تعليم وتعلم الرياضيات في ضوء مهارة تحليل الخطأ (ضمن منهج المملكة العربية السعودية المطور)

Teaching and learning mathematics in the light of error analysis skill (within the KSA developed curriculum)

أ. آسيا أحمد الضحوي- جامعة أم القرى- المملكة العربية السعودية

Email:s437036470@st.uqu.edu.sa

الملخص:

تعتبر التمارين الصحيحة -التي يتم فيها صياغة سؤال ما ومن ثم توضيح الخطوات المتخذة للوصول إلى الحل الصحيح- طريقة فعالة في تعليم الرياضيات وتعلمها. ومع ذلك، فإن التمارين التي تعرف بـ "الأمثلة الخاطئة" والتي تحتوي على خطوة خاطئة أو أكثر في الحل.(Adams et al., 2015) تمت دراستها في العديد من الأبحاث للعثور على مساهمتها في تعزيز عملية التعلم الرياضي. إلى جانب ذلك، تستخدم طريقة "تحليل الخطأ" كأسلوب تعليمي بهدف مساعدة الطلاب على تطوير تعلمهم، ومن خلال هذا الأسلوب يتم تمرين الطالب على تحديد الخطأ في المثال الخاطئ ومن ثم تصويبه مع تقديم التبرير. يوضح هذا البحث الرؤى المستمدة من مشاريع الأبحاث السابقة التي تَدرُس أثر استخدام تحليل الأخطاء على أداء الطلاب، واستنادا على الأبحاث السابقة تدرس هذه الورقة العلمية واقع ممارسة مهارة تحليل الخطأ في تعليم الرياضيات داخل مدارس المملكة. ولعل أهم مخرجات هذه المقالة هو تقديم ألية لتحسين أسئلة "اكتشف الخطأ" في كتاب الرياضيات المطور وربطها بالطالب، باعتبارها نماذج أساسية للتدريب على مهارة تحليل الخطأ التي تعتبر أحد مهارات القرن الحادي والعشرين المهمة لبناء التفكير النقدي للمتعلمين. أيضا استنادا على الأبحاث السابقة تلخص هذه المقالة خطوات عملية يطبق فيها كل من الطالب والمعلم مهارة تحليل الخطأ داخل الفصل، كما عمدت الباحثة إلى قياس مدى حاجة البيئة التعليمية داخل مدارس المملكة للخطوات المقترحة من خلال النظر في أراء المعلمين فيما يخصها من واقع تجربتهم.

الكلمات المفتاحية: تحليل الخطأ، تعليم وتعلم الرياضيات، المنهج المطور، اكتشف الخطأ.

Abstract:

Correctly worked exercises, where a question is stated and the steps taken to reach its solution are correct, are considered as an effective method for teaching and learning mathematics. However, examples with incorrect answers that known as “erroneous examples” in which one or more steps in its solution are wrong steps (Adams et al., 2015). have been studied in several research to find their contribution in enhancing the mathematical learning process. Alongside, “Error analysis” was used as an educational method in a purpose of helping students to develop their learning. Through this method student get used to find the wrong step in the erroneous example and then correct it with providing a justification. Based on previous research ،this paper examines the reality of practicing error analysis in teaching mathematics within the KSA schools .One of the outputs presented in this article is a way to improve the" Discover the Error "questions in the developed mathematics book and link them to the students, since they used as basic models to practice error analysis as a one of the 21^{st} century skill to develop the critical thinking of the learners. Also ،based on previous research ،this article summarizes practical steps in which both the student and the teacher can use error analysis in the classroom, the researcher also measured the extent to which the educational environment in KSA classrooms need the proposed steps by considering the opinions of teachers regarding them from their experience.

Keywords: error analysis, teaching and learning mathematics ،developed curriculum، discover the error.

مقدمة:

إن لتعلم الرياضيات من خلال تحليل الأخطاء تاريخ طويل (Radatz, 1979) فقد اهتمت الكثير من الأبحاث السابقة بدراسة مدى فاعلية التدريس باستخدام مهارة تحليل الخطأ على رفع مستوى الطلاب. وقد أقر المعلمون والباحثون بفائدتها لفترة طويلة، فقد أثبت "آدم وآخرون" Adams (2014) أن التعلم باستخدام مهارة تحليل الخطأ يمكن الطالب من الاحتفاظ بالمعلومات فترة أطول واسترجاعها بصورة أسهل. أيضا توالت الأبحاث في دراسة الأخطاء الأكثر شيوعا بين الطلاب بغرض تحليلها وعلاجها ومن أحدثها بحث صديقي (2017) الذي درس الأخطاء الشائعة بين طلاب المرحلة المتوسطة على وجه التحديد.

يركز هذا البحث -بالاستناد على الدراسات السابقة- على طرح مهارة "تحليل الخطأ" كأسلوب تدريس مشترك بين الطالب والمعلم، فمن خلال تحليل الأخطاء في الحلول، يتمكن الطلاب من ممارسة الرياضيات بالصورة المعيارية. ليس ذلك فحسب، بل تجعل الطلاب يكتسبون مهارة مفيدة على المدى الطويل مثل تمييز "الحجج المعقولة، والتفريق بين المنطق الصحيح او التفكير المنطقي عن الخاطئ، و –إذا كان هناك خلل في الحجج– شرح ما هو" Babbitt (Miller, 1996 & وبما أن منهج الرياضيات المطور للرياضيات في المملكة العربية السعودية يركز كثيرا على إزالة الفجوة بين معرفة الطلاب الرياضية في المدارس السعودية ومفاهيم الرياضيات التي تقيسها اختبارات اتجاهات الرياضيات الدولية ودراسات العلوم من اجل رفع جودة التعليم وفقا تلك الاختبارات، فإن تقديم امثلة دقيقة -مرتبطة ارتباط وثيق بالطلاب وما يتناسب معهم- يسمح بتحفيز التفكير النقدي والمناقشة وحل المشكلات من عدة نواحي، كما يساهم في تنوع الإستراتيجيات المستخدمة للحل، وهذه بلا شك تعد ضمن مهارات القرن الحادي والعشرين التي يحتاجها الطلاب للنجاح في حياتهم المهنية لي المستقبل.

وفقا للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات "NCTM" (Reston 2014) ما يجعل تدريس الرياضيات فعالا هو عندما يقدم المعلمون تمارين تدعم التفكير الرياضي وحل المشكلات عند الطلاب حتى يتفاعلوا مع هذه المسائل ويتناقشونها. بالإضافة إلى أن قدرة المعلمين على جعل طلابهم يتدربون على كيفية بناء حجج قابلة للتطبيق من خلال نقد المنطق الكامن وراء اجابات التمارين عامل مهم جدا (Ball et al., 2008a) لتمكين الطلاب من الحصول على الفائدة القصوى من مهارة تحليل الخطأ والتغلب على مواطن الضعف لديهم. حتى يتحقق الهدف المرجو من وراء تحسين أسئلة "اكتشف الخطأ" لابد من النظر في آلية تفعيلها داخل الفصل بخطوات عملية تعين الطالب والمعلم سوية للوصول للغاية المرجوة من ادراجها ضمن منهج الرياضيات ألا وهي رفع قدرة الطلاب على التحليل ومساعدته على تقوية مواطن الضعف لديه.

يهدف هذا البحث الى دراسة واقع ممارسة مهارة تحليل الخطأ في تعليم الرياضيات داخل مدارس المملكة من أجل 1) تقديم طريقة لتحسين أسئلة "اكتشف الخطأ" وذلك بالاعتماد على أخطاء الطلاب الشائعة وتضمينها في المنهج ضمن أسئلة 'اكتشف الخطأ' بحيث يستند عليها المعلمون عند تدريسهم للطلاب في الفصل الدراسي. 2) تلخيص خطوات عملية مستقاة من أبحاث سابقة تعين كل من الطالب والمعلم على تطبيق مهارة تحليل الخطأ داخل الفصل. تجيب الجزئين السابقة على السؤالين "ما الذي يمكن فعله لتحسين المنهج حتى يساعد المعلمين على التركيز على ممارسة هذه المهارة" و "كيف يستخدم المدرسين مهارة تحليل الخطأ حتى يتدرب الطلاب عليها ويحصلوا على الاستفادة القصوى منها " بالتوالي. بالطبع لا يحقق هذا البحث الخطوات الوافية لمعالجة هذه الأسئلة، ولكنه يركز على الجوانب المركزية لها

المنهجية:

عمدت الباحثة إلى النظر في واقع تطبيق "تحليل الخطأ" داخل مدارس المملكة عن طريق سؤال معلمي ومعلمات الرياضيات من مختلف المستويات التعليمية عن كيفية تطبيقهم لهذه المهارة من واقع تجربتهم. تم استخدام البيانات الكمية والرسوم البيانية لتحليل أجوبة المعلمين وتحديد مقاييس النزعة لمركزية لها.

الأدوات: استخدمت الباحثة الاستبانة الإلكترونية لسؤال المعلمين. احتوت الاستبانة على ثلاث أقسام للأسئلة 1) قسم للبيانات العامة للمعلم مثل نوع المدرسة المنتسب إليها، المنطقة التي يعمل بها، عدد سنوات الخبرة في تدريس الرياضيات، والصفوف الدراسية التي سبق له تدريسها. 2) قسم يدرس اسئلة "اكتشف الخطأ" وتجربة المعلمين معها. 3) قسم يدرس تطبيق مهارة تحليل الخطأ وخبرة المعلمين فيها بصفة عامة.

الفئة: معلمي ومعلمات الرياضيات -من الجنسين- المنتسبين للمدارس الحكومية أو الأهلية من مختلف مناطق المملكة العربية السعودية، حيث أجاب على الاستبانة 120 شخص كان منهم 118 معلم ومعلمة، رئيسة قسم رياضيات، بالإضافة إلى مشرف رياضيات. تفاوتت سنوات الخبرة لدى المعلمين ما بين 3 سنوات إلى 9 سنوات، وكانت الغالبية العظمى (71% منهم) ذات خبر أكثر من 10 سنوات. هذا وقد تم إلزام الجميع بتحديد خيار (معلم/معلمة رياضيات) قبل أن يتمكنوا من الإجابة على الاستبانة، وذلك للتأكد من أن الفرد ضمن الفئة المستهدفة، كما تم إبعاد جميع الافراد الذين اختاروا خلاف ذلك.

الآلية: تم إرسال الاستبانة لهواتف الفئة المستهدفة بعد أن تم الوصول إليهم عن طريق وسائل التواصل "من منصات تجمع معلمي الرياضيات بالتحديد" ومن ثم مراجعة الردود على حدة وتلخيص أهم النتائج باستخدام الرسوم البيانية.

النتائج: فيما يخص القسم الثاني من الاستبانة (أسئلة "اكتشف الخطأ" وتجربة المعلمين معها) فقد أظهرت الاستبانة أن 57% من المعلمين يرون أن أسئلة "اكتشف الخطأ" تحتاج إلى زيادة في عددها. كما أنه عندما تم سؤالهم عن حاجة أسئلة "اكتشف الخطأ" للتعديل او حتى التبديل اتخذت الغالبية العظمى من المعلمين موقف "المحايد" وبالنسبة لرأي الموافقة أو المعارضة، فقد غلب جانب التأييد بنسبة 35% من المعلمين، كما هو موضح في شكل 1.

شكل 1

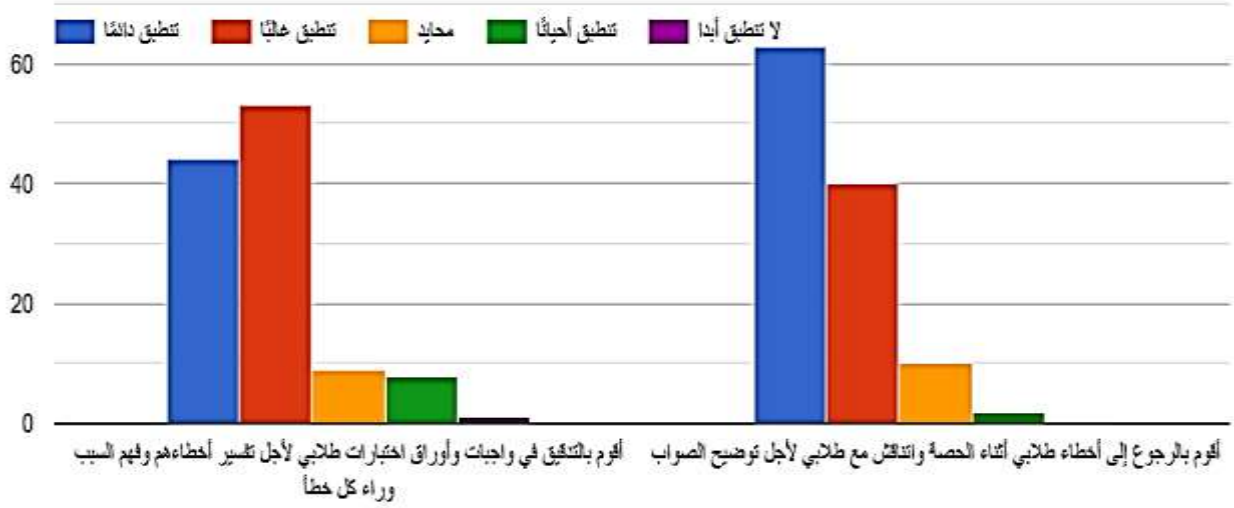
تمثيل بالأعمدة البيانية لآراء المعلمين فيما يتعلق بتبديل أسئلة "اكتشف الخطأ"

عندما تم سؤال المؤيدين عن الأسباب وراء تعديل أسئلة "اكتشف الخطأ" تنوعت الإجابات وكان أكثر الأسباب تكرارًا هو عدم مناسبتها، سواءً لمستوى الطلاب أو مواضيع الدرس أو الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلاب حقيقة. **سيتم تقديم الحلول المقترحة لنتائج هذا القسم في بند (تحسين أسئلة "اكتشف الخطأ").**

فيما يخص القسم الثالث من الاستبانة (مهارة تحليل الخطأ وخبرة المعلمين فيها بصفة عامة) فقد أظهرت الاستبانة أنه على الرغم من أن نسبة عالية من المعلمين (93%) أجابوا بأنهم لم يتلقوا دورة تدريبية متخصصة في كيفية تفعيل مهارة اكتشف الخطأ مع الطلاب، إلا أن أكثر المعلمين ذكروا متابعتهم الشخصية لواجبات واختبارات طلابهم من أجل العثور على مواطن ضعفهم والعمل على تصحيحها، كما هو موضح في شكل 2.

شكل 2

تمثيل بالأعمدة البيانية لمتابعة المعلمين لإجابات الطلاب بغرض تصويب أخطاءهم



لعل أبرز دلائل النتيجتين السابقتين هي أنه على الرغم من الجهود الفردية التي يقدمها المعلمون حتى يراجعوا أخطاء طلابهم، إلا أن التأهيل المتخصص الذي يُخرج معلم متمكن من تمرين طلابه على ممارسة تحليل أخطاءهم بأنفسهم وتصويبها -تحت توجيهاته- لا يزال مطلب مهم نحتاج إلى توفيره، على هيئة دورات تدريبية، ورش عمل وما إلى ذلك. وقد أكد ما يقارب 85% من المعلمين في الاستبانة على أهمية إقامة دورات وورش تدريبية للمعلمين من أجل ادخال " تحليل الخطأ" كأسلوب تدريس مشترك بين الطالب والمعلم. **سيتم تلخيص خطوات عملية مثالا على أسلوب التدريس باستخدام "تحليل الخطأ" في بند (تطبيق مهارة تحليل الخطأ داخل الفصل).**

تحسين أسئلة "اكتشف الخطأ"

السماح للطلاب بالتعرض لكل من المسائل الصحيحة والمسائل الخاطئة وممارسة تحليل الخطأ عليها مفيد بشكل خاص إذا كان الخطأ يرتكبه نسبة كبيرة من الطلاب بصورة عامة أو يتم الخلط عادة بين المفاهيم المرتبطة به (Even, 1993). يؤدي تقديم تعارض معرفي من خلال تقديم أمثلة تم حلها بشكل غير صحيح إلى انتقال المتعلم بين حلقات تربط التفكير والتبرير وتؤدي في الأخير إلى الفهم العميق (Rushton, 2018). تحليل الأخطاء وسيلة لتعزيز فهم أعمق للمتعلم واعطائه صورة مكتملة للموضوع الرياضي، وهذه هي طبيعة فهم الرياضيات، وهذا الأمر صحيح بشكل خاص عندما تكون التمارين الخاطئة المقدمة تشبه نفس نوع الأخطاء التي يقع فيها المتعلمون (2018). على الرغم من أن كتب الرياضيات المطورة في المملكة العربية السعودية اعتمدت على عن سلسلة ماكجروهيل التي تعتبر جادة دولية لكثير من الطلاب من دول وخلفيات متنوعة، إلا أن الأخطاء بنيت عليها أسئلة "اكتشف الخطأ" في هذه السلسلة العالمية فد لا تكون مماثلة للأخطاء التي يقع فيها الطلاب هنا في المملكة العربية السعودية، كما عبر المعلمون في نتائج القسم الثاني من الاستبانة. ولتحقيق فائدة قصوى من استخدام مهارة تحليل الخطأ، نحتاج إلى تحديد الأخطاء الشائعة لطلاب الدارس لدينا مع مزيد من التركيز لمعالجتها من خلال مناهجنا الدراسية.

على الرغم من أن أغلب أراء المعلمين الاستبانة أيدت زيادة عدد أسئلة "اكتشف الخطأ" إلا أن التركيز على مهارة تحليل الخطأ في كتب الرياضيات المطورة يعتبر نوعا ما كافي من الناحية الكمية، فقد ظهر في أحد الأبحاث أن النسبة المئوية لمسائل حل المشكلات والتفكير الناقد هي الأعلى (43.5%) ضمن باقي مهارات القرن الحادي عشر في كتاب الثالث متوسط في المملكة العربية السعودية، على سبيل المثال. تتضمن مسائل حل المشكلات والتفكير الناقد تحليل الأخطاء كمرحلة أساسية فيها، لأنها تتطلب اختبار صحة الإجابة واصلاحها من ثم إذا تبين أنها خاطئة، وهذا بلا شك ما يحدث مع تحليل الخطأ. في الحقيقة ما نحتاج العمل عليه هو ربط هذه الأسئلة بالأخطاء التي يقع بها طلابنا في المدارس السعودية، وعلى ذلك يجب أن يكون لدينا نظرة واضحة على الأخطاء الأكثر شيوعا والتي تم التوصل إليها

من خلال حلول الطلاب في الواجبات والاختبارات. حتى ندرج أخطاء طلابنا الشائعة ضمن تمارين "اكتشف الخطأ" في منهج الرياضيات، تم تقديم الإجراءات المقترحة التالية:

- أولا، خلال تصحيح المعلمون أو الخبراء المختصين لأوراق اختبارات الطلاب فإنهم يفحصونها ويحللون الأخطاء التي يرتكبها المتعلمون

- الخطوة الثانية هي تحديد الأخطاء الأكثر شيوعا اعتمادا على أن "الخطأ الشائع: هو الخطأ الذي يقع فيه 25% أو أكثر من أفراد عينة الدراسة". (الباقر، 1999

-بعد ذلك يصنف المعلمون أو الخبراء الإخطاء إلى مفاهيمية، معرفية أو إجرائية.

- وأخيرًا يجب تقديم تقرير إلى مطوري المناهج لتضمين مسائل محاكية لأكثر أخطاء الطلاب تكرارا في كتاب الرياضات كتمارين "أكتشف الخطأ".

إن تسليم المعلمين والخبراء تقارير دوريه لمطوري المناهج يساعد على استهداف أكثر مواضع الضعف لدى الطلاب من خلال تمارين "اكتشف الخطأ"، إضافة إلى أن أهمية تخصيص المعلمين حصص أسبوعية للتركيز على هذه التمارين مع طلابهم سيجعل مواطن ضعف الطالب تتلاشى ويتحسن بذلك أداء الطالب شيئا فشيئا.

تطبيق مهارة تحليل الخطأ داخل الفصل:

لسنوات عديدة كان التلاميذ يحلون تمارينهم الخاصة من خلال متابعة مسائل سابقة تم حلها بخطوات صحيحة مشروحة من قبل المعلمين كعينات تساعدهم على الإجابة، ولعقود من الزمن اعتمد تعليم الرياضيات على هذه الطريقة (Atkinson et al., 2000). في الآونة الأخيرة تم استخدام 'التمارين الخاطئة' بهدف تحليل الأخطاء في حلول الطلاب ((Adams et al., 2015 لأن ممارسة مهارة تحليل الأخطاء تدعم معايير التعلم الرياضي وعملية تدريس ال رياضيات((Reston, 2014. أظهر الباحثون مثل "تشيغ" و "غاغاتسِس وكيرياكدس" Gagatsis and (Cheng 2012; Kyriakides 2000) أن شرح حلول كل من الأمثلة الصحيحة والغير صحيحة يؤدي إلى المزيد من المنافع التي توصل الى مخرجات تعلم أفضل من الاعتماد توضيح الإجابات الصحيحة فقط. علاوة على ذلك، وفقا لتلك الأبحاث فإن توضيح السبب وراء صحة أو عدم صحة الإجابات يجعل التعلم أفضل بكثير من مجرد شرح الإجابات الصحيحة. سيلفر وآخرون((Silver et al., 2009 وجدوا أنه بمقدور الطلاب ان يصنفوا خطوات الحل الى استنتاجات صحيحة واستنتاجات خاطئة وتصنيف بهذا الشكل سيؤدي بدوره في الأخير إلى بناء صورة وافية للمفهوم المدروس. بينما يقوم الطلاب بتحليل وتبرير الأخطاء وإعادة حل الأمثلة بشكل صحيحة مع شرح الأسباب، فإن هذه العملية تقودهم إلى معيارين للممارسة الرياضية وهما (أ) فهم التمرين وبذل قصارى جهدهم لحله (ب) اكتساب دقة أكثر Ball et ((al., 2008b. مع التغييرات الأخيرة في الإطار المفاهيمي، تم قبول على نطاق واسع الأخطاء التي كان ينظر إليها بشكل سلبي في البداية، وأصبحت في الوقت الحاضر تعتبر مرحلة طبيعية لا يمكن تجنبها في بناء ال معرفة2008.((

حسب الدراسة التي أجرتها "راشتون" Rushton (2018) من أجل معرفة ما إذا كان الطلاب يمكن أن يتعلموا أفضل عند استخدام كل من التمارين ذات الإجابات الصحيحة والتمارين ذات الإجابات الخاطئة مع تحليل الخطأ فيها. أظهرت النتائج أن طريقتي التدريس كانت مفيدة للطلاب خلال نفس الوقت على المدى القصير، ولكن الطلاب الذين حصلوا على فرصة تحليل الأخطاء عند حل المسائل الغير صائبة كان لديهم قدرة أكبر على الوصول إلى فهم أعمق للمحتوى، وبالتالي احتفظوا بالمعلومات لفترة طويلة أكثر من أولئك الذين درسوا فقط الأمثلة الصحيحة. بناء على هذه التجربة، تم تلخيص الخطوات التي طبقت على المجموعة التجريبية بطريقة قابلة للتطبيق بحيث يمكن استخدامها مع الطلاب في مدارس السعودية لتحصيل الفوائد المذكورة سابقا:

- يجب أن يكون المفهوم قد تم شرحه مسبقا مع إعطاء أمثلة واضحة لطريقة الحل الصحيحة، ويجب إعطاء واجبات منزلية عليه

- في نهاية الأسبوع يكتب المعلم على السبورة أهم الأخطاء التي وجدها في أجوبة الطلاب من واجباتهم بعد صياغتها على هيئة أمثلة خاطئة

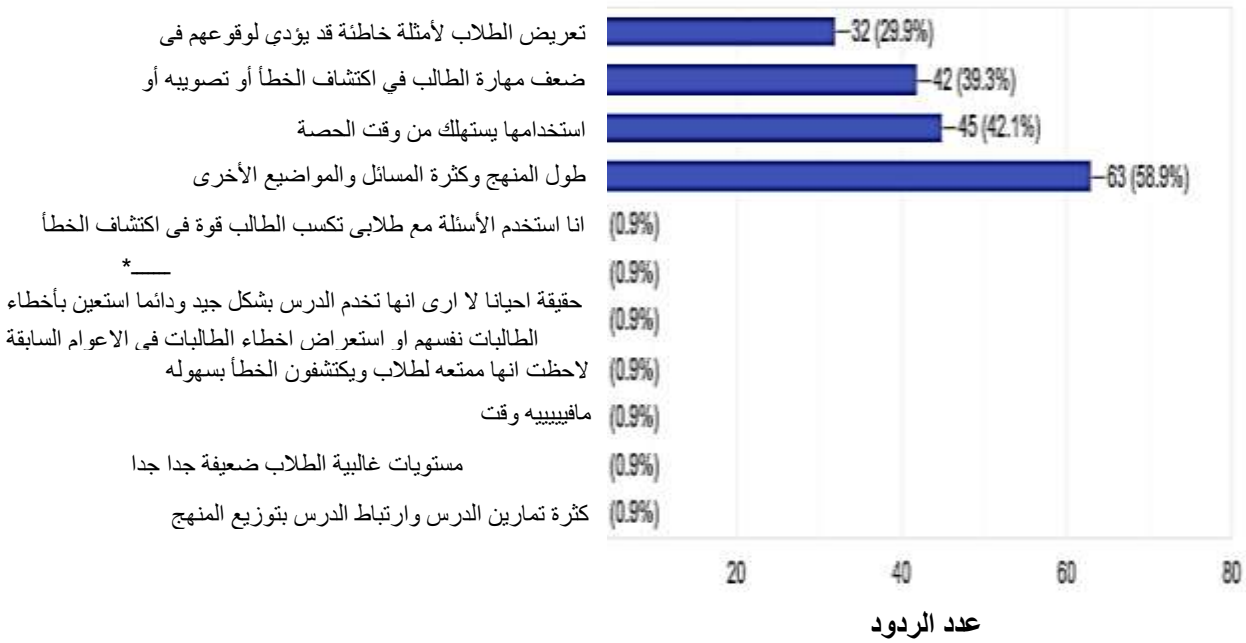
- يطلب المعلم من الطلاب (العثور على الخطأ، إصلاحه، توضيح كيف يتم إصلاحه)، ويمكنه انشاء مجموعات صغيرة والسماح للطلاب بمناقشة الأخطاء التي اكتشفوها وكيف يمكنهم تصحيحها.

- يسمح المعلم لكامل الفصل لمشاركة ما توصلوا إليه وكيف سيتعلمون من ذلك

- في نهاية الوحدة يقدم الطالب اختبار قصير ويصحح المعلم الأوراق باستخدام طريقة "استراتيجية تحديد الأخطاء" المذكورة في The teaching channel (Tips For Grading Math Test: Highlighting Mistakes (teachingchannel.com)حيث يقوم بتحديد الأخطاء فقط من دون إعطاء أي درجة، ويجب ان يخصص للطلاب وقت خلال الفصل او في المنزل لتصحيح الأخطاء مع تقديم التبريرات.
- يضاف الى ذلك أهمية تلقي الطلاب مسائل مجابة بشكل صحيح قبل وبجانب الأمثلة الخاطئة.

في معظم الأوقات يقاوم المعلمون استخدام استراتيجية تحليل الأخطاء في فصولهم الدراسية، ويرى بعضهم أن تطبيقها يستغرق وقتا طويلا للغاية، وهذا امر يعطل من اكمال المنهج ومتطلباته. ومن الجدير بالذكر أن طول المنهج وضيق الوقت تم ذكره -في الاستبانة التي طبقناها- كعامل رئيسي مؤثر على عدم استخدام المعلم لأسئلة اكتشف الخطأ أثناء التدريس. فقد تم تحديد طول المنهج واستلاك هذه الأسئلة الوقت في الحصة كأبرز عاملين، حيث تم اختيارهم (سوية) من قبل 86% من المعلمين كأهم عاملين لتلافي المعلم الرجوع لأسئلة "اكتشف الخطأ" كما هو موضح في شكل 3.

شكل 3
تمثيل بالأعمدة البيانية لأسباب عدم استخدام المعلم أسئلة "اكتشف الخطأ" من واقع المعلم



*ملاحظة. (___) تعني أن المعلم اختار أخرى بدون أن يحدد سبب

ولكن في دراسة "راشتون" Rushton (2018) لاحظت المعلمة ان السماح للطلاب بالعمل على أخطائهم في الاختبارات والسماح لهم باكتشاف الأخطاء المسائل الغير صحيحة المكتوبة على السبورة أدى في الحقيقة إلى تقليل العمل عليها كمعلمة وجعل الطلاب هم الذين يعملون ويفكرون أكثر. وفقا للدراسة استغرقت المجموعة التجريبية مزيد من الوقت في الفصل لتصحيح اجاباتهم على الاختبار القصير آخر الوحدة، ومناقشة الخطأ في مجموعات صغيرة أو مع الفصل بأكمله. هذا يشير إلى أن عملية تحليل الأخطاء تحتاج فعلا إلى مزيد من الوقت والممارسة حتى يتم اكتسابها عند الطلاب. ما يدعم ذلك هو تعليق المعلمة على ان قدرة طلاب المجموعة الضابطة للوصول الى نفس مستوى التفكير الناقد أثناء المناقشة كانت اقل مقارنة بالمجموعة الضابطة التي كانت تستطيع أكثر المناقشة والتفكير بعمق. لذلك الوقت المبذول لجعل الطلاب يمارسون هذه أكثر المهارة لا بد منه، ولكن الثمرة المتحصلة منه تستحق ذلك.

مهارة تحليل الخطأ بالنسبة للمعلم:

كثيرا ما يؤكد المعلمون على الحقائق والخطوات الصحيحة عندما يعيدون شرح أو تصحيح أخطاء الطلاب ويتغاضون عن المعرفة الرياضية المفاهيمية (Baxter et al., 1999; Babbitt, & Miller, 1996). ومع ذلك يعد تحليل الأخطاء مهمة أساسية وحاسمة وتدريس الرياضيات، كما أنه يمثل تحديا كبيرا لمعلمي الرياضيات. يمكن أن يؤدي عدم وجود إطار للمعرفة اللازمة لتحليل الأخطاء إلى تقديم برامج تعليمية منخفضة الفعالية لكل من التلاميذ والمعلمين. لذلك طور "بينغ مع لو"(Luo, & Peng 2009) إطار للتحقق ولتقييم معرفة معلم الرياضيات جنبا إلى جنب مع تحليل الأخطاء. أيضا "بول وآخرون" (Ball et al., 2008a) صوروا المزيد من المعلومات عن المحتوى والتلاميذ لإشراك القدرة على التنبؤ بأخطاء الطلاب، وشرح تفكير الطلاب الغير كامل، وتوقع الطريقة التي سيعالج بها الطلاب مشاكل معينة، وما هو سهل وممتع أو صعب ويمثل تحدي للطلاب. وجد "إيفان" (Even, 1993) أن المعلمين ذوي الخبرة يختلفون عن المعلمين المبتدئين في ادراكهم بقدرة الطلاب على حل واكمال توضيح وشرح مفتوح لمفهوم ما. وفقا لـ "تشامبرلين" (Chamberlin, 2005) يعتبر المعلمون أن من الصعب شرح عملية تفكير طلابهم عند العمل على مسائل رياضية غير روتينية وكاشفة للفكر. علاوة على ذلك قرر "بول وآخرون" (Ball et al., 2008b)أن تجاوب المعلم مع الطلاب ورده بشكل غير فعال - مثل ألا يستطيع فهم معنى كلمات الطالب أو يفشل في التعامل معها- يعد جانبا مهما يؤثر على التعليمات التي سيقدمها المعلم للشرح.

ذلك وقد أثرت أنواع الأخطاء التي يرتكبها طلاب الرياضيات واهتمام الباحثين المتعدد في تكوين عدة نظريات تعنى بطبيعة هذه الأخطاء، خاصة تفسيرها وتصحيحها (Gagatsis, & Kyriakides, 2000). هناك أخطاء لا ترتبط بالفشل بالتفكير؛ بعضها مجرد أخطاء تنتج عن عدم عناية وانتباه تصنف على أنها "زلات" (Murdick et al., 2011; Olivier, 2004) يمكن إصلاحها بسهولة إذا تم تنبيه المتعلم بالخطأ دون الحاجة لشرح. الزلات هي أخطاء عشوائية فيما يخص الحقائق أو الخطوات، والتي لا تظهر مفاهيم خاطئة بانتظام (Ketterlin-Geller & Yovanoff, 2009). وقد تكون ناجمة عن نقص في الذاكرة، أو سرعة، أو مشاكل التكامل البصري الحركي ويمكن التعرف عليها بسهولة (Cheng, 2012). تحليل الأخطاء هو الاهتمام بالأخطاء السائدة أو الأخطاء التي يرتكبها المتعلمون بناء على استيعابهم الضعيف للمفاهيم أو الخطوات (2009). يوضح الباحثون أن هذه الأخطاء تحدث عندما يعتقد الشخص الذي يفعلها أنه قدم الحل الصحيح، مما يوحي إلى منطق وفهم خاطئ. من وجهة نظر "الطالب"، سيتم تصنيف هذه الأخطاء إلى ثلاثة أنواع في هذا البحث وهي أخطاء الحقائق والخطوات والمفاهيم كما وصفها "شينغ" (2012) (انظر جدول 1). الأخطاء الأخرى التي تنجم عن ضعف الانتباه والاهمال من الطالب "الزلات" لن يتم مناقشتها في هذه الورقة. أيضا من وجهة نظر "المعلم"، لدينا أربع أنواع لمراحل تحليل الخطأ وهي تحديد الأخطاء، تفسيرها، تقييمها، ومعالجتها، ولكل مرحلة منها تعريفها الخاص كما وصفه "لو وبينغ" (Luo & Peng, 2009).

جدول 1

إطار لأنواع أخطاء الطلاب ومراحل تحليل الخطأ للمعلمين.

نوع الخطأ		مراحل تحليل المعلم للخطأ	
النوع	الوصف	المرحلة	الوصف
خطأ في الحقائق	أخطاء يرتكبها الطلاب إذا لم يتمكنوا من تذكر حقيقة ضرورية لإكمال حل مشكلة ما أو عندما لم يستوعبوا المعلومات الأساسية.	تحديد الخطأ	أن يتم ملاحظة وجود الخطأ.
خطأ في الخطوات	إذا لم يقم الطالب بالخطوات أو الإجراءات اللازمة لإكمال حل المشكلة.	تفسير الخطأ	معرفة وتفسير المنطق وراء الخطأ.
خطأ في المفاهيم	تحدث عندما لا يفهم الطالب مفهوما معينا في الرياضيات بصورة تامة.	تقييم الخطأ	تقدير مستوى للطالب مناسب لأخطائه وأدائه.
الزلات	لن يتم مناقشتها في هذا البحث	معالجة الخطأ	تقديم استراتيجية تدريسية لمعالجة الخطأ.

غالبا ما يتم التعامل مع منظور الطالب والمعلم بشكل مستقل بهدف التحليل والدراسة، على الرغم من أنهما مرتبطان ارتباطا وثيقا بطريقة معقدة. جدول 1 يمكننا من التركيز على معرفة المعلم المطلوبة لتنفيذ التعليم المبني على التركيز

على معالجة نقاط ضعف الطلاب (Adams et al., 2014). من الجدير بالذكر أن الأخطاء المفاهيمية قد تظهر كأخطاء إجرائية (Babbitt & Miller, 1996) وهذه الأخطاء هي أهم نوع. لمعرفة ما إذا كان الخطأ مفاهيميا يجب على المعلمين أن يطلبوا من الطالب توضح وشرح خطوات الحل للتحقق من فهمهم للموضوع Hudson & Miller, (2006).

جدول 2.

مثال على إجابة خاطئة متوقعة من طالب في حل المتباينات مع توضيح تحليل المعلم المناسب لها

إجابة الطالب	تحليل المعلم
$\frac{h}{5} > \frac{1}{3}$ $h > \frac{1}{(3)(5)}$ $h > \frac{1}{15}$	الخطأ موجود في الخطوة الثانية. يظن الطالب أنه يمكننا استخدام نفس العملية عند نقل الرقم إلى الجانب الآخر من المتباينة. هذا الطالب لديه خطأ إجرائي، ومن المرجح أن يكون خطأ مفاهيمي، ويمكننا التحقق أذا طلبنا من الطالب أن يشرح الخطوة الثانية وظهر أنه لم يكن يستوعب أن الضرب هو عكس عملية القسمة وان وجود الاثنين معا يجعل كل واحد منهم يلغي الآخر. لعلاج ذلك نحتاج تبيين أنه من أجل حذف 5 من الجانب الأيسر نحتاج إجراء العملية المعاكسة للقسمة وهي "الضرب" لكلا الجانبين في المتباينة. بعد أن تلغى 5 من الجانب الأيسر سيكون الجانب الأيمن بهذا الشكل: $h > \frac{1}{(3)}(5)$ $h > \frac{5}{3}$

من خلال الجمع بين تحليل خطأ الطالب وإعادة تحليل توضيح المعلم، يمكننا الحكم على معرفة لمعلم لتحليل المعلومات الرياضية. وفقا لطبيعة التداخل بين أخطاء الحقائق والإجرائية والمفاهيمية، فإن عدم قدرة المعلمين على التمييز عليها يظهر نقصا في معرفة المعلم المطلوبة في هذا الجانب. ولكن عندما يتقن المعلم تحليل هذه الأخطاء يمكنه أن يتفاعل بصورة عالية الكفاءة مع الطلاب في الفصل من أجل تصويب هذه الثغرات لديهم. وهنا أقدم حوار افتراضي يوضح التفاعل -باستخدام مهارة تحليل الخطأ- بين المعلم والطلاب لمعالجة الخطأ المذكور في جدول2

بعد كتابة المسألة كمثال خاطئ مع خطوات الحل على السبورة، يمكن أن يسأل المعلم..

المعلم: ابحثوا عن الخطأ في المثال المكتوب في السبورة وفكروا في طريقة تصحيحه، لدينا 5 دقائق حتى تفكروا وتتناقشوا داخل مجموعاتكم.

بعد الوقت لمحدد...

طالب أ: ربما الخطأ هو القسمة على 5.

المعلم: في أي خطوة؟

طالب أ: الخطوة الثانية.

المعلم: ما الصواب الذي يمكن فعله في الجانب الأيمن في هذه الخطوة؟

الطالب ب: نضرب في 5؟

المعلم: هل هذا صحيح؟ هل يمكن لأي أحد أن يقدم يوضح؟

الطالب ج: نعم صحيح نضرب في 5.

المعلم: اشرح أكثر.. لماذا الضرب يؤدي إلى حذف 5 من الجانب الأيسر؟

إذا لم يجيب أحد، يمكن للمعلم طرح المزيد من الأسئلة..

المعلم: فكروا في عكس عملية القسمة حتى نحذف 5 من المقام، ما هو عكس عملية القسم

طالب د: الضرب.

المعلم: صحيح، الآن من يشرح السبب كامل في ان الضرب في 5 هو الصحيح؟

إذا لم يقدم أحد شرح كامل، يمكن للمعلم أن يقدم التبرير كاملا..

المعلم: الضرب هو عكس القسمة، إذا كان يوجد عندي قسمة أحتاج أن أضرب حتى ألغيها ويبقى لدينا المجهول فقط، وبسبب المساواة سنقوم بالضرب في 5 للطرفين.

باستخدام مراحل تحليل الخطأ يمكن للمعلم صياغة العبارات التي يتفاعل بها مع الطلاب بصورة ملائمة، بالمقابل تفسير أخطاء الطلاب بصورة غير ملائمة سيؤدي إلى تقديم ردود بلا معنى للطالب واستخدام استراتيجيات تدريس عامة غير مركزه على الثغرات لدى الطلاب. الوعي بأخطاء الطلاب والقدرة والتعامل معها تمكن الطلاب بعدئذ من الخروج من مفاهيمهم الخاطئة والوصول إلى فهم شامل ودقيق للرياضيات وما يتعرضون له في الاختبارات (Herholdt & Sapire, 2014).

الخلاصة والتوصيات:

إن تحديد أخطاء الطلاب -بمساعدة المعلمين- يحقق فائدة كبيرة للطلاب ذوي الأداء المنخفض على وجه الخصوص (Babbitt & Miller, 1996) ولجميع الطلاب على حد سواء، لذلك تولية الاهتمام بالمناهج الدراسية وتحسينها لتكون مصدرا يستند عليه المعلمين على معالجة مناطق الضعف لدى طلابهم، هو أمر غاية الأهمية. إحدى الطرق لتحقيق ذلك هي التقييم الجاد لأوراق اختبار الطلاب من قبل المعلمين أو الخبراء المختصين. أيضا يعد التعلم من خلال الأمثلة المحلولة بطريقة صحيحة مفيدا، ولكن تم اثبات فاعلية إضافة الأمثلة المحلولة بشكل غير صحيح الى الوصول للفهم العميق الذي يمكن الطلاب من الاحتفاظ بالمعرفة الرياضية واسترجاعها على المدى الطويل. في حقيقة الأمر، يعد تحليل الخطأ عملية تعلم ليست للطلاب فقط وإنما للمعلمين أيضا -ويجب الاعتراف بها على هذا النحو- لذلك العناية بتوجيه المعلمين لكيفية ممارسة هذه المهارة مع الطلاب وتقديم خطوات عملية تستخدم داخل الفصل الدراسي يصب في مصلحة الطالب والمعلم.

أحد أهم التوصيات لتحقيق الفوائد المرجوة من تحليل الخطأ ما يلي:

- الأخطاء الموجودة بالفعل عند الطلاب لن تحصل على أكثر من الحصر والملاحظة إلا قام المعلمون بتقييمها وتحليلها. لذلك يوصى بتدريب المعلمين وتطوير قدراتهم على تحليل أخطاء طلابهم ومعرفة الأسباب الكامنة وراءها
- إجراء المزيد من البحوث على الأخطاء الشائعة للطلاب لكل مرحلة على حدة وتحليل الأسباب خلفها.
- يجب أن يتم حث المعلمين وتدريبهم على ممارسة تحليل الخطأ داخل الفصل والاستفادة من الخطوات الموضحة في هذا البحث، وعلى الرغم من صعوبة تحقيق مثل هذه الممارسات -خصوصا مع المفاهيم الرياضية المتقدمة فيا لصفوف المتوسط والثانوي- إلا أن التخطيط السليم والتدريب المناسب سيؤدي الى تجاوز أي عقبات ويوصل في النهاية إلى مزيد من ممارسة مهارة تحليل الخطأ من قبل طلاب السعودية إجراء المزيد من الأبحاث على تمارين مهارات التفكير العليا الأخرى مثل "تحد" أو "عبر" لتوظيفها أكثر في عملية التدريس

ختاما، قدم هذا البحث طرق وحلول، لكننا نحتاج إلى تجسيدها في أفعالنا حتى تكون مفتوحة للنظر والتحسين والتطوير

المراجع:

الباقر، نصرة (1991، أغسطس 4)، صعوبات تعلم موضوع الكسور لدى تلميذات الصف الأول الإعدادي بالمدارس القطرية [ورقة]، المؤتمر العلمي الثالث رؤية مستقبلية للمناهج في الوطن العربي، الإسكندرية، مصر http://hdl.handle.net/10576/9155

صديقي، عبد العزيز (2017)، الأخطاء الشائعة في تعلم الرياضيات، دراسات نفسية وتربوية 10(2) ، 174-186 [14]
https://www.asjp.cerist.dz/en/article/31270

Adams, D., Durkin, K., Isotani, S., Mayer, R., McLaren, B., Rittle-Johnson, B., & van Velsen, M. (2014). Using erroneous examples to improve mathematics learning with a web- based tutoring system. Computers in Human Behavior, 36, 401411. https://doi.org/10.1016/j.chb.2014.03.053

Adams D., Mayer, R., McLaren, B. (2015). Delayed Learning Effects with Erroneous Examples:
A Study of Learning Decimals with a Web-Based Tutor. Int. J. Artif. Intell. Educ, 25:520–542. DOI 10.1007/s40593-015-0064-x

Atkinson, R., Derry, S., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. Review of Educational Research, 70(2), 181-214. https://doi.org/10.3102/00346543070002181
Babbitt, B., & Miller, S. (1996). Using hypermedia to improve the mathematics problem-solving skills of students with learning disabilities. Journal of learning disabilities, 29(4), 391–412. https://doi.org/10.1177/002221949602900407
Ball, D., Hill, H., & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education 39(4), 372–400. DOI:10.5951/jresematheduc.39.4.0372
Ball, D., Blunk, M., Charalambous, C., Hill, H., Lewis, J., Phelps, G., & Sleep, L., (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction:
An exploratory study. Cognition and Instruction, 26(4), 430–511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235
Baxter, J., Robinson, R., & Woodward, J. (1999). Rules and Reasons: Decimal Instruction for Academically Low Achieving Students. Learning Disabilities Research and Practice, 14, 15-24، DOI: 10.1207/sldrp1401_2
Chamberlin, M. (2005). Teachers' Discussions of Students' Thinking: Meeting The Challenge of Attending to Students' Thinking. J Math Teacher Educ **8**, 141–170 https://doi.org/10.1007/s10857-005-4770-4
Cheng F. (2012). Error Analysis in Mathematics, University of Oregon [Unpublished technical
report]. Behavioral Research and Teaching (BRT)
Microsoft Word - error_analysis_FINAL.doc (ed.gov)
Even, R. (1993). Subject-Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers and the Function Concept, Journal for Research in Mathematics Education JRME, 24(2), 94-116. Retrieved Jan 31, 2023, from https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/24/2/article-p94.xml
Gagatsis, A., & Kyriakides, L. (2000) Teachers' Attitudes Towards Their Pupils' Mathematical Errors, Educational Research and Evaluation 00(6), 24-58 http://dx.doi.org/10.1076/1380-3611(200003)6:1;1-I;FT024
Herholdt, R., & Sapire, I. (2014). An error analysis in the early grades mathematics - A learning opportunity? South African Journal of Childhood Education, 4, 19. DOI:10.4102/SAJCE.V4I1.46
Hudson, P., & Miller, S. (2006). Designing and Implementing Mathematics Instruction for Students with Diverse Learning Needs. Intervention in School and Clinic. https://doi.org/10.1177/1053451208321450
Ketterlin-Geller, L., & Yovanoff, P. (2009). Diagnostic Assessments in Mathematics to

Support Instructional Decision Making. Practical Assessment, Research and Evaluation, 14, 16.
https://doi.org/10.7275/vxrk-3190
Luo, Z., & Peng, A. (2009). A Framework for Examining Mathematics Teacher Knowledge as
Used in Error Analysis. For the Learning of Mathematics, 29(3), 22–25.
http://www.jstor.org/stable/25594562
Murdick, N., Sherman, H., & Yang, C., (2011). Error Pattern Analysis of Elementary School-Aged
Students with Limited English Proficiency. Investigations in Mathematics Learning, 4, 50 – 67, DOI: 10.1080/24727466.2011.11790309
Olivier, A. (2004). Handling pupils' misconceptions, Pythagoras
(PDF) HANDLING PUPILS' MISCONCEPTIONS | Alwyn Olivier - Academia.edu
Radatz, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. Journal for Research in Mathematics Education, 10(3), 163–172. https://doi.org/10.2307/748804
Reston VA, USA: The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014), Principles
to Actions: Ensuring Mathematical Success for All. Retrieved Jan 31, 2023, from https://pubs.nctm.org/view/book/9780873539043/9780873539043.xml
Rushton, S. (2018). Teaching and learning mathematics through error analysis. Fields Math
Educ J 3(4), https://doi.org/10.1186/s40928-018-0009-y
Siegler, R. (2002). Microgenetic studies of self-explanation. In N. Granott & J. Parziale (Eds.), Microdevelopment: Transition Processes in Development and
Learning (Cambridge
Studies in Cognitive and Perceptual Development, pp. 31-58). Cambridge: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511489709.002
Silver, H., Strong, R., Perini, M. (2009). The strategic teacher: Selecting the right research-based strategy for every lesson, Upper Saddle River, N.: Merrill/Pearson
Verschaffel, L. & Vosniadou, S., (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. Learning and Instruction, 14(5), 445-451.
https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.014