

أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء

الاستلام: 21/يناير/2021
التحكيم: 28/يناير/2021
القبول: 29/مارس/2021

د. فوزي عبد الله خالد قاسم الحداد (*،1)

© 2021 University of Science and Technology, Yemen. This article can be distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution License](#), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

© 2021 جامعة العلوم والتكنولوجيا، اليمن. يمكن إعادة استخدام المادة المنشورة حسب رخصة مؤسسة المشاع الإبداعي شريطة الاستشهاد بالمؤلف والمجلة.

¹ أستاذ مساعد، كلية التربية والآداب والعلوم خولان، جامعة صنعاء، اليمن
* عنوان المراسلة: fawzi1733333@gamil.com

أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء

الملخص:

يهدف البحث الحالي إلى التعرف على مدى تحقق أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين بجامعة صنعاء، وقد تم استخدام المنهج الوصفي التحليلي، وبناء الأدوات الآتية وهي: قوائم تحليل المحتوى الرياضي وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، واستبانة للتحقق من صدق قوائم التحليل، وخضعت الأدوات لحكم الخبراء على صدقها، وللثبات بطريقة التطبيق وإعادة التطبيق، ومحك خارجي، بنسبة اتفاق (98.1%)، (85.82%). وتم تطبيق الأدوات على عينة من مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين، وشملت محتوى مقرر: التحليل الرياضي، والتحليل الحقيقي، والجبر المجرد (1)، (2). وخلص البحث إلى أن أعلى طرق البرهان التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل، هي طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، بنسبة (65.86%) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي (11.75%)، ثم تليها طريقة البرهان بالتناقض (9.61%)، وخلا المحتوى من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي، كما بلغ مجموع أوزان أسلوب البرهان المباشر (82.93%)، من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع أوزان أسلوب البرهان غير المباشر (17.07%)، في حين خلا المحتوى من أسلوب البرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك وجود فروق دالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، بين أوزان أساليب البرهان الرياضي والمنطق، التي تضمنتها المقررات الرياضية الحالية، والأوزان التي ينبغي أن تتضمنها.

الكلمات المفتاحية: أساليب البرهان الرياضي، التربية، المقررات.

Methods of Mathematical Proof and Logic in Mathematics Courses at the Faculty of Education – Sana'a University

Abstract:

This study aimed to identify the extent to which mathematical proof and logic methods are achieved in mathematics courses for student-teachers at the University of Sana'a. To achieve this objective, the descriptive and analytical method was used. Checklists for analyzing mathematical content according to methods of mathematical proof and logic were developed, and a questionnaire was used to verify the validity of the checklists. The tools were validated by a jury of experts, and the degree of agreement was (98.1%) (85.82%). The tools were applied to a sample of mathematics courses, including mathematical analysis, real analysis and abstract algebra (1), (2). The findings revealed that the most frequent proof methods found in mathematical courses were proof by deduction and transgression (65.86%) of the total methods, followed by proof by mathematical induction (11.75%), and the least frequent was proof by contradiction (9.61%). The courses did not include method of evaluative, critical and reversed proof. The direct method of proof was (82.93%), whereas the occurrence of the indirect proof method was (17.07%). The course content also did not include method of evaluative, critical and reversed proof, and there were statistically significant differences at (0.01), between the weights of the methods of mathematical proof and logic, which were included in the current courses, and the weights that should be included.

Keywords: mathematical proof methods, education, courses.

المقدمة:

يعد المعلم الركن الأساس للعملية التعليمية، وتعد الرياضيات الباب الرئيس لتنمية التفكير، وتعد أساليب البرهان الرياضي المفتاح الأساس لتعليم وتعلم الرياضيات. فالمعلم المؤهل الفعال يمثل أهم عناصر نجاح تعليم التفكير المرغوب فيه (سعادة، 2006)؛ لذا فإن تطوير التعليم يتطلب تطوير برامج إعداد الطلبة المعلمين بكلية التربية، ويعد المحتوى من المتطلبات المهمة لتطوير برامج إعداد المعلم (سليم، 2005). فالمعرفة الرياضية المتمثلة بالمفاهيم والتعميمات والقوانين والنظريات، ربما تنمي مهارات الإبداع في دارس الرياضيات؛ نظرا لطبيعة المادة الرياضية، التي تعتمد على البناء الاستدلالي والاستقرائي وأساليب التفكير والبرهان المنطقي (أبو عميرة، 2002).

ويعد البرهان الرياضي من أهم المفاهيم الرياضية، ويحتل المرتبة الأولى في تشكيل البنية الرياضية، ويمثل دورا أساسيا في عمل المعلم، فالعبارات المبرهنة، سواء قوانين أو تعميمات أو نظريات أو مسائل، أو حل مشكلات، تأخذ جزءا كبيرا من المقررات الرياضية. ويهدف البرهان إلى التوصل إلى حقائق ونظريات ثابتة بأسلوب منطقي تنبؤي، ومن هذه الأساليب التي يعتمد عليها عند بناء المنهج الرياضي الاستقراء والاستنتاج والمنطق. فالبرهان طريقة للبحث عن مصادر اليقين، بهدف الوصول إلى معارف يقينية من مقدمات يقينية معطاة.

ويؤكد بل (1987)، عبيد، والمفتي، وإيليا (2000) والسعيد وعبد الحميد (2010) على أن البرهان الرياضي يعد نوعا مهما من طرق حل المشكلات، فالرياضيات تعد من العلوم التي تمثل جزءا من حياتنا اليومية، ويؤكد ذلك ما قاله العالم الرياضي الألماني Leibniz: إن كل شيء في هذا العالم الفسيح يحدث رياضيا، فقد غزت الرياضيات فروع العلوم الأخرى المختلفة، وأصبحت تشكل إحدى مقوماتها الأساسية، كما أنها تشكل ضرورة لحياء الإنسان اليومية مما صيغ حياء العصر بصيغة هي في صميمها رياضية (الحداد، 2009).

وقد حظي تقويم وإعداد وتأهيل معلم الرياضيات، وأساليب ومهارات البرهان الرياضي، باهتمام المؤتمرات والدراسات السابقة، فعلى سبيل المثال: المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، من 20-21 يوليو، جامعة بنها (بيومي، 2005؛ سليم، 2005؛ سيد، 2005؛ محمود، 2005)، والمؤتمر العلمي الحادي عشر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشكلات وحلول ورؤى مستقبلية، في الفترة 19-20 يوليو، جامعة عين شمس (سعيد، عبد الحميد، والشلهوب، 2011؛ ميخائيل، 2011)، ودراسات كل من Almeida (2003)، Stenger (2000)، ألبنا (2007)، سليم (2005)، السيد ورفعت (2007)، صالح (2008)، عبد الحكيم (2005)، متولي (2006)، محمد (2000)، ومحمد (2003).

ومن خلال خبرة الباحث في تدريس بعض المقررات، بأن الطلبة يعتمدون على حفظ المعلومات في المقررات الدراسية، فالمقررات الرياضية في التعليم الجامعي، قد تعاني من أوجه القصور في تركيزها على أساليب البرهان والمنطق، وتكون معدة مسبقا (أو الرجوع لكتب أخرى أعدت مسبقا)، دون النظر إلى تجديد وتغيير احتياجات الطلبة والمجتمع، كما أن المقررات لا ترتبط بواقع حياتهم اليومية وبعيد عن ميولهم وأنشطتهم العقلية. وعلى الرغم من أهمية المقررات الرياضية، وتنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين للرياضيات، للقيام بدورهم لإكساب طلابهم أساليب التفكير المختلفة، فإنه يوجد قصور في هذا الجانب؛ لذا هدف البحث الحالي إلى تقويم المقررات الرياضية للطلبة المعلمين، في ضوء أساليب البرهان الرياضي والمنطق؛ للتعرف على جوانب القوّة والضعف في المقررات الرياضية في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين.

الإطار النظري:

أساليب البرهان الرياضي والمنطق:

يتتبع الأدب السابق، خاصة الدراسات السابقة، والكتب في التربويات والتفكير ذات العلاقة بالبرهان الرياضي ومهاراته، والأدوات التي قامت عليها، بعض هذه الدراسات والتي هدفت إلى تحديد أساليب أو مهارات البرهان الرياضي في ضوء آراء الخبراء والاختصاصيين، لاحظ الباحث اختلاف أساليب البرهان الرياضي من دراسة إلى أخرى، وهذا الاختلاف لا يعد اختلافا جوهريا، وإنما هو اختلاف في التصنيف والتنظيم، لأساليب البرهان والمنطق وطرائقها. ويتفق الباحث في تقسيم بعض فئات البرهان الرياضي الرئيسية مع بعض تصنيفات الدراسات السابقة مثل دراسة محمد (2000)، دراسة محمد (2003)، ودراسة الحداد (2009)، مع اختلاف في بعض الفئات الرئيسية أو الثانوية. وقد تعددت مفاهيم البرهان الرياضي من قبل الباحثين والتربويين، أهمها الآتي:

- عرف بأنه الدليل أو النسق أو الحجة لبيان أن صحة عبارة ما تنبع من صحة عبارة سابقة لها (إبراهيم، 2009؛ عبيد، 2009؛ مينا، 2006).
 - سلسلة أو عبارات متتابعة من الجمل الخبرية والمرتبطة بالصدق للقضية، هادفة منظمه من تتابع واحد أو أكثر من الاستنتاجات، تبدأ بمقدمات مقبولة رياضيا (معترف بصحتها)، وتنتهي بالنتيجة المطلوبة، وكل تتابع من هذه المتتابعات يتكون من عدة جمل رياضية تشتق كل منها من سابقتها، وكل جملة من هذه الجمل لها تبرير مقبول منطقيا رياضيا (إبراهيم، 2009؛ محمد، 2003؛ محمد، 2005).
 - نظام متكامل (أو بناء) متتابع متناسق من الاستنتاجات يمكن بواسطته استنتاج صحة القضية موضوع الإثبات من المسلمات والقضايا الأخرى التي سبق أثباتها (إبراهيم، 2009؛ السعيد وعبد الحميد، 2010؛ ووالر، 2008).
 - تسلسل لتقارير في تقدم وتوال، هذا التسلسل يحقق بعض المبادئ المنطقية التي تعتبر صحيحة وهذه المبادئ المنطقية تعبر عن طريق استخدامها لروابط منطقية مثل: (∧)، أو (∨)، الشرط إذا كان ... فإن (⇒)، الشرط الثنائي "إذا فقط إذا" (⇔)، التكافؤ (≡)، النفي (¬)، ... الخ (بوليا، 1968؛ سيد، 2005؛ عبد الحكيم، 2005).
 - استخدام أنماط معينة من المناقشات (الحجج) لتكوين تقارير (جمل) مركبة من تقارير أخرى عن طريق استخدام العمليات المنطقية حتى يمكن الوصول إلى نتائج سليمة (Jones، 2000؛ إبراهيم، 2009؛ والر، 2008). وتعدد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وفيما يأتي توضيح لذلك:
1. البرهان المباشر:

عرف بأنه الدليل أو الحجة لبيان أن صحة عبارة ما تنبع من صحة عبارات سابقة لها، أو سلسلة من العبارات لبيان صحة نتيجة ما عن طريق الاستدلال والمنطق وتقديم الدليل استنادا إلى نظرية أو مسلمة سابقة. أو بمعنى آخر هو عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتبع من العبارات تستنبط كل منها عن سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق (إبراهيم، 2007؛ أبو جادو، 2004؛ أبو ستة، 2011؛ الأعسر، 2007؛ بون، 2007؛ الحداد، 2009؛ سعادة، 2006؛ سيد، 2005؛ عبيد وآخرون، 2000؛ متولي، 2006؛ محمد، 2000؛ محمد، 2003؛ موزلي، 2008؛ ميخائيل، 2011؛ مينا، 2006). ويعرفه الباحث بأنه: أسلوب التفكير أو هو قدرتك العقلية التي تمكنك من تقديم الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة تنتج من صحة عبارات سابقة لها عن طريق الاستدلال أو المنطق استنادا إلى مسلمة أو نظرية سابقة تمت البرهنة عليها. بمعنى آخر هو عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق.

والبرهان المباشر يبدأ بالمعطيات وصولاً إلى المطلوب، باستخدام المنطق والبنية الرياضية. ويعد المنطق، أداة مهمة من أدوات التوصل إلى البرهان المنطقي ومنها: العبارة الشرطية ($f \rightarrow n$)، حيث تسمى (f) المعطى، (n) النتيجة، فإذا كانت ($f \rightarrow n$) صائبة وكانت (f) صائبة فإن (n) صائبة، كذلك إذا كانت ($f \rightarrow n$) صائبة، و($n \rightarrow d$) صائبة، فإن ($f \rightarrow d$) صائبة.

أمثلة: برهن أن مجموعة كل الجذور للمعادلة: $X^4 - 1 = 0$ ، مع عملية الضرب تكون زمرة. ثم أوجد رتبة الزمرة.

أهم طرق البرهان المباشر، الآتي:

أ. طريقة برهان النفي (قانون الرفع والرفع):

الأساس المنطقي لها، الآتي:

إذا كان ($A \rightarrow B$) عبارة صائبة، و($\sim B$) عبارة صائبة، فإن ($\sim A$) عبارة صائبة، ويعبر عنها رياضياً كالآتي: $(A \rightarrow B) \wedge (\sim B) \rightarrow (\sim A)$. في طريقة برهان النفي، يقدم المحتوى الرياضي أو الإجابة عن السؤال، من المعطى إلى المطلوب، ولكنها لا تحقق الشروط كاملة للوصول إلى المطلوب؛ لذا تكون الإجابة بالنفي. ويمكن استخدام هذه الطريقة عند البرهان على المسائل أو التمارين الرياضية.

مثال: لتكن الدالة ($f(x)$) معرفة بالقاعدة: $f(x) = x^2 \dots x < 1 \dots or \dots f(x) = -x + 5 \dots x \geq 1$

أوجد إذا أمكن قيمة، (c) الناتجة من نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1, 1]$.

ب. طريقة برهان نظرية الاستنتاج والتعدي:

تعتمد على تتابع الاستنتاج، فإذا استنتجنا من معطى ما، وليكن (m)، ومن مجموعة من العبارات K_1, K_2, \dots, K_n ، أن (r)، فإنه يمكن استنتاج أن ($m \rightarrow r$)، والتعبير الرياضي كالآتي:

$$[(m \wedge k_1 \wedge k_2 \wedge \dots \wedge k_n) \rightarrow r] \rightarrow [(k_1 \wedge k_2 \wedge \dots \wedge k_n) \rightarrow (m \rightarrow r)]$$

أمثلة:

* اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات فيما يأتي:

- النظام الرياضي الذي يمثل حلقة غير إبداليه هو:

a. $(\mathbb{R}, +, *)$ b. $(\mathbb{Z}_{12}, +, \cdot)$ c. $(M_2^*(\mathbb{Z}, *, +))$

- إذا كان في الفضاء الشعاعي V قاعدة، n شعاعاً، فإن قياس (V):

a. $n-2$ b. $n-1$ c. $n+1$

ج. البرهان باستنتاج جميع الحالات والاستبعاد:

إذا كانت كل المعطيات، تؤدي إلى نتيجة صائبة، فإن التركيب المنطقي لها تؤدي إلى نفس النتيجة. أو استبعاد جميع الحالات، ماعداً واحدة، تكون المطلوب. والتعبير الرياضي، لها:

$$[(A_1 \rightarrow B) \wedge (A_2 \rightarrow B) \wedge \dots \wedge (A_n \rightarrow B)] \rightarrow [(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n) \rightarrow B]$$

مثال: برهن أنه إذا كان N عدداً أولياً، فإن $N + 7$ ، يكون عدداً غير أولي.

البرهان: الأعداد الأولية توجد على هيئة حالتين: الحالة الأولى: عدد أولي زوجي. وفيها يوجد عدد أولي زوجي واحد فقط هو $N=2$ ، إذا: عدد غير أولي $N + 7 = 2 + 7 = 9$

الحالة الثانية: عدد أولي فردي، إذ (N)، عدد فردي، فإن: ($N+7$)، زوجي (مجموع عددين فرديان، عدد زوجي)، والعدد الزوجي ($N+7 > 2$)؛ لذا ($N+7$)، عدد غير أولي. إذا كان (N) عدداً أولياً، فإن: ($N+7$)، غير أولي.

د. البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي:

الأساسي المنطقي: إذا كان $m \subseteq \mathbb{Z}^+$ ، وتحقق الشرطان:

$$(1): 1 \in m$$

$$(2): r \in m \Rightarrow r + 1 \in m \rightarrow m = \mathbb{Z}^+$$

يتحقق البرهان، وفقا لخطوتين: عندما $(n=1)$ ، فإن العبارة $(f(1))$ ، صائبة. إذا فرضنا أن العبارة $f(r)$ صائبة من أجل $(n = r)$ ، فإنه يؤدي إلى أن العبارة: صائبة أيضا. $(f(r) \Rightarrow f(r + 1))$.

مثال (1): أثبت صحة العبارة الآتية: لكل عدد صحيح موجب $(n \geq 4)$ ، يكون $(N! > 2N)$.

2. البرهان غير المباشر، وطرقه:

يتحقق وفقا لخطوات عكسية للبرهان المباشر، فهو لا يسير من المعطى إلى المطلوب مباشرة، وإنما يقوم على أساس إعطاء مثال مضاد للمعطى، أو استخدام إثبات عبارة مكافئة لها، أو فرض عكس المطلوب، ثم التوصل من خلاله إلى عبارة معاكسة للمعطى، فالطريقة له تتجاوز استخدام المعطيات إلى استخدام نفي المطلوب، أو استخدام عبارة مكافئة لمطلوب البرهان عليها (Stylianides, Stylianides, & Philippou, 2005; إبراهيم، 2009؛ أبو عميرة، 2002؛ بوليا، 1968؛ جروان، 1999؛ الحداد، 2009؛ صالح، 2008؛ عبد الحكيم، 2005؛ عبيد، 2009؛ متولي، 2006)، وأهم طرقه الآتي:

أ. البرهان بالمثال المضاد:

تعتمد طريقته على إعطاء مثال لا يحقق العبارة أو التعميم رياضيا للمطلوب، فإذا أردنا نفي خاصية معينة يكفي أن تكون غير محققة في حالة واحدة، ولو تحققت في جميع الحالات الأخرى. والمثال الآتي يعد توضيحا للطريقة: برهن عدم صحة: $\int f(y) dy \geq 0 \dots \forall f(y) \dots y \in \mathbb{R}$

البرهان: لاستخدام البرهان بالمثال المضاد: نرض أن: $F(y) = -4y^3 + 2y$ ، فيكون

$$\int (-4y^3 + 2y) dy = -y^4 + y^2 + C$$

فعندما $(y = -3)$ ، فإن: $\int f(y) dy \leq 0$ ، وهذا يتناقض مع التعميم السابق، مما يبرهن خطأه.

ب. البرهان بالتناقض:

يعتمد البرهان على أساس فرض عكس المطلوب هو الصحيح، ثم يستخدم هذا الفرض والمعطى في السؤال للبرهان؛ للتوصل إلى تناقض يكون سببه الافتراض، بأن عكس المطلوب صحيح، وبناء عليه يكون المطلوب الصحيح. فعندما يطلب البرهان أن $(A \rightarrow B)$ صائبة، بضر أن: العبارة $(A \rightarrow B)$ خطأ؛ أي أن نفيها صائب، ثم تثبت أن نفيها يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع إحدى حقائق النظام الرياضي، ومبدأ التناقض مرفوض منطقيا، نستنتج $(A \rightarrow B) \sim$ خطأ، وبالتالي عكس الفرض صحيح.

ج. البرهان بالمعكس الإيجابي (معكوس النقيض):

لتكن (A) ، (B) ، عبارتان، وكان نفي العبارة (B) يؤدي إلى نفي العبارة (A) ، فإن $(A \rightarrow B)$ ؛ بمعنى آخر إذا كان $(A \rightarrow B)$ ، عبارة صائبة منطقيا فإن العبارة المكافئة لها $(A) \rightarrow \sim(B)$ ، صائبة منطقيا، والعكس صحيح. والأساس الرياضي لها $(A \rightarrow B) \sim [(\sim B \rightarrow \sim A)]$ ؛

مثال: برهن أنه إذا كان (N^2) ، عددا زوجيا، فإن N تكون عددا زوجيا.

3. البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب:

ويتحقق من خلال إحدى الطرق الآتية:

أ. الطريقة العكسية، من النهاية إلى البداية:

إعادة حل المثال أو المسألة أو تقويم الحل بطريقة عكسية من النهاية إلى البداية. فإذا كانت خطوات البرهان المباشر وغير المباشر تسير من اليسار إلى اليمين، فإن البرهان التقويمي الناقد العكسي المتشعب يسير من اليمين إلى اليسار أو العكس (من آخر خطوة للبرهان إلى بداية أول خطوة واستنتاج المسألة أو التمرين الأصل، أو استنتاج مسائل مشابهة).

ب. استبدال المتغير أو الثابت باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر:

استبدال المتغير في المسألة أو التمرين أو المشكلة الرياضية باسم الطالب ثم الحل (أو استبدال إحدى الثوابت باسم الطالب، أو بعنصر كيميائي أو جرم سماوي، أو آخر) باعتبار اسم الطالب المجهول في المسألة. حيث اتضح من خبرة الباحث أن التمثيل باسم الطلبة يعطيهم شعوراً وإحساساً بأن الرياضيات جزء منهم أو من حياتهم، وتنمي لديهم الاتجاهات وتعطيهم حافزاً لتنمية التفكير، وتمثيل غير المألوف بالمألوف.

ج. طريقة البرهان بالتوافق بين فكرة البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى:

البرهان لمسائل ومشكلات وفقاً لتوافق الفكرة النبيرة للحل أو البرهان، وتوجيه الطلبة بتطبيق موضوعات في مقررات رياضية أخرى على الموضوع الحالي، ومن ثم الحكم التقويمي على إمكانية التطبيق. مثل: تطبيق التفاضل أو المشتقة للدوال على موضوعات في الجبر الخطي للمصفوفات أو للفضاءات الإشعاعية أو في التحليل الرياضي والحقيقي أو في الجبر المجرد.

مثال: إذا كان لدينا الأسئلة الآتية:

$$(1) \cdot \int \sec^2 \chi \tan \chi d\chi, (2) \cdot \int \frac{d\chi}{\eta/\chi}, (3) \cdot \int \frac{(\chi^2+1)(\chi^2-2)}{\sqrt[3]{\chi^2}} d\chi$$

$$(4) \cdot \int \frac{1}{\sin \frac{\chi}{a}} d\chi, (5) \cdot \int \frac{1}{\sin \chi \cos \chi} d\chi, (6) \cdot \int \frac{\cos a\chi}{\sin^5 a\chi} d\chi$$

رقم السؤال	نموذج الفكرة
15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	نموذج (1) لفكرة الحل
	نموذج (2) لفكرة الحل
	نموذج (3) لفكرة الحل

المطلوب: صنف الأسئلة السابقة (1، 6)، تبعا لفكرة البرهان: ضع إشارة (✓) أمام النموذج لعمود فكرة البرهان.

الدراسات السابقة:

في ضوء تحليل بعض الدراسات السابقة، تبين ندرة الدراسات التي ترتبط بموضوع البحث الحالي ارتباطاً مباشراً (في حدود علم الباحث)، ولكن هناك جوانب اتفاق واختلاف بين البحث الحالي وبعض الدراسات السابقة؛ لذا كانت الاستفادة من هذه الدراسات في معظمها استفادةً من منظور منهجي رأسي أو أفقي، انعكس الاهتمام بالبرهان الرياضي ومهاراته ومتطلبات البرهنة الرياضية لدى معلمي الرياضيات على اهتمام العديد من الدراسات السابقة مثل دراسة Lee (2000)، Lin (2005)، الحداد (2009)،

صالح (2008)، متولي (2006)، محمد (2000)، محمد (2003)، حيث انصب بعض اهتمام تلك الدراسات على التعرف لدى توافر مهارات البرهان الرياضي أو اقتراح برنامج أو استراتيجيات لتنمية تلك المهارات سواء لدى المعلمين في أثناء الخدمة أو لدى الطلبة المعلمين للرياضيات الذين يتم إعدادهم بكليات التربية للقيام بمهمة تدريس الرياضيات بعد ذلك.

وقد تباينت أهداف بعض الدراسات السابقة ذات العلاقة بالبرهان الرياضي، وكيفية معالجتها للموضوع، ولكنها اتفقت جميعها حول أهمية البرهان الرياضي وضرورة توافر مهاراته وطرقه لدى المتعلمين في مراحل التعليم المختلفة، وأكدت على أن إكساب الطلبة أساليب البرهان المنطقي وتعليمهم لطرق أو مهارات البرهان تنمي لديهم القدرة على حل المشكلات واتخاذ القرارات وحل المسائل اللفظية وغير اللفظية؛ مما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية تضمين أسئلة شاملة لأساليب التفكير الرياضي وطرائقها.

وقد تبين من دراسات سابقة، أنها اهتمت بالتقويم المقرر أو المنهج أو الاختبار، أو بناء برنامج، في مختلف المراحل التعليمية، فالبعض منها اتبعت المنهج التجريبي، مثل دراسة محمد (2000)، متولي (2006)، صالح (2008)، وأخرى اتبعت المنهج الوصفي مثل دراسة المنصوري (2020)، سيد (2005)، محمد (2003)، وعلى الرغم من اتفاق البحث الحالي مع الدراسات التي اتبعت المنهج الوصفي، فإن الأداة المستخدمة تختلف اختلافاً كبيراً، فكانت الأداة لبعض هذه الدراسات استبانة لاستطلاع الرأي، في حين أن الأداة في البحث الحالي هي ملاحظة تحليل في ضوء قائمة وأسس لتحليل المحتوى، ومن هذه الدراسات، دراسة Ross، Hogaboam-Gray، Bruce McDougall (2002)، الباقر (1996)، البنا (2011)، بيومي (2005)، الجندي (2011)، ريان، كاظم، الديب، وأبوعلام (1994)، سعيد وآخرون (2011)، عبيدة (2011)، فخر، المالكي، والأكرف (2013)، متولي، الطحاوي، وقسطنيان (2007)، ودراسة معتوق (2013).

وقد أسفرت نتائج معظم هذه الدراسات عن وجود قصور في المحتوى لتحقيق معايير التقويم المتبعة، وأن المجموعة التجريبية أفضل؛ أي وجود فروق دالة إحصائية؛ أي أن المجموعة الضابطة تدرس المحتوى أو الطريقة بما هو عليه الواقع، نفس حالة الواقع لمقررات الرياضيات لعينة البحث الحالي، وكل بحسب دراسته.

وتأتي أوجه الاتفاق بين البحث الحالي والدراسات السابقة من حيث الاهتمام بالعملية التقويمية للمقرر أو المحتوى العلمي، واستخدام بعض المعايير التقويمية. بينما اختلف البحث الحالي عن بعض الدراسات السابقة، فيما يتعلق بالمحتوى العلمي، والمرحلة التعليمية، وبعض المعايير التقويمية.

ومن الملاحظ على بعض الدراسات استخدام اختبار¹ لدلالة الفروق الإحصائية مثل دراسة معتوق (2013)، رغم أن المقياس المستخدم في الدراسة اسمي، وليس فاصلاً، وذلك بحسب ما تشير إليه كتب الإحصاء والبحث يستخدم مربع كاي لدلالة الفروق، عندما يكون المقياس اسمياً، في حين يستخدم اختبار¹ عندما يكون المقياس فاصلاً.

وقد استفاد الباحث من الدراسات السابقة في بناء أدوات البحث، وتصنيف أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، والإجراءات، وعرض النتائج ومناقشتها، بالإضافة إلى إبراز أهمية البحث وتوصيف مشكلة البحث، وتحديد المصطلحات والأمثلة التطبيقية، والخلفية النظرية، ولكن الكتب ذات العلاقة بالتفكير والإبداع والتحليل للمحتوى، .. كان لها الدور الأكبر في اكتساب مهارات التفكير وتحليل المحتوى، وتحديد أوجه التباين في تصنيفات أساليب البرهان الرياضي ومهارته.

مشكلة البحث:

يُعد تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين من أهم الأهداف التربوية التي تسعى التربية إلى تحقيقها، فهي تعمل على تنمية التفكير وحل المشكلات، وعلى الرغم من أهمية هذا النوع من التفكير في العصر الحالي والإعداد للمستقبل؛ لمواجهة المشكلات التي تعترض الأفراد والشعوب، فإن المناهج والمقررات التقليدية وطرائق تدريسها لم تُعد مؤهلة لتنمية التفكير والإبداع؛ حيث تبين من

نتائج العديد من الدراسات والبحوث مثل دراسة Glas (2002)، الرياشي والبازي (2001)، سيف (2005)، عبدالغفار (2005)، متولي وآخرون (2007)، محمد (2000)، المنوي (2002)، ودراسة واعر (2005) أن أداء الطلبة في مختلف المراحل التعليمية كان متدنياً في قدراتهم للتفكير، وتبين قصور المقررات التعليمية في تنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة، حيث تركز تلك المناهج وطرائق تدريسها على الحفظ والتلقين، والأسلوب التقليدي في التعليم، ولا تهتم بتنمية القدرات العقلية وأساليب التفكير لدى الطلبة، مما يؤدي إلى ملل الطلبة وجمود أفكارهم.

وتعد مقررات الرياضيات مجالاً خصباً لتنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة؛ لما لها من تطبيقات متعددة في الكثير من المجالات العلمية والحياتية، وتعد أساليب البرهان والمنطق الأساس للبنية المعرفية الرياضية، ولكن يلاحظ وجود تدنٍ في تحقيق الأهداف المتوخاة من عملية تعليم وتعلم المقررات الرياضية.

إن اكتساب وتنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق، يُعد هدفاً مهماً لتأهيل الطلبة المعلمين للقيام بالتدريس الإبداعي في مدارس التعليم العام والجامعي، فهي تمكن الطلبة من استخدام المعرفة والتعامل معها، وتنمي اتجاهاته العلمية وقدراته الإبداعية والبحثية اليقينية، وتعكس الصورة الصحيحة للرياضيات.

ومن خلال عرض الدراسات السابقة وخبرة الباحث واطلاعه على بعض المقررات لكلية التربية شعر بوجود نقص وقصور في المقررات التعليمية وتضمينها لأساليب البرهان الرياضي والمنطق لإعداد المعلم؛ بهدف تنمية الإبداع، وأن هناك ضرورة لتقويم المقررات الرياضية وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، وقد نبغ الشعور بمشكلة البحث الحالي من خلال: تدريس الباحث لبعض المقررات الرياضية للطلبة المعلمين في كلية التربية، وإشرافه في التربية العملية فقد أحس بوجود قصور في أداء الطلبة؛ مما أدى إلى الإحساس بوجود قصور في إعداد الطلبة المعلمين أكاديمياً ومهنياً. ويؤكد ذلك محمود (2005)، فهو يشير إلى وجود قصور في مقررات إعداد المعلم، لأنها لا تهتم بما يدرس في مراحل التعليم العام، وليس لها علاقة بالمقررات الأخرى (رياضيات - أو غيرها)، ولا يتم عرضها بشكل رأسي أو أفقي، وأكد ذلك نتائج بعض الدراسات مثل دراسة غثيم (2012) التي أسفرت نتائجها عن عدم تحقق كتب الرياضيات في التعليم الأساسي، للمعايير الدولية لاختبار تمس؛ لذا فإن مشكلة البحث الحالي تتحدد في وجود قصور في المحتوى الرياضي للطلاب المعلم للرياضيات بكلية التربية، وبالتالي وجود قصور في التحصيل الأكاديمي وتنمية التفكير لدى الطلبة المعلمين، الذي يعد هدفاً أساسياً في تعليم وتعلم الرياضيات؛ لذا تناول البحث الحالي هذه المشكلة من خلال السؤال الآتي: "ما مدى تحقيق مقررات الرياضيات التي تدرس للطلبة المعلمين بكلية التربية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها اللازم توافرها في المحتوى الرياضي لتنميتها لدى الطلبة المعلمين؟"

أهداف البحث:

الهدف الرئيس للبحث هو التعرف على مدى تحقق أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء، وقد تفرع عنه الأهداف الآتية:

1. التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
2. التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
3. تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
4. تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

5. التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى المقررات الرياضية ككل، للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
6. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالي الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
7. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي الحالي الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
8. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) الحالي الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
9. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2) الحالي الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
10. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقررات الرياضية، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى المقررات الرياضية الحالية التي تدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

فرضيات البحث:

من خلال الأدب السابق والدراسات السابقة، ومشكلة وأهداف البحث الحالي، تم صياغة واختبار تنبؤات الفرضيات الإحصائية الآتية:

الفرضية الرئيسية: "تحقق مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي توافرها في المحتوى الرياضي؛ لإكسابها وتمييزها لدى الطلبة أثناء عملية التعليم والتعلم"، وينبثق منها الفرضيات الفرعية الآتية:

1. لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالي للطلبة المعلمين.
2. لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي الحالي للطلبة المعلمين.
3. لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) الحالي للطلبة المعلمين.
4. لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2) الحالي للطلبة المعلمين.
5. لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقررات الرياضية، والأوزان التي تضمنها محتوى مقررات الرياضيات الحالية.

أهمية البحث:

- تتضح أهمية البحث الحالي من أهمية المجالات التي تسعى لدراستها، وهي:
- العملية التقييمية، وإعداد معلم الرياضيات، وأهمية الرياضيات، وتنمية التفكير عامة وأساليب البرهان الرياضي والمنطق خاصة. وبالتالي يمكن تحديد أهمية البحث الحالي في النقاط الآتية:
 - يُعد البحث الحالي تقويماً لمقررات الرياضيات للطلبة المعلمين بكلية التربية، وذلك من أجل تحديد جوانب القوة والضعف فيه في ضوء أساليب البرهان الرياضي والمنطق، وهذا يفتح آفاقاً جديداً لبحوث أخرى في مجال التقويم والتطوير لمادة الرياضيات في كلية التربية.
 - تتبع أهمية البحث من أهمية تعليم الرياضيات، وأهمية أساليب البرهان والمنطق وطرائقها، من أجل تنمية التفكير وحل المشكلات؛ لإعداد معلم الرياضيات، في التعليم الجامعي، والتي تُعد بمثابة الدعامة الأساسية لتعليم الرياضيات.
 - يُعد استجابة موضوعية لتوصيات بعض الدراسات السابقة التي أكدت إعادة النظر في المناهج الدراسية للرياضيات وتطويرها بطرق تعمل على التفاعل بين المعلم والمتعلم في العملية التعليمية، بما يجعلها تحقق تنمية التفكير لدى الطلبة؛ لمواجهة التحديات العالمية التي تقوم فيها مادة الرياضيات بدور فاعل في مختلف مراحل التعليم.
 - إن تدريب الطلبة المعلمين على أساليب البرهان الرياضي من خلال تعليم المعرفة الرياضية وتعلمها، يسهم في تكوين شخصياتهم المنفتحة عقلياً، والباحث عن المعرفة الجديد، ويستثير الدافعية عندهم لتطبيق مهارات البرهان والمهارات العقلية من خلال مواقف حياتية مستقبلية.
 - فتح المجال لدراسات أخرى، لإجراء عملية تقييمية وفقاً لمعايير مختلفة للمقررات بكلية التربية، وكليات أخرى في التعليم الجامعي.

حدود البحث:

اقتصر البحث الحالي في إجراءاته ونتائجه على الحدود المكانية والزمانية والموضوعية الآتية: الحد المكاني؛ ويتحدد بالعينة السيكومترية؛ وهم الطلبة المعلمون للرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء. الحد الزمني؛ العام الدراسي، 2019م، وهو العام الذي طبقت فيه الأداة ميدانياً. الحد الموضوعي؛ وهو المقررات الرياضية لإعداد معلم الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء (مقرر التحليل الرياضي)، ومقرر التحليل الحقيقي، ومقرر الجبر مجرد (1)، وجبر مجرد (2)، وأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

مصطلحات البحث:

(1) أساليب البرهان الرياضي والمنطق؛ يتمثل أسلوب تفكير الفرد في الطريقة التي يستقبل بها المعرفة، وبالطريقة التي يرتب وينظم بها المعرفة ومعلوماته، وبالطريقة التي بها يسجل ويرمز ويدمج هذه المعلومات، ويحتفظ بها في مخزونه المعرفي، ويسترجعها بالطريقة التي تمثل طريقته في التعبير عنها، بوسيلة حسية مادية، أو شبه صورية، أو بطريقة رمزية عن طريق الحرف والكلمة والرقم (قطاعي، أبو جابر، وقطامي، 2002).

التعريف الإجرائي لأساليب البرهان الرياضي والمنطق في البحث الحالي، وهي: قدرة عقلية تمكن المتعلم من تقديم الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة تنبع من صحة عبارات سابقة لها عن طريق الاستدلال أو المنطق استناداً إلى مسلمة أو نظرية سابقة تمت البرهنة عليها، وهذا يمثل معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها استناداً إلى شواهد

معترف بصحتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق. وتتمثل أساليب البرهان الرياضي في: أسلوب البرهان المباشر، وطرقه: النفي أو قانون الوضع أو الرفع، والاستنتاج والتعدي، واستخدام الاستقراء الرياضي، واستنتاج جميع الحالات أو الاستبعاد، وأسلوب البرهان غير المباشر، وطرقه: المثال المضاد، والتناقض، والمعاكس الإيجابي (معكوس النقيض)، وأسلوب البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب، وطرقه: العكسية من النهاية إلى البداية، واستبدال المتغير أو الثابت باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر، والتوافق بين فكرة البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى. ونستدل عليها من خلال الخطط أو الطرق (الفكرة) المتبعة في بناء أو تعلم وتعليم المعرفة الرياضية لمقررات الرياضيات التي تدرس في كلية التربية بجامعة صنعاء لإعداد الطلبة المعلمين للرياضيات.

(2) طلاب كلية التربية: وهم الطلبة المعلمون للرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء، خلال الأربع السنوات في جميع المستويات: "المستوى الأول، المستوى الثاني، المستوى الثالث، المستوى الرابع"، حيث يُدرس الطلبة مواد تربوية وأكاديمية (المقررات)، لمدة أربع سنوات، تؤهلهم للتخرج للعمل كمعلمين في مدارس التعليم الأساسي والثانوي بالجمهورية اليمنية.

منهجية البحث وإجراءاته:

منهج البحث:

استخدام المنهج الوصفي التحليلي؛ لكونه ملائما لتحقيق أهداف البحث واختبار فرضياته، وفقا للآتي: تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، بناء أدوات البحث، والوصف للإطار النظري. تحديد خطوات التحليل للمحتوى والخطوات اللازمة لذلك، تحليل مقررات الرياضيات لعينة البحث، وفقا للضمان الرئيسية والثانوية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

المنهج التحليلي الإحصائي؛ للتعرف على نواحي القصور ونواحي القوة في مقررات الرياضيات، فيما يتعلق بأساليب البرهان الرياضي والمنطق.

مجتمع البحث وعينته:

اشتمل مجتمع البحث على جميع المقررات الرياضية التي تُدرس للطلبة المعلمين للرياضيات خلال السنوات الأربع لإعدادهم في كلية التربية بجامعة صنعاء للعام 2019.

عينة البحث:

1. العينة التطبيقية: تم اختيار عينة من مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين، وهي: مقرر التحليل الرياضي للمستوى الثالث (يدرس في الفصل الأول)، ومقرر التحليل الحقيقي (التحليل الرياضي (2)) للمستوى الثالث (يدرس في الفصل الثاني)، ومقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع (يدرس في الفصل الأول)، ومقرر الجبر المجرد (2) للمستوى الرابع (يدرس في الفصل الثاني).

2. العينة الاستطلاعية: للتحقق من معامل الثبات لأدوات البحث، تم اختيار عينة استطلاعية من المقررات الرياضية، والجدول الآتي يوضح ذلك:

جدول (1)، العينة الاستطلاعية العشوائية من المقررات الرياضية للتحقق من معامل ثبات أدوات البحث.

عدد الصفحات	عنوان الفصل	المقرر الرياضي
47	الفضاءات المترية	التحليل الرياضي، للمستوى الثالث
32	نظرية القياس وتكامل ليبيك	التحليل الحقيقي، للمستوى الثالث
30	الزمرة	الجبر المجرد (1)، للمستوى الرابع
36	المثاليات	الجبر المجرد (2)، للمستوى الرابع

متغيرات البحث:

تتمثل متغيرات البحث الحالي بالآتي:

- المتغير المستقل: المقررات الرياضية في كلية التربية بجامعة صنعاء (عينة البحث).
- المتغير التابع: أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

أدوات البحث:

لتحقيق أهداف البحث، تم إعداد الأدوات الآتية:

1. استبانة استطلاع آراء الخبراء، الهدف منها التحقق من صدق أداة قائمة تحليل المحتوى وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، اللازم تنميتها لدى الطلبة المعلمين للرياضيات (من إعداد الباحث).

2. قائمة تحليل المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها: تهدف القائمة إلى التعرف على أساليب البرهان الرياضي وطرائقها في مقررات الرياضيات، وتم إعدادها في ضوء خطوات محددة، وهي:

- تتبع وتحليل الأدب التربوي السابق والاتجاهات الحديثة لتعليم وتعلم وبناء مناهج الرياضيات.
- تحليل الدراسات السابقة، ذات العلاقة، وكتب تحليل المحتوى، وشروط تقسيم فئات التحليل.
- الأهداف العامة والسلوكية لتعليم الرياضيات، وتعلمها، ودليل إعداد معلم الرياضيات بكلية التربية بجامعة صنعاء. ومعايير الجودة وتنمية الإبداع وحل المشكلات. وطبيعة المادة الرياضية، ومراعاة خصائص النمو للطلاب الجامعي، والفلسفة التربوية في الجمهورية اليمنية، وآراء الخبراء والاختصاصيين.
- التوصل إلى صورة أولية لأداة أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، ووضع تعريفا وأمثلة لكل منها. حيث اشتملت على فئات رئيسة تمثلت بأساليب البرهان، وفئات ثانوية تمثلت بطرق أساليب البرهان.
- عرض الصورة الأولية على عينة من الخبراء، لإبداء آرائهم وتعديل ما يرون تعديله، وإعطاء مقترحاتهم، وملاءمتها لتحقيق الهدف الذي وضعت من أجله.
- إجراء التعديلات التي أبدتها الخبراء، وتمثلت بتعديل الصياغة لبعض طرق البرهان، وبالأمثلة عليها، وجوانب فنية تنظيمية أخرى. مما يدل على صدق الأداة. وقد تضمنت فئات رئيسة وثانوية، هي: أسلوب البرهان المباشر، ويتضمن الطرق: (برهان النفي أو قانون الوضع أو الرفع، برهان نظرية الاستنتاج أو التعدي، البرهان باستنقاذ جميع الحالات أو الاستبعاد، البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي). أسلوب البرهان غير المباشر، ويتضمن الطرق: (البرهان بالمثل المضاد، البرهان بالتناقض، البرهان بالمعكوس الإيجابي (معكوس النقيض)). أسلوب البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب، ويتضمن الطرق: (العكسية من النهاية إلى البداية، استبدال المتغير أو الثابت (باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر)، البرهان بالتوافق بين فكرة البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى).
- التطبيق التجريبي للأداة على عينة عشوائية من مقررات الرياضيات (الجدول (1)).

حساب ثبات أداة التحليل:

قام الباحث بالتجريب الأولى لتطبيق الأداة على العينة العشوائية المختارة، وباستخدام الفكرة الرياضية (فكرة البرهان) كوحدة للتحليل، وتم التأكد من الثبات باستخدام طريقتين هما:

1. الثبات بإعادة التحليل:

وقد اختار الباحث عينة عشوائية (الجدول (1))، وتم تحليلها إلى فئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، باستخدام وحدة التحليل المتبعة (الفكرة الرياضية للبرهان)، وبعد شهر من عملية التحليل، تم إعادة التحليل على نفس العينة. وحساب نسبة الاتفاق، والجدول (2)، يبين نتائج معامل الثبات.

جدول (2)، معاملات ثبات تحليل المقررات، وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، كلا على حدة، وككل

المجموع الكلي	فئات التحليل												المقرر ⁽¹⁾		
	البرهان التقويمي العكسي				البرهان غير المباشر				البرهان المباشر						
	طريقة النفي والتعدي الرياضي	الاستنتاج الاستقراء	استنفاذ المجموع	المثال التناقض	العاكس	المجموع الطريقة	استبدال توافق المجموع	البرهان التقويمي العكسي	طريقة النفي والتعدي الرياضي	الاستنتاج الاستقراء	استنفاذ المجموع	المثال التناقض		العاكس	المجموع الطريقة
77	0	0	0	0	14	0	14	0	63	1	15	47	0	1	تحليل رياضي س1
77	0	0	0	0	15	0	15	0	62	1	16	45	0	2	تحليل رياضي س2
75	0	0	0	0	14	0	14	0	61	1	15	45	0	21	تحليل رياضي س21
97.4%	100	100	100	100	93.3	100	93.3	100	96.8	100	93.7	95.7	100%	معامل الثبات	
95	0	0	0	0	20	9	11	0	75	21	7	46	1	1	تحليل حقيقي س1
95	0	0	0	0	21	9	12	0	74	20	8	45	1	2	تحليل حقيقي س2
93	0	0	0	0	20	9	11	0	73	20	7	45	1	21	تحليل حقيقي س21
97.9	100	100	100	100	95.2	100	91.6	100	97.3	95.2	87.5	97.8	100%	معامل الثبات	
100	0	0	0	0	19	4	4	11	81	2	6	69	4	1	جبر مجرد س1
100	0	0	0	0	22	5	5	12	78	2	7	65	4	(1)	جبر مجرد س2
96	0	0	0	0	19	4	4	11	77	2	6	65	4	21	جبر مجرد س21
96%	100%	100%	100%	100%	86.4	80%	80%	91.7	95.1	100%	85.7	94.2	100%	معامل الثبات	
97	0	0	0	0	29	7	10	12	68	1	21	43	3	1	جبر مجرد س1
97	0	0	0	0	29	7	9	13	68	1	20	44	3	(2)	جبر مجرد س2
95	0	0	0	0	28	7	9	12	67	1	20	43	3	21	جبر مجرد س21
97.9	100%	100%	100%	100%	96.6	100%	90%	92.3	98.5	100%	95.2	97.7	100%	معامل الثبات	
98.1%	100	100	100	100%	94.3	95.2	95.1	92%	97.6	96%	96.1	97.1	100%	معامل الثبات للمقررات ككل	

يتضح من الجدول (2)، نسبة الاتفاق بين التحليلين في المرة الأولى والثانية لكل من: التحليل الرياضي، التحليل الحقيقي، جبر مجرد (1)، (2)، والمقررات ككل، تساوي (97.4%)، (97.9%)، (96%)، (97.9%)، (98.1%)، على الترتيب. ولكل فئة للأسلوب، البرهان المباشر (96.8%)، (97.3%)، (95.1%)، (98.5%)، (97.6%)، على الترتيب. والبرهان غير المباشر (93.3%)، (95.2%)، (86.4%)، (96.6%)، (94.3%)، على الترتيب. والبرهان التقويمي العكسي (100%)، لكل مقرر، وللمقررات ككل. كما يتضح من الجدول معاملات الثبات للفئات الثانوية من كل أسلوب للبرهان. مما يدل على أن معاملات ثبات الأداة عال يمكن الوثوق به.

2. الثبات من خلال محك خارجي:

أعطى الباحث صورةً لأداة التحليل في صورتها النهائية والقائمة الخاصة بالتحليل للمحتوى الرياضي وفقاً لأساليب البرهان وطرائقها، لأحد أعضاء هيئة التدريس، وطلب منه، بعد تعريفه بأهداف عملية التحليل وأهداف البحث الحالي، وتوضيح إجراءات وأسس عملية التحليل له، القيام بعملية التحليل مستقلاً. وتم حساب نسبة الاتفاق بين الباحث والمحك الخارجي، فكانت (85.82%)، مما يؤكد أن معاملات ثبات الأداة عال يمكن الوثوق به.

(1) س1: التحليل في المرة الأولى، س2: في المرة الثانية، س21: التوافق في المرتين.

3. إعادة عرض قائمة تحليل المحتوى بعد القيام بتعديلاتها على عينة من الخبراء الاختصاصيين في الرياضيات ومناهجها، وقد أبدوا موافقتهم على الفئات المصنفة من حيث مساهمتها للاتجاهات الحديثة لبناء المحتوى الرياضي، وشموليتها لتصنيف المادة الرياضية، وعدم التداخل فيما بينهما، وتحقيقها لأهداف البحث الحالي، مما يدل على صدقها.

استمراره تفرغ نتائج المحتوى المعرفي:

تم إعداد الاستمارة من قبل الباحث وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق.

إجراءات البحث:

لتحقيق أهداف البحث الحالي، واختبار صحة فرضياته، تم اتباع الإجراءات الآتية:

أولاً: لتحقيق الهدف الأول، والثاني، والثالث، والرابع، والخامس:

تم تحليل المحتوى للمقررات الرياضية، وفقا لفئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق الرئيسية والفرعية، وإيجاد التكرارات والنسبة المئوية لكل فئة رئيسية وثانوية (فرعية)، للحصول على التكرارات والأوزان النسبية التي يتضمنها المقرر الرياضي أو المقررات ككل، للطلبة المعلمين للرياضيات.

• خطوات تحليل المحتوى، وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

تتمثل أهم خصائص تحليل المحتوى بأنه يعد أسلوبياً: وصفيًا، موضوعياً، منظماً ومنهجياً، كمياً، علمياً، يحلل الشكل والمضمون، ويتعلق بظاهرة النص، ويستخدم في مجال العلوم الاجتماعية ومجالات أخرى، وأن مجالات العمل به كثيرة، ويرتبط بالبحث الأساس، وله منطلقات صادقة. وأهم خطوات تحليل المحتوى: تحديد أهداف التحليل، وتحديد عينة التحليل، وتحديد فئات التحليل، وتحديد وحدد التحليل، وضبط أداة التحليل، وثبات التحليل، وتصنيف البيانات وفقاً لوحدات التحليل وفئات التحليل (طعيمة، 2004)، وفيما يأتي الخطوات المتبعة في البحث الحالي لتحليل المقررات، وفقاً لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

1. تحديد أهداف التحليل:

يهدف تحليل المحتوى الرياضي، وفقاً لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها، إلى الآتي:

- التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، التي تتضمنها محتوى مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين بكلية التربية بجامعة صنعاء.

- تحديد الأوزان النسبية الملاحظة، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، المتضمنة في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين.

2. تحديد عينة التحليل: وقد اقتصر عينة التحليل، على عينة البحث الحالي، الموضحة في الجدول (1).

3. تحديد فئات تحليل المحتوى: وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

وقد تحددت فئات عملية تحليل المحتوى الرياضي، وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، بالفئات الرئيسية، والفئات الثانوية الآتية:

أ. أسلوب البرهان المباشر (رئيسية)، ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي:

برهان طريقة النفي (قانون الوضع أو الرفع)، وبرهان نظرية الاستنتاج والتعدي، والبرهان بالاستقراء الرياضي، والبرهان باستنفاذ الحالات والاستبعاد.

ب. البرهان غير المباشر (رئيسية)، ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي:

البرهان بالمثال المضاد، والبرهان بالتناقض، والبرهان بالمعاكس الإيجابي.

ج. البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب (رئيسة):

ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي: الطريقة العكسية من النهاية إلى البداية، واستبدال المتغير أو الثابت (باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر)، والتوافق بين فكرة البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى.

4. تحديد وحدت التحليل:

يحدد معظم التربويين أمثال طعيمة (2004)، والمطلس (1997)، وحدات مختلفة لتحليل المحتوى ومنها: وحدة الكلمة، ووحدة الجملة، ووحدة الفكرة أو وحدة الموضوع أو الفقرات، ووحدة الصفحات والفصول، ووحدة المساحة أو الزمن أو أكثر من وحدة أخرى. ولتحليل المحتوى الرياضي وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها، استخدمت فكرة الحل أو فكرة البرهان أو خطة الحل أو الموضوع، كوحدة لتحليل المحتوى الرياضي، وأطلق عليها "فكرة البرهان أو خطة الحل" (إذا كان الموضوع أو العبارة، يمثلان جسم الإنسان، ويكون القلب النابض الفكرة أو الوحدة، ولا يوجد جسم بدون قلب، والعكس صحيح)، والمقصود بها في البحث الحالي الخطة المستخدمة في البرهان على إحدى مكونات البنية المعرفية، أو حل السؤال؛ للوصول من المعطيات إلى المطلوب، والعكس معتمدا على تتابع العبارات المستنتجة وفق صور أساليب البرهان الرياضي والصور المنطقية الصائبة.

5. إعداد أداة تصنيف المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

تم إعداد أداة تحليل المحتوى الرياضي إلى أساليب البرهان الرياضي والمنطق، واشتملت على مساحة حدد فيها الفئات الرئيسة، والفئات الثانوية، ومساحات لتكرارها وحسابها إحصائيا (أدوات البحث).

6. ثبات تحليل المحتوى، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

تم استخدام طريقتين للتأكد من ثبات التحليل والمتمثلة بـ: طريقة إعادة التحليل من قبل الباحث، وطريقة استخدام المحك الخارجي، وسبق الإشارة إليها في أدوات البحث الحالي (الجدول (2)).

7. أسس تحليل المحتوى الرياضي وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

تم تحديد بعض الأسس لعملية تحليل المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها؛ وذلك لتكون عملية التحليل منهجية ومنطقية. وفيما يلي أهم هذه الأسس:

- ترقيم تسلسلي لأجزاء المحتوى وما يتضمنه من موضوعات، وأسئلة، أو أي مكون من مكونات البنية المعرفية، وبأي صورة كانت، بصوره منتظمة ومتدرجة.

- فهم الموضوع أو المحتوى أو السؤال فهما جيدا، وتحديد المعطيات والمطلوب من السؤال وتحديد الهدف منه.

- تحديد وضع إجابات نموذجية للأسئلة المتضمنة في محتوى مقررات الرياضيات، عينة البحث.

- تحديد خطوات الحل والبناء الهورستكيكية المتمثلة في بناء المحتوى أو الإجابة عن السؤال.

- إذا كان الموضوع أو الفقرات أو السؤال يحتوي على أكثر من فرع أو جزء فإنه يعتبر كل فرع أو جزء من هذه الأجزاء موضوعا أو سؤالا مستقلا بذاته.

- تحليل المحتوى الرياضي أولا وفقا للفئات الرئيسة (أساليب البرهان والمنطق)، ثم إجراء عملية التحليل وفقا للفئات الفرعية لكل من الفئات الرئيسة، مع مراعاة تداخل الفئات واتباع صياغة موحدة لحل مشكلة التداخل. ووفقا للتعريفات الإجرائية لأداة التحليل (تم استخدام الرموز للفئات الرئيسة والثانوية، ووضعها في نفس المحتوى للمقرر، ليتم تفرغها بعد ذلك).

- تطبيق وحدة التحليل وتحديد الفئة (أساليب البرهان والمنطق)، التي يتضمنها الموضوع أو السؤال في ضوء قائمة أساليب البرهان والمنطق، ويتم الرجوع إلى إجابة السؤال أو تدرج الموضوع، وتحديد الفئة في ضوءها.

- في حالة وجود تأكيد أو تداخل على أكثر من مستوي في الفكرة للبرهان (الموضوع الواحد، أو برهان السؤال الواحد) فإنه يتم التصنيف للخطوات المتبعة للبرهان، لطريقة البرهان؛ بمعنى يمكن أن يتضمن برهان السؤال الواحد أكثر من طريقة أو فئة.
 - يصنف المحتوى أو السؤال إلى فئاته بمقارنة خطة الحل أو فكرة البناء أو البرهان مع قائمة أساليب البرهان الرياضي في تحديد فئة السؤال.
 - تفريغ تحليل المحتوى لكل موضوع على حدة بحسب فئاته، ومن ثم حساب النسبة المئوية لكل فئة.
 - جدولة النتائج في جدول، وحساب التكرارات لكل أسلوب (فئة) والأوزان النسبية لكل فئة.
- ثانياً: اختبار الفرضيات من الأولى إلى الخامسة: تحقيق الأهداف من (6-10):

تم تحليل المحتوى للمقرر الرياضي وفقاً لفئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق الرئيسية والفرعية، وإيجاد التكرارات والأوزان النسبية لكل فئة، للحصول على القيم الملاحظة، وحساب القيم المتوقعة، بطريقة إحصائية، واستخدام مربع كاي، للتعرف على دلالة الفروق، بين الأوزان التي ينبغي تضمينها المقرر أو المقررات الرياضية، والأوزان النسبية التي يتضمنها المقرر أو المقررات الحالية، للطلبة المعلمين.

الأساليب الإحصائية:

تم اختيار الأساليب الإحصائية تبعاً لأهداف البحث، ونوعية المقياس المستخدم فيها، حيث استخدم الباحث لمعالجة البيانات، الأساليب الإحصائية الآتية: التكرارات، النسبة المئوية لحساب الأوزان للقيم الملاحظة والمتوقعة، ومعادلة هولستي، وكوبر، للتحقق من بعض الخصائص السيكموترية، لأدوات البحث، ومربع كاي، لدلالة الفروق لاختبار فروض البحث الحالي.

نتائج البحث:

تم عرض النتائج، وفقاً لتسلسل الأهداف الفرعية، للهدف الرئيس في البحث الحالي، وعلى النحو الآتي:

1. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الأول:

لتحقيق الهدف الأول، الذي نص على: التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في مقرر الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (3) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسبية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر التحليل الرياضي، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (3): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق التي تضمنها مقرر التحليل الرياضي

المقرر ك	البرهان المباشر	البرهان غير المباشر	البرهان التقويبي الناقد العكسي	المجموع الكلي
طريقة الاستنتاج استنفاد الاستقراء	المجموع العاكس	المجموع الطريقة استبدال التوافق	المجموع الكلي	
النفى والتعدي الحالات الرياضي المباشر المضاد	الاجباي غير العكسية المتغير بين تقويبي	المباشرة	الفكرة	
ك	8	363	1	42
التحليل ك	42	1	363	8
الرياضي %	1.68	76.26	0.21	8.82
	86.97	8.82	0.21	86.97
	13.03	0	0	0

يتضح من الجدول (3)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر التحليل الرياضي، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (76.26%)، من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان التناقض بنسبة (10.7%) من المجموع الكلي، ثم تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (8.82%) من المجموع الكلي، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جداً) المحتوى من طرق البرهان الآتية: النفي، والمثال المضاد، واستنفاد الحالات، والمعكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشر (86.97%) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (13.03%)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي. مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لمعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، ويتضح ذلك من تضمين المقرر طريقة الاستنتاج والتناقض والاستقراء الرياضي بنسبة (95.78%)، بينما تضمن المحتوى طرق البرهان الأخرى، وهي: النفي، والمثال المضاد، واستنفاد الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة بنسبة (4.22%) وهي نسبة صغيرة جدا مقارنة بنسبة الطرق السابقة. ويتفق علماء الرياضيات وعلم النفس المعرفي بضروره تعليم الطلبة أساليب البرهان في كل المراحل الدراسية، كما تؤكد دراسة سيد (2005)، متولي (2006)، محمد (2000)، محمد (2003) بأن البرهان الرياضي من أهم المفاهيم التي ينبغي أن يستوعبها معلمو الرياضيات ويتدربون على أساليبه، وينبغي أن يكون المعلم ملما بطبيعة البرهان الرياضي وأسس المنطقية، حيث أن تعلم مهاراته تؤثر في تحصيل الطلبة في الرياضيات وتجعلهم قادرين على تطبيق أسلوب حل المشكلات في الحياة العملية، وإذا لم يتمكن الطلبة المعلمون من استيعابها وتطبيقها، فإن ذلك يشكل عائقا أمامهم في تحصيل المعرفة؛ وتعد أساليب البرهان من أهم أساليب تعليم الرياضيات، ولها آثار واضحة في تفتح القدرات الإبداعية والإنتاجية لدى الطلبة، وتعد من الأهداف المهمة التي تؤهل الطلبة المعلمين للقيام بتدريس الرياضيات في مدارس التعليم العام والجامعي. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الأول من أهداف البحث الحالي.

2. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الثاني من أهداف البحث الحالي:

تحقيق الهدف الثاني، الذي نص على: التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (4) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر التحليل الحقيقي، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (4): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي، التي تضمنها مقرر التحليل الحقيقي

المقرر ك	البرهان المباشر	البرهان غير المباشر	البرهان التقويمي الناقد العكسي	المجموع
طريقة الاستنتاج استنفاد الاستقراء المجموع	المثال التناقض المعاكس	المجموع الطريقة استبدال التوافق المجموع الكلي		
النفي والتعدي الحالات الرياضي للبرهان المضاد	الايجابي غير العكسية المتغير بين تقويمي	الافكره		
المباشر	المباشر			
التحليل ك	1	103	26	32
الحقيقي %	0.50	50.99	12.87	15.84
	80.20	9.90	9.41	19.80
	162	20	19	40
	1	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0	0
	100%	100%	0%	100%

يتضح من الجدول (4)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر التحليل الحقيقي، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (50.99%) من المجموع الكلي، تليها البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (15.84%)، ثم تليها طريقة استنفاد الحالات بنسبة (12.87%)، ثم تليها طريقة التناقض والمعاكس الايجابي بنسبة (9.90%)، (9.41%)، على الترتيب، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جدا) من طرق البرهان التالية: طريقة النفي، والمثال المضاد، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشر (80.20%) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (19.80%)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي، مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لمعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها. يتضح مما سبق قصور المحتوى الرياضي في تحقيق الشمولية لأساليب البرهان الرياضي؛ الاستقراء

والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغي على القائمين على العملية التعليمية والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاة الشمولية في استخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسلوب البرهان الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة (سيد، 2005؛ متولي، 2006؛ محمد 2000) حيث أشارت النتائج إلى وجود صعوبات تواجه الطلبة المعلمين في فهم وإدراك وانتاج البراهين الرياضية، وتختلف نتائج البحث الحالي عما يؤكد عليه الاختصاصيون والدارسات السابقة أمثال دراسة عبيد (2011)، وميخائيل (2011) وموزلي (2008)، فهم يؤكدون على أهمية ودور طرق البرهان الرياضي في تعلم الرياضيات وتعليمها. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الثاني.

3. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الثالث من أهداف البحث الحالي :

تحقيق الهدف الثالث، الذي نص على: تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (5) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسبية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر الجبر المجرد (1)، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (5): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها، التي تضمنها مقرر الجبر المجرد (1)

المقرر ك	البرهان المباشر	البرهان غير المباشر	البرهان التقويمي الناقد	المجموع الكلي							
طريقة الاستنتاج	استقراء	مجموع	المثال	التناقض	العكاس	المجموع	الطريقة	استبدال	التوافق	المجموع الكلي	
النفي	التعدي	الحالات	الرياضي	المباشر	المضاد	الإيجابي	غير	العكسية	التغير	بين تقويمي	
										الفكره	
الجبر ك	2	152	8	26	188	14	16	4	34	0	222
المجرد %	0.90	68.47	3.60	11.71	84.68	6.31	7.21	1.80	15.32	0	100%
	(1)	84.68%			15.32%					0%	100%

يتضح من الجدول (5)، الآتي، أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر الجبر المجرد (1)، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (68.47%) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (11.71%)، ثم تليها طريقة البرهان بالتناقض بنسبة (7.21%)، ثم تليها طريقة البرهان بالمثال المضاد بنسبة (6.31%)، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جدا) المحتوى من طرق البرهان الآتية، وهي: النفي، واستنفاد الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكره.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشر (84.68%)، من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (15.32%)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي، مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لمعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها. يتضح مما سبق قصور المحتوى الرياضي في تحقيق الشمولية لأساليب البرهان الرياضي: الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغي على القائمين على العملية التعليمية والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاة الشمولية في استخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسلوب البرهان الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة التي هدفت إلى تقويم المواد الدراسية في التعليم الأساسي أو الثانوي أو الجامعي مثل: دراسة الحداد (2021) ودراسة المنصوري (2020) ودراسة بيومي (2005) والتي أشارت الى أن هناك تدنيا في بناء محتوى مقررات الرياضيات، حالت دون تنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الثالث من أهداف البحث الحالي.

4. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الرابع من أهداف البحث الحالي :

جدول (7): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل

المقرر ك	البرهان المباشر	البرهان غير المباشر	البرهان التقويبي الناقد العكسي	المجموع
طريقة الاستنتاج استفاد الاستقراء	مجموع المثل التناقض العاكس	المجموع الطريقة استبدال التوافق	المجموع الكلي	
النفى والتعدي الحالات	البرهان المباشر المضاد	غير العكسية المتغير	بين تقويبي	
	المباشر	المباشر	الفكر	
المقررات ك	18	706	39	126
الرياضية %	1.68	65.86	3.64	11.75
ككل	%82.93	%17.07	%0	%100

يتضح من الجدول (7)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (65.86%) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (11.75%)، ثم تليها طريقة البرهان بالتناقض بنسبة (9.61%)، كما خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويبي الناقد العكسي.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشر (82.93%) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (17.07%) في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويبي الناقد العكسي. يتضح مما سبق قصور محتوى المقررات الرياضية في تحقيق الشمولية لأساليب البرهان الرياضي: الاستقرائي والاستنتاجي والتقويبي الناقد العكسي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغي على القائمين على العملية التعليمية والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاة الشمولية في استخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسلوب البرهان الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويبي الناقد العكسي؛ وهذا ما تؤكدته دراسة السبيعي (2009)، والمنصوري (2020)، من اعتماد أعضاء هيئة التدريس على طرق تقليدية، وعدم الاهتمام بمستويات التفكير العليا. بناء على ما تقدم يكون الباحث قد تحقق من الهدف الخامس من أهداف البحث الحالي.

6. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الأولى:

تحقيق الفرضية الأولى التي تم اختبارها، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالي للطلبة المعلمين".

الجدول (8) الآتي يوضح قيم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر التحليل الرياضي للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (8): مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان الرياضي في مقرر التحليل الرياضي

المقرر ك	البرهان المباشر	البرهان غير المباشر	البرهان التقويبي الناقد العكسي	المجموع
طريقة الاستنتاج استفاد الاستقراء	مجموع المثل التناقض العاكس	المجموع الطريقة استبدال التوافق	المجموع الكلي	
النفى والتعدي الحالات	البرهان المباشر المضاد	غير العكسية المتغير	بين تقويبي	
	المباشر	المباشر	الفكر	
التحليل الملاحظة	8	363	1	42
الرياضي المتوقعة	47.6	47.6	47.6	190.4
كا ² المحسوبة	32.94	2089.86	0.66	2169.1

يتضح من الجدول (8)، الآتي: قيمة (كا²)، المحسوبة أكبر من الجدولية بالنسبة لأوزان أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها ككل، ولكل طريقة بين أوزان القيم الملاحظة والمتوقعة في مقرر التحليل الرياضي؛ مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي يرفض

جدول (10): مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان في مقرر الجبر المجرد (1)

المجموع	البرهان التقييمي الناقد العكسي				البرهان غير المباشر				البرهان المباشر				القرار						
الكلية	مع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	غير	الاجيبي	المضاد	مباشر	مباشر	مع	استفاد	الاستقراء	مع	برهان	المثال	التناقض	العكس	
البرهان	بين	التقير	العكسية	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر
222	0	0	0	0	34	4	16	14	188	26	8	152	2	الجبر	الملاحظة				
222	6606	22.2	22.2	22.2	6606	22.2	22.2	22.2	88.8	22.2	22.2	22.2	22.2	المجرد	(1) المتوقعة				
373.31	66.6	22.20	22.20	22.20	19.68	14.92	1.73	3.03	787.03	0.65	9.08	758.92	18.38	كأ ² المحسوبة					

يتضح من الجدول (10)، الآتي: قيمة (كا²)، المحسوبة أكبر من الجدولية، مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية الثالثة، ونقبل البديلة؛ مما يدل على أن المحتوى الرياضي لمقرر الجبر المجرد (1)، لا يراعى التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فيركز على بعض طرق البرهان المباشر، ويكاد يهمل الطرق الأخرى (النفسي، واستنفاد الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة)، وقد يرجع ذلك لغياب العملية التقييمية في الجامعة، وتتفق هذه نتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة (الحداد، 2021؛ صالح، 2008؛ متولي، 2006؛ محمد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائية بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات، وبذلك تم التحقق من الفرضية الثالثة من فرضيات البحث الحالي.

9. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الرابعة:

تحقيق الفرضية الرابعة، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائية بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2)، الحالي للطلبة المعلمين".

الجدول (11) الآتي يوضح قيم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر الجبر المجرد (2) للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (11): مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان الرياضي في مقرر الجبر المجرد (2)

المجموع	البرهان التقييمي الناقد العكسي				البرهان غير المباشر				البرهان المباشر				القرار						
الكلية	مع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	غير	الاجيبي	المضاد	مباشر	مباشر	مع	استفاد	الاستقراء	مع	برهان	المثال	التناقض	العكس	
البرهان	بين	التقير	العكسية	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر	المباشر
172	0	0	0	0	47	13	16	18	125	26	4	88	7	الجبر	الملاحظة				
172	51.6	17.2	17.2	17.2	51.6	17.2	17.2	17.2	68.8	17.2	17.2	17.2	17.2	المجرد	(2) المتوقعة				
364.86	51.6	17.20	17.20	17.20	1.15	1.03	0.08	0.04	312.11	4.50	10.13	291.4	6.05	كأ ² المحسوبة					

يتضح من الجدول (11)، الآتي: قيمة (كا²)، المحسوبة أكبر من الجدولية؛ مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية الرابعة، ونقبل البديلة؛ مما يدل على أن المحتوى الرياضي لمقرر الجبر المجرد (2)، لا يراعى التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فيركز على بعض الطرق؛ طريقة البرهان بالاستنتاج، وطريقة البرهان بالاستقراء الرياضي، وطريقة البرهان بالمثال المضاد، والتناقض، والمعاكس الإيجابي، بنسبة (93.61%)، بينما أهمل الطرق الأخرى (النفسي، استنفاد الحالات، الطريقة العكسية، استبدال المتغير، والتوافق بالفكرة)، حيث بلغت النسبة لها (6.39%) وهي نسبة صغيرة جداً مقارنة بالنسبة السابقة، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة (الحداد، 2021؛ صالح، 2008؛ متولي، 2006؛ محمد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائية بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات، ويؤكد

الاستنتاجات والتوصيات والمقترحات:

أولاً: الاستنتاجات:

- في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث الحالي، يمكن استنتاج الآتي:
- يوجد قصور في المقررات الرياضية، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء، في الشمولية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، وبالتالي قصورها في تنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة المعلمين للرياضيات.
 - هناك ضرورة، لتطوير مناهج ومقررات الرياضيات، لإعداد معلم الرياضيات بكلية التربية، وفقاً لشموليتها لأساليب البرهان الرياضي، وتنمية أساليب التفكير الرياضي والإبداع الرياضي والعام، وحل المشكلات، بما يجعلها تحقق نمو التفكير والإبداع الرياضي والعام لدى الطلبة المعلمين.

ثانياً: التوصيات:

- في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث الحالي، يمكن تقديم التوصيات الآتية:
- الاهتمام بالتقويم المنظومي لمقررات الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
 - إعادة النظر في بناء وتقويم المقررات الدراسية والاختبارات التحصيلية لإعداد المعلم بكلية التربية في ضوء معايير تقويمية معتمدة.
 - تطوير مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين في ضوء أساليب البرهان الرياضي والمنطق والمدخل المنظومي.
 - التأكيد على الاهتمام بتنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة المعلمين من خلال تعليم وتعلم المحتوى المعرفي، مما قد يؤدي إلى انتقال أثر التعلم لدى الطلبة.
 - تدريب الطلبة المعلمين، على أساليب تعليم وتعلم جديد تركز على التفكير والإبداع حتى يمكن التحول من ثقافة الذاكرة التي تهتم بالحفظ، إلى ثقافة التفكير والإبداع، التي تركز على توظيف العمليات العقلية والمعرفية.
 - ضرورة الاهتمام بإعداد المحتوى العلمي لمادة الرياضيات بأسلوب يساعد على إنماء القدرات الإبداعية لدى المتعلم.
 - تدريب الطلبة المعلمين على تنمية قدراتهم على تقويم أفكارهم والحكم عليها من خلال أساليب البرهان والمنطق وطرائقها، بتوجيه من أساتذتهم من خلال المقررات التي تدرس بكلية التربية، وتضمن المحتوى أمثلة ومشكلات، والتنوع في الأسئلة. حتى ينتقل أثر التدريب من معلمي المستقبل إلى الطلبة الذين هم الفئة المستهدفة من وراء ذلك.
 - تقويم المقررات للرياضيات وفقاً لأساليب التفكير الرياضي (الاستقرائي والاستنتاجي، والتأملي، والعلاقي، والمنظومي، والاستراتيجي، والناقد، والإبداعي).
 - إدخال مقررات للطلبة المعلمين، ذي علاقة بأساليب التفكير والبرهان وحل المشكلة وتاريخ الرياضيات، وخطوات تفكير العلماء للتوصل إلى برهان نظرياتهم.

مقترحات البحث:

- يقترح الباحث القيام بالدراسات المستقبلية الآتية:
- إجراء دراسات تحليلية تقويمية ومقارنة لدى تأثير مقررات ومناهج التعليم الجامعي والعام في مراحل دراسية مختلفة، في ضوء الشمولية لأساليب التفكير وطرائقها، وقدرتها على تنمية الإبداع لدى الطلبة، ووفقاً للمعايير التقويمية المتبعة في البحث الحالي ومعايير أخرى.
 - دراسة فاعلية وكفاءة مدى استخدام مهارات التدريس الإبداعي خلال تدريس المقررات الجامعية، والتعرف على المعوقات من وجهة نظر أعضاء هيئة التدريس والطلبة المعلمين.

المراجع:

- إبراهيم، مجدى عزيز (2007)، *منظومة التربية في الوطن العربي، الواقع الحالي والمستقبل المأمول*، عالم الكتب، القاهرة.
- إبراهيم، مجدى عزيز (2009)، *التفكير الرياضي وحل المشكلات*، القاهرة: عالم الكتب.
- أبو جادو، صالح محمد (2004)، *تطبيقات عملية في تنمية التفكير الإبداعي باستخدام نظرية الحل الابتكاري للمشكلات*، الأردن، عمان: دار الشروق للنشر والتوزيع.
- أبو ستة، فريال عبده (2011)، *أثر برنامج مقترح لتنمية الذاكرة البصرية في الرياضيات على مهارات حل المشكلات الهندسية وتقدير الذات لدى ذوي صعوبات التعلم من طلاب المرحلة الإعدادية*، مجلة *تربويات الرياضيات*، 14، 6-38.
- أبو عميرة، محبات (2002)، *الإبداع في تعليم الرياضيات*، القاهرة: مكتبة الدار العربية للكتاب.
- الأعسر، صفاء (2007)، *الإبداع في حل المشكلات (ط2)*، الرياض: دار الزهراء.
- الباقر، نصره رضا (1996)، *تقويم امتحانات الثانوية العامة في الرياضيات بدولة قطر، حولية كلية التربية*، 14، 21-59.
- بل، فريدريك. هـ. (1987)، *طرق تدريس الرياضيات (ط2)*، ترجمة محمد أمين المفتي، وممدوح محمد سليمان، مراجعة وليم تاووروس عبيد، القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.
- البناء، مكة عبد المنعم (2007)، *فعالية وحدة مقترحة في الهندسة الكسورية لطلاب كلية التربية وأثرها على التفكير الإبداعي والاتجاه نحو الرياضيات*، المؤتمر العلمي السابع حول الرياضيات للجميع، 17-18 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس.
- البناء، مكة عبد المنعم (2011)، *برنامج قائم على الخبرات العالمية وأثره على التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي*، مجلة *تربويات الرياضيات*، 14، 120-164.
- بوليا، جورج (1968)، *البحث عن الحل*، ترجمة أحمد سليم سيدان، بيروت: مكتبة الحياة.
- بون، إيدوارد دي (2007)، *كيف يعمل العقل؟ إبداعيا - منطقيًا - رياضيا*، ترجمة مجدى عبد الكريم حبيب، القاهرة: دار الفكر العربي.
- بيومي، سامية حسنين عبد الرحمن (2005)، *تقويم مقررات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في ضوء احتياجات المواد العملية بالثانوية العامة والكليات العلمية*، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- جروان، فتحي عبد الرحمن (1999)، *تعليم التفكير: مفاهيم وتطبيقات*، الإمارات العربية المتحدة، العين: دار الكتاب الجامعي.
- الجندي، حسن عوض حسن (2011)، *التمثيلات الرياضية: مدخل لتنمية القدرات الرياضية في رياضيات المرحلة الابتدائية*، مجلة *تربويات الرياضيات*، 14، 6-66.
- الحداد، فوزي عبد الله خالد (2009)، *فاعلية برنامج مقترح في التفاضل والتكامل قائم على أساليب التفكير الرياضي في تنمية الإبداع لدى طلاب كلية التربية بجامعة صنعاء (أطروحة دكتوراه)*، جامعة أسيوط، مصر.
- الحداد، فوزي عبد الله خالد (2021)، *تقويم محتوى مقرر أساسيات البحث العلمي للطلاب المعلمين بكلية التربية جامعة صنعاء*، مجلة *جامعة اليمن*، 6، 8-48.
- الرياشي، حمزة عبد الحكم، والباز، عادل إبراهيم (2001)، *برنامج مقترح في التقدير التقريبي والحساب الذهني لنواتج العمليات الحسابية وتأثيره على تنمية الحس العددي والتفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*، مجلة *تربويات الرياضيات*، 3، 65-207.

- ريان، فكرى حسن على، كاظم، معصومة محمد، الديق، فتحى عبد المقصود، وأبو علام، رجاء محمود (1994)، تقويم نماذج أسئلة المواد الدراسية بالتعليم الثانوي العام 1990/1991، إشراف ومراجعة فؤاد ابو حطب وامينة كاظم، دراسة مقدمة إلى قسم بحوث الامتحانات، المركز القومي للاختبارات والتقويم التربوي، جمهورية مصر العربية.
- السبيعي، خالد بن صالح المرزم (2009)، اتجاهات أعضاء هيئة التدريس نحو ممارسة أساليب التدريس الفعالة ومتطلبات استخدامها في جامعات دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي، مجلة رسالة الخليج العربي، 30(113)، 13-73.
- سعادة، جودت أحمد (2006)، تدريس مهارات التفكير، عمان، الأردن: دار الشروق للنشر.
- سعيد، ردمان محمد، عبد الحميد، عبدالناصر محمد، والشلهوب، سحر بنت عبدالعزيز (2011)، مصفوفة المدى والتتابع لمادة الرياضيات للمصفوف (1-8) وفق سلسلة ماجروهل "McGraw-Hill" في المملكة العربية السعودية: دراسة تحليلية، المؤتمر العلمي الحادي عشر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشكلات وحلول ورؤى مستقبلية، 19-20 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس، مصر.
- السعيد، رضا مسعد، وعبد الحميد، ناصر السيد (2010)، توكيد الجودة في مناهج التعليم، الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.
- سليم، أبو هاشم عبد العزيز (2005)، فعالية وحدة قائمة على التكامل بين تاريخ الرياضيات وطرق تدريس الرياضيات في ضوء المدخل المنطقي على تنمية التحصيل الأكاديمي والأداء التدريسي لدى طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية شعبه ابتدائي رياضيات، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- سيد، أحمد محمد (2005)، مهارات البرهان الرياضي لدى الطلاب المعلمين بشعب الرياضيات في كليات التربية: دراسة تشخيصية، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- السيد، رضا أبو علوان، ورفعت، إبراهيم (2007)، استخدام استراتيجيات العصف الذهني لتنمية مهارات تكوين المشكلات والابتكار في الرياضيات لدى طلاب الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، مجلة تربويات الرياضيات، 10، 72-116.
- سيف، خيرية رمضان (2005)، فعالية الألفاظ الرياضية في تنمية التفكير الابتكاري والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات المرحلة المتوسطة بدولة الكويت، مجلة دراسات الخليج والجزيرة العربية، 117(51-83).
- صالح، ماهر محمد (2008)، أثر استراتيجية مقترحة للبحث عن نمط للحل في تنمية مهارات البرهان الهندسي وخفض القلق منه لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، مجلة تربويات الرياضيات، 11، 141-168.
- طعيمة، رشدي أحمد عبد الله (2004)، تحليل المحتوى في العلوم الإنسانية، القاهرة: دار الفكر العربي.
- عبد الحكيم، شيرين صلاح (2005)، فعالية استخدام نموذج ويتلى للتعليم البنائي في تنمية التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي في مادة الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، 8، 127-178.
- عبدالغفار، هشام عبد العزيز (2005)، فعالية برنامج مقترح قائم على نموذج الثالث الاثرى على تنمية الإبداع الرياضي لدى الطلاب الفائزين بالمرحلة الثانوية (أطروحة دكتوراه)، جامعة المنوفية، مصر.
- عبيد، وليم (2009)، استراتيجيات التعليم والتعلم في سياق ثقافة الجودة، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

- عبيد، وليم، المفتي، محمد، وإيليا، سمير (2000)، *تربويات الرياضيات، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية*.
عبيد، ناصر السيد عبد الحميد (2011)، *استخدام أستوديو التفكير في تدريس الرياضيات لتنمية عادات العقل المنتج ومستويات التفكير التأملي لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، (173)، 101-147.*
- غثيم، أحمد صالح (2012)، *تحليل كتب الرياضيات للصفوف من الخامس إلى الثامن من التعليم الأساسي في اليمن وفقا لمعايير الاختبار الدولي (TIMSS, 2007) (رسالة ماجستير غير منشورة)، جامعة صنعاء، اليمن.*
- فخرو، عائشة أحمد سلطان، المالكي، بدرية سعيد، والأكرف، مباركة صالح (2013)، *برنامج تدريبي مقترح لتنمية مهارات إعداد أدوات تقييم مخرجات التعلم في ضوء المعايير المهنية للمعلمين بدولة قطر، المجلة التربوية، 27(106)، 123-182.*
- قطامي، يوسف، أبو جابر، ماجد، وقطامي، نايفة (2002)، *تصميم التدريس (ط2)، عمان، الأردن: دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.*
- متولي، علاء الدين سعد (2006)، *فعالية استخدام مداخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب معلمي الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، 9، 169-250.*
- متولي، علاء الدين سعد، الطحاوي، خلف حسن، وقسطانيان، جورج أنترانك (2007)، *فعالية تصميم نظام برنامجي تدريبي باستخدام الحاسوب للتمكن من الأهداف السلوكية لدى طلاب كليات التربية شعبتي اللغة العربية والرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، 10، 191-222.*
- محمد، حفني إسماعيل (2000)، *فعالية إكساب الطلاب المعلمين الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية في تنمية التفكير الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لديهم، مجلة تربويات الرياضيات، 3، 129-163.*
- محمد، حفني إسماعيل (2005)، *تعليم وتعلم الرياضيات بأساليب غير تقليدية، الرياض: مكتبة الرشد.*
- محمد، صلاح عبد الحفيظ (2003)، *القدرة على التفكير المنطقي القائم على قواعد المنطق الرياضي وعلاقتها بالبرهان وحل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية: دراسة تحليلية، مجلة تربويات الرياضيات، 6، 15-52.*
- محمود، نصر الله محمد (2005)، *(بما أن) تكوين معلم الرياضيات (إذن) والوصول إلى الجودة، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.*
- المطلس، عبده محمد (1997)، *تحليل المناهج، صنعاء: دار المنار.*
- معتوق، فتحية (2013)، *مدى استخدام مهارات التدريس الإبداعي خلال تدريس المقررات في كليات البنات في جامعة أم القرى من وجهة نظر عضوات هيئة التدريس والطالبات الملمات، مجلة رسالة الخليج العربي، 34(127)، 79-121.*
- المنصوري، عارف محمد (2020)، *تقويم أسئلة الامتحانات النهائية لقسم الجغرافيا بكلية التربية جامعة عمران وفق تصنيف مارزانو وكيندال للأهداف التعليمية، مجلة جامعة الناصر، 1(16)، 257-292.*
- المنوفي، سعيد جابر (2002)، *برنامج مقترح لتنمية الإبداع الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي، المؤتمر العلمي السنوي الثاني للجمعية حول البحث في تربويات الرياضيات، 4-5 أغسطس، جامعة عين شمس، القاهرة.*
- موزلي، دافيد (2008)، *أطر التفكير ونظرياته، ترجمة جابر عبد الحميد جابر، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.*

ميخائيل، ناجي ديسقورس (2011)، *عادات العقل المنتجة مدخلا لتطوير مناهج تعليم الرياضيات*، المؤتمر العلمي الحادي عشر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشكلات وحلول ورؤى مستقبلية، 19-20 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس، مصر.

مينا، فايز مراد (2006)، *قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات*، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
واعر، نجوى أحمد عبد الله (2005)، *فعالية برنامج تدريبي للحل الإبداعي للمشكلات وأثره على تنمية أسلوب التفكير الإبداعي لدى طلاب كلية التربية (أطروحة دكتوراه)*، جامعة أسيوط، مصر.
والر، بروس إن (2008)، *التفكير الناقد*، ترجمة ليس فؤاد الحبي، عمان، الأردن: الأهلية للنشر والتوزيع.

Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: can the genesis of mathematical knowledge teach us anything?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(4), 479-488.

Glas, E. (2002). Klein's model of mathematical creativity. *Science & Education*, 17(1), 95-104.

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 53-60.

Lee, W. (2000). *The relationship between students' proof-writing ability and Van Hiele levels of geometric thought in a college geometry course* (Doctoral dissertation). University of Northern Colorado, Greeley, Colorado

Lin, F. L. (2005). *Modeling students' learning on mathematical proof and refutation*. In Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 3-18), 10-15 July, Melbourne, Australia.

Ross, J. A., Hogaboam-Gray, A., McDougall, D., & Bruce, C. (2002). The contribution of technology to the implementation of mathematics education reform: Case studies of Grade 1-3 teaching. *Journal of Educational Computing Research*, 26(1), 87-104.

Stenger, C. L. (2000). *Characterization of university students' mathematical thinking* (Doctoral dissertation). University of Missouri, Kansas.

Stylianides, A. J., Stylianides, G. J., & Philippou, G. N. (2005). Prospective teachers' understanding of proof: What if the truth set of an open sentence is broader than that covered by the proof?. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 241-248.

Arabic References:

Abdalghfar, Hisham Abdulaziz (2005). *Faealiat barnamaj muqtarah qayim alaa namudhaj althaaluth alaitiriaa alaa tanmiat al'iibdae alriyadii ladaa altullab alfayiqin bialmarhalat alththanawia* (Otarawhat dukturaha), Jamieat Almunawfiati, Misr.

- Abdulhakim, Shyryn Salah (2005). Faealiat aistikhdam namudhaj wayatlaa liltaelum albinayiyi fi tanmiat altahsil waltafkir alriyadii ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii fi madat alriyadiaati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 8, 127-178.
- Abu Jadu, Salih Muhamad (2004). *Tatbiqat amaliat fi tanmiat altafkir all'iibdaei biastikhdam nazariat alhali alaibtikarii lilmushkilati*, Al'urdun, Oman: Dar Alshuruq Lilnashr Waltawzie.
- Abu Omirat, Mahabat (2002). *All'iibdae fi talim alriyadiaati*, Alqahrt: Maktabat Aldaar Alarabiat Lilkitab.
- Abu Stta, Firyal Abdu (2011). 'Athar barnamaj muqtarah litanmiat aldhaakirat albasriat fi alriyadiaat alaa maharat hal almushkilat alhandasiat wataqdir aldhat lada dhawyi sueubat altalum min tullab almarhalat all'iiedadiati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 14, 6-38.
- Al'aesiru, Safa' (2007). *All'iibdae fi hali almushkilat* (t2), Alriyad: Dar Alzhra'.
- Albana, Makat Abdilmuneim (2007). *Faaliat wahdat muqtarahat fi alhindasat alkasuriat litalab kuliyat altarbiat wa'athariha alaa altafkir all'iibdaei walaitijah nahw alriyadiaati*, Almutamar Aleilmii Alssabie hawl Alriyadiaat Liljumiei, 17-18 Yuliu, Dar Aldiafat, Jamieat Ayan Shams.
- Albana, Makat Abdilmuneim (2011). Barnamaj qayim alaa alkhebrat alalamiat wa'atharih alaa altahsil walaitijah nahw alriyadiaat ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii, *Majalat Tarbuiaat Alrayadyat*, 14, 120-164.
- Albaqir, Nasrat Rida (1996). Taqwim aimtihanat alththanawiat alamat fi alriyadiaat bidawlat Qatar, *Hawliat Kuliyat Altarbiat*, 14(14), 21-59
- Alhadad, Fawzi Abdallah Khalid (2009). *Faeiliat barnamaj muqtarah fi altafadul waltakamul qayim alaa 'asalib altafkir alriyadii fi tanmiat all'iibdae ladaa tullab Kuliyat Altarbiat bi Jamieat Sana'a* (Otrawhat dukturaha), Jamieat 'Asyut, Misr.
- Alhadad, Fawzi Abdallah Khalid (2021). Taqwim muhtawa muqarar 'asasiaat albahth aleilmii litalab almuealimin bi Kuliyat Altarbiat Jamieat Sana'a, *Majalat Jamieat Alyaman*, 6, 8-48.
- Aljundi, Hasan Awad Hasan (2011). Altamthilat alriyadiaat: Madkhal litanmiat alqudrat alriyadiat fi riadiaat almarhalat alaibtidayiyati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 14, 6-66.
- Almansuri, Arif Muhamad (2020). Taqwim 'asyilat alaimtihanat alnihayiyat laqasam aljughrafia bi Kuliyat Altarbiat Jamieat Amran wifq tasnif marzanu wakayndal lil'ahdaf altaelimiati, *Majalat Jamieat Alnaasir*, 1(16), 257-292.
- Almanufi, Saeid Jabir (2002). *Barnamaj muqtarah litanmiat all'iibdae alriyadii ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii*, Almutamar Aleilmii Alsanawii Alththani Liljameiat hawl Albahth fi Tarbuiaat Alriyadiaati, 4-5 Ughstus, Jamieat Ayan Shams, Alqahirat.

- Almatlis, Abduh Muhamad (1997). *Tahlil almanahij*, Sana'a: Dar Almanar.
- Alriyashi, Hamza Abdalhukam, wa Albazi, Adil 'Ibrahim (2001). Barnamaj muqtarah fi altaqdir altaqribii walhisab aldhihni linuatij alamaliat alhisabiat watathirah alaa tanmiat alhas aladadii waltafki alriyadii ladaa talamidh almarhalat alaibtidayiyati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 3, 65-207.
- Alsabiei, Khalid bin Salih Almurzim (2009). Aitijahat 'Aeda' hayyat altadris nahw mumarasat 'asalib altadris alfaeealat wamutatalabat aistikhdamuha fi jamieat dual Majlis Altaeawun Lidual Alkhalij Alarabii, *Majalat Risalat Alkhalij Alarabii*, 30(113), 13-73.
- Alsayd, Rida 'Abu Alwan, Warifeat, 'Ibrahim (2007). Istikhdam 'iistratijiit aleasf aldhihni litanmiat maharat takwin almushkilat walaibtikar fi alriyadiaat ladaa tullab alhalqat alththaniat min altaelim al'asasii, *Majalat Turbuiaat Alrayadayaat*, 10, 72-116.
- Alsieayd, Rida Museid, wa Abdulhmid, Nasir Alsud (2010). *Tawkid aljawdat fi manahij altalim*, Al'iiskandariati: Dar Altaelim Aljamiei.
- Bal, Faridrik. h. (1987). *Turuq tadrīs alriyadiaat* (t2), Tarjamat Muhammad 'Amin Almufti, wa Mamduh Muhammad Sulayman, Muraja'atan Wilyam Tawdrws Ubayd, Alqahrt: Aldaar Alarabiat Lilnashr Waltawzie.
- Bawlya, Jurj (1968). *Albahth an alhali*, Tarjamat 'Ahmad Salim Saeidan, Biurut: Maktabat Alhayat.
- Biawmi, Samia Hasanayn Abdulrahman (2005). *Taqwim muqararat alriyadiaat bialmarhalat alththaniat fi daw' 'ihtiyajat almawadi alamaliat bialthaanuiat alamat walkaliyaat aleilmiaati*, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat Waltarbawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadris, Kuliyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Bun, 'Iidward Di (2007). *Kayf yaemal alaaq? 'ibdaeyaan – mntqyaan – ryadyaan*, Tarjamat Majdi Abdulkarim Habib, Alqahrt: Dar Alfikr Alarabi.
- Fakharu, Ayisha 'Ahmad Sultan, Almalki, Badaria Saiyd, wa Al'akrafi, Mubarak Salih (2013). Barnamaj tadrībiin muqtarah litanmiat maharat 'iiedad 'adwat taqyim mukharajat altaelum fi daw' almaeayir almihniat lilmuelimin bidawlat Qatar, *Almajalat Altarbiwiat*, 27(106), 123-182.
- Ghuthim, 'Ahmad Salih (2012). *Tahlil kutib alriyadiaat lilsufuf min alkhamis 'iilaa alththamin min altaelim al'asasii fi alyaman wfqa limaeyir alaikhtibar alduwalii (TIMSS, 2007)* (Resalat majstayr ghyr minshurata), Jamieat Sana'a, Alyamn.
- 'Ibrahim, Majdi Aziz (2007). *Manzumat altarbiat fi alwatan alarabii: Alwaqie alhali walmustaqbal almamuli*, Alqahirat, Misr: Alam Alkutbi.
- 'Ibrahim, Majdi Aziz (2009). *Altafki alriyadia wahala almushkilati*, Alqahrt, Misr: Alam Alkutb.

- Jarwan, Fathi Abdulrihman (1999). *Taelim altfkry: Mafahim watatbiqati*, Al'iimarat Alarabiat Almutahadati, Aley: Dar Alkitab Aljamiei.
- Mahmud, Nasr Allah Muhamad (2005). *(Bma 'an) takwin muealam alriyadiaat ('iidhin) walwusul 'iilaa aljawdati*, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat waltarbawiat wataelim alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Matuq, Fatahia (2013). Madaa istikhdam maharat altadris al'iibdaei khilal tadrir almuqararat fi kaliat albanat fi Jamieat Um Alquraa min wajhah nazar udawat hayyat altadris waltaalibat almuealamati, *Majalat Risalat Alkhalij Alarabyi*, 34(127), 79-121.
- Mikhayil, Naji Disqws (2011). *Aadat aleaql almuntijat mdkhlaan litatwir manahij talim alriyadiaat*, Almutamar Aleilmii Alhadii Ashr hawl Waqie Taelim Watalum Alriyadiaata: Mushkilat Wahulul Warawaa Mustaqbilit, 19-20 Yuliu, Dar Aldiyafat, Jamieat Ayan Shams, Misr.
- Mina, Fayiz Murad (2006). *Qadaya fi talim watalum alriyadiaati*, Alqahirt: Maktabat Al'anjilu Almisriat.
- Muhamad, Salah Abdulhafiz (2003). Alqudrat alaa altafkir almuntiqii alqayim alaa qawaeid almantiq alriyadii waealaqatiha bialburhan wahali almushkilat alriyadiat ladaa talamidh almarhalat al'iiedadiati: Dirasat tahliliatin, *Majalat Tarbuiaat Alrayadiaat*, 6, 15-52.
- Muhamad, Hafni 'lismaeil (2000). Faealiat 'iiksab altullab almuealimin al'usus almintaqiat lilburhan alriyadii wa'asalib albirhinat lilmushkilat alhandasiat fi tanmiat altafkir al'iibdaei wamaharat tadrir alhandasa 'ibdaeyaan ladayhim, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 3, 129-163.
- Muhamad, hafni 'lismaeil (2005). Taelim wataelam alriyadiaat bi'asalib ghyr taqlidiati, Alriyad: Maktabat Alrushd.
- Mutawli, Ala' Aldiyn Saed (2006). Faealiat istikhdam mudakhil albirhinat ghyr almubashirat fi tanmiat maharat alburhan alriyadii waikhtizal qalaq alburhan watahsin maharat altawasul alriyadii ladaa altullab muelimi alriyadiaati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 9, 169-250.
- Mutuali, Ala' Aldiyn Saed, Altahawi, Khalaf Hasan, wa Qustanian, Jurj 'Untranik (2007). Faealiat tasmim nizam burnamajiiin tadrir biin biastikhdam alhasub liltamakun min al'ahdaf alsilukiati ladaa tullab kuliyaat altarbiati shubatay allughat alarabiat walriyadiaati, *Majalat Turbuiaat Alrayadayaat*, 10, 191-222.
- Muzli, David (2008). *'Otur altafkir wanazrayaatih*, Tarjamat Jabir Abdulhamid Jabir, Oman, Al'urdun: Dar Almasirat Lilnashr Waltawzie.
- Qitami, Yusif, 'Abu Jabir, Majid, wa Qitami, Nayiqa (2002). *Tasmim altadris (t2)*, Oman, Al'urdun: Dar Alfikr Liltabaeat Walnashr Waltawzie.

- Rayaan, Fekri Hasan Ali, Kazim, Ma'sumat Muhamad, Aldiyb, Fatahi Abdulmaqsud, wa 'Abu Alam, Raja' Mahmud (1994). *Taqwim namadhij 'asyilat almawadi aldirasiat bialtaelim althaanawii alam 1990/1991*, 'Ishraf wamurajaeat Fuad 'Abu Hatb wa Amina Kazim, Dirasat muqadimat 'ilaa Qism Bihawth Alaimtihanati, Almarkaz Alqawmii Lilaimtihanat Waltaqwim Altarbuii, Jumhuriat Misr Alarabiati.
- Saeadat, Jawadat 'Ahmad (2006). *Tadris maharat altafkiri*, Oman, Al'urdun: Dar Alshuruq Lilnashr.
- Saeid, Radman Muhamad, Abdulhmid, Abdulnasir Muhmed, wa Alshalhub, Sahar bint Abduleziz (2011). *Masfufat almadaa waltatabue limadat alriyadiaat lilsufuf (1-8) wfq silsilat majruhl "McGraw-Hill" fi Almamlakat Alarabiat Alsaediati: Dirasa tahlilia*, Almutamar Aleilmii Alhadii Ashr hawl Waqie Talim Wataelum Alriyadiaata: Mushkilat Wahulul Warawaa Mustaqbiliat, 19-20 Yuliu, Dar Aldiyafat, Jamieat Ayan Shams, Misr.
- Saif, Khayria Ramadan (2005). Faealiat al'alghaz alriyadiat fi tanmiat altafkir alaitikarii walaitijah nahw alriyadiaat ladaa talibat almarhalat almutawasitat bidawlat Alkuayt, *Majalat Dirasat Alkhalij Waljazirat Alarabiat*, (117), 51-83.
- Salih, Mahir Muhamad (2008). 'Athar 'iistratijiatan muqtarahatan lillbahth an namat lilhali fi tanmiat maharat alburhan alhandasii wakhafd alqalaq minh ladaa talamidh alsafi alththani al'iiedadii, *Majalat Turbuiaat Alrayadayat*, 11, 141-168.
- Salim, 'Abu Hashim Abdulaziz (2005). *Faealiat wahdatan qayimatan alaa altakamul bayn tarikh alriyadiaat waturuq tadris alriyadiaat fi daw' almadkhal almumzumii alaa tanmiat altahsil al'akadimii wal'ada' altadrisii ladaa tullab alferqat alththalithat bi Kuliyyat Altarbiat shuebat aibtidayiy riadiat*, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alealamiat Waltarbwawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyyat Altarbiat, Jamieat Binha, Misr.
- Sayd, 'Ahmad Muhamad (2005). *Maharat alburhan alriyadii ladaa altullab almuealimin bishieb alriyadiaat fi kulyat altarbiati: Dirasat tashkhasiati*, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat Waltarbwawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Taeimat, Rushdi 'Ahmad Abdullah (2004). *Tahlil almuhtawaa fi alulum al'iinsaniat*, Alqahrt: Dar Alfikr Alarabii.
- Ubayd, Walima, Almafti, Muhamad, wa Eylya, Samir (2000). *Tarbawiaat alriyadiaati*, Alqahira: Maktabat Al'anjilu Almisriat.
- Ubayd, Wilyam (2009). *Istiratijiata altaelim waltaelim fi siaq thaqafat aljawdati*, Oman, Al'urdun: Dar Almasirat Lilnashr Waltawzie.

- Ubayda, Nasir Alsyd Abdulhmid (2011). Istikhdam 'astudiu altafkir fi tadrīs alriyadiaat litanmiat eadaat aleaql almuntaj wamustawayat altafkir altaamalii ladaa talamidh alsafi al'awal all'iedadii, *Majalat Dirasat fi Almanahij Waturuq Altadrisi*, (173), 101-147.
- Waer, Najwaa 'Ahmad Abdullah (2005). *Faealiat barnamaj tadribiin lilhali all'iibdaei lilmushkilat wa'atharih alaa tanmiat 'uslub altafkir all'iibdaei ladaa tullab Kuliyat Altarbia* (Otarawhat dukturaha), Jamieat 'Asyut, Misr.
- Walri, Brus 'lin (2008). *Altafkir alnaaqida*, Tarjamatan Limays Fuad Alhays, Oman, Al'ardun: Al'ahliat Lilnashr Waltawzie.