو من الدرجة الثانية بالتالي أخذت خط الأعداد وعينت الإشارة بين صفري الاقتران وعلى*

طرفي خط الأعداد " وعندما سألتها الباحثة كيف حددتِ الإشارات قالت "*لقد عوضت أرقام ذهنياً لتحديد الإشارات على خط الأعداد* " وعندما طلب منها شرح معنى المسألة بدون حل أجابت " *تعني ضرب عاملين موجبين أو عاملين سالبين ليكون* (y) موجب"، وفيما يلي تحليل عمل الطالبة (a5) كما يوضحه جدول (15).

جدول (15) تحليل عمل الطالبة (a5) على المهمة السادسة

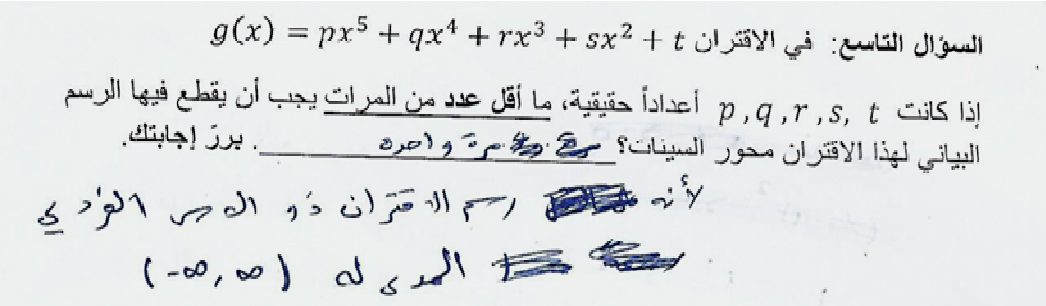
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(1.1.1) تعرف متى وكيف تستخدم الرموز عندما استخدمت رمز المقارنة أكبر لتدل على أن المتباينة موجبة.	
(1.1.3) استخدمت رموزاً مناسبة مثل الفترات المفتوحة ورمز الاتحاد بينهما.	
(1.1.2) تعرف متى تتخلى عن الرموز عندما استخدمت خط الأعداد لتحديد إشارة التعبير الجبري.	
(2.2.2) حددت أصفار الاقتران y .	
(2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت قيمة x كعدد معمّم يقع ضمن فترات مفتوحة.	
(2.3.3) حددت فترات الحل التي تجعل قيمة الاقتران y موجبة.	
(2.3.1) حددت أنه اقتران من الدرجة الثانية.	
(4.1.2) تدرك معنى المسألة عندما حددت إشارة الاقتران بين الأصفار عكس معامل x^2 وعلى الاطراف نفس إشارة معامل x^2 .	
(4.1.1) تحققت من إشارة الاقتران من خلال التعويض.	
(3.2.1) اخذت مجموعة من القيم وعوضتها في الاقتران.	
(2.2.1) تعاملت مع الاقتران كوحدة واحدة تتكون من عنصرين وهما العوامل الأولية للاقتران.	
(2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما استخدمت رمز الاتحاد.	

يتضح من خلال حل الطالبة (a5) الكتابي ومقابلتها أنها حددت أصفار الاقتران على خط الأعداد ومن خلال تعويض بعض القيم ذهنياً في الاقتران حددت إشارة الاقتران بين الأصفار وعلى الأطراف ومن ثم حددت الفترات التي يكون عندها الاقتران موجباً، وقد بررت استخدام خط الأعداد أنه اقتران تربيعي. ولكنها لم تستخدم خط الأعداد لتحديد إشارة التعبير الجبري في المسألة الثالثة (حل المتباينة الجبرية $\frac{x+6}{x-6} \geq 0$) التي تحتوي على متباينة كسرية، وكانت طريقة حلها ($x+6 \geq x-6$) ، ولم تستطع تحديد فترات الحل حتى أنها لم تستطع إكمال حل المسألة.

هذا، وقد استخدم عدد من الطلبة خط الأعداد في المسألة السادسة لتحديد إشارة كثير الحدود التربيعي، مما يعني أنهم تخلوا عن الترميز باستخدام خط الأعداد (1.1.2)؛ وذلك من أجل تحديد فترات الحل (2.3.3) كما في إجابة الطالبة (a2)، بينما لم يستخدموا خط الأعداد في المسألة الثالثة؛ مما يبدو أن الطلبة قد اعتادوا على استخدام خط الأعداد للاقترانات التربيعية لتحديد إشارتها، وعجز معظم الطلبة عن حل المتباينة الكسرية في المسألة الثالثة، فمعظمهم استخدم الضرب التبادلي لحل المتباينة مما يدل على نقص في القواعد الأساسية (2.1.3)، ونقص في خبراتهم السابقة حول حل المتباينات وتفسير معنى المسألة (4.1.2).

وقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة في المسألة السادسة (40%) بينما بلغت في المسألة الثالثة (10%). ومن أبرز الأخطاء في حل المسألة السادسة: اعتبار أن $(x-1>0)$ و$(x+2>0)$، و$(x>2)$ و $(x>1)$ لأن المتباينة أكبر من صفر، ومن الإجابات الخاطئة أيضاً $x\in(-\infty,-3)\cup(2,\infty)$ ، و$x\in(-\infty,-3]\cup[1,\infty)$ ، و $(0,\infty)_\{1,2\}$ ، والإجابة $(x>1$ أو $x>-2)$ ، و$(-2\leq x\leq 1)$، والإجابة القيم الموجبة والسالبة.

أما بالنسبة للمسألة التاسعة فقد كانت إجابة الطالب (b4) وهو من طلبة السنة الثانية كما في الشكل(15):



الشكل (15) إجابة الطالب (b4) على المهمة التاسعة

وفي المقابلة كانت ردة فعل الطالب (b4) بقوله " *أقل* عدد *واحد أو حتى إذا كان محصور بفترة فيمكن لا يقطع أبداً، وهو مرة واحدة لأن الاقتران الذي درجته فردية مضمون أن يكون له صفر واحد، فلو كان اقتران درجته زوجية مثل التربيعي ممكن مرة أو مرتين، أو ولا مرة؛ فمثلاً الاقتران $(x^2 + 2)$ لا يقطع محور السينات*"، وعندما سئل لماذا وضعت المدى $(-\infty, \infty)$ قال" *لأنه من الدرجة الخامسة ممكن ينزل أو يطلع بالتالي ممكن له حل واحد وهو من $(-\infty)$ إلى (∞) وهو متصل بالتالي سيقطع محور السينات على الأقل مرة واحدة* ". ويوضح الجدول (16) تحليلاً لعمل الطالب (b4).

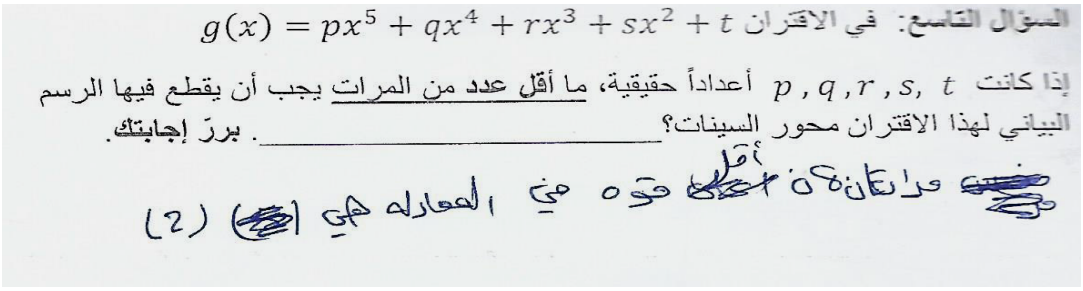
جدول (16) تحليل عمل الطالب (b4) على المهمة التاسعة

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(3.1.2) حدد أن الاقتران يقطع محور السينات مرة واحدة على الاقل.	
(2.3.1) حدد أن الاقتران ذو أس فردي.	
(2.3.2) حدد أقل عدد من الأصفار من خلال درجة الاقتران.	
(2.2.2) حدد مدى الاقتران $(-\infty, \infty)$.	
(4.1.2) حدد مثال على الاقتران التربيعي.	
(3.1.1) ربط الصيغة الجبرية برسم بياني.	
(2.3.1) حدد أن الاقتران متصل.	
(3.1.2) الأس الفردي لا يحافظ على الإشارة فيقطع محور السينات مرة واحدة على الاقل.	
(3.1.3) حدد أن التقاطع مع محور السينات يكون عند صفر الاقتران.	

لقد حدد الطالب (b4) السمات الرئيسة في هذا الاقتران وهو أنه من الدرجة الخامسة ودرجته فردية، وبالتالي لابد أن يقطع محور السينات مرة واحدة على الأقل، كما أن لديه قدرة على الربط

بين الرموز والرسم البياني، وكذلك حدد بنية الاقتران عندما حدد مجاله، واستفاد من خبراته السابقة عندما قدم مثالاً على الاقتران التربيعي.

وفيما يلي عرض لإجابة الطالبة (a1) وهي من طلبة السنة الأولى على المسألة الواردة في السؤال التاسع كما هو موضح في الشكل(16):


السؤال التاسع: في الاقتران $g(x) = px^5 + qx^4 + rx^3 + sx^2 + t$

إذا كانت p, q, r, s, t أعداداً حقيقية، ما أقل عدد من المرات يجب أن يقطع فيها الرسم البياني لهذا الاقتران محور السينات؟ _____. برر إجابتك.

أقل درجة من المعادله هي (2)

الشكل (16) إجابة الطالبة (a1) على المهمة التاسعة

وفي المقابلة سألتها الباحثة " ماذا تقصدين بالإجابة مرتان لأن أقل قوة له (2)، قالت "*أقل حد هو* (x^2) *وهو مرفوع للأس (2)*".

جدول 17 تحليل عمل الطالبة (a1) على المهمة التاسعة

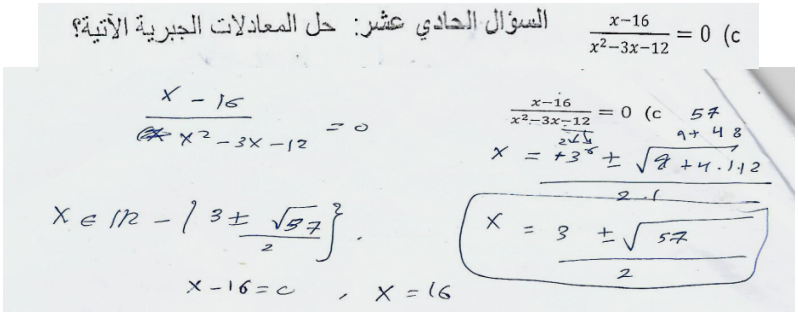
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
	(2.3.2) لم تحدد أعلى درجة للاقتران $g(x)$.
	(2.3.1) لم تحدد أن الاقتران ذو أس فردي.
	(3.1.2) لم تحدد أقل عدد من المرات يقطع فيها الاقتران $g(x)$ محور السينات.
	(4.1.2) حددت أن الاقتران يقطع محور السينات مرتان لأن أقل قوة في المعادلة هي (2).
	(3.1.3) لم تحدد أن التقاطعات تكون عند اصفار الاقتران.
	(2.3.3) لم تحدد أن للاقتران جذور حقيقية وجذور مركبة.

وبالنسبة لمجموع الطلبة في هذه المسألة، لم يميز معظمهم بين أقل عدد من المرات سيقطع فيها كثير الحدود ذو الدرجة الفردية محور السينات وأقل عدد من المرات سيقطع فيها كثير الحدود ذو الدرجة الزوجية محور السينات، فمن المهم في هذه المسألة معرفة أن الجذور المركبة دائماً عددها زوجي، ومن هنا لا يمكن أن يكون عدد الجذور المركبة (5) وعدد الجذور الحقيقية (صفر)

في هذا الاقتران ذو الدرجة الفردية؛ ومن هنا يكون أقل عدد للجذور الحقيقية هو واحد في كثيرات الحدود ذات الدرجة الفردية، وستقطع محور السينات على الأقل مرة واحدة. بينما كثيرات الحدود ذات الدرجة الزوجية يمكن أن لا يكون لها أي جذر حقيقي، أي يمكن أن لا تقطع محور السينات.

وقد كانت نسبة الإجابات الصحيحة بالنسبة للمسألة التاسعة (30%)، ومن الإجابات الخاطئة لدى الطلبة: الإجابة مرة واحدة في حال الجذر مكرّر خمس مرات، وصفر من المرات كما في التربيعي (x^2+1)، ومرتين عند($x=t$ و $x=0$)، وقيمة واحدة عند($x=0$)، ومرتان لأن أقل قوة (2)، وصفر عندما يكون الاقتران ثابتاً، و(4) مرات لأن (t) لا يؤثر. وجميع هذه الإجابات تدل على نقص في قدرتهم على تحديد أقل عدد من المرات سيقطع فيها الاقتران $g(x)$ محور السينات (3.1.2)، وعدم القدرة على تحديد أن للاقتران جذور حقيقية وجذور مركبة (2.3.3)، وأن الجذور المركبة دائماً عددها زوجي (4.1.2).

وفي المسألة الحادية عشر فرع (c)، كانت إجابة الطالبة (c4) وهي من طلبة السنة الثالثة كما في الشكل (17):



الشكل (17) إجابة الطالبة (c4) على المهمة الحادية عشر الفرع الثالث(c)

وقد ردت الطالبة (c4) في المقابلة " *اصفار المقام يجب أن أستثنيها وأنا أريد قيمة* (x)*، وقيمة* (x) *تساوي* (16)*، حيث إنّ صفر البسط هو* (16)*، إذن(* $x = 16$ *)، وصفر المقام هو (*$\frac{3\pm\sqrt{27}}{2}$*)*". ويبيّن الجدول (18) تحليلا لعمل الطالبة (c4).

جدول (18) تحليل عمل الطالبة (c4) على المهمة الحادية عشر، فرع (c)

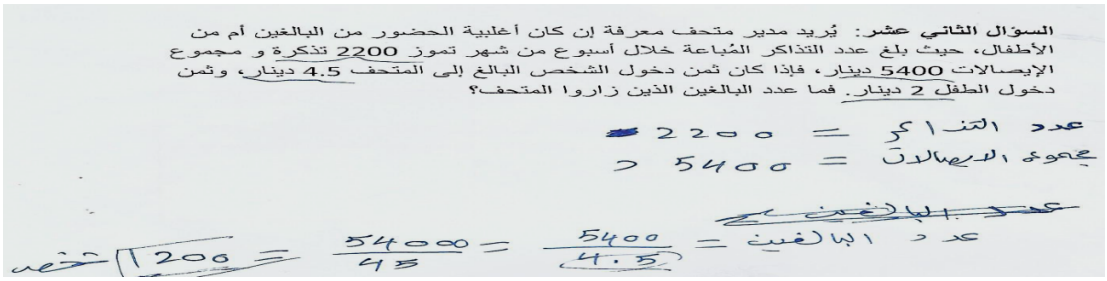
سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.2.2) حددت اصفار المقام .	
(2.3.1) تعرف أن المقام تربيعي عندما أوجدت اصفاره.	
(2.2.2) حددت المجال وهو جميع الأعداد الحقيقية عدا اصفار المقام.	
(2.1.3) حددت أنه لا يجوز القسمة على صفر عندما استثنت أصفار المقام.	
(2.1.1) حددت x كمجهول محدد له قيمة واحدة.	
(2.3.3) ربطت التعبير الجبري بالحل عندما حددت $(x = 16)$.	
(2.1.3) حددت أن التعبير الكسري يساوي صفر عندما البسط يساوي صفر.	
(2.2.1) تعاملت مع البسط كوحدة واحدة تساوي صفر والمقام لا يساوي صفر.	
(4.1.1) حددت أن($x = 16$) ليس صفراً للمقام.	

يتبين أن الطالبة (c4) قد حددت بنية المعادلة عندما تعاملت مع البسط كوحدة واحدة تساوي صفر والمقام كوحدة واحدة لا تساوي صفر، واستثنت أصفار المقام، وبررت ذلك أنه لا يجوز القسمة على صفر، كما أنها تعرف معنى الرموز عندما حددت المتغير (x) كمجهول محدد له قيمة واحدة تساوي (16)، وربطت المعادلة بحلها.

أما بالنسبة لجميع الطلبة، فقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة (90%)، ولكن بالرغم من أن نسبة الإجابات الصحيحة في هذه المسألة عالية إلا أن معظم هؤلاء الطلبة قاموا بعمل ضرب تبادلي بين طرفي المعادلة دون استثناء لأصفار المقام، فلم يحددوا أن المقام لا يجوز أن يساوي صفراً مما يدل على وجود نقص في تحديد قواعد خصائص العمليات الأساسية (2.1.3)، حيث إنّ المقام يحتوي على متغير مجهول، مما يجب أن يتأكد الطالب منه أن المقام لا يساوي صفراً قبل

المُباشرة في الحل. ومن الأخطاء التي وقع فيها الطلبة في هذه المسألة تحليل البسط إلى العوامل $(x+4)$، $(x-4)$.

أما بالنسبة للمسألة الثانية عشر، فقد أجاب الطالب (b5) وهو من طلبة السنة الثانية كما في الشكل (18):



الشكل (18) إجابة الطالب (b5) على المهمة الثانية عشر

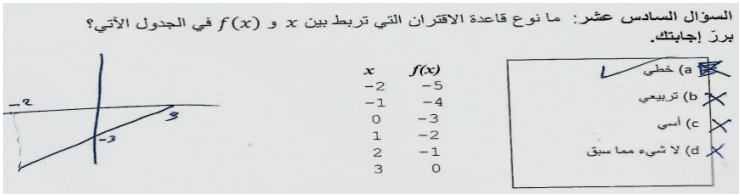
وأثناء المقابلة قال الطالب (b5) " *هذه الإجابة مستحيلة فهي خطأ*" وبعد تفكير مطول في المسألة قال" *أنا حاس أنه يجب أن يكون شيء مُعطى في المسألة* "، كما حاول الطالب (b5) أكثر من مرة قراءة المسألة وتفحصها لحلها، ولكنه فشل في جميع المحاولات، ولم يحاول تحويل المسألة إلى رموز وكتابة المعادلات التي تُمثل المسألة، وفي النهاية قال يجب أن يكون شيء مُعطى في المسألة. ويوضح الجدول (19) تحليلا لعمل الطالب (b5).

جدول (19) تحليل عمل الطالب (b5) على المهمة الثانية عشر

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(2.1.3) يعرف خصائص القسمة.	**(1.1.1)** لم يستخدم الترميز. **(1.1.3)** لم يبتكر معادلات تمثل المسألة اللفظية. **(1.1.3)** لم يستخدم تمثيل للمبلغ وعدد البطاقات. **(1.1.4)** لم يتخلى عن التمثيل $\frac{5400}{4.5}$. **(2.1.1)**لم يفرض متغير كمجهول محدد لتمثيل المعادلات . **(4.1.1)** لم يتحقق من إجابته. **(4.1.2)** ليس لديه خبرة في حل المسائل اللفظية وتوقع أن عدد البالغين $\frac{5400}{4.5} = 200$. **(2.3.3)** لم يحدد حل المسألة.

وبالنسبة لبقية الطلبة، عبّر بعضهم أنهم لا يحبون هذا النوع من المسائل (المسائل اللفظية)، والجدير ذكره هنا أنه يبدو أن الطلبة لم يتعاملوا مع المسائل اللفظية بما فيه الكفاية في المرحلة ما قبل الجامعية، فبعض الطلبة يقولون أن المعلمين لا يحلون المسألة الكلامية الموجودة في بداية الكتاب المدرسي، ويتم التغاضي عنها. ومما يبدو هنا أن الطلبة لديهم معتقدات وتوجهات سلبية نحو المسائل اللفظية، فلا بد من تنويع المسائل وتعريض الطلبة لهذا النوع من المسائل وتعليمهم قواعد حلها في المرحلة ما قبل الجامعية. وقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة (65%)، ومن الإجابات الخاطئة: عدد البالغين($\frac{5400}{4.5} = 1200$)، ومنهم من قسم مرتين على (4.5)؛ أي أنه رجع قسم ($\frac{1200}{4.5} = 267$)، ومنهم لم يكمل الحل، ومن الأخطاء كذلك ($(2200 \times 4.5) = 9900$ شخص)، حيث لم يكن لديهم القدرة على تحويل المسألة من لفظية إلى رمزية بكتابة المعادلات الجبرية، مما يدل على وجود نقص في القدرة على اختيار تمثيلات رمزية مناسبة (1.1.3)، كما يدل على نقص في معرفة معنى الرموز بحيث يحدد قيمة المجهول من خلال كتابة المعادلات (2.1.1).

وفي المسألة السادسة عشر كانت إجابة الطالب (d3) وهو من طلبة السنة الرابعة كما في الشكل(19):



الشكل (19) إجابة الطالب (d3) على المهمة السادسة عشر

وقد قال الطالب (d3) في المقابلة " *بما أنه لدي أزواج مرتبة فقد عينت هذه الأزواج على الرسم البياني ومن الرسمة واضح أنه اقتران خطي*" وفي الجدول (20) تحليل لعمل الطالب (d3).

جدول (20) تحليل عمل الطالب (d3) على المهمة السادسة عشر

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
(1.1.2) تخلى عن الرموز ومثل الجدول برسم بياني.	
(3.1.1) حدد أن هذا الرسم يمثل اقتران خطي.	
(3.2.1) حدد أن هذا الجدول يمثل اقتران خطي.	

تنوعت إجابات الطلبة للمسألة السادسة عشر، فمنهم من أوجد النمط إمّا بكتابة القاعدة $(x-3)$ وهو يدل على القدرة على استخدام رموز مناسبة (1.1.3)، ومن ثمّ قام بتحديد نوع الصيغة الجبرية بأنها خطية (2.3.1)، ومنهم قام بتحديد النمط من خلال تحديد الفرق (-3) بين قيم (x) وصورها، ومنهم من رسم الاقتران بيانياً لتحديد أن الجدول يمثل نمطاً خطياً وهذا دليل على أنه تخلى عن الرموز ومثل الجدول بيانياً (1.1.2)، وأوجد طالب آخر ميل الاقتران (1) ولأنه ثابت حدد أنه خط مستقيم وأوجد معادلته. وقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة على هذه المسألة (90%)، ومن الإجابات الخطأ الخيار لاشي مما ذكر لأن الاقتران الخطي($f(x)=x$) لا يحقق الجدول والاقتران التربيعي لا يجوز أن تكون صورته سالبة، والأسي $(-3 \neq e^0)$ لا يكون سالبا عند الصفر.

النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني: هل تختلف مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى باختلاف المستوى الدراسي؟

من أجل التعرف على اختلاف مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى باختلاف المستوى الدراسي تمّ إيجاد نسب الطلبة الموجود لديهم عناصر مظاهر الحس الرمزي

بحسب المستوى الدراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي ضمن فئتين (فئة طلبة السنة الأولى والثانية، وفئة طلبة السنة الثالثة والرابعة) والجدول أدناه يوضح ذلك.

جدول (21) نسب الطلبة الموجود لديهم عناصر مظاهر الحس الرمزي بحسب المستوى الدراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	السنة الأولى والثانية	السنة الثالثة والرابعة
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	58%	48%
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	93%	97%
	2.2 يحدد البنية الجبرية	35%	85%
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	80%	83%
حل(القدرة على ربط	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	70%	67%
التمثيلات)	3.2 يربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي	90%	80%
تفسير وتحقق	4.1 يدرك معنى المسألة	25%	25%

يلحظ من الجدول (21) في مرحلة الصياغة أن (58%) من طلبة السنة الأولى والثانية ظهر لديهم قدرة على ربط تمثيلات جبرية بتمثيلات لفظية (1.1)، بينما ظهر لدى (48%) من طلبة السنة الثالثة والرابعة، نلاحظ هنا أن نسبة طلبة السنة الأولى والثانية الذين لديهم سلوك الحس الرمزي في مرحلة الصياغة أعلى من نسبة طلبة السنة الثالثة والرابعة.

وفي مرحلة الحل (التوقع الجبري) والذي يتكون من ثلاثة عناصر للحس الرمزي: وهي إدراك القواعد والخصائص الأساسية (2.1)، وتحديد البنية الجبرية (2.2)، وتحديد السمات الرئيسية للتعبير الجبري (2.3)؛ فإنه يلحظ من الجدول (21) تباينا كبيرا في نسبة فئتي الطلبة في القدرة على تحديد بنية المسألة لصالح فئة السنتين الثالثة والرابعة، بينما كانت النسب متقاربة في إدراك القواعد والخصائص الأساسية، وتحديد السمات الرئيسية للتعبير الجبري.

وبالنسبة لمرحلة الحل (القدرة على ربط التمثيلات) والتي تحتوي على عنصري الحس الرمزي وهما: القدرة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني (3.1)، والقدرة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي (3.2)؛ فإنه يلحظ من الجدول (21) تقاربا في نسب الفئتين من الطلبة الذين لديهم قدرة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني، بينما تباينت النسب قليلا بينهما بالنسبة للقدرة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي لصالح فئة السنة الأولى والثانية.

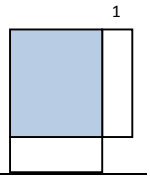
أما بالنسبة لمرحلة التحقق والتفسير والتي تحتوي على عنصر إدراك معنى المسألة الرياضية، فقد ظهر هذا العنصر بنسب قليلة ومتساوية بالنسبة لفئتي الطلبة، وبلغت النسبة (25%) لدى الطلبة؛ مما يعني ضعف الحس الرمزي لدى الطلبة في هذه المرحلة من حل مسائل الحس الرمزي.

النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث: ما التفسيرات التي يقدمها طلبة المرحلة الجامعية الأولى للمتغيرات الجبرية؟

من أجل التعرف على كيفية تفسير الطلبة لاستخدامات المتغير الجبري، تمّ تحليل واستقراء إجابات طلبة المرحلة الجامعية الأولى على اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية من خلال الإطار المفاهيمي (3UV) الذي طوره كل من تريقورز ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2001)، المذكور في الملحق (5)، فكل فقرة تقيس مظهراً معيناً أو مظهرين، أو ثلاثة مظاهر من مظاهر التصنيفات الثلاثة لتفسير استخدام المتغيرات (كمجهول محددّ، وكعدد مُعمّم، وكعلاقة اقترانية)؛ إذ تمّ توضيح كيفية تحليل كل فقرة في الملحق (6). ويبين الجدول (22) نسب طلبة المرحلة الجامعية الأولى الذين أجابوا إجابة صحيحة، والذين أجابوا إجابة غير صحيحة، والذين لا

توجد لديهم إجابة في الفقرات (1.a)، (2.a)، (4) التي تتضمن متغيراً على أساس أنّه مجهول محددّ.

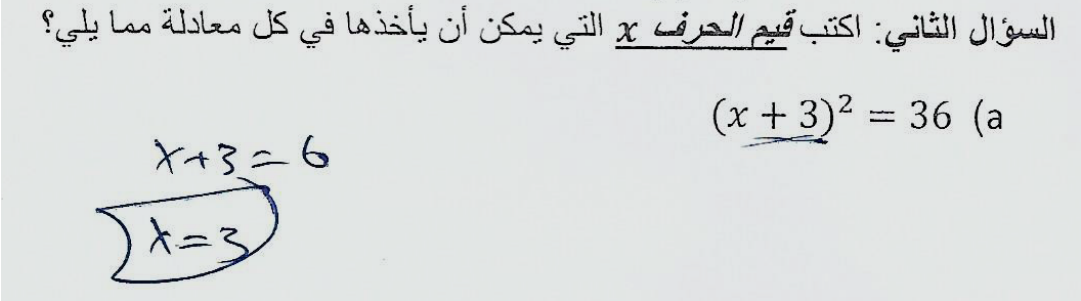
جدول (22) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كمجهول محدد

الفقرة	التفسير المطلوب للمتغير الجبري لحل المسألة	لا توجد إجابة %	إجابة صحيحة %	إجابة غير صحيحة %
(1.a): كم ***عدد القيم/ الحلول*** التي يمكن أنّ يأخذها الحرف x في المعادلات الآتية؟ برر إجابتك. $x+5=x+x$	**تفسير المتغير كمجهول محددّ في معادلة خطية فيها متغير يظهر في كلا جانبي إشارة المساواة. U_2**	1%	96%	3%
(2.a): اكتب ***قيم الحرف*** x التي يمكن أن يأخذها في كل معادلة مما يلي؟ $(x+3)^2=36$	**تحديد قيمة مجهولة تظهر في معادلة تربيعية وتتطلب عمل معالجات U_2, U_3, U_4**	2%	59%	39%
(4): ما هي مساحة المربع المظلل، إذا علمت أنّ مساحة الشكل الآتي هي 15 ؟ 	**ترميز المتغير كمجهول من خلال كتابة المعادلة التي تُمثل المسألة اللفظية المعطاة. U_1, U_5** **تحديد القيمة المجهولة لإيجاد مساحة المربع المظلل. U_2, U_3, U_4**	12%	51%	37%

يُلحظ من الجدول (22) في الفقرة (1.a) أنّ (96%) من الطلبة استطاعوا تفسير المتغير كمجهول محددّ في معادلة خطية **(U2)**، عندما حددوا أنّ الحل واحد وهو $(x=5)$، و (3%) من الطلبة ارتكبوا خطأ في تحديد عدد الحلول للمعادلة، فمنهم من حدد عددا لا نهائيا من الحلول.

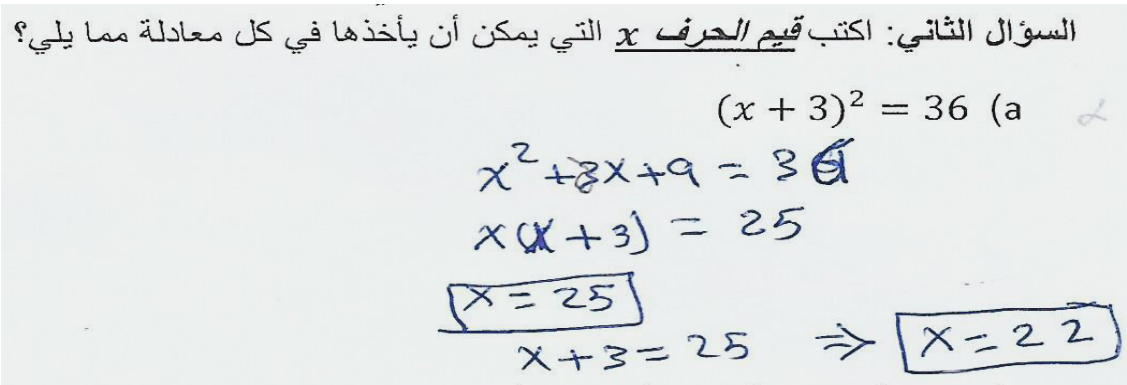
كما يُلحظ أن (59%) من الطلبة استطاعوا تحديد القيم المجهولة المحددّة للمعادلة في الفقرة (2.a) وهي $(x=3 \ ، \ x=-9)$ من خلال استبدال المتغير بقيمة أو قيم تجعل المعادلة صحيحة **(U3)** أو من خلال عمل عمليات حسابية على المعادلة **(U4)** ، وظهر لدى (39%) من

الطلبة أخطاء منها أن $x = 3$، ومنهم من حدد أنه لا يوجد حل للمعادلة لأن المميز سالب، وإجابات أخرى مثل ($x = 21$ ، $x = 27$)، و($x = 4$، $x = 27$) و ($x = 22$ ، $x = 25$)، والشكل(20) يظهر إجابة الطالب (c2) على الفقرة (2.a) وهو من طلبة السنة الثالثة.



الشكل 20 إجابة الطالب (c2) على الفقرة (2.a)

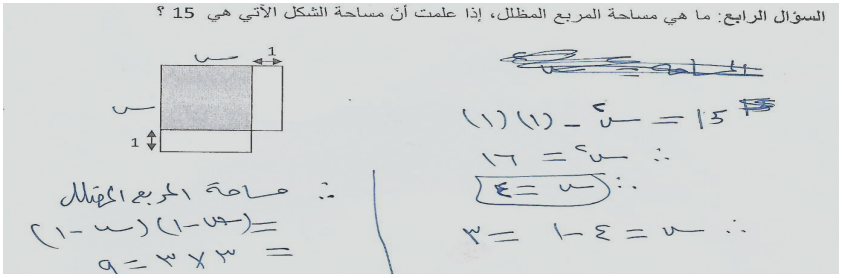
وأثناء المقابلة، عبّر الطالب (c2) عن إجابته بقوله " $x = 3$، *ولو أخذنا* $x = -3$، *لا خلص* $(-3+3)$ $x = 3$". في هذه الفقرة لم يحدد الطالب أن القيمة المجهولة تظهر في معادلة من الدرجة الثانية، حيث إنّ القوس $(x + 3)$ يساوي (6) أو (6−)، ولم يحدد أن المتغير (x) مجهول له قيمتين عندما حدد أن له قيمة واحدة وهي (3). أما الشكل (21) فيعرض إجابة أخرى للفقرة (2.a) وهي للطالب (d3) من طلبة السنة الرابعة، حيث قام بفك الأقواس، ومن ثم حاول تحليل المعادلة، وحدّد أن كل عامل يساوي الناتج، وهذا الخطأ بالإضافة إلى الخطأ السابق لدى الطالب (c2) ظهرا لدى العديد من الطلبة؛ مما يدل على عدم قدرتهم على تحديد البنية الجبرية للتعبير الجبري؛ وبالتالي عدم قدرتهم على تحديد قيم مجهولة تظهر في معادلة تربيعية تتطلب عمل معالجات حسابية (**U2, U3, U4**).



الشكل (21) إجابة الطالب (d3) على الفقرة (2.a)

يتضح من إجابة الطالب (d3) أنه يعرف أن المتغير (x) مجهول بقيمتين، ولكنه لم يقوم بمعالجات حسابية صحيحة عندما حدد أن كل عامل يساوي (25)، كما أنه لم يحاول التأكد من معقولية الحل، حيث إنّ حاصل ضرب ($22\times25\neq25$)، وعندما طُلب منه حل هذا السؤال أثناء المقابلة قدم نفس الإجابة ($x = 22$ ، $x = 25$) مما يدل أن لديه خطأ مفاهيميا في حل المعادلات التربيعية، بالتالي لم تتوفر لديه المظاهر **(U2,U3,U4)**.

كما يُظهر الجدول (22) في الفقرة (4) أنّ (51%) من الطلبة استطاعوا ترميز المتغير كمجهول محددّ من خلال معادلة تمثل المسألة اللفظية **(U1,U5)**، وتحديد القيمة المجهولة لإيجاد مساحة المربع المظلل **(U2, U3,U4)**، كما تبين أنّ (37%) من الطلبة ظهرت لديهم أخطاء، ولم يستطيعوا تكوين المعادلة وإيجاد القيمة المجهولة لتحديد مساحة المربع المظلل، ومن هذه الأخطاء $(x+1)(x+1) = 15$، و المساحة $= (x-1)(y-1)$ ، $(x-1)(x-1) = 15$، ومساحة المربع $= (15)^2$ ، و$x^2+4+4x = 15$ ، و$x \times y = 14$ ، و $x(x+2) = 15$، ومساحة المربع $15-2 = 13$، ويعرض الشكل (22) إجابة الطالب (b5) وهو من طلبة السنة الثانية.



الشكل (22) إجابة الطالب (b5)على الفقرة (4)

في هذه المسألة أدرك الطالب (b5) وجود قيمة مجهولة عندما استخدم الترميز لتكوين معادلة **(U1, U5)** وحدد أن قيمة ضلع المربع المظلل تساوي (س−1)، وقام بعمل عمليات حسابية لتحديد القيمة المجهولة وإيجاد مساحة المربع المظلل**(U2 ,U3, U4)**.

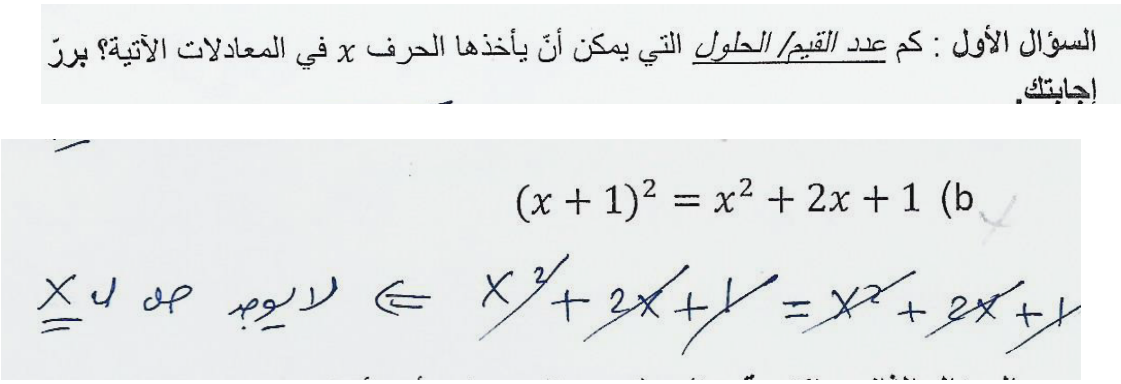
وبالنسبة لتفسير استخدام المتغير **كعدد معمّم**، يعرض الجدول (23) نسب طلبة المرحلة الجامعية الأولى مصنفه إجابة صحيحة وإجابة غير صحيحة ولا إجابة في الفقرات (1.b)، (2.b)، (3) التي تتضمن متغيراً كعدد مُعمّم.

جدول (23) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعدد مُعمّم

الفقرة	التفسير المطلوب للمتغير الجبري لحل المسألة	لا توجد إجابة %	إجابة صحيحة %	إجابة غير صحيحة %
(1.b): كم **عدد القيم/ الحلول** التي يمكن أنّ يأخذها الحرف x في المعادلات الآتية؟ برّر إجابتك. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$.	**تفسير المتغير كعدد عام في تعبير منطقي يتضمن حدود تربيعية.G_2**	2%	44%	54%
(2.b): اكتب **قيم الحرف** x التي يمكن أن يأخذها في كل معادلة مما يلي؟ $2(3x+2) = 3(2x-1) + 7$.	**تفسير المتغير كعدد عام في تعبير منطقي يتضمن حدود من الدرجة الأولى.G_2 وعمل معالجة لمتغير كعدد عام (توسيع) ليدرك أنّ الطرفين متكافئان.G_4**	1%	38%	61%
(3): أنظر للمتسلسلة الآتية، ثم أجب عما يليها: n_1 $x+1$ n_2 $\frac{x^2}{2!}+x+1$ n_3 $\frac{x^3}{2!}+\frac{x^2}{2!}+x+1$ n_5 …… n_k ……	**إدراك النمط، وتوضيح الخطوات الأولى للنمط.G_1**	2%	95%	3%
	ترميز لمتغير كعدد عام كنتيجة لإدراك النمط بإعطاء الرمز.G_3, G_5	14%	77%	9%

يتبين من الجدول (23) في الفقرة (1.b) أن (44%) من الطلبة فسروا المتغير الجبري كعدد عام في تعبي منطقي يتضمن حدود تربيعية **(G2)**، وحددوا أن له عدداً لا نهائياً من الحلول، بينما

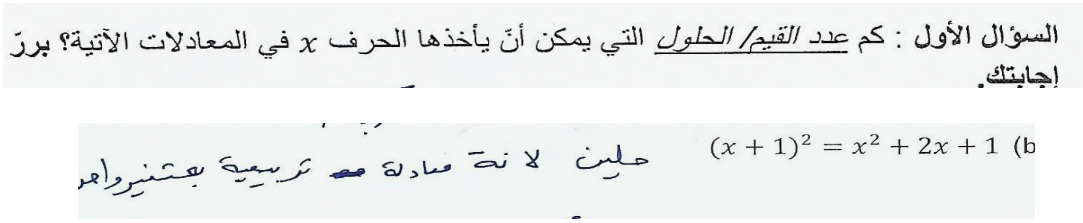
(56%) من الطلبة لم يفسروا المتغير الجبري كعدد عام، وظهر لدى (54%) منهم أخطاءً متعددة، فمنهم من حدد أنه لا يوجد حل للمعادلة، ومنهم من حدد أن للمعادلة حلين لأنها من الدرجة الثانية، وبعضهم حدد حلا واحدا لها وهو $x = 0$ لأن طرفي المعادلة متساويان $(0 = 0)$، وحدّد طالب آخر أن للمعادلة أربعة حلول لأنها ستصبح من الدرجة الرابعة. ويعرض الشكل (23) إجابة الطالبة (c4) وهي من طلبة السنة الثالثة كمثال على الطلبة الذين أجابوا أنه لا يوجد حل للمعادلة.



الشكل (23) إجابة الطالبة (c4) على الفقرة (1.b)

وعندما سئلت الطالبة (c4)" فسري لماذا لا يوجد حل للمتغير x ؟، قالت " *هنا* (x) *ليس لها قيمة لأن* $(0 = 0)$ "، وفي هذه المسألة فسرت الطالبة وكثير من الطلبة أنه لا يوجد قيمة للمتغير (x) فبعضهم فسر ذلك لأن $(0 = 0)$ وبعضهم فسر ذلك بأنه لا يوجد متغير؛ ففي هذه الحالة لم يفسر الطلبة المتغير (x) كعدد مُعمم له ما لانهاية من القيم، حيث إنّ طرفي المعادلة تعبيران متكافئان **(G2)**، وكذلك بعض من الطلبة فسروا المتغير (x) كمجهول محدد له قيمة واحدة، فمنهم من فسر أنه يساوي صفرا نتيجة أن $(0 = 0)$، ومنهم من فسر أنه يساوي (1) لأن $(1 = 1)$، ومنهم من فسر بوجود حلين لأن المعادلة من الدرجة الثانية. ويعرض الشكل (24)

إجابة الطالبة (C5) وهي من طلبة السنة الثانية كحالة أخرى من أخطاء الطلبة الذين أجابوا أن للمعادلة حلان؛ مُبررين إجابتهم أنّ المعادلة من الدرجة الثانية .

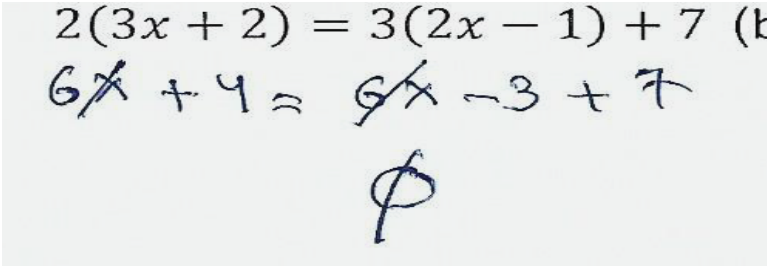


الشكل (24) إجابة الطالبة (C5) على الفقرة (1.b)

في هذه المسألة أقل من نصف الطلبة فسروا المتغير (x) كعدد مُعمم له ما لانهاية من القيم عندما أدركوا أن طرفي المعادلة متكافئان، وبالتالي أي قيمة للمتغير (x) تجعل المعادلة صحيحة، ولكن أكثر من نصف الطلبة فسروا المتغير (x) كمجهول محدد **(U2)**، ولم يدركوا البنية الجبرية للتعبير الجبري.

كما يتبين من الجدول (23) أنّ (38%) من الطلبة في الفقرة (2.b) استطاعوا تحديد أن الأعداد الحقيقية (R) تمثل مجموعة الحل للمعادلة، بينما (62%) من الطلبة لم يفسروا المتغير الجبري كعدد مُعمم في تعبير منطقي يتضمن حدودا من الدرجة الأولى **(G2)**، ولم يدركوا أن الطرفين متكافئان **(G4)**، فظهر لدى (61%) من الطلبة أخطاء؛ نتيجة أنهم قاموا بإجراءات آلية دون تمعن أو دراسة، فلم يدركوا البنية الجبرية للتعبير الجبري، ومن هذه الأخطاء أنه لا يوجد حل للمعادلة فبعضهم فسر ذلك لأن $(0 = 0)$ وبعضهم قال لأن $(x = x)$، ومنهم من حدد أن $x = 1$، ومنهم من حدد أن $x = 0$ لأن $(0 = 0)$ وغيرها من الأخطاء. ويعرض الشكل (25) إجابة الطالبة (a2) على الفقرة (2.b) التي أجابت بعدم وجود حل للمعادلة، وهي من طلبة السنة.

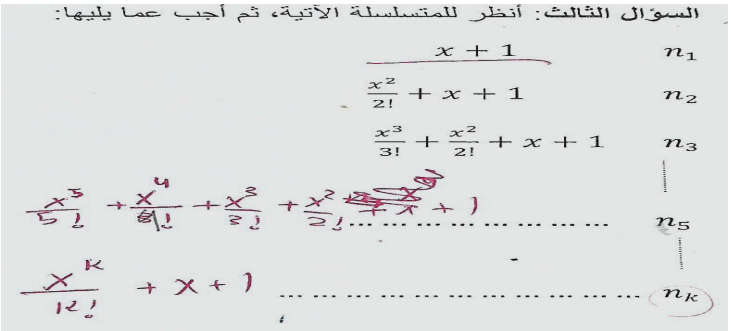
السؤال الثاني: اكتب *قيم الحرف* x التي يمكن أن يأخذها في كل معادلة مما يلي؟



الشكل (25) إجابة الطالبة (a2) على الفقرة (2.b)

وعبرت الطالبة (a2) عن إجابتها قائله" *عندما نفك الأقواس* $6x$ *بتروح مع* $6x$ *؛ لذلك لا يوجد مجهول، لذلك سيكون صفر من الحلول*". نستنتج مما سبق أن الطالبة في هذه الفقرة لم تفسر أن المتغير الجبري (x) يأخذ جميع الأعداد الحقيقية $(x \in R)$ نتيجة أن الطرفين متكافئان(**G2, G4**)، والسبب في ذلك أنها لم تدرك البنية الجبرية للتعبير الجبري.

وفي الفقرة (3)، يبين الجدول (23) أنّ (95%) من الطلبة استطاعوا إدراك النمط من خلال قدرتهم على إيجاد نمط الرتبة الخامسة (**G1**)، ونلاحظ أنّ (77%) من الطلبة لديهم قدرة على ترميز المتغير الجبري كعدد عام، نتيجة لإدراك النمط (**G3 ,G5**)، بينما لم يستطيع (23%) من الطلبة ترميز المتغير الجبري كعدد مُعمم، وظهر لدى (9%) من الطلبة أخطاء مثل: $\frac{x^k}{k!}$ ، و$\frac{x^k}{k!} + x + 1$ ، و$\cdots + \frac{x^{k-2}}{(k-2)!} + \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$. ويبين الشكل (26) إجابة الطالبة (a3) على الفقرة الثالثة وهي من طلبة السنة الأولى.



الشكل (26) إجابة الطالبة (a3) على الفقرة (3)

استطاعت الطالبة (a3) إدراك النمط من خلال إيجاد نمط الرتبة الخامسة **(G1)**، ولكنها أخفقت في ترميز النمط العام للمتسلسلة، مما يعني أنها لم تستطيع تفسير المتغير الجبري (x) كعدد مُعمم نتيجة لإدراك النمط **(G3, G5)**.

ويعرض الجدول (24) نسب الطلبة الذين صنفت إجاباتهم: إجابة صحيحة، وإجابة غير صحيحة، ولا توجد إجابة في الفقرات (5.a)، (5.b)، (5.c)، (5.d)، (5.e) التي تتضمن متغيراً **كعلاقة اقترانية.**

جدول (24) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعلاقة اقترانية

الفقرة	التفسير المطلوب للمتغير الجبري لحل المسألة	لا توجد إجابة %	إجابة صحيحة %	إجابة غير صحيحة %
(5.a): أنظر للجدول (أنظر للملحق(3))، أكمل الجدول المعروض .	**يكمل الجدول بالتركيز على التقابل. F_1, F_2**	7%	87%	6%
(5.b): أنظر للجدول (أنظر للملحق(3))، حدد ماذا يحدث لقيمة **y** عندما قيمة **x** تزداد.	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى(إحداثيات x) غير مرتبة، والتركيز على التغير المشترك، والبيانات تمثل علاقة تربيعية. F_4**	2%	4%	94%
(5.c): أنظر للجدول (أنظر للملحق(3))، أكتب القاعدة العامة التي تمثل العلاقة بين المتغير **x** والمتغير **y** .	**ترميز علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والتعبير يمثل علاقة تربيعية، والرموز معطاة. F_6**	11%	81%	8%
(5.d): أنظر للجدول (أنظر للملحق(3))، عندما تأخذ **x** قيم بين 2− و 26 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون **y** ؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والبيانات تمثل علاقة تربيعية، والفقرة تتطلب تحديد فترة المتغير التابع نظراً لفترة المتغير المستقل المعطاة. F_3, F_5**	11%	7%	82%
(5.e): أنظر للجدول (أنظر للملحق(3))، عندما نريد قيمة لـ **y** بين 256 و 10000 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون **x** ؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والبيانات تمثل علاقة تربيعية، والفقرة تتطلب تحديد فترة المتغير المستقل نظراً لفترة المتغير التابع المعطاة. F_3, F_5**	14%	10%	76%

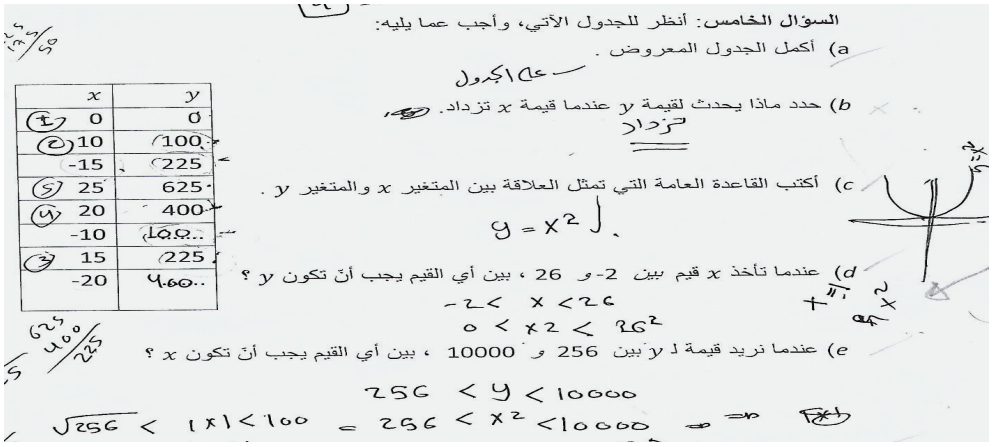
أما بالنسبة لتفسير استخدام المتغير الجبري كعلاقة اقترانية على شكل جدول، يظهر من الجدول (24) في الفقرة (5.a) أنّ (87%) من الطلبة فسروا المتغير الجبري كعلاقة اقترانية بالتركيز على التقابل (**F1** ,**F2**)، ولم يستطع ذلك (13%) من الطلبة، حيث حدّد بعضهم أن القيم هي (100−) و (400−) على الترتيب، ومنهم من حدد أنها (100) و (200). ونلاحظ في الفقرة (5.b) أنّ (4%) من الطلبة لديهم قدرة على تفسير المتغير الجبري كعلاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة (x, y) في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والتركيز على التغير المشترك بين المتغير (x) والمتغير (y) في بيانات تمثل علاقة تربيعية (**F4**)، بينما (96%) من الطلبة لم يستطيعوا ذلك، و(94%) أجابوا أن (y) تزداد عندما قيمة (x) تزداد.

ويوضح الشكل (27) إجابة الطالبة (d1) على الفقرة (5.b) حيث حددت أن قيمة المتغير (y) تزداد عندما قيمة المتغير (x) تزداد، ولم تفسر أن المتغير (y) يزداد عندما المتغير (x) ينتمي للفترة $(0 , \infty)$ ويتناقص عندما المتغير (x) ينتمي للفترة $(\infty- , 0)$، وأثناء المقابلة قالت الطالبة " *هذا الاقتران متزايد لأنني أخذ الجذر لقيم (y)، ثم قالت أريد أن اشتقه والمفروض أن أعرف هذا الشيء*"، ثم قالت " *هذا الاقتران متزايد عندما (x) تتزايد*"،هذه الطالبة فسرت التزايد للمتغير (y) من خلال أخذ جذر قيم المتغير (x)؛ أي أنها أخذت القيم الموجبة فقط للمتغير (x)، بالرغم أن هذه الطالبة قامت برسم الاقتران بيانياً، فمن خلال الرسم يمكن ملاحظة أن الاقتران يتزايد عند الفترة $(0 , \infty)$ ويتناقص عند الفترة $(\infty- , 0)$. وتبين من خلال المقابلات وجود تصور خطأ حول التزايد وهو أن المتغير (x) يكون متزايدا عندما تكون قيمه موجبة، لذلك كان الطلبة يأخذون القيم الموجبة فقط للمتغير(x)، وقد حدث نفس الشيء في المسألتين السابعة

والتاسعة، كما فسر بعض من الطلبة *أن الاقتران متزايد لأنه تربيعي ونحن نربع العدد بالتالي يزيد لأنه القيمة تكبر معي*".

أمّا في الفقرة (5.c)، استطاع (81%) من الطلبة ترميز العلاقة الاقترانية التي تمثل جدول إحداثياته غير مرتبة (**F6**)، و(19%) لم يحددوا أن العلاقة تربيعية، ومن الأخطاء التي أرتكبها الطلبة $(x^2 = y^2)$، و$(y = 10x)$، و(x^2/y^2)، و$(x + y^2)$، و$(x = y^2)$، و$(x \pm 5 = y \pm 125)$. وفي هذه المسألة فسر الطالب (d3) " *أن* $(y = 10x)$ *لأن* $(10 \times 10 = 100)$ *و* $(10 \times 0 = 0)$"، ولم يستطع تحديد القاعدة العامة لأنه لم يدرس الجدول بشكل جيد واكتفى بأول زوجين مرتبين ليكتشف ما هي القاعدة، وهذه من الأخطاء التي يرتكبها كثير من الطلبة.

كما يلحظ من الجدول(24) أن (7%) من الطلبة في الفقرة (5.d) استطاعوا تفسير المتغير الجبري كعلاقة اقترانية بتحديد فترة المتغير المستقل (x) بالاعتماد على فترة المتغير التابع المُعطى (y)، (**F3** ,**F5**)، وحددوا أنّ (y) تقع بين $(26^2$, 0)، بينما أخطأ (82%) من الطلبة في تحديد الفترة وحددوا أنّ (y) تقع بين (676 , 4)، ومنهم من حدد أنّ $y = \{0,100,625,400,225\}$، ومنهم من أجاب كل القيم التي في الجدول، أو (y) تقع بين (0,10,15,25)، بينما (11%) لم يحددوا إجابة للفقرة. ويوضح الشكل (27) إجابة الطالبة (d1) على الفقرة (5) وهي من طلبة السنة الرابعة.

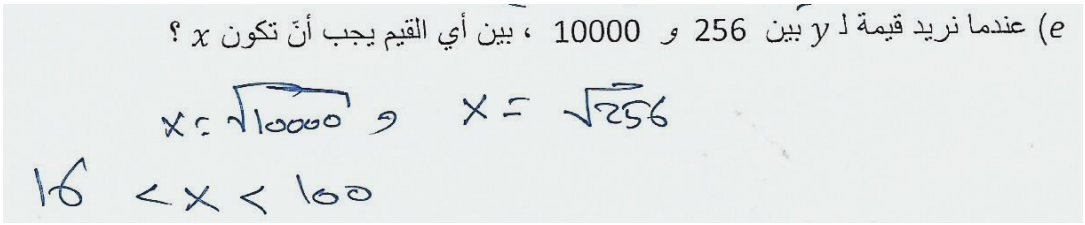


الشكل (27) إجابة الطالبة (d1) على الفقرة (5)

وأثناء المقابلة، عبرت الطالبة (d1) عن إجابتها على الفقرة (5.d)، عندما سئلت لماذا كانت إجابتك في الفقرة (5.d) من (0) إلى (26^2)؟، قالت " *لأننا عندما نربع* $x = -1$ *فإن* $(-1^2) = 1$، *وهي غير داخله عندما نكتب من (4) إلى* (26^2)، *وكذلك نفس الشيء عندما* $x = 1$ ؛ *فلو أخذنا* (-2^2) *إلى* 26^2 *يكون من (0) إلى (4) استثنيت عدد لا نهائي من القيم*". في هذه المسألة معظم الطلبة فسروا أن المتغير (y) يقع بين (4) و (256) من خلا ل النظر للاقتران أنه تربيعي، ولم يفسروا ذلك من خلال التغير المشترك بين المتغير (y) والمتغير (x)، عندها سيدرك الطالب أن المتغير (y) يقع بين (676, 0) وليس بين (256 , 4).

أما الفقرة (5.e)، فقد استطاع (10%) من الطلبة تفسير المتغير كعلاقة اقترانية من خلال تحديد فترة المتغير التابع بالاعتماد على فترة المتغير المستقل المُعطى **(F5 ,F3)**، وحددوا أنها تقع بين (100, 16) أو بين (−100,−16)، بينما أخطأ (76%) من الطلبة في تحديد الفترة، فمعظمهم حدد أنّ x تقع بين $(16 ,100)$، ومنهم من حدد أنّ $x = \{25,20,-20\}$، أو أنّ x

تقع بين (15−, 20−)، و(14%) من الطلبة لم يحددوا إجابة للفقرة. ويوضح الشكل (28) إجابة الطالب (d4) على الفقرة (5.e) وهو من طلبة السنة الرابعة.



الشكل 28 إجابة الطالب (d4) على الفقرة (5.e)

وعندما طُلب من الطالب (d4) شرح تفكيره من خلال المقابلة في الفقرة (5.e)، قال " (x) محصورة *بين (16) و (100) لأنه اقتران تربيعي*". معظم الطلبة فسر أن المتغير (x) يقع بين (16) و (100)، ولم يفسروا أن المتغير (x) يقع كذلك بين (100−) و (16−)، وبعض من الطلبة حددوا القيم التي تقع بين (256) و (10000) من خلال القيم الموجودة فقط في الجدول ولم يفسر الإجابة بتحديد فترة المتغير المستقل (x) نظراً لفترة المتغير التابع (y) المعطاة $(\mathbf{F_3}, \mathbf{F_5})$

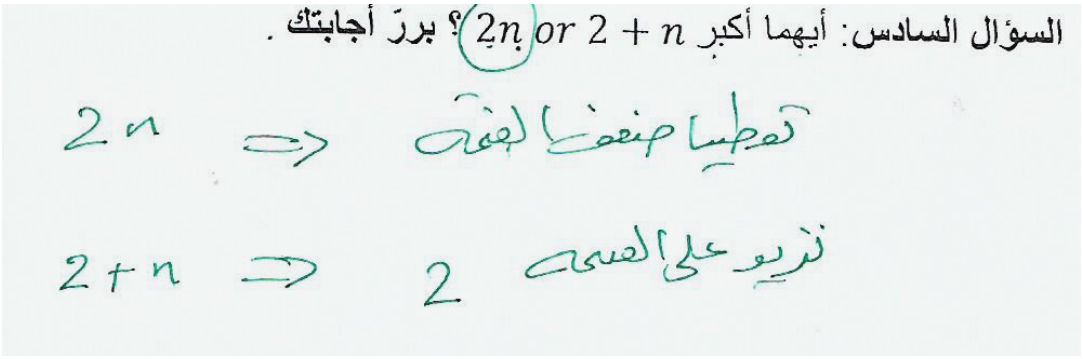
أما الجدول (25) فيعرض نسب طلبة المرحلة الجامعية الأولى الذين أجابوا إجابة صحيحة، أو إجابة غير صحيحة، أو لا توجد لديهم إجابة في الفقرات (6)، (7.a)، (7.b)، (7.c)، (7.d)، (8)، (9) التي تتضمن متغيراً كعلاقة اقترانية.

جدول (25) تفسير المتغير ونسب الإجابة على فقرات تتضمن متغيراً كعلاقة اقترانية

الفقرة	التفسير المطلوب للمتغير الجبري لحل المسألة	لا توجد إجابة %	إجابة صحيحة %	إجابة غير صحيحة %
(6): أيهما أكبر $2n$ **or** $2+n$ ؟ برّر أجابتك .	**إدراك التغير المشترك المتضمن في التعابير التحليلية** $2+n$ **و** $2n$ **استناداً لقيمة** n **، والمقارنة بين التعبيرين.** F_4	5%	21%	74%
(7.a): أدرس الرسم البياني (أنظر للملحق(3))، بين أي القيم تكون x ، عندما تتزايد قيم y ؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في فترات.** F_5	4%	54%	42%
(7.b): أدرس الرسم البياني (أنظر للملحق(3))، بين أي القيم تكون x ، عندما تتناقص قيم y ؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في فترات.** F_5	6%	56%	38%
(7.c):أدرس الرسم البياني (أنظر للملحق(3))، ما قيمة x التي تجعل y قيمة عظمى؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والفقرة تتطلب تحديد قيمة محددّة لمتغير مستقل من متغير تابع يصل لقيمته العظمى.** F_3	6%	88%	6%
(7.d): أدرس الرسم البياني (أنظر للملحق(3))، ما قيمة x التي تجعل y قيمة عظمى؟	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والفقرة تتطلب تحديد قيمة محددّة لمتغير مستقل من متغير تابع يصل لقيمته الصغرى.** F_3	5%	80%	15%
(8): إذا كانت $x+3=y$ ، ما هي القيم التي يمكن أن تأخذها y ؟ برّر إجابتك.	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية بالتركيز على المدى F1.**	9%	63%	28%
(9): إذا كانت $y=7+x$ ، ماذا يحدث لقيم y عندما تزداد قيمة x ؟ برّر إجابتك.	**تفسير المتغير في علاقة اقترانية بالتركيز على التغير المشترك للمتغيرات والمدى F4 ، F1.**	5%	80%	10%

وبالنسبة لتفسير المتغير الجبري كعلاقة اقترانية في تعبير جبري، نلاحظ من الجدول (25) في الفقرة (6) أنّ (21%) من الطلبة ادركوا التغير المشترك في التعبيرين $(2+n)$ و $(2n)$ بالاعتماد على قيمة (n). **(F4)**، و(79%) لم يدركوا التغير المشترك بين التعبيرين، و (74%) حددوا إجابة خاطئة، فمعظم الطلبة حددوا أن التعبير الجبري $(2n)$ أكبر من التعبير الجبري

$(2+n)$ مُبررين أنّ الضرب أقوى من الجمع، ومنهم من برر $(2n)$ أكبر لأن قيمته تتضاعف، ومنهم من عوض قيم مثل($n=3$) فحدد أنّ (2×3>2+3)، ومنهم من أجاب أنّ ميل $(2n)$ أكبر من ميل($(2+n$)، وبعض من الطلبة حددوا أن ($(2+n$) أكبر نتيجة لتعويض قيم محددّة من مثل (2×1>2+1) و(2×0> 2+0)، ومنهم من حدد أنّ $(2+n)$ أكبر من ($(2n$) لأن قيمة (n) يمكن أن تكون سالبة. ويوضح الشكل (29) إجابة الطالبة (b2) على الفقرة (6) وهي من طلبة السنة الثانية.



الشكل (29) إجابة الطالبة (b2) على الفقرة (6)

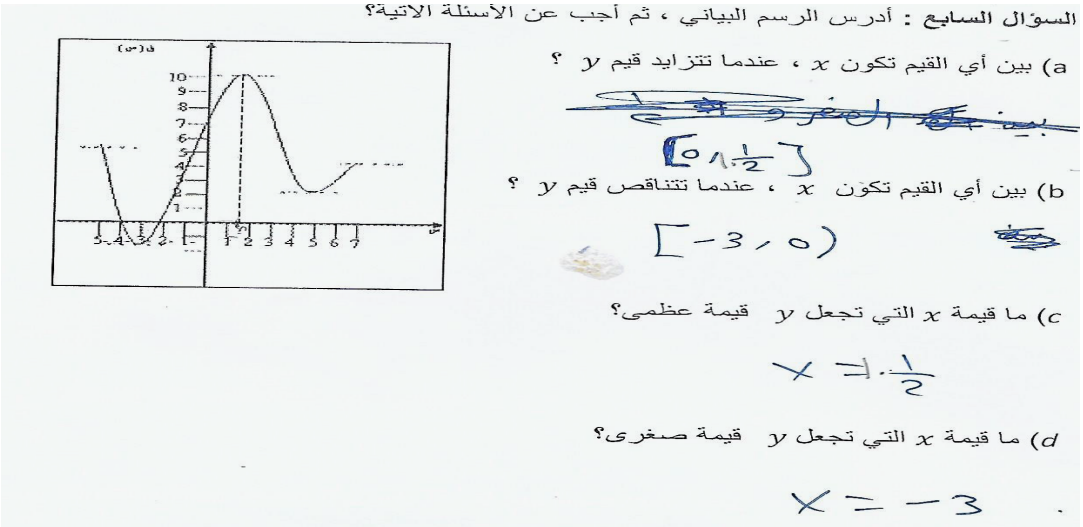
وعبرت الطالبة (b2) عن إجابتها في المقابلة قائله *"لأن* $(2n)$ *ضعف القيمة بينما* $(n+2)$ *لا"*، وعندما سألتها الباحثة ما هي القيم التي تأخذها (n) ؟ قالت *" كل الأعداد، ولكن الكسور سيكون* $(2n)$ *أقل، لكن لنأخذ مثلاً* $(\frac{5}{2})$*، ستبقى* $(2n)$ *أكبر"*. في هذه المسألة فسرت الطالبة (b2) أن $(2n)$ أكبر من $(n+2)$ لأنها تعتقد أن عملية الضرب في العدد (2) ستجعل القيمة أكبر من لو أخذنا المتغير (n) مضاف إليه العدد (2)، حيث أنها فسرت ذلك دون الأخذ في الاعتبار أن المتغير (n) يمثل جميع الأعداد الحقيقة، وبالتالي يوجد قيم موجبة وقيم سالبة وكسور؛ فهي تعتقد أن عملية الضرب أكبر من عملية الجمع ولم تدرك أن عملية الضرب في عدد

ليست دائماً تجعل القيمة العددية أكبر؛ لذلك هذه القاعدة لا تنطبق على جميع الأعداد، كما أن التعبيرين متساويان عندما $(n = 2)$، والتعبير $(n + 2)$ أكبر من التعبير $(2n)$ عندما $(n < 2)$، والتعبير $(n + 2)$ أقل من التعبير $(2n)$ عندما $(n > 2)$؛ لذلك يعتمد تحديد وتفسير من هو التعبير الجبري الأكبر من خلال إدراك التغير المشترك المتضمن في التعابير التحليلية $(n + 2$ و $2n)$ استناداً لقيمة المتغير (n)، والمقارنة بين التعبيرين($\mathbf{(F_4}$.

أما في الفقرة (7.a)، فقد استطاع (54%) من الطلبة تفسير المتغير الجبري كعلاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في الفترات **(F5)**، بينما اخفق في تحديد فترات الحل (46%) من الطلبة. ومن الأخطاء التي ظهرت لديهم الإجابات: $\{-3,-1,0,1,6\}$، و $(-2,2)$، و$\{7,1.5,-2\}$، و$(1,2)$، و$[5,\infty[$، $[3\ 1.5]$ ، و $[5,\infty] \cup [-3,-1.5]$، و $[0,1.5]$، و $[-2,2]$. ويبيّن الشكل(30) إجابة الطالب (b5) على الفقرة (7.a). أما في الفقرة (7.b) استطاع (56%) من الطلبة تفسير المتغير الجبري كعلاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في الفترات **(F5)**، بينما اخفق في تحديد فترات الحل (44%) من الطلبة. ومن الأخطاء التي ظهرت لدى الطلبة في هذه الفقرة إعطاء الاجابات $(-2,-5)$، و $[-\infty,-3] \cup [1.5,5]$ ، و $(-5,-4,1.5)$، و $[-3,0)$، و $[\infty,3] \cup [2,\infty)$ و $x = \{-5,-4,-3,2,3,4,5\}$. والشكل (30) يبيّن إجابة الطالب (b5) على الفقرة (7.b).

كما يلحظ من الجدول (25) أنّ (88%) من الطلبة في الفقرة (7.c) استطاعوا تفسير المتغير الجبري في علاقة اقترانية من رسم بياني من خلال تحديد القيمة العظمى للرسم البياني

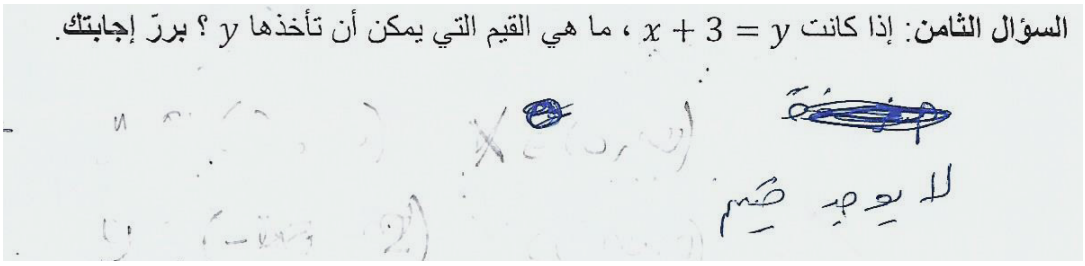
(F3)، ومن الأخطاء التي ظهرت في هذا السياق: {7, 1.5, 5-}، $x = 2$، و $x = 7$. أما في الفقرة (7.d) فقد استطاع (80%) من الطلبة تحديد القيمة الصغرى للرسم البياني (F3)، ومن الأخطاء التي ظهرت لدى الطلبة في هذه الفقرة $x = 1$، و$(x = 3, x = 4)$، و$x = 5$، و$x = -2$، و$x = -1$، و {5 , 3-}. ويوضح الشكل (30) إجابة الطالب (b5) على السؤال السابع بكافة فروعه وهو من طلبة السنة الثانية.



الشكل (30) إجابة الطالب (b5) على الفقرة (7)

يتبيّن من خلال إجابة الطالب (b5) على الفقرة (7.a) تفسيره أن المتغير (y) يزداد عندما تكون قيم المتغير (x) موجبة عندما حدّد أن المتغير (x) يقع في الفترة [1.5, 0]، وفي الفقرة (7.b) فسر أن المتغير (y) يتناقص عندما تكون قيم المتغير (x) سالبة عندما حدد أن المتغير (x) يقع في الفترة [0 , 3-]. ومن هنا يتبين في هذه المسألة أنّ الطالب (b5) لم يستطع تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك بين المتغير (x) والمتغير (y) في فترات$(\mathbf{F_5})$.

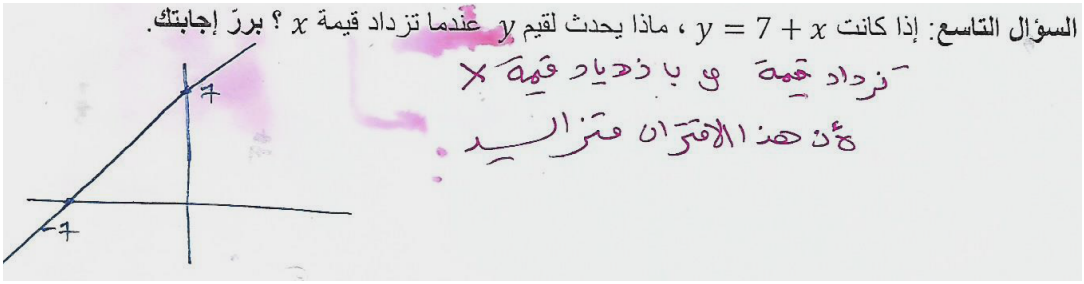
أما بالنسبة لقدرة الطلبة على تفسير استخدام المتغير الجبري في علاقة اقترانية من خلال تعبير جبري بالتركيز على المدى (**F1**)، نلاحظ من الجدول (25) في الفقرة (8) أن (63%) من الطلبة استطاعوا تحديد المدى للتعبير الجبري، واخفق (37%) من الطلبة في تفسير استخدام المتغير الجبري في علاقة اقترانية من خلال تعبير جبري بالتركيز على المدى (**F1**)، ومن الأخطاء التي ظهرت لدى الطلبة، تأخذ (y) القيمة $(x$ مضافاً عليها (3)، ومنهم من حدد جميع الأعداد الحقيقية التي تكون أكبر أو تساوي (3)، و $y = 0$ عند $x = -3$، و $y = -3$ عند $x = 0$، و $y \geqslant 3$ ، و $(-3 , \infty)$، ومنهم من أجاب (y) تأخذ قيمتين لأن المعادلة بمتغيرين، و $y \geq 3$ ، و أقل قيمة $y = 3$ عند $x = 0$. ويعرض الشكل (31) إجابة الطالبة (b1) على الفقرة (8) وهي من طلبة السنة الثانية، وعندما سألتها الباحثة لماذا لا يوجد قيم؟، قالت "*لنأخذ* $x = -1$ *ونعوضها* $-1 + 3 = 2$*؛ إذن توجد قيم، بالتالي حلي غير صحيح*".



الشكل (31) إجابة الطالبة (b1) على الفقرة (8)

أما ما يتعلق بالفقرة (9)، يتبين من الجدول (25) أنّ (80%) من الطلبة لديهم قدرة على تفسير المتغير في علاقة اقترانية من خلال التركيز على التغير المشترك للمتغيرات والمدى (**F4** ، **F1**). ومن الأخطاء التي ظهرت لدى الطلبة، فمنهم من أجاب تكون قيمة (y) أكبر من (x) بإضافة (7)، ومنهم من حدد أنه متزايد لأن العلاقة إضافة قيمة موجبة، ومتزايد لأن العلاقة

خطية، (∞, 7−]، ومنهم من أجاب تقل لأن القيمة (y) تقل من الرسم البياني،أو تزداد من (, 0 ∞) وتتناقص من (0 , ∞−) وتتساوى عند $x = 0$ ، ومنهم من أجاب أكبر من (7−)، وبعض من الطلبة حدد أنه متزايد عندما قيم (x) الموجبة ومتناقص عندما قيم (x) تكون سالبة. ويظهر الشكل (32) إجابة الطالبة (c1) على الفقرة (9) وهي من طلبة السنة الثالثة.



الشكل (32) إجابة الطالبة (c1) على الفقرة (9)

وعندما سُئلت الطالبة (c1) لماذا حددت أن الاقتران متزايد؟ أجابت " *من خلال الرسم يتضح أن الاقتران متزايد، حيث إنّ ميل الاقتران* موجب". كما قام الطالب (b4) باشتقاق الاقتران وتحديد أن المشتقة تساوي واحد ومنها حدد أن الاقتران متزايد لأن المشتقة أكبر من صفر، وكذلك قام بعض من الطلبة بأخذ قيم للمتغير (x) وتعويضها في العلاقة الاقترانية ومنها تم تحديد أن الاقتران متزايد، وهذه حالات تدل على قدرة الطلبة على تفسير المتغير في علاقة اقترانية بالتركيز على التغير المشترك للمتغيرات والمدى (**F4** ، **F1**).

الفصل الخامس
المناقشة والاستنتاجات والتوصيات

في ضوء النتائج التي أظهرها التحليل النوعي في السؤال الأول الذي هدف إلى الكشف عن مظاهر الحس الرمزي، يمكن القول بأنّ طلبة الرياضيات في المرحلة الجامعية الأولى قد أظهروا عددا من سلوكات الحس الرمزي التي توزعت على مرحلتي حل المسألة المتمثلتين بالصياغة، والحل ضمن التوقع الجبري والقدرة على ربط التمثيلات، بينما كانت مظاهر الحس الرمزي نادرة في مرحلة التفسير والتحقق. ولكنّ العديد من هذه المظاهر كانت ممثلة بسلوكات غير منظّمة وغير منتجة أو غير صحيحة، ولم تؤدي في كثير من المهمات المقدمة إليهم في التوصل إلى حلها بشكل صحيح أو ذكي؛ فمعظم الطلبة لم يتوصلوا إلى الحل الصحيح في غالبية مسائل الاختبار بالرغم من ظهور العديد من سلوكات الحس الرمزي وبنسب معقولة. ومن الملاحظ أنّ مظاهر الحس الرمزي مرتبطة بشكل كبير مع الفهم المفاهيمي للأفكار والمهارات الجبرية، كما أنّ امتلاك الحس الرمزي قد يؤدي إلى التمكن من حل المسألة في مراحلها من صياغة وحل وتفسير وتحقّق، وبخاصة في مجال المسائل الرمزية. ومن الملاحظ أيضا أنّ معظم الطلبة استخدموا إجراءات حل آلية وتقليدية تفتقر إلى المعرفة المفاهيمية والفهم المفاهيمي، وإلى استكشاف المسألة من أجل حلها، فالحس الرمزي يحتاج إلى استراتيجيات تفكير، والتأكيد على التفكير الجبري الذي يدل على وجود الخبرة الجبرية.

وفي السياق ذاته، لوحظ أنّ معظم الطلبة لديهم القدرة على معرفة متى تُستخدم الرموز، إلى جانب اختيار تمثيلات رمزية مناسبة، بينما القليل منهم تخلوا عن الرموز والتمثيلات غير

المناسبة، واستخدموا وسائل أخرى لحل مسائل الحس الرمزي مثل خط الأعداد أو الرسم البياني أو التخمين. بينما أظهر معظم الطلبة في جميع المسائل قدرة على إدراك القواعد والخصائص الأساسية والذي يندرج تحتها معرفة معنى الرموز، وترتيب العمليات وخصائصها، ولكنها لم تكن ذات فائدة لحل المسائل المطروحة، كما أظهر أكثر من نصف الطلبة قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال تحديد عناصر التعبير الجبري أو جزء من التعبير كوحدة واحدة، بينما أظهر نصفهم تقريباً قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال استخدام مجموعة من الاستراتيجيات ببراعة.

وفي مجال تحديد السمات الرئيسية للتعبير الجبري، تبيّن أنّ لدى معظم الطلبة قدرة على تحديد نوع الصيغة الجبرية، والحد السائد للتعبير الجبري لمعرفة عدد الحلول أو الجذور، أو تحديد درجة كثير الحدود، علاوة على ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل سواء كان حقيقيا أم مركبا أم اعدادا سالبة أم اعدادا صحيحة، أو أنّ الحل يقع ضمن فترة معينة. وبالرغم من ذلك، لم يستغل الطلبة تلك السمات للوصول إلى الهدف المطلوب من المسألة، ولكنهم استطاعوا تحديد هذه السمات دون القدرة على استغلال هذه السمات للوصول إلى الهدف المطلوب من المسألة، مما يدل على وجود ضعف لديهم في القدرة على إدراك وتحديد متى تستخدم هذه الإستراتيجيات وكيف ولماذا. أمّا في مجال إدراك معنى رموز المسألة وربطها بخبراتهم السابقة، فقد ظهر ضعفا واضحا في هذا المجال من مظاهر الحس الرمزي لدى العدد الأكبر من الطلبة؛ إذ لم يتمكنوا من التحقق من الحل أو تعديله.

وقد اتفقت نتائج السؤال الأول مع نتائج دراسة شارما (Sharma, 2001) التي أشارت إلى عدم تحقق معظم الطلبة من الحلول فكانت مظاهر الحس الرمزي ضعيفة في هذا الجانب، كما اتفقت

مع دراسة نايدو(Naidoo, 2009) من حيث وجود ضعف في أداء الطلبة على المهمات الجبرية، إضافة إلى إتفاقها مع نتائج دراسة تيرسوكو وسباندو ودي فرايز (Turşucu, Spandaw & De Vries, 2018) التي أشارت إلى أنّ معظم الطلبة اتبعوا إجراءات تتطلب وقتا طويلا ولم تكن منظّمة وتفتقر لعدد من مظاهر الحس الرمزي.

يتضح ممّا سبق، أن العديد من الطلبة قد واجهوا صعوبات في التعامل مع مهمات الحس الرمزي المقدّمة إليهم، سواء من خلال إجاباتهم المكتوبة أو من خلال المقابلات، وربما تعود هذه الصعوبات إلى أنّ معلمي الرياضيات المدرسية وأعضاء هيئة التدريس في الجامعة لم يقدّموا دعما كافيا لطلبتهم من أجل تنمية الطلاقة في التعامل مع المعالجات الرياضية بشكل عام والجبرية بشكل خاص، وذلك من خلال التركيز على الإجراءات والقواعد على حساب فهم العمليات. ويبدو ذلك جليا من خلال حلول الطلبة لمهمات الحس الرمزي والتعامل معها بالطريقة الإجرائية، مثل استخدام إستراتيجية الضرب التبادلي لحل معادلة كسرية لا حل لها. وقد يعود ذلك إلى عدم إدراك الطلبة لبنية العبارة الجبرية الكسرية كوحدة واحدة في المعادلة، ووجود علاقة بين بسطها ومقامها.

وربما تعزى هذه النتائج إلى عدم إنخراط طلبة الجامعة في مناقشات حول معنى الرموز وكيف يمكن ربطها مع خبرة الطالب السابقة أو ربطها بمواقف تشكل مشكلة بالنسبة للطالب؛ فلا يكفي أن نعطي معنى للرموز، أو كيف يمكن للبنية الرمزية في الرياضيات أن تعالج دون إدراك أنّ الطلبة لديهم تفسيراتهم القائمة على خبرتهم. وفي هذا السياق، يدّعي آركافي(Arcavi, 2005) أنّ الحس الرمزي يتضمن الفهم وهناك حاجة لاختيار معنى الرموز ومقارنتها مع توقعات الطلبة وحدسهم.

ويبدو أنّ طلبة المرحلة الجامعية الأولى يعتمدون على القوانين لمعالجة بنية المسائل الرمزية أكثر منه على الإستدلال المنطقي، وهدف الطالب هو التوصل إلى إجابة فقط حتى لو

كانت خطأ، ومن الواضح أنّ بنية المسألة لها تأثير على خيارات الطالب في الحل. وربما يفترض المدرسون بأنّ الطلبة يمتلكون قواعد للمعالجات الجبرية قبل تسجيلهم لمساقات متقدمة تحتاج إلى الحس الرمزي. وفي هذا السياق، ربما تعزى النتائج إلى أنّ الطلبة يوظفون تفسيراتهم الشخصية للرموز ومنها الحروف، وبالتالي فإنّ عدم فهم الرموز وكيفية معالجتها ربما يؤدي بالطلبة إلى استخدام تقنيات تفكير غير مناسبة؛ إذ يرى سيربنسكا (Sierpinska, 1995) أنه لا ينظر إلى الجبر– من قبل البعض – على أنّه نظام رمزي وبنفس الوقت طريقة في التفكير.

وفي سياق النظرة إلى الجبر، فربما أنّ معتقدات الطلبة التقليدية نحو الرياضيات بشكل عام ونحو الجبر بشكل خاص، على أنها مجرد إجراءات وخوارزميات، تقف عائقا أمام القدرة على الحس الرمزي من فهم معاني الرموز في المسائل وربطها بخبراتهم السابقة، وهذا ما أكّد عليه لش وزانجوسكي (Zansojewski & Lesh, 2007) في مجال حل المسألة الرياضية.

ولا شكّ أنّ المخططات الذهنية التي يشكلها الطلبة في الرياضيات قبل المرحلة الجامعية تلعب دورا مهما في هذا المجال؛ فانتقال الطلبة من المرحلة المدرسية إلى المرحلة الجامعية مع القليل من الممارسة في مجال استخدام استراتيجيات غنيّة بالفهم المفاهيمي للجبر مثل ماذا ولماذا وكيف ومتى، وما يرافقها من ترميز، يعيق من تقدمهم في مجال التفكير الجبري الذي يعد الحس الرمزي مكونا وداعما له. وفي هذا السياق، يرى بيرغستن (Bergsten, 2014) بأنّ الصيغ والتعبيرات الرياضية وبخاصة الجبرية منها تلعب دورا كبيرا كمكون لمخطط الصور الذهنية، فتلك المخططات تتشكل من العلاقات المكانية للرموز في الصيغ الجبرية والعمليات على تلك الصيغ، وبالتالي فإنّ فهم تلك الصيغ والرموز المكونة لها والعلاقات فيما بينها يشكل الأساس في الحس الرمزي. ولكن يبدو أنّ ذلك يحتاج إلى ممارسات جادة من قبل معلمي المراحل المدرسية وكذلك

الجامعية لدعم الفهم والحس الرمزي لدى الطلبة. ومن هنا لا بدّ من التكاملية بين المظاهر البنيوية والإجراءات للصيغ الجبرية.

ويشير كيران (Kieran, 2007) في السياق ذاته، بأنّ معاني الرموز والتعبيرات الجبرية قد يكون مصدرها الرياضيات نفسها، وهي معاني تنطلق من البنية الجبرية متضمنة شكل وصياغة الرموز والأحرف، ومعاني من التمثيلات الرياضية المختلفة والمتعددة، إلى جانب سياق المسألة، ومصادر خارج سياق المسألة الرياضية، مثل اللغة والخبرات الحياتية. ومن هنا، إذا غابت تلك المصادر فإنّ قدرة الطلبة على الحس الرمزي ربما تتأثر.

وعلاوة على ما سبق، ربما تلعب المعيقات المعرفية (الابستمولوجية) في الرياضيات وبخاصة في الجبر إلى جانب المعيقات التعليمية دورا في تشكيل الصعوبات والأخطاء المفاهيمية، ممّا يؤثر في تقدم الطلبة نحو الفهم المفاهيمي الذي يعد أساسا للحس الرمزي، وعاملا جوهريا في عملية التطور المعرفي والقدرة على حل المسألة. ومن أبرز تلك المعيقات طبيعة المهمات التعليمية والتقييمية التي تقدم للطلبة، وإلى أي مدى تحتاج إلى تأمل وربط وتمثيل ضمن سياقات متعددة. وإذا سلمنا بأنّ الحس الرمزي هو من مهارات التفكير المتقدمة في الرياضيات، فلا بدّ من القائمين على تعليم الرياضيات تذليل تلك الصعوبات من أجل تطوير طرق التفكير وطرق الفهم في مجال الحس الرمزي الذي يحتاج إلى حلول ذكية من قبل الطلبة.

وفي هذا السياق، تؤكد هذه الدراسة على أهمية الحس الرمزي، وقوة الرموز في تطوير التفكير الجبري؛ بمعنى متى تستخدم، وكيف تستخدم من أجل تشكيل العلاقات والتعميمات، وفهم المواقف الرياضية، إضافة إلى القدرة على قراءة التعابير الجبرية ومعالجتها.

أما في ضوء نتائج السؤال الثاني، فيمكن القول بوجود تباين واضح في القدرة على تحديد البنية الجبرية للمسألة، بينما لم يظهر نفس التباين في مظاهر الحس الرمزي الأخرى بين الطلبة باختلاف السنة الدراسية، حيث إنّ أغلب الطلبة لديهم سلوكات الحس الرمزي ولكنها غير منظمة وغير منتجة فهم لا يعرفون متى تستخدم ولماذا تستخدم وكيف تستخدم، باستثناء تحديد بنية المسألة التي تفوق بها طلبة السنتين الثالثة والرابعة. ومن هنا، لا بدّ من تطوير أساليب التدريس لتعلم متى تستخدم إستراتيجية ما، ولماذا تستخدم، وكيف تستخدم، وليس فقط مجرد تعلم إستراتيجيات.

وفي ضوء النتائج التي أظهرها التحليل النوعي للسؤال الثالث، يمكن القول بأنّ طلبة المرحلة الجامعية الأولى ليس لديهم مشكلة في تفسير استخدام المتغير الجبري على أساس أنه مجهول محدّد عندما تكون المعادلات بسيطة، بينما لديهم مشكلة كلما زادت المسألة تعقيداً، إذ لم يستطع (50%) من الطلبة تقريباً تحديد القيمة المجهولة التي تتطلب عمل معالجات أثناء حل مسائل جبرية، كما أنهم لم يحاولوا التحقق من الإجابة التي توصلوا إليها، كما أنّ ما يقارب (50%) من الطلبة لم يكونوا قادرين على ترميز المتغير كمجهول لتشكيل معادلة لحل المسألة.

وأسفرت النتائج أنّ لدى الطلبة صعوبة في التمييز بين المتغير على أساس أنّه مجهول والمتغير كعدد مُعمّم، إذ إنّ معظمهم أظهر ضعفا في تفسير المتغير كعدد معمّم؛ أي يمكن أن يأخذ أيّ قيمة عددية. فمثلا، فسّروا المتغير (x) كمجهول محدّد في التعبير الجبري $(x+1)^2 = x^2+2x+1$، فمنهم من حدّد قيمة واحدة له، ومنهم من حدّد قيمتين، بينما أقل من نصف الطلبة أستطاعوا تفسير المتغير كعدد معمّم وحّددوا أن له عددا لا نهائيا من الحلول. وكذلك الحال في التعبير الجبري $2(3x+2) = 3(2x-1)+7$، فقد استطاع أقل من نصف الطلبة تفسير المتغير (x) كعدد

معمّم، ويمكن أن يأخذ أي قيمة عندما أشاروا أنّ حل التعبير الجبري هي مجموعة الأعداد الحقيقية (R) من خلال عمل معالجات جبرية وإدراك أن الطرفين متكافئان، بينما أكثر من نصف الطلبة فسروا المتغير (x) كمجهول محدّد؛ أي أنه يأخذ قيمة أو قيما عددية محدودة.

كما أشارت النتائج إلى أن معظم الطلبة لديهم قدرة على إدراك النمط وتوضيح الخطوات الأولى للنمط، حيث استطاعوا إكمال عدد من حدود النمط، بينما بعض من أولئك الطلبة الذين أدركوا النمط لم يستطيعوا ترميز المتغير على شكل عدد معمّم لاستنتاج القاعدة العامة التي تمثل النمط، مما يوضّح أن الطلبة ليس لديهم صعوبة في إدراك النمط وتوضيح الخطوات الأولى، ولكنهم واجهوا صعوبة في الترميز رغم إدراك النمط.

أمّا بالنسبة لاستخدام المتغير وتفسيره على أساس العلاقة الاقترانية، فقد واجه الطلبة صعوبة كبيرة في تفسير استخدام المتغير على أنه علاقة اقترانية، حيث إنّ معظم الطلبة لم يستطيعوا تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى (إحداثيات x) غير مرتبة والتركيز على التغير المشترك، كما هو الحال في الفرع (b) الوارد في السؤال الخامس (**حدد ماذا يحدث لقيمة y عندما قيمة x تزداد**)، وكذلك لم يتمكنوا من تحديد فترة المتغير المستقل نظراً لفترة المتغير التابع المعطاة كما هو في الفرع (d) التابع للسؤال الخامس (**عندما نريد قيمة لـ y بين 256 و 10000 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون x ؟**)، ولم يكن لديهم قدرة على تحديد فترة المتغير التابع نظراً لفترة المتغير المستقل المعطاة كما هو في الفرع (e)، وقليل منهم من يدرك التغير المشترك المتضمن في التعابير التحليلية $(2 + n)$ و $(2n)$ استناداً

لقيمة (n)، والمقارنة بين التعبيرين في المسألة الوارده في السؤال السادس **(أيهما أكبر $2n \; or \; 2+n$ ؟ فسر أجابتك)** .

علاوة على ذلك، أظهر الطلبة ضعفا في تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في فترات كما هو الحال في السؤال السابع الفرع **((a) بين أي القيم تكون x ، عندما تتزايد قيم y ؟)**، والفرع **((b) بين أي القيم تكون x، عندما تتناقص قيم y؟)**.

وقد اتفقت نتائج السؤال الثالث في الدراسة الحالية مع نتائج دراسة تريقورز ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2003) التي أشارت إلى وجود أخطاء مفاهيمية لدى الطلبة وسمات أداء من سمات المبتدئين في الجبر، إضافة إلى فشل الطلبة في تمييز الفرق بين المتغيرات على أساس أنها مجاهيل محدّدة والمتغيرات كأعداد عامة، وكانت لديهم صعوبات شديدة في فهم المتغيرات في العلاقات الاقترانية. كما اتفقت نتائج الدراسة الحالية مع دراسة مكلنتر(McIntyre, 2007)؛ إذ أظهرت أنّ الطلبة لديهم عدّة أخطاء مفاهيمية شائعة تتعلق بمعاني المتغيرات واستخداماتها المختلفة، إضافة إلى اتفاقها مع نتائج دراسة نايدو (Naidoo, 2009) التي أشارت إلى أنّ معظم الطلبة لم يحققوا النجاح في الانتقال من التفكير الحسابي إلى التفكير الجبري، كما أشارت إلى أنّ الطلبة لديهم ضعفاً في فهم الحروف الجبرية والمهارات الجبرية الأساسية، إضافة إلى ارتكابهم أخطاء مفاهيمية تتعلق بالحس الرمزي. وعلاوة على ذلك، اتفقت النتائج مع دراسة الفيرز وقومز-جيكون ويورسيني (Álvarez, Gómez-Chacón, & Ursini, 2015) التي أشارت إلى أن الطلبة أظهروا صعوبة في تفسير الاستخدامات المختلفة للمتغيرات وتمييز معانيها في سياق حل

المسألة الجبرية، وتكمن أهم الصعوبات لدى الطلبة في الترميز، ووجود أخطاء مفاهيمية في فهم المتغير الجبري.

ويتضح ممّا سبق، أن العديد من الطلبة يفتقرون إلى فهم مفهوم المتغير ضمن الأدوار والاستخدامات المختلفة له، فمعظمهم يركز على الإجراءات دون التفكير الجبري والفهم المفاهيمي لمفهوم المتغير الجبري؛ فالطلبة يعتمدون على الإجراءات والمعالجات لحل المسائل الرياضية. وفي هذا السياق، يشير شونفيلد وآركافي (Schoenfeld & Arcavi, 1988) إلى أنّ إحدى المصادر الأساسية لصعوبة استخدام وتفسير المتغيرات لدى الطلبة أن لها أدواراً واستخدامات مختلفة في الرياضيات، فهي تُستخدم على أساس مجاهيل، أو عدد مُعمّم، أو علاقات اقترانية.

وتأسيسا على ما سبق، يعد مفهوم المتغير من المفاهيم المفتاحية في الجبر، ويشكل فهمه قاعدة أساسية للإنتقال من الحساب إلى الجبر، علاوة على استخدامه المتكرر في مفاهيم الرياضيات المتقدمة، وفي مقدمتها مفهوم الاقتران. وتعد الاستخدامات المختلفة لمفهوم المتغير أساسا لفهم هذا المفهوم، والتي تتمثل بأشكال مختلفة ومتعددة، من أبرزها المتغير على أساس أنه قيمة أو قيم عددية مجهولة، أو كمية متغيرة ذات علاقة بمتغير آخر؛ أي علاقة اقترانية، أو التعميم الذي يأخذ قيما متعددة وغير منتهية.

ويمكن أن تعزى نتائج الدراسة المتعلقة بادراك معاني مفهوم المتغير من قبل عينة الدراسة إلى أنّ تطور مفهوم المتغير يمر بعدة مراحل، ومن أكثر هذه المراحل تقدما هو إدراك الطلبة للحروف على أساس أنها متغيرات تأخذ قيما متعددة وتشكل علاقات بين مجموعتين من القيم كما هو الحال في الاقترانات، وهذا ما أشار إليه قرينز وفندل (Greenes & findell, 1999). ويمكن القول

بأنّ الطلبة بحاجة إلى خبرة واسعة بالمتغيرات التي تأخذ قيما متعددة، وكيفية التعامل مع خصائص الاقترانات، وهذا بدوره يؤثر بالقدرة على التفكير الجبري وحل المسائل الجبرية.

ولا شك أنّ الضعف لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى في اكتساب الخبرة في معاني المتغيرات واستخداماتها في الجبر يعود إلى عدم الاهتمام بتدريس الجبر بطريقة تؤسس إلى الفهم المفاهيمي للرموز الجبرية وماهية استخدامها ولماذا تستخدم وكيف تستخدم. إذ يشير شفتر (Schifter, 1999) في هذا السياق، بأنه للوقوف على مشاكل الجبر وتدريسه التي يواجهها المعلمون في الصفوف المتوسطة والثانوية، لا بدّ من إعادة النظر في كيفية تعلم الرياضيات في المراحل الابتدائية التي تعد أساسا للانتقال من الحساب إلى الجبر. فما دامت القاعدة الأساسية في التفكير الجبري المبكر غير ناضجة من خلال نقص في طرح نشاطات مختلفة لتحضير الأطفال للمحتوى الجبري، فربما يتوقع عدم إتقان هذا التفكير في مراحل متقدمة كالمرحلة الجامعية الأولى. ويشير تريقورس ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2003) بأنّ طلبة الرياضيات في المرحلة الجامعية الأولى ما زالوا في مرحلة التفكير الإجرائي بالنسبة لمفهوم المتغير، فالتعرض لمساقات في الجبر المبكر لم يكن كافيا لمساعدة الطلبة في الانتقال من التفكير الحسابي إلى التفكير الجبري، ولم يتمكنوا من التقدم في مظاهر المتغير المتقدمة. واستجابة لعمليات الإصلاح في مجال مناهج الرياضيات المدرسية والجامعية، واستجابة لنتائج الأبحاث في مجالي التفكير الجبري والفهم المفاهيمي، لا بدّ من التأسيس لبيداغوجيا تعطي أولوية لتفكير الطلبة أثناء عملية التدريس وبخاصة في مجال الجبر.

ولا شكّ أنّ موضوع الجبر يتطور من خلال البحث عن الأنماط والعلاقات والتعميمات، ويمكن أن تكون في مراحل مبكرة مستقلة عن الرموز، ولكنها في المراحل المتقدمة لا بدّ أن ترتبط باستخدام الرموز الجبرية، إذ يعدّ استخدام الحروف كرموز رياضية هو ما يميز الجبر في المرحلتين الثانوية والجامعية. وربما أنّ الطريقة والسياق الذي تطرح فيه هذه الرموز لا تأخذ الاهتمام الكافي في الغرف الصفية. وفي هذا السياق، يشير كوستيلو (Costello, 1991) أنّه من الحكمة أن يتم التعبير عن أفكار مجردة أو علاقات بصيغ جبرية في مرحلة مبكرة من التعليم، إذا كان ذلك يعطي وصفا دقيقا للموقف ببنية محكمة عندما يصعب التعبير عن هذا الموقف بالكلمات، وأنّ عدم التعرض لمواقف ونشاطات تؤسس لاستخدام الرموز الجبرية بشكل فعّال، ربما يؤدي في مراحل متقدمة إلى الإحباط.

إنّ استخدام الرموز ومعالجتها يحتاج إلى طرح نشاطات بحيث تكون ذات معنى للطلبة في كافة المراحل التعليمية، ومن هنا ربما تعزى نتائج السؤال الثالث إلى غياب أنواع من النشاطات في تعليم الجبر وهو الحساب المعمّم الذي يتطلب استخدام الرموز الجبرية لوصف الأنماط الحسابية والعلاقات وحل المعادلات والاقترانات؛ إذ يمكن أن تطرح نشاطات لبناء المعادلات وتفسيرها وحلها، ونشاطات لتشكيل الاقترانات من خلال خصائصها وتمثيلها البياني. ومن خلال حل المعادلات، يجب الأخذ بعين الاعتبار قضايا معينة، مثل ماذا يعني حل المعادلة، فهل يعني إيجاد قيمة مجهول معيّن، وهل هذه القيمة موجودة أم لا. فمثلا عند طرح الجمل الجبرية الآتية:

$((y = x^2 - 6x + 9), (x^2 - 6x + 9 = 0), ((x-3)^2 = x^2 - 6x + 9))$، تبدو الجمل السابقة متشابهة، ولكنها ليس كذلك، فالأول – من اليسار– يعبر عن عدد معمّم (x تأخذ

قيما غير منتهيه)، والصيغة الثانية معادلة تحتاج إلى حل (x تمثل مجهولا)، بينما الثالثة المتغير (y) يعبر عن اقتران لـ (x)؛ أي أنّ (y) تتغير بتغير (x).

ولتحقيق الكفاءة في الجبر، يحتاج الطلبة أن يلاحظوا ويقدروا الجمل أو التعابير الجبرية والرموز التي تشكل هذه الجمل، وعلى مصممي الكتب أن يميزوا بين التعابير الجبرية المختلفة التي تؤدي إلى استخدامات ومعاني مختلفة لمفهوم المتغير، فالنجاح في مجال المتغيرات لا يعتمد على التعريف الرسمي للمتغير أو المعادلة أو الاقتران، إنّما يعتمد على قدرة الطلبة على التفاعل مع هذه التعابير أو الجمل المجردة من خلال البنى الذهنية لديهم. ويشير تريقورس ويورسيني (Trigueros & Ursini, 2003) أنه من خلال تحليل مناهج الرياضيات وكتبها في المرحلة الثانوية يوجد إشارة إلى مفهوم المتغير دون التركيز على استخداماته المختلفة.

إنّ افتقار طلبة المرحلة الجامعية الأولى إلى فهم مظاهر مفهوم المتغير واستخداماته وبخاصة استخدامه على أساس أنه عدد معمّم أو علاقة اقترانية، قد يعود إلى افتقارهم للمتطلبات السابقة وهي القدرة على ملاحظة الأنماط واستنتاج صيغ عامة لوصفها، ومن الضروري تفسيرها على أساس أنها قيم عامة، إضافة إلى متطلب فهم المتغيرات في العلاقات الاقترانية، من خلال ملاحظة المواقف الحياتية التي تشمل علاقة بين متغيرين، ممّا يتطلب عرضها من خلال تمثيلات مختلفة مثل الجداول والرسومات البيانية والمواقف الحياتية والتنقل بين تلك التمثيلات، وهذا ما تفتقر إليه المناهج الجامعية والمدرسية.

علاوة على ما سبق، يرى يورسيني وتريغورس (Ursini & Trigueros, 2001) بأنّ كل استخدام من الاستخدامات الثلاثة لمفهوم المتغير قد يرتبط بجملة من المعيقات التعليمية، فعند

تدريس الجبر مع التركيز على مظهر أو استخدام واحد للمتغير، فاحتمالية المرونة والتعمق في العلاقات بين الاستخدامات المختلفة للمتغير يؤدي إلى فهم محدود في الجبر، كما أنّ عدم الربط بين تلك الاستخدامات في عملية التدريس يعيق التقدم في الربط بينها أثناء عملية التقييم. وربما تعزى النتائج إلى أنّ النشاطات التعليمية والتقييمية تسأل عن الحلول النهائية للمسائل، وليس تحليل خصائص وبنى المسائل، إضافة إلى أنّ الحوار الصفي ربما لا يركز على كيفية تغير دور المتغير في المواقف المختلفة.

وفي ضوء ما سبق، يجب أن يدرك معلم الرياضيات المدرسية وعضو هيئة التدريس في الجامعة أنّ على غالبية الطلبة أن يطوّروا قدراتهم من أجل التأمل في معنى المتغير في مسألة معينة، وكيف يستخدم المتغيرات لنمذجة المواقف، ليس فقط من أجل فهم الرياضيات، بل من أجل تطوير القدرة على التعميم والتجريد.

التوصيات والمقترحات

في ضوء نتائج الدراسة ومناقشتها ، يمكن اقتراح التوصيات الآتية:

1. التركيز على المهارات الجبرية ومظاهر الحس الرمزي في العملية التعليمية التعلمية بشكل متكامل دون الفصل بينهما، وذلك من خلال انخراط طلبة الجامعة في مناقشات حول معنى الرموز وكيف يمكن ربطها مع خبرة الطالب السابقة.
2. التركيز على الفهم المفاهيمي في مجال الجبر ومهاراته لأنه يشكل الأساس لتطور الحس الرمزي في كافة المراحل الدراسية.
3. ضرورة استخدام إستراتيجيات جبرية منظمة غنية بالحس الرمزي (ماذا، ولماذا، وكيف، ومتى)، حيث يعد الحس الرمزي أساسيا في تعلم وتعليم الرياضيات، وهو الطريق إلى النجاح في الجبر بخاصة والرياضيات بشكل عام.
4. إجراء دراسات لتطوير وتنمية سلوك الحس الرمزي في العملية التعليمية التعلمية.
5. التنويع في طرح الأمثلة والمواقف التي من خلالها يمكن تعلم الأدوار والاستخدامات المختلفة لمفهوم المتغير.

المراجع

Álvarez, I., Gómez-Chacón, I. & Ursini, S.(2015).Understanding the Algebraic Variable: Comparative Study of Mexican and Spanish Students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *11*(6), 1507-1529.

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *14* (3), 24-35.

Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. *For the Learning of Mathematics, 25*(2), 42–48.

Bakker, A., Doorman, M.,& Drijvers, P. (2003). *Design research on how IT may support the development of symbols and meaning in mathematics education.* Retrieved 21/04/2015 from http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/5896.pdf

Bergsten, C. (2014). Mathemtical approaches. In S.Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Eduction*, New York:Springer Reference.

Bokhove, C., Drijvers, P.(2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. *International Congress on Mathematical Education, 58*(1), 197-208.

Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. In A. F. Coxford & A.P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra*, K-12.(PP.8-19).Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Burton, D. (2000). *Research Training for Social Scientist*: A Handbook for postgraduate Researchers. London: SAGE.

Chin, K.& Pierce, R.(2019). University students conceptions of mathematical symbols. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(9), Retrieved from, www.ejmste.com/download/university-students-conceptions-of-mathematical-symbols-and-expressions-7705.pdf.

Costello, J. (1991). *Teaching and Learning Mathematics 11-16*. London: Routledge.

Demme, I .(2018).6 Reasons why we learn Algebra. Retrieved October 20, 2018, from, https://demmelearning.com/learning-blog/why-we-learn-algebra/.

Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2010). Algebra education: exploring topics and themes. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary*

Algebra Education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown (PP. 5-26). Rotterdam:Sense.

Fey, J. (1990). Quantity. In L.A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: new approaches to numeracy* (PP. 61-94). *National Academy Press, Washington*, D.C.

Greenes, C. & Findell, C. (1999). Develophng students' algebraic reasoning abilities. In Lee V. Stiff & Frances R. Curcio (Eds.), Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12(127-137). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Henderson, F., Rasmussen, C., Zandieh, M., Wawro, M., & Sweeney, G. (2010). Symbol sense in linear algebra: A start toward eigen theory. *Proceedings of the 14th Annual Conference for Research in Undergraduate Mathematics Education*. Raleigh, N.C.

Keller ,B.(1993). *Symbol sense and its development in two computer algebra system environments*. Doctoral Dissertation , Western Michigan University.

Kenney, R. (2008). *The Influence of Symbols on Pre-calculus Students' Problem Solving Goals and Activities*. Doctoral Dissertation, North Carolina State University.

Kenney, R. (2014). Investigating a link between pre- calculus students' uses of graphing calculator and their understanding of mathematical symbols. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 21(4). Retrieved from, www.technologyinmatheducation.com

Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In D.T. Owens (Ed), *Research Ideas for the Classroo:.Middle grades mathematics* (179-198). National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (1996). 'The changing face of school algebra', in C. Alsina, J.M.Alvarez, B.Hodgson, C.Laborde and A.Perez (Eds.), *8th International Congress on Mathmeatical Education* (PP.271-290). Selected Lectures, Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.

Kieran,C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation.In F.K. Lester, Jr. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (PP.707–762). Reston, VA: *National Council of Teachers of* Mathematics.

Kinzel, M. (1999). Understanding algebraic notation from the students' perspective Mathematics Teacher, *95* (5), 436-442.

Kuchemann, D. (1980). *The understanding of generalized arithmetic (algebra) by secondary school children*. Doctoral Dissertation, University of London

Linchevski, L. & Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, *40*(2), 173–196.

Manzo, D., Samson, K., Ottmar, E., Marghetis, T. & Landy, D. (2017). Assessing symbol sense by developing strategic solutions. In Galindo, E., 7 Newton, J., (Eds.). *Proceedings of the 39th annual*

meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education. Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.

McIntyre, Z. (2007). *An analysis of variable misconceptions before and after various collegiate level math courses*. Master Thesis, University of Maine.

Naidoo,K.(2009). *An Investigation of Learners' Symbol Sense and Interpretation of Letters in Early Algebraic Learning*. Master Thesis, University of the Witwatersrand.

National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA:Author.

National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston, VA:Author.

National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2014). *Principles to actions:Ensuring mathematical success for all.* Reston, VA:Author.

National Research Council (NRC). (1990). *Reshaping School Mathmeatics: A Philosophy and Framework for Curriculum*. Washington, D.C: National Academic press.

Novotn`a, J. & Hoch, M. (2008). How structure sense for algebraic expressions or equations is related to structure sense for abstract algebra. *Mathematics Education Research Journal*, *20*(2), 93–104.

Pierce, R .(2001). *An exploration of algebraic insight and effective use of computer algebra systems*. Doctoral Dissertation, University of Melbourne.

Pierce, R. & Begg, M. (2017). First year university students' difficulties with mathematical symbols: the lecturer/ tutor perspectives. *Proceedings of the 40th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Melbourne: MERGA.

Pierce, R., Stacey K. (2004). Monitoring Progress in Algebra in a CAS Active Context: Symbol Sense, Algebraic Insight and Algebraic Expectation. *International Journal for Technology in Mathematics Education*. *11*(1), 3-11.

Pierce, R., Stacey, K. (2001). A framework for algebraic insight. In J. Bobis, B. Perry, M. Mitchelmore (Eds.), *Proceedings of the 24 th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Numeracy and Beyond* (PP.418- 425).

Rubenstein, R.N, Thompson, D.R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies.*Mathematics Teacher*, *94* (4), 265-271.

Russell, S.J., Schifter, D. & Bastable, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In J. Cai & E. Knuth 9Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from multiple Perspectives,* Springer.

Saraiva, M., Teixeira, A. (2009). Secondary school students' understanding of function via exploratory and investigative tasks. *Quaderni di Ricerca in Didattica, Supplemento. 4*(19), 74-83.

Schifter, D. (1999). Reasoning about operations: Early algebraic thinking in grades k-6. In Lee V. Stiff & Frances R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (62-81). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Schoenfeld, A., & Arcavi, A. (1988). *On the meaning of variable*. National council of teachers of mathematics. Reston,VA.

Selden, J., Mason, A., & Selden, A. (1989). Can average calculus students solve nonroutine problems?.*Journal of Mathematical Behavior,* 8, 45-50.

Sharma, R. (2001) Researching Students' Symbol Sense .*British Society for Research in the Learning of Mathematics*, *20*(3) , 91-96.

Sierpinska, A. (1995). *Understanding in Mathematics*. London: Falmer Press.

Stacey, K. & MacGregor, M. (1999). Ideas about symbolism that students bring to algebra. In Barbra Moses (Ed.), *Algebraic Thinking Grades K-12* (pp. 308-312).Reston, VA: NCTM.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, *90*(2), 110-113.

Stephens, A. C. (2005). Developing Students' Understanding of Variable. *Mathematics Teaching in the Middle School, 11*(2), 96–100.

Stiphout,I., Drijvers,P., &Gravemeijer,K.(2013). The Development of Students' Algebraic Proficiency. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(2-3),62-80.

Trigueros, M., & Ursini, S. (2003). First-year Undergraduates' Difficulties in Working with Different Uses of Variable. In A. Selden, E. Dubinsky, G. Harel & F. Hitt (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education* (pp. 1-29). Providence, RI: American Mathematical Society.

Turşucu, S., Spandaw, J., & de Vries, M. J. (2018). Search for Symbol Sense Behavior: Students in Upper Secondary Education Solving Algebraic Physics Problems. *Research in Science Education*, 1-27.

Ursini, S. & Trigueros, M. (2001). A model for the uses of variable in elementary algebra, in M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.*), Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PP. 4-327 - 4-334). Utrecht Netherlands.

Warren, E. (1999). The Concept of Variable: Gauging Students' Understanding. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PP. 313-320).

Zorn, P. (2002). Algebra, computer algebra and mathematical thinking. *Contribution to the 2nd international conference on the teaching of mathematics*, 2002, Hersonissos, Crete.

الملاحق

ملحق (1)

إطار لتحليل الحس الرمزي

مرحلة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	حالات شائعة	أمثلة
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	اختيار رموز في مسألة لفظية
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	استخدام رسم بياني أو جدول لاكتشاف سمات المسألة
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	ابتكار معادلة من مسألة لفظية
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	تغيير الأسماء عندما يُمثل حرفين نفس الشيء
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	الحروف في مَعلمات، أسماء ومتغيرات في $f(x) = x^2 + bx + c$
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	a + b / c أو (a + b) / c
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	كل عملية لها عملية عكسية ؛ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	رؤية الاقتران كعنصر ؛ تحديد التعابير المتكافئة؛ رؤية جزء من الاقتران كوحدة.
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	تحليل الكسور؛ رؤية المجال ؛ إدراك العوامل البسيطة،عمل معالجات للاقتران ببراعة.
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	$3 + e^x$ هو اقتران أسي
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	درجة كثير الحدود ؛ عدد الجذور؛ وعدد الجذور المكررة.
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	$x^2 + 3x + 12$ له أصفار خيالية (غير حقيقية)
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	$\frac{x^2-1}{x+1}$ الرسم البياني له مثل الخطي
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	ملاحظة التقاطعات ؛ النقاط القصوى ؛ يقع الرسم البياني في الربع الأول أو الثاني وهكذا.....
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	التقاطعات = أصفار الاقتران؛ إيجاد النقاط التي يكون عندها الاقتران غير معرف أو خطوط التقارب العمودية
	3.2 يربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية، وعمل إضافات مناسبة في جدول	كتابة الصيغة العامة، معرفة نوع الاقتران الذي يمثل الجدول، إضافة قيم غير موجودة في الجدول
تفسير وتحقق	4.1 يدرك معنى المسألة	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	العودة للمسألة الأصلية
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	العودة للخبرات السابقة

الملحق (2)

اختبار الحس الرمزي

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

لديك مجموعة من الأسئلة تهدف إلى الكشف عن مدى اكتسابك لمظاهر الحس الرمزي في الرياضيات. أرجو التكرم بقراءتها بعناية، ومن ثم الإجابة عليها حسب المطلوب وعلى نفس ورقة الأسئلة، علماً بأن إجابتك هي لأغراض البحث العلمي وستعامل بسرية تامة. كما أرجو الإجابة على جميع الأسئلة بكل اهتمام وجدّية. مع خالص شكري وتقديري لتعاونك وجهدك القيّم.

واقبلوا فائق الاحترام

الباحثة منال عبد الرحمن عبابنة

جامعة اليرموك

وقبل البدء بالإجابة على الأسئلة، أرجو التكرم بتعبئة المعلومات الواردة آتياً:

اسم الطالب / الطالبة:.....

الرقم الجامعي:.....

السنة الدراسية:.....

الجنس: ☐ أنثى ذكر ☐

رقم الهاتف المحمول:.....

التخصص:.....

المعدل التراكمي:.....

السؤال الأول: لنفرض أن $f(x)$ هو كثير الحدود $x^7 + 3x^5 - 4x^3 + 8x^2 + 12$ وله n من الحلول الحقيقية عندما $f(x) = 0$ ، فما هي القيم المحتملة لِ n ؟ **برّر إجابتك.**

السؤال الثاني: للاقتران $h(x)$ أربعة أصفار، كم عدد الأصفار التي يمكن أنّ يأخذها الاقتران $h(x + c)$ ؟ **برّر إجابتك**.

السؤال الثالث : حل المتباينة الجبرية $\frac{x+6}{x-6} > 0$:

السؤال الرابع : هل يوجد قيمة لـ x في التعبير $\frac{2x+1}{4x+2} = 2$ ؟ إذا كان كذلك ، أحسب x ؛ إذا لم تكن كذلك، **فسّر لماذا** غير موجودة.

السؤال الخامس: ما أصغر قيمة يمكن أنّ يأخذها التعبير الجبري $\sqrt{(x-a)^2+6}$ ؟ **برّر إجابتك**.

السؤال السادس: ما هي **قيم x** التي تجعل للاقتران $y=(x-1)(x+2)$ قيمة موجبة؟

السؤال السابع : بدون فك الأقواس، ما هي الدرجة المحتملة للتعبير $(x-1)^7-(x+2)^7$؟ **برّر إجابتك.**

السؤال الثامن: أي التعبيرين الآتيين يكافئ التعبير الجبري $\sqrt{a^2x^2+a^2}$ ؟

$a\sqrt{x^2+1}$ أم $|a|\sqrt{x^2+1}$؟ **برّر إجابتك**.

السؤال التاسع: في الاقتران $g(x)=px^5+qx^4+rx^3+sx^2+t$

إذا كانت $p\ ,q\ ,r\ ,s,\ t$ أعداداً حقيقية، ما **أقل عدد** من المرات يجب أن يقطع فيها الرسم البياني لهذا الاقتران محور السينات؟_____. **برّر إجابتك**.

السؤال العاشر : في الاقتران $h(x) = px^4 + qx^3 + rx + s$

إذا كانت $p\ ,q\ ,r\ ,s$ أعداداً حقيقية، ما **أقصى(أكبر) عدد** من المرات يجب أن يقطع فيها الرسم البياني لهذا الاقتران محور السينات؟_____. **برّر إجابتك**.

السؤال الحادي عشر: حل المعادلات الجبرية الآتية؟

a) $\frac{21}{6+\frac{s}{1+x}} = 3$

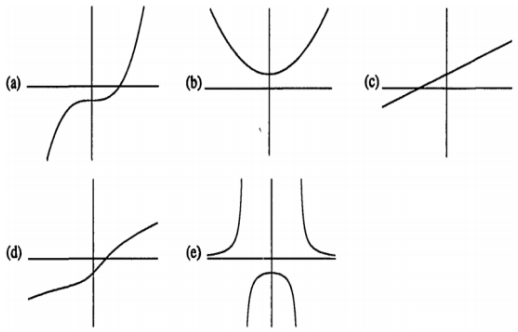
b) $(x-5)(x+2)(x-3) = 0$

c) $\frac{x-16}{x^2-3x-12} = 0$

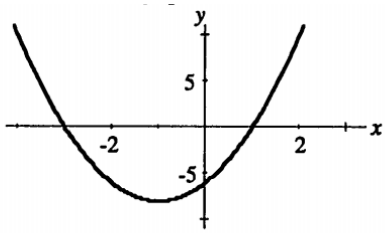
السؤال الثاني عشر: يُريد مدير متحف معرفة إن كان أغلبية الحضور من البالغين أم من الأطفال، حيث بلغ عدد التذاكر المُباعة خلال أسبوع من شهر تموز 2200 تذكرة ومجموع الإيصالات5400 دينار، فإذا كان ثمن دخول الشخص البالغ إلى المتحف 4.5 دينار، وثمن دخول الطفل 2 دينار. فما عدد البالغين الذين زاروا المتحف؟

ملاحظة : الفقرات من *13_16* هي من نوع الاختيار من متعدد، كما يمكن أن يكون أكثر من إجابة صحيحة. ضع دائرة حول جميع الإجابات الصحيحة.

السؤال الثالث عشر: بالنظر لصيغة الاقتران f ، حيث $f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x^2+1}$ ، أي مما يلي قد يكون تقريباً رسماً بيانياً للاقتران f ؟ **بررّ إجابتك**.



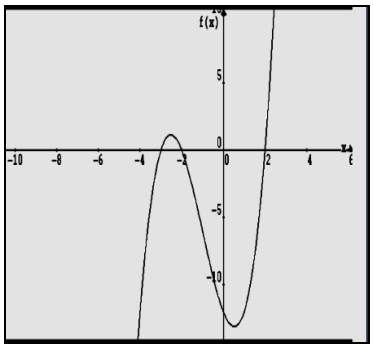
السؤال الرابع عشر: ضع دائرة حول المعادلة التي تمثل الرسم البياني الآتي. **بررّ إجابتك**.



(a) $y=(x-3)(x+1)$ (c) $y=6(x-3)(x+1)$ (e) $y=2(x-3)(x+1)$

(b) $y=(x+3)(x-1)$ (d) $y=6(x+3)(x-1)$ (f) $y=2(x+3)(x-1)$

السؤال الخامس عشر: ما الاقتران الذي يمكن أن يمثل الرسم البياني المعروض . **برّر إجابتك**.



a) $f(x) = 4x - 12$

b) $f(x) = x^2 + 3x - 2$

c) $f(x) = e^x - 12$

d) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

السؤال السادس عشر: ما نوع قاعدة الاقتران التي تربط بين x و $f(x)$ في الجدول الآتي؟ **برّر إجابتك.**

x	$f(x)$
-2	-5
-1	-4
0	-3
1	-2
2	-1
3	0

a) خطي

b) تربيعي

c) أسي

d) لا شيء مما سبق

ملحق (3)

اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

لديك مجموعة من الأسئلة تهدف إلى الكشف عن مدى إدراكك لاستخدامات مفهوم المتغير في الرياضيات. أرجو التكرم بقراءتها بعناية، ومن ثم الإجابة عليها حسب المطلوب وعلى نفس ورقة الأسئلة، علماً بأن إجابتك هي لأغراض البحث العلمي وستعامل بسرية تامة. كما أرجو الإجابة على جميع الأسئلة بكل اهتمام وجدّية. مع خالص شكري وتقديري لتعاونك وجهدك القيّم.

واقبلوا فائق الاحترام

الباحثة منال عبد الرحمن عبابنة

جامعة اليرموك

وقبل البدء بالإجابة على الأسئلة، أرجو التكرم بتعبئة المعلومات الواردة آتياً:

اسم الطالب / الطالبة:.....

الرقم الجامعي:.....

السنة الدراسية:.....

الجنس: ☐ أنثى ذكر ☐

رقم الهاتف المحمول:.....

التخصص:.....

المعدل التراكمي:.....

السؤال الأول : كم عدد *القيم/ الحلول* التي يمكن أنّ يأخذها الحرف x في المعادلات الآتية؟ **برّر إجابتك.**

a) $x + 5 = x + x$

b) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

السؤال الثاني: اكتب ***قيم الحرف x*** التي يمكن أن يأخذها في كل معادلة مما يلي؟

a) $(x+3)^2 = 36$

b) $2(3x+2) = 3(2x-1) + 7$

السؤال الثالث: أنظر للمتسلسلة الآتية، ثم أجب عما يليها:

n_1 $\quad x + 1$

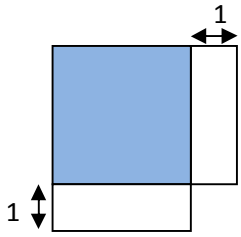
n_2 $\quad \frac{x^2}{2!} + x + 1$

n_3 $\quad \frac{x^3}{3!} + \frac{x^2}{2!} + x + 1$

n_5 $\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

n_k $\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

السؤال الرابع: ما هي مساحة المربع المظلل، إذا علمت أنّ مساحة الشكل الآتي هي 15 ؟



السؤال الخامس: أنظر للجدول الآتي، وأجب عما يليه:

a) أكمل الجدول المعروض .

x	y
0	0
10	100
-15	225
25	625
20	400
-10	.....
15	225
-20	.....

b) حدد ماذا يحدث لقيمة y عندما قيمة x تزداد.

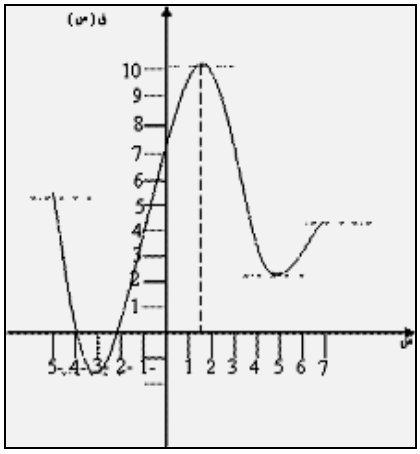
c) أكتب القاعدة العامة التي تمثل العلاقة بين المتغير x والمتغير y .

d) عندما تأخذ x قيم بين 2- و 26 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون y ؟

e) عندما نريد قيمة لـ y بين 256 و 10000 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون x ؟

السؤال السادس: أيهما أكبر $2n \text{ or } 2+n$ ؟ **برّر أجابتك** .

السؤال السابع : أدرس الرسم البياني ، ثم أجب عن الأسئلة الآتية؟



a) بين أي القيم تكون x ، عندما تتزايد قيم y ؟

b) بين أي القيم تكون x ، عندما تتناقص قيم y ؟

c) ما قيمة x التي تجعل y قيمة عظمى؟

d) ما قيمة x التي تجعل y قيمة صغرى؟

السؤال الثامن: إذا كانت $x + 3 = y$ ، ما هي القيم التي يمكن أن تأخذها y ؟ **برّر إجابتك**.

السؤال التاسع: إذا كانت $y = 7 + x$ ، ماذا يحدث لقيم y عندما تزداد قيمة x ؟ **برّر إجابتك**.

ملحق (4)

كتب تسهيل المهمة

جامعة اليرموك
YARMOUK UNIVERSITY

ك.ت/١٠٧/ ١٦٧
الرقم :
/ جمادي الأخرة / ١٤٣٨ هـ
التاريخ :
/ آذار / ٢٠١٧ م
الموافق :

كلية التربية
مكتب العميد

جامعة اليرموك / رئاسة الجامعة
الـــــــواردة
١٢ آذار ٢٠١٧
٥٨٩٩
تم تسجيل

الأستاذ الدكتور رئيس الجامعة

الموضوع: تسهيل مهمة الطالبة منال عبدالرحمن محمد عبابنة

تحية طيبة وبعد،،،

تقوم **الطالبة منال عبدالرحمن محمد عبابنة**، ورقمها الجامعي (٢٠١٢٢٣٠٠٣٥) بدراسة بعنوان **" الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى"**؛ وذلك استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الدكتوراه في كلية التربية، تخصص مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها ويستدعي ذلك تطبيق أداة الدراسة المرفقة على عينة من طلبة المرحلة الجامعية الأولى (طلبة البكالوريوس) في قسم الرياضيات في كلية العلوم في الجامعة.

أرجو التكرم بالاطلاع والموافقة على تسهيل مهمة الطالبة المذكورة أعلاه .

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام

عميد كلية التربية
أ.د. محمد عاشور

أ.د. عميد كلية العلوم
لدواعي الوصول

تلفون : ٧٢١١١١١ – ٢ – ٩٦٢ +
فاكس : ٧٢١١١٣٦ –٢– ٩٦٢ +
Tel: + 962 - 2 - 721111 Fax : + 962 - 2-7211136 Irbid - Jordan E-mail: fac_edu@yu.edu.jo http://www.edu.jo
إربد – الأردن

الأستاذ الدكتور رئيس قسم المناهج والتدريس المحترم

تحيّة طيّبة وبعد

الموضوع: تسهيل مهمة

أنا الطالبة: **منال عبدالرحمن محمد عبابنه** ورقمي الجامعي: (**٢٠١٢٢٣٠٠٣٥**). أقوم بدراسة بعنوان : **"الحس الرمزي لدى طلبة السنة الجامعية الأولى"**، وذلك استكمالا لمتطلبات الحصول على درجة الدكتوراه في فلسفة التربية، تخصص مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها. ويستدعي ذلك تطبيق أدوات الدراسة على عينة من طلبة كلية العلوم في جامعة اليرموك، لذا أرجو التكرم بمنحي كتاب تسهيل مهمة حسب الأصول المرعية، مع خالص الشكر.

"وتفضلوا بقبول فائق التقدير والاحترام"

الإسم: منال عبدالرحمن محمد عبابنه

التوقيع:

التاريخ: 2017/3/12

الأستاذ الدكتور رئيس قسم المناهج والتدريس المحترم
تحية طيبة وبعد،
أرجو التكرم بإجراء اللازم علماً بأن أدوات الدراسة للطالبة المذكورة جاهزة للتطبيق. وتقبلوا الاحترام
المشرفة: أ.د.
٢٠١٧/٣/١٢

ملحق(5)

إطار لتحليل فقرات اختبار اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية

نموذج 3UV : ثلاث استخدامات للمتغيرات ومظاهر وخصائص كل من الاستخدامات الثلاثة للمتغيرات :-

أولاً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن استخدام المتغير كمجهول محدد ما يلي:

U1- إدراك وتحديد وجود شيء مجهول في موقف المسألة ويمكن تحدّيده من خلال النظر في شروط المسألة، مثلاً مسألة لفظية معطاة.

U2- تفسير الرموز الموجودة في المعادلة كتمثيل لقيم محدّدة، ويمكن تحديدها من خلال النظر في شروط محددة في المسألة، مثلاً كم عدد القيم التي يمكن أنّ تأخذها x في التعبير الجبري $5x^2 = 3x - 2$.

U3- استبدال المتغير بقيمة أو قيم تجعل تعبير المعادلة صحيحاً، مثلاً ما هي القيم التي يمكن أن تأخذها y في التعبير الجبري $(y + 2)^2 = 25$.

U4- تحديد كمية مجهولة موجودة في المعادلات أو المسائل عن طريق التنفيذ الجبري المطلوب و/ أو العمليات الحسابية، إذ يتم تنفيذ معالجات على التعبير الجبري.

U5– ترميز كميات مجهولة محددة في مواقف معيّنة واستخدامها لتشكيل المعادلات ؛ فمثلاً اشتقاق معادلة بسيطة لحل المسألة، من مسألة لفظية .

ثانياً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن استخدام المتغير كعدد مُعمّم ما يلي:

G1– إدراك وتمييز الأنماط؛ لتكوين وجهة نظر حول القواعد والطرق في متسلسلات عددية وفي عائلات أو فصائل من المسائل؛ فمثلاً فقرة تتطلب رسم الشكل الرابع ضمن نمط معطى، وهذا يعني الوعي بالنمط حيث يستطيع أن يكمل الطالب عدداً من حدود النمط .

G2– تفسير المتغير باعتباره تمثيلاً عاماً، وكياناً غير محدد يمكن أنْ يأخذ أيّ قيمة، مثلاً كم عدد القيم التي يمكن أنّ تأخذها x في التعبير الجبري $x + 3 = 3 + x$.

G3– استنتاج قواعد عامة وطرق عامة عن طريق تمييز السمات الثابتة حسب تسلسل المتغيرات وعائلات من المسائل؛ أي استنتاج القواعد والطرق العامة نتيجة لإدراك النمط للرموز المعطاة.

G4– معالجة (تبسيط، وتوسيع) التعابير الجبرية العامة؛ أي معالجة المتغير كعدد معمّم في تعبير جبري، مثلاً $x - 5x + 3x =$، إذ يتطلب التعبير الجبري جمع الحدود المتشابهة للحصول على التعبير الجبري المكافئ.

G5- ترميز عبارات عامّة (مسائل لفظية)، وترميز القواعد أو الطرق التي تمثل النمط؛ أي ترميز متغير كعدد معمّم.

ثالثاً: يتطلب النجاح في حل المسائل والتمارين التي تتضمن متغيرات في علاقة اقترانية ما يلي:

F1- إدراك التقابل (Correspondence) بين علاقة المتغيرات المستقلة لتمثيل مُستخدم (جداول، رسوم بيانية، مسائل لفظية أو تعابير جبرية)؛ أي تفسير متغير كعلاقة اقترانية بالتركيز على المجال، أو تفسير متغير كعلاقة اقترانية بالتركيز على المدى؛ أي لكل عنصر في المجال عنصر واحد فقط في المدى.

F2- تحديد قيم المتغير التابع نظراً لقيمة متغير مستقل واحد .

F3- تحديد قيم المتغير المستقل نظراً لقيمة متغير تابع واحد.

F4- إدراك التغير المشترك للمتغيرات المتضمنة في علاقة مستقلة لتمثيل مُستخدم (جداول، رسوم بيانية، تعابير تحليلية)؛ أي إدراك التغير المشترك استناداً للبيانات المُقدمة.

F5- تحديد فترة التغير لمدى متغير واحد نظراً لمجال المتغير الآخر(فترة تغير المتغير الآخر)، مثلاً تحديد فترة المتغير المستقل بالاعتماد على فترة المتغير التابع المعطى.

F6- ترميز العلاقة الاقترانية بالاعتماد على تحليل البيانات الموجودة في المسألة. مثال على ذلك مسألة لفظية تُمثل علاقة بين كميّتين، أو ترميز العلاقة الاقترانية باستخدام رمز معطى وقائم على بيانات معطاة في جدول.

ملحق (6)

تحليل فقرات اختبار تفسير استخدام المتغيرات الجبرية

السؤال الأول : كم عدد القيم التي يمكن أنّ يأخذها الحرف في التعابير التالية؟

a) $x + 5 = x + x$

تفسير المتغير كمجهول في معادلة خطية فيها متغير يظهر في كلا جانبي إشارة المساواة. U_2

b) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

تفسير المتغير كعدد عام في تعبير منطقي يتضمن حدود تربيعية. G_2

السؤال الثاني: اكتب قيم الحرف التي يمكن أن يأخذها في كل تعبير مما يلي؟

a) $(x+3)^2 = 36$

تحديد قيمة مجهولة تظهر في معادلة تربيعية وتتطلب عمل معالجات U_2, U_3, U_4

b) $2(3x+2) = 3(2x-1) + 7$

تفسير المتغير كعدد عام في تعبير منطقي يتضمن حدود من الدرجة الأولى. G_2

وعمل معالجة لمتغير كعدد عام (توسيع) ليدرك أنّ الطرفين متكافئان. G_4

السؤال الثالث : أنظر في المتسلسلة التالية، ثم أجب عما يليها:

n_1 $\quad x + 1$

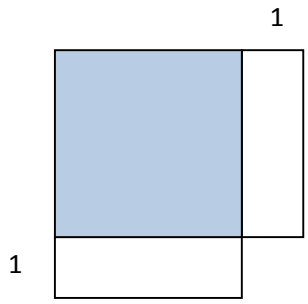
n_2 $\quad \frac{x^2}{2!} + x + 1$

n_3 $\quad \frac{x^3}{3!} + \frac{x^2}{2!} + x + 1$

n_5 ..... ***إدراك النمط، وتوضيح الخطوات الأولى للنمط.*** G_1

n_k ..... ***ترميز لمتغير كعدد عام كنتيجة لإدراك النمط بإعطاء الرمز.*** G_3, G_5

السؤال الرابع: ما هي مساحة المربع المظلل، إذا علمت أنّ مساحة الشكل التالي هي 15 ؟



ترميز المتغير كمجهول من خلال كتابة المعادلة التي تُمثل المسألة اللفظية المعطاة. $\mathbf{U_1}, U_5$

تحديد القيمة المجهولة لإيجاد مساحة المربع المظلل. U_2, U_3, U_4

السؤال الخامس: أنظر للجدول التالي وأجب عما يليه:

a) أكمل الجدول السابق .

x	y
0	0
10	100
−15	225
25	625
20	400
−10	.....
15	225
−20	.....

يكمل الجدول بالتركيز على التقابل. $\mathbf{F_1}, \mathbf{F_2}$

b) حدد ماذا يحدث لقيمة y عندما قيمة x تزداد.

تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى(إحداثيات x) غير مرتبة، والتركيز على التغير المشترك، والبيانات تمثل علاقة تربيعية. $\mathbf{F_4}$

c) أكتب القاعدة العامة التي تمثل العلاقة بين المتغير x والمتغير y .

ترميز علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والتعبير يمثل علاقة تربيعية، والرموز معطاة. $\mathbf{F_6}$

d) عندما تأخذ x قيم بين 2− و26 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون y ؟

تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والبيانات تمثل علاقة تربيعية، والفقرة تتطلب تحديد فترة المتغير التابع نظراً لفترة المتغير المستقل المعطاة. $\mathbf{F_3, F_5}$

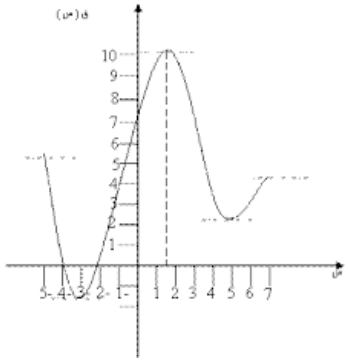
e) عندما نريد قيمة لـ y بين 256 و10000 ، بين أي القيم يجب أنّ تكون x ؟

تفسير المتغير في علاقة اقترانية لزوج من الأعداد المعروضة في جدول إحداثياته الأولى غير مرتبة، والبيانات تمثل علاقة تربيعية، والفقرة تتطلب تحديد فترة المتغير المستقل نظراً لفترة المتغير التابع المعطاة. $\mathbf{F_3, F_5}$

السؤال السادس: أيهما أكبر $2n \; or \; 2+n$ ؟ فسر أجابتك .

إدراك التغير المشترك المتضمن في التعابير التحليلية $2+n$ ***و*** $2n$ ***استناداً لقيمة*** n ***، والمقارنة بين التعبيرين.*** F_4

السؤال السابع: أدرس الرسم البياني ، ثم أجب عن الأسئلة التالية؟.



a) بين أي القيم x تجعل قيم y متزايدة؟

تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في فترات. $\mathbf{F_5}$

b) بين أي القيم x تجعل قيم y متناقصة؟

تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والتركيز على التغير المشترك في فترات. $\mathbf{F_5}$

c) في أي قيمة x ، تصل y قيمتها العظمى؟

d)

تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والفقرة تتطلب تحديد قيمة محددة لمتغير مستقل من متغير تابع يصل لقيمته العظمى. $\mathbf{F_3}$

d) في أي قيمة x ، تصل y قيمتها الصغرى؟

تفسير المتغير في علاقة اقترانية من رسم بياني، والفقرة تتطلب تحديد قيمة محددة لمتغير مستقل من متغير تابع يصل لقيمته الصغرى. $\mathbf{F_3}$

السؤال الثامن: إذا كانت $y = x + 3$ ، ما هي القيم التي يمكن أن تأخذها y ؟ برّر إجابتك.

تفسير المتغير في علاقة اقترانية بالتركيز على المدى **F1.**

السؤال التاسع: إذا كانت $y = 7 + x$ ، ماذا يحدث لقيم y عندما تزداد قيمة x ؟ برّر إجابتك.

تفسير المتغير في علاقة اقترانية بالتركيز على التغير المشترك للمتغيرات والمدى **F4 ، F1.**

الملحق (7)

سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي لدى الطالب

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (a1) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة									1																		1							
1.1.2																																			
1.1.3						1						1				1								1				2		2		1		1	
1.1.4																														1	1				
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)	1		1						1		2				1						1		1		2		1		1		1		1	
2.1.2																						1				1									
2.1.3						1	1		1	1		1		2								2	1	1	1	1	1	1							
2.2.1						1		1						1									2	2	1	1	1	1							
2.2.2						1	1	1	1	1		2				1	1					3			1										
2.3.1								1		2	1	1																		1				1	
2.3.2		3		1				1						1				1	1	1										1					
2.3.3		1				2		1		1		2		1	1	1		1				1	1			1									
3.1.1	مرحلة الحل (ربط التمثيلات)																													1		1			
3.1.2				1														1	1											1	1	1			
3.1.3																		1														2			
3.2.1												1																						1	
4.1.1	مرحلة التقسيم	1				2						1																1				1			
4.1.2		2		1	1													1												1					

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (a2) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1											1						1										1							
	1.1.2					1						1																							
	1.1.3					1						1				1								1				2				1		1	
	1.1.4																																		
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1		1				1		2				1						1				2		1		1		1		1	
	2.1.2							1						1								1				1									
	2.1.3					2		2				1		1								1	1	1		1		1							
	2.2.1					1		1		1		1				1						1	1	1		1		1							
	2.2.2					2		2				1		1		1						2			1	1									
	2.3.1									2																1		1	1					1	
	2.3.2	1	1	1										2		1		1	1	1								1				1			
	2.3.3		1			2				4		2						1				1				1		1							
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																											1		1				1	
	3.1.2			1																1										1				1	
	3.1.3																	1		1										1				1	
	3.2.1																													1				1	
مرحلة التقييم	4.1.1							1				1		1								1								1					
	4.1.2		2	1														1												1		1		1	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (a3) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																	1										1							
	1.1.2					1						1																							
	1.1.3									1		1				1								1						2		1		1	
	1.1.4									1		1																1		1					
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1			1		1		1		1									1		1		2		1		1		1		1	
	2.1.2							1				1										1													
	2.1.3	1				1	2	1	1			1										2	1			1									
	2.2.1					1			1					1										1				1							
	2.2.2			1		1	1		2			1	1	1		1						2				1									
	2.3.1	1												1						1								1	1					1	
	2.3.2	1	1											2		1		1		1								1							
	2.3.3		2		1		1		1	2	1		1			1		1		1		1		1			1								
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																											1		1		1			
	3.1.2			1												1		1		1				1						1	1	1			
	3.1.3															1		1		1															
	3.2.1					1																												1	
مرحلة التفسير	4.1.1					1		1				2														1		1						1	
	4.1.2		1	1														2																	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (a4) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1											1						1		1								1							
	1.1.2					1																													
	1.1.3						1																	1		2			1	1	1		1		1
	1.1.4																									1			1		1				
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1					1		1				2										1				4					1		1		1
	2.1.2													1								1				1									
	2.1.3					1	2		1			1		1		1						1	1	1		1		1							
	2.2.1				1		1	1			1	1			1	1						1	1		1	1			1						
	2.2.2					1	1	1				1		1								2		1											
	2.3.1				1		1			2				1											1				2				1		1
	2.3.2	1	3		1									1	1			1	1									1							
	2.3.3		1				2	1		1	1	2				1		1			1		1		1		1						1	
مرحلة الحل (ربط النتائج)	3.1.1																								1			1		1		1			
	3.1.2				1													1	1	1										1					
	3.1.3																	1		1										1					
	3.2.1																													1				2	
مرحلة التقد	4.1.1	1	1				1		1			1										1				1				1					
	4.1.2	1	3	1	1		1			1								1	1			1									1	1			

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (a5) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة											1						1																	
1.1.2						1						1																						1	
1.1.3												1				1				1						2				1		1		1	
1.1.4						1	1			1																				1	1				
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)				1		1			1		1				1						1				2		1				1		1	
2.1.2								1														1													
2.1.3						2	1	1														1		1		1		1							
2.2.1					1	1			1			1			1							1		1		1		1							
2.2.2						1			2			1		1							2				1				1						
2.3.1					1	2						1								1									1					1	
2.3.2		1	1	1	1									2				1		1								1							
2.3.3			1			2				1	2	1						1				1													
3.1.1	مرحلة الحل (ربط النتائج)																											1		1		1			
3.1.2																		1		1									1			1				
3.1.3																			1	1									1						
3.2.1												1																		1	1			1	
4.1.1	مرحلة التقصد					2		1				1						1				1					1					1			
4.1.2			1			2				1		1				1		3																	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (b1) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																											1							
	1.1.2					1																													
	1.1.3															1												2				1		1	
	1.1.4																											1				1			
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1		1				1		1										1		1		1						1		1	
	2.1.2							1			1											1													
	2.1.3					2		1	1	1				1	1	1						1				1				1					
	2.2.1				1	1		1			1	1			1	1						1		1		1									
	2.2.2					1		1				1		1	1	1						2				1				1					
	2.3.1		1			1				1	1			1	1	1		1										1				1		1	
	2.3.2	1	1	1										1	1			2	1	1						1									
	2.3.3		1	1		1		1		2		1	1					1			1			1			1								
مرحلة الحل (ربط التشابه)	3.1.1																															1			
	3.1.2																	1	1	1											1				
	3.1.3																		1	1															
	3.2.1											1															1				1				1
مرحلة التقعيد	4.1.1					1		1		2		1									1						1				1				
	4.1.2		1		1	1	1											2									1					1			

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (b2) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة			1								1																2							
1.1.2						1						1																1							
1.1.3				1								1				1												2			1	1		1	
1.1.4								1				2																			1	1			
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)			1		2				1						1						1		2				1				1		1	
2.1.2								1														1						1							
2.1.3						1	1	1						2		1		1				2				1		1							
2.2.1				1		1		1	1		1	1		1		1						1				1		1							
2.2.2						1		1		1		1		1		1						1				1		1	1						
2.3.1		1																1										2						1	
2.3.2		1	1	1										1	1			1		1					1										
2.3.3			1	1		1	1	1		2		1				1		1				1			1			1							
3.1.1	مرحلة الحل (ربط التمثيلات)																											1		2	1	1			
3.1.2												1								1										2	3	1		1	
3.1.3																		1										1							
3.2.1												1																		1	1			1	
4.1.1	مرحلة التفسد							1														1				1						1			
4.1.2		1		2	1		1	1				1						2									1			3		1		1	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (b3) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1											1																1							
	1.1.2					1				1		1																							
	1.1.3									1			1			1												2		1	1	1			
	1.1.4									1												1								1					
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1			1			1		2	1			1						1						1				1		1	
	2.1.2							1														1						1							
	2.1.3					2	1	1		1		1		1								1	1	1				1							
	2.2.1			1		1			1					1		1						1	1	1				1							
	2.2.2						1	1	1	1				1		1		1				2						1							
	2.3.1	1	1	1		1				2				1				1										1						1	
	2.3.2	1		1										2				1		1															
	2.3.3		1					1		4		1				1			1								1								
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																											2		1	1	1			
	3.1.2																	1		1								1		3		1			
	3.1.3							1										1		1								1				1			
	3.2.1					1																												1	
مرحلة التفسد	4.1.1					1		1														1				1				1					
	4.1.2	1	1	1						1								1										1		1					

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (b4) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة											1																		1				1	
1.1.2						1						2																						1	
1.1.3										1		1	1	1		1														2		1		1	
1.1.4						1				1		1																		1	1				
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)			1		1	1		1		1	2				1						1		2				1						1	
2.1.2								1														1						1							
2.1.3						3		1	1					1		1						1		1	2	1		1							
2.2.1						1			1	1		1		2		1						1	1	1											
2.2.2								2		1		2		1	1	1		1				1	1					1		1					
2.3.1		1	1	1		1				1	1			1		1		2						1				1						1	
2.3.2		1	1	1								1		2	1					1															
2.3.3			1			1		1		1	1	2	1			1						1		1				1							
3.1.1	مرحلة الحل (ربط النتائج)									1								1												1		1		1	
3.1.2																		2		1										2			1		
3.1.3																		1		1				1						1					
3.2.1												1																						2	
4.1.1	مرحلة التفسد					1		1				1	1									1				1						1			
4.1.2		1				1						1	2					1								1								1	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (b5) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																													1					
	1.1.2					1						1																						1	
	1.1.3											1	1			1												2		1	1			1	
	1.1.4											1																1		1	1				
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1			1			1		2	1			1						1						1						1	
	2.1.2							1														1				1									
	2.1.3					1	1	1	1	1												2		1		3									
	2.2.1				1		1		1	1			1		1		1					1	1	1	1				1						
	2.2.2	2		1		1	1		1				1		1		1					2		1	1										
	2.3.1	1				1			2																1				1					1	
	2.3.2	1	1	1										1	1			1		1									1						
	2.3.3	1	1			2			1	2			1			1			1			1					1								
مرحلة الحل (ربط التعابير)	3.1.1																														1	1	2		
	3.1.2																	2	2	1									1						
	3.1.3																												1		1				
	3.2.1					1																									1				1
مرحلة التفسد	4.1.1					1		1				1								1		1	1					1							
	4.1.2	1	2	1	1	1						1		2				2			1					2			1						

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (c1) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																											2		1					
	1.1.2					1						1																							
	1.1.3		1				1									1								1		2		1		1	1		1		1
	1.1.4																													1					
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1				1	1	1	1		1		2				1						1			1		2			1		1		1	
	2.1.2							1				1										1					1								
	2.1.3	1				1	1	2				1			1	1						2		1		1		1							
	2.2.1		1		1		1		1		1		1		1							1		1		1			1					
	2.2.2		1			1		2						1		1						1							1					
	2.3.1	1							1									1										1		1		1		1	
	2.3.2	1	2		1									2		1		1										1							
	2.3.3		1		1	1	1	1	1	3		2		1		1		1				1			1										
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																								1			1				1			
	3.1.2				1													1		1										1					
	3.1.3																	1			1									1					
	3.2.1					1						1																		1				1	
مرحلة النقد	4.1.1					1		1	1			1		1								1	1				1		1	1				1	
	4.1.2	1	2		1	3		1										3	1	2								1	1	1	1	1		1	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (c2) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																											1							
	1.1.2					1																													
	1.1.3			1								1				1										2	1			1	1	1		1	
	1.1.4					1																				1	1			1					
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1			1	1	1	1		1				1						1		1		1	1		1		1		1		1	
	2.1.2							1														1													
	2.1.3					1	1	1				1										1	1		1			1							
	2.2.1			1		1		1	1		1			1								1		1											
	2.2.2					1	1		1	1		1		1		1						1			1				1						
	2.3.1	1				1		1		1					1													1	1	1				1	
	2.3.2	1	1	2										2		1		1	1										1						
	2.3.3		1			2		1		3			2					1				1				1									
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																														1		1		
	3.1.2																	1	2												1		1		
	3.1.3																		1														1		
	3.2.1					1						1															1								1
مرحلة التقد	4.1.1					1		1														1					1				1	1	1		
	4.1.2	1	2		1													2									1	1	1						

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (c3) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																											1							
	1.1.2					1						1																							
	1.1.3			1								1	1			1								2						1		1			1
	1.1.4																													1					
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1			1		1		1		1			1						1			1			1		1		1		1	
	2.1.2							1														1													
	2.1.3					1	2	1	1			1	1	1								1	1	1	1	1	1								
	2.2.1				1		1		1	1		1		1		1						1	1	1											
	2.2.2					1		2		1		1		1		1										1			2		1					
	2.3.1	1				1				1										1								1	1					1	
	2.3.2	1	1		2									1		1		1		1								1							
	2.3.3		1			2		1		2	2	2		1		1						1				1									
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																												1		1				
	3.1.2																	1		1												1			
	3.1.3																														1				
	3.2.1					1																												1	
مرحلة التقد	4.1.1					1		1														1				1				1	1				
	4.1.2	2		1		1						1						3	1	1	1							2			2	1	2		

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (c4) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1			1																								1							
	1.1.2					1																													
	1.1.3			1								1				1										2				2		1		1	
	1.1.4																													1		1			
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1		1				1		1	1			1						1		1		2		1		1		1		1	
	2.1.2							1														1				1									
	2.1.3					3		1	1			1				1						1		1		1		1							
	2.2.1			1		1		1		1		1	1									1		1				1							
	2.2.2					1		2				1		2								2				2		1							
	2.3.1	1				2		1		3										1						1		1						1	
	2.3.2	1	2	1						1				1	1			1	1	1												1			
	2.3.3		1	1		2		1		3		1	1					1				1		1		1		1							
مرحلة الحل (ربط النتائج)	3.1.1																											1		1		1			
	3.1.2			1														1		1												1			
	3.1.3																	1														1			
	3.2.1					1						1																		1				1	
مرحلة التقد	4.1.1			1				1						1								1						1		1				1	
	4.1.2	1	1	1		1												2	1											2		1		1	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (c5) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1					1						1	1															1							
	1.1.2						1																												
	1.1.3												1			1								1			2				1		1		1
	1.1.4															1														1		1			
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1		2		1		1		2				1						1				1		1				1		1	
	2.1.2																					1				1									
	2.1.3					2	2	1								1						1		1		1		1							
	2.2.1			1						1				1								1		1				1							
	2.2.2					1		1	1	1		1	1	1		1						1				2				1					
	2.3.1			1						1																		1				1		1	
	2.3.2	1	2	1										2				1		1												1			
	2.3.3		1	1		1	1	1		2		1	1			1						1		1				1							
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																											1		1	1	1		2	
	3.1.2																	1		1											1			1	
	3.1.3																		1																
	3.2.1					1						1																		1		1		1	
مرحلة التقد	4.1.1			1		1		2				1						1				1				1						2		1	
	4.1.2		2	1		1	1	1										2		1								1	1			2		2	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (d1) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1			1																								1							
	1.1.2					1																								1					
	1.1.3	1		1		1						1				1										2				1		1		1	
	1.1.4																															1			
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1					1				1						1						1		2		1		1				1		1	
	2.1.2							1														1				1									
	2.1.3			1		1		1	1			1				1						1	1	1		1				1					
	2.2.1			1		1			1	1		1		2		1						1		1											
	2.2.2	1		1		2		2			1	1		2		1						1								3					
	2.3.1	1								1								1												1				1	
	2.3.2	1	1	1										3	1			1	1	1															
	2.3.3		1	1		2		1		2	1	2				1		1		1		1		1		1				2		1			
مرحلة الحل (ربط التعابير)	3.1.1																	1		1								2		1		1			
	3.1.2									1								1	1	2										2		1			
	3.1.3																	1		1								2		1		1			
	3.2.1																											1		2		2		1	
مرحلة التفسير	4.1.1							1														1				1								1	
	4.1.2	1	1	1						1				1	1			1	1	1						1		1				1			

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (d2) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة																											2							
1.1.2						1						1																				1		1	
1.1.3												1				1														2		1			
1.1.4																														1	1				
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)					1				1		1				1						1		2		1									
2.1.2																						1						1							
2.1.3		1	1			1	1					1				2						2		1				1							
2.2.1										1				1										1				1							
2.2.2						1		1				2				1												1		1					
2.3.1		1	1		1					1				1				1										1							
2.3.2		1	1		1									1	1				1	1								1							
2.3.3			1			1	1	1		1		3	1			1		1				1		1		1									
3.1.1	مرحلة الحل (ربط التعابير)																	1										1		1		1		1	
3.1.2																		1		1															
3.1.3																		1		1										1					
3.2.1						1						1																		2				1	
4.1.1	مرحلة التفسد							1				1										1				1				1					
4.1.2		2	1		1	3						2						3	1								1			1				

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (d3) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة											1																1	1						
1.1.2						1						1																						1	
1.1.3						1						1				1												1		2		1			
1.1.4																												1		2	1				
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)				1		1			2		2				1						1		1				1							
2.1.2								1														1													
2.1.3							1	3				1				1		1				1	1					1							
2.2.1					1		1		1	1		1		1		1						1						1							
2.2.2		1	1	1		1			1			1	1	1		1						1						1							
2.3.1		1			1					1								1		1								2							
2.3.2			1	1										2		1			1																
2.3.3		1	1	1		2		1		2		1						1						1				1							
3.1.1	مرحلة الحل (ربط التمثيلات)																											1		1				1	
3.1.2																		1		1										1	1				
3.1.3		1																		1															
3.2.1		1				1				1																								1	
4.1.1	مرحلة التفسد					2		1		1		1										1				1		1		1					
4.1.2		2	3		1	1	2						1					1		2	1						1				1			

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالب (d4) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
مرحلة الصياغة	1.1.1																																		1
	1.1.2					1						1																							1
	1.1.3																									1		1		1		1			1
	1.1.4					1	1																			1		1		1		1			
مرحلة الحل (توقع جبري)	2.1.1			1						1	1	1				1						1				1									
	2.1.2							1														1													
	2.1.3					1	1	2						1								1	1				1								
	2.2.1									1		1			1							1	1					1							
	2.2.2					1	1		1				1	1	1	1								1					1						
	2.3.1									1																		1			1				1
	2.3.2	1	1	1										1	1					1								1							
	2.3.3		1			1		1		1	1	1						1				1	1	1		1									
مرحلة الحل (ربط التمثيلات)	3.1.1																											1				2			
	3.1.2																	1	1	1										1	1	1			
	3.1.3																													1			1		
	3.2.1						1					1																				1		1	
مرحلة التفسد	4.1.1					1		1				1										1				1				1		1			
	4.1.2		2	1		3						1		1		1		2								1				1		3		2	

سلوكات الحس الرمزي لدى الطالبة (d5) في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي:

سلوكات الحس الرمزي ضمن مراحل حل المسألة		Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7		Q8		Q9		Q10		Q11a		Q11b		Q11c		Q12		Q13		Q14		Q15		Q16	
		م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
1.1.1	مرحلة الصياغة																											1							
1.1.2				1		2						2																						1	
1.1.3				1								2				1										2				2		1			
1.1.4						2						1														1				2	1	1			
2.1.1	مرحلة الحل (توقع جبري)			1		2				2		1	2			1						1		2											
2.1.2						1		1														1				1									
2.1.3		1		1		2	3	1						1		1						1	1			1									
2.2.1				1		1	1	1		1			1		1											1		1	1						
2.2.2						1	1	1				2				1										1									
2.3.1		1				1		1												1								1	1	1					
2.3.2			1		1							1		2		1		1		1						1		1	1						
2.3.3			1			1		2	1	1	1	1						1				1				1		1	1						
3.1.1	مرحلة الحل (ربط التمثيلات)																													2		1		1	
3.1.2				1														1	1											1		1			
3.1.3																		1													1					
3.2.1						1						1						1												2		2		1			
4.1.1	مرحلة التفسد					2	1	1				1										1				1				1		1			
4.1.2			1	1			2		1			2						1								1		1	1	1	1	1	1		

الملحق (8)

تكرار سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى كل طالب

الجدول (1): تكرار سلوك الحس الرمزي لدى طلبة السنة الأولى

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة	a1		a2		a3		a4		a5	
			م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	2		3		2		4		2	
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز			2			2		1	2	1
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	7	2	10		5	4	7	2	8	1
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	1	1			1	3	2		2	3
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	12	3	15	1	7	7	14		11	3
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	3		4		3		3	1	3	
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	7	6	10	1	4	6	7	5	6	6
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	5	5	8	2	2	5	8	4	3	6
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	5	7	9	2	4	7	3	6	1	8
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	4	3	5	1	5	1	7	3	3	4
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	2	6	9	2	5	3	4	6	1	7
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	6	7	13	2	5	10	9	5	4	6
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	1	2	2	1	1	2	3		1	2
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	3	3	4		5	2	2	2	3	2
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	2	1	4		1	2	3		2	1
	3.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	2		2		2		3		3	1
تفسير وتحقق	4.1 يدرك المعنى	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	1	6	5	1	2	6	4	5	3	6
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	1	5	4	3	1	4	4	8	1	8

الجدول (2): تكرار سلوك الحس الرمزي لدى طلبة السنة الثاني

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة	b1		b2		b3		b4		b5	
			م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز		2	4		2		4		1	2
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز			3		2		3		2	
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	3	3	6	2	6	2	7	2	4	5
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل		2	2	3	1	2	2	3	2	3
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	7	3	14	1	14	2	11	3	9	3
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	3		3		3		3		3	
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	5	6	8	4	9	3	8	6	10	2
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	5	6	10	2	5	4	5	7	7	5
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	2	7	8	5	7	4	4	11	6	7
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبرية	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	7	6	3	2	7	2	8	4	5	2
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	5	5	5	3	6		6	2	7	2
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	7	6	12	3	7	4	6	6	8	6
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	1	2	3	2	4	1	4	2	1	3
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	1	2	5	4	7		5	1	4	2
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	2		1	1	5		5		2	
	3.2.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	3	1	3	1	1		3		2	
تفسير وتحقق	4.1 يدرك المعنى	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	2	6	3	3	3	4	2	5	4	5
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	3	5	4	10	5	2	4	4	4	11

الجدول (3): تكرار سلوك الحس الرمزي لدى طلبة السنة الثالثة

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة	c1		c2		c3		c4		c5	
			م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	3		2		2		2		3	1
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	2			1		2		1		
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	8	2	9	2	9	2	7	3	5	3
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	1		2	1		1	1	1		2
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	15	2	14	3	10	4	13	4	10	6
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	4		2		3		3		2	
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	11	3	6	4	7	6	8	5	8	3
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	9	3	6	2	6	4	7	4	3	6
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	6	6	9	4	6	8	6	5	7	7
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	6	2	4	6	5	2	8	3		5
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	6	4	9	2	6	3	7	5	3	6
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	13	4	9	5	7	8	10	5	8	6
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	3		2		1	2	2	1	1	4
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	2	2	4	1	2	2	5		1	3
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	2	1	2		1		2		1	
	3.2.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	2	2	4	1	2		3	1	2	3
تفسير وتحقق	4.1 يدرك المعنى	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	6	6	3	5	2	5	2	6	3	10
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	5	14	4	6	6	10	4	7	3	13

الجدول (4): تكرار سلوك الحس الرمزي لدى طلبة السنة الرابعة

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة	d1		d2		d3		d4		d5	
			م	غ	م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	2		2		3	1		2	1	
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	1		3		3		1	1	6	
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	10		7		4	3	1	4	2	7
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	10		1	1	1	3	2	4	3	5
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	9		10		10	2	4	5	11	1
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	3		2		2		2		4	1
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	10	2	9	1	8	3	6	4	11	4
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	9	1	6		9	1	5	4	8	4
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	14	3	7	4	9	3	4	6	7	4
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	3	2	6	2	7	1	3	2	4	4
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	6	2	5	3	4	3	5	3	7	3
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	14	3	12	3	8	5	6	4	7	7
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	6		5		3	1	1	3	2	4
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	7	1	4		2	2	2	3	3	3
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	6		3		1	1	1	1	2	
	3.2.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	6		5		4		2	2	3	5
تفسير وتحقق	4.1 يدرك المعنى	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	3	3	2	4	4	5	2	6	4	6
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	8	3	9	6	7	11	3	15	3	11

الملحق (9)

ملخص لسلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لدى كل طالب

الجدول (1) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (a1) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري
2.1.1 تعرف معنى الرموز	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (2) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (a2) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	
1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز	
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	
2.1.1 تعرف معنى الرموز	
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	
4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	
4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	

الجدول (3) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (a3) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز
1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	2.1.3 تعرف خصائص العمليات
2.1.1 تعرف معنى الرموز	2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل	2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل
للرسم البياني	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط
وتعمل إضافات مناسبة في جدول	التقارب
	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات
	شخصية)

الجدول (4) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (a4) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرمز	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري
2.1.1 تعرف معنى الرموز	3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	للرسم البياني
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	توقعات شخصية)
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل	
إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (5) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (a5) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز	2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير
2.1.1 تعرف معنى الرموز	الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (6) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (b1) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	2.1.3 تعرف خصائص العمليات
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
	3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني
	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (7) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (b2) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز 1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة 2.1.1 تعرف معنى الرموز 2.1.2 تعرف ترتيب العمليات 2.1.3 تعرف خصائص العمليات 2.2.1 تحدد عناصر و حدود التعبير الجبري 2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة 2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية 2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري 2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل 3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني 3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني 3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول 4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل 4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (8) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (b3) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز 1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة 2.1.1 تعرف معنى الرموز 2.1.2 تعرف ترتيب العمليات 2.1.3 تعرف خصائص العمليات 2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري 2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة 2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية 2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري 2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل 3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني 3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني 3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب 4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل 4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية

الجدول (9) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (b4) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة
1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
2.1.1 يعرف معنى الرموز	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول	
4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	

الجدول (10) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (b5) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز
2.1.1 يعرف معنى الرموز	1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني
2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (11) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (c1) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز 1.1.2 تعرف متى يتخلى عن الرموز 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة 2.1.1 تعرف معنى الرموز 2.1.2 تعرف ترتيب العمليات 2.1.3 تعرف خصائص العمليات 2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري 2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية 2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري 2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل 3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني 3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني 3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب 3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول 4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة 4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (12) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (c2) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة 2.1.1 يعرف معنى الرموز 2.1.2 يعرف ترتيب العمليات 2.1.3 يعرف خصائص العمليات 2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري 2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة 2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري 2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل 3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني 3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني 3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب 3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول 4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل 2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية 4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية

الجدول (13) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (c3) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل
2.1.1 يعرف معنى الرموز	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)
2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (14) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (c4) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.1.1 تعرف معنى الرموز	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (15) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (c5) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري
2.1.1 تعرف معنى الرموز	2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني
2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
	4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (16) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (d1) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 تعرف متى يستخدم الرموز	
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	
1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	
2.1.1 تعرف معنى الرموز	
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول	
4.1.1 تربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	
4.1.2 تربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	

الجدول (17) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (d2) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.1.1 يعرف معنى الرموز	
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	
2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	
2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	
4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	

الجدول (18) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (d3) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل.
1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية).
2.1.1 يعرف معنى الرموز	
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	
2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	
2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	
2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	
3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	
3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	
3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول	

الجدول (19) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالب (d4) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز
2.1.3 يعرف خصائص العمليات	1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة
2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل
2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري
2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	لتساعد في تحديد التعابير المكافئة
2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني
3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة	3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني
جبرية ويعمل إضافات مناسبة في جدول	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
	4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)

الجدول (20) سلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطالبة (d5) في جميع مسائل الحس الرمزي:

سلوك الحس الرمزي الموجود	سلوك الحس الرمزي غير الموجود
2.1.1 تعرف معنى الرموز	1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة
2.1.2 تعرف ترتيب العمليات	ومناسبة
2.1.3 تعرف خصائص العمليات	1.1.4 تعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه
2.2.1 تحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	عندما لا يعمل
2.2.2 تحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري	3.1.1 تربط صيغة جبرية برسم بياني
لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	3.2.1 تربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة
2.3.1 تحدد نوع الصيغة الجبرية	جبرية وتعمل إضافات مناسبة في جدول
2.3.2 تحدد الحد السائد للتعبير الجبري	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية
2.3.3 تربط صيغة جبرية بنوع الحل	4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام
3.1.2 تربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	توقعات شخصية)
3.1.3 تربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	

الملحق (10)

عدد المرات المتوقع فيها ظهور كل سلوك من مظاهر الحس الرمزي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11a	Q11b	Q11c	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	تكرار
1.1.1		1				1								1				1	4
1.1.2			1		1	1												1	4
1.1.3			1			1						1		2		1			6
1.1.4																			–
2.1.1		1	2		1	1		1			1	1	1	1	1	1		1	13
2.1.2			1	1		1					1			1					5
2.1.3			2	2	1	1					1	1	1	1	1				11
2.2.1		1	1		1	1	2	1			1	1	1	1	1				12
2.2.2			1	1	1	1	1	2			1		1		2	1			12
2.3.1	1	1		1	1		1			1					2		1	1	10
2.3.2	2	1					2	1	1	1					1				9
2.3.3	1	1	2	1	2	1			1		1	1	1						12
3.1.1															1	1	1		3
3.1.2		1							1	1						1	1		5
3.1.3									1	1							1		3
3.2.1			1			1										1		1	4
4.1.1			1	1		1					1		1	1		1			7
4.1.2	1		1			1			1								1	1	6

الملحق (11)

سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة لدى طلبة كل مستوى دراسي في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي

مراحل حل المسألة	عناصر مظاهر الحس الرمزي	الحالات الشائعة	السنة الأولى		السنة الثانية		السنة الثالثة		السنة الرابعة	
			م	غ	م	غ	م	غ	م	غ
صياغة	1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية	1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز	5	0	3	2	5	0	3	1
		1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز	2	1	4	0	1	1	1	0
		1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة	5	0	3	1	5	0	3	2
		1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل	1	2	0	5	0	2	1	3
حل (توقع جبري)	2.1 يدرك القواعد والخصائص الأساسية	2.1.1 يعرف معنى الرموز	5	0	5	0	5	0	4	0
		2.1.2 يعرف ترتيب العمليات	5	0	5	0	5	0	5	0
		2.1.3 يعرف خصائص العمليات	4	1	4	1	5	0	5	0
	2.2 يحدد البنية الجبرية	2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري	3	2	3	2	4	1	5	0
		2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة	1	4	3	2	4	1	4	1
	2.3 يحدد السمات الرئيسية للتعبير الجبري	2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية	4	1	5	0	3	2	5	0
		2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري	2	3	5	0	4	1	4	0
		2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل	3	2	5	0	4	1	5	0
حل (القدرة على ربط التمثيلات)	3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني	3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني	2	3	3	2	3	2	3	2
		3.1.2 يربط السمات الرئيسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني	4	1	4	1	4	1	4	1
		3.1.3 يربط السمات الرئيسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب	4	1	4	0	3	0	3	0
	3.2.2 يربط السمات الرئيسية لعمل إضافات مناسبة في جدول	3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية	5	0	4	0	4	1	4	1
تفسير وتحقق	4.1 يدرك المعنى	4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية	1	4	1	4	1	4	1	4
		4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية(استخدام توقعات شخصية)	1	4	2	3	1	4	2	3

ABSTRACT

Ababneh,Manal Abdel-Rahman. Symbol Sense among Undergraduate Students.PhD Thesis,Yarmouk University,2020.(The Supervisor: Professor Amal Abdallah Khasaweneh).

The aim of this study was to investigate the aspects of symbol sense and algebraic variable explanation using qualitative approach. A sample of (110) undergraduate students, specialized in mathematics participated in this study. To achieve the aim of the study, a symbol sense test and algebraic problems that asked for explaining and using algebraic variable, in addition to reflective interviews with audio recording were used to collect data from (20) volunteer students from the original sample. Moreover, a symbol sense evidences framework and 3UV model were used to analyze the responses of students. The results revealed a number of symbol sense aspects among the undergraduate students, in the formulation of the problems, in the algebraic expectations of the solution and in the ability to link representations in the solution, while the aspects in checking the solution were rare. The common aspects of symbol sense among students were: recognition when symbols can be used, the ability to choose symbolic representations, recognition of the meanings of algebraic symbols, knowing the order of operations and its properties and identifying the form of the problem and linking it with the type of the solution. In the opposite, a number of the aspects of symbol sense were not productive and incorrect.

In regard of the explanations that were produced by the students in solving algebraic variable problems, the results showed that the mathematics undergraduate students faced no problems in explaining and using the variable as unknown, while they faced difficulties when explaining and using the variable as a generalized number and as a functional relationship, especially the latter. Regarding the results of the study, priority should be given to the algebraic skills and symbol sense behaviors, where both should be integrated in teaching and learning algebra.

Keywords: Symbol sense, Algebraic skills, Algebraic symbolism, Interpret the use of the variable, Undergraduate students, Mathematics education.