International Journal for Research in Education

Volume 46
Issue 5 *Vol.(46), issue(5), October 2022*

Article 8

2022

The Extent to which Geometry Content in Palestinian Mathematics Textbooks and British Cambridge Textbooks Satisfy Multiple Representations as Suggested the Lesh Mode: An Analytic Study

Ansam Abbad
Birzeit University, ansooma34@gmail.com

Refa' Al-Ramahi Ph.D.
Birzeit University, ralramahi@birzeit.edu

Follow this and additional works at: https://scholarworks.uaeu.ac.ae/ijre

Part of the Educational Methods Commons, and the Science and Mathematics Education Commons

Recommended Citation

Abbad, A., & Alramahi, R. (2022). The extent to which geometry content in Palestinian mathematics textbooks and British Cambridge textbooks satisfy multiple representations as suggested the Lesh mode. International Journal for Research in Education, 46(5), 247-275. https://doi.org/10.36771/ijre.46.5.22-pp247-275

This Article is brought to you for free and open access by Scholarworks@UAEU. It has been accepted for inclusion in International Journal for Research in Education by an authorized editor of Scholarworks@UAEU. For more information, please contact j.education@uaeu.ac.ae.

UAEU كلية التربية College of Education
جامعة الإمارات العربية المتحدة United Arab Emirates University
IJRE

المجلة الدولية للأبحاث التربوية
International Journal for Research in Education

Vol. (46) , issue (5) Oct 2022 - المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

Manuscript No.: 1831

The Extent to which Geometry Content in Palestinian Mathematics Textbooks and British Cambridge Textbooks Satisfy Multiple Representations as Suggested the Lesh Mode: An Analytic Study

مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية المتعددة في ضوء نموذج ليش (Lesh)- دراسة تحليلية

Received الاستلام	Mar 2021 مارس 2021	Accepted القبول	Aug 2021 أغسطس 2021	Published النشر	Oct 2022 أكتوبر 2022

DOI : http://doi.org/10.36771/ijre.46.5.22-pp247-275

Ansam Abbad, Eng.
Birzeit University, Palestine
Ansooma34@gmail.com

م./ أنسام عبّاد
جامعة بيرزيت- فلسطين

Refa' Al-Ramahi, Ph.D.
Birzeit University, Palestine

د./ رفاء الرمحي
جامعة بيرزيت- فلسطين

حقوق النشر محفوظة للمجلة الدولية للأبحاث التربوية
ISSN : 2519-6146 (Print) - ISSN : 2519-6154 (Online)

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

The Extent to which Geometry Content in Palestinian Mathematics Textbooks and British Cambridge Textbooks Satisfy Multiple Representations in the light of the Lesh Mode: An Analytic Study

Abstract

This study aimed at comparing the extent to which the geometry content of both the Palestinian Mathematics Textbooks and the British Cambridge textbooks for grades (6-8) satisfy the standards the Lesh Model of Multiple Representations. The study used the qualitative analysis approach. It employed two standard analysis instruments based on Lesh Model of representations. Each consisted of two tools; one was used to assess the part dealing with content presentation, whereas the second was used to assess the part dealing with applications. The reliability and validity of both instruments were established. The results showed that Palestinian books and British Cambridge books were not in line with the Lesh model, because their content focused on specific representations only. On the other hand, there were stronger verbal and symbolic representations, images and figures, weaker real-life representations, inefficient 3-D modeling, and weak to non-existent translation between many forms of multiple representations

Keywords: Lesh Model of Multiple Representations, mathematical representations, math textbooks, Cambridge books, Palestine

مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية المتعددة في ضوء نموذج ليش (Lesh)- دراسة تحليلية

مستخلص البحث

هدفت الدّراسة إلى مقارنة مدى تضمين المحتوى الهندسي في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرّياضية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها للمرحلة (6-8). باستخدام منهجية تحليل المحتوى النوعي، واعتماد أداة تحليل مشتقة من نموذج ليش(Lesh) ، تكوّنت من بطاقتين، إحداهما لتحليل فقرات تقديم المحتوى والثانية لفقرات تطبيقه. وبعد التحقق من صدقهما وثباتهما، تم رصد النتائج. والتي أظهرت عدم انسجام كل من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية مع ما اقترحه نموذج ليش (Lesh)، حيث ركز محتواهما على تمثيلات ومراوحات دون الأُخرى، فظهر ارتفاع في التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال، وضعف في تمثيلات المواقف الحياتية، وضعف شديد في تمثيلات النماذج والمجسمات. وضعف وانعدام في العديد من المراوحات بين التمثيلات. كما وخلصت إلى أنّ محتوى التطبيق في الكتب الفلسطينية قد جاء أضعف من محتوى التقديم بشكل عام. وأوصت القائمين على وضع المناهج الفلسطينية بإعادة النظر في التمثيلات المتضمنة في المحتوى الهندسي في ضوء هذه النتائج.

الكلمات المفتاحية: التمثيلات الرياضية المتعددة، نموذج ليش (Lesh)، كتب الرياضيات، كتب الرياضيات الفلسطينية، كتب كامبردج البريطانية .

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

مقدمة البحث

تعد المناهج التّعليمية حجر الأساس لإعداد الأجيال القادمة وتأهيلها لتكون قادرة على العمل المنتج للنهوض بالوطن في شتى المجالات، ومع تسارع وتيرة التّطور العلمي والتّكنولوجي، صار لزاماً على جميع الأُمم إعادة النّظر في مناهجها التّعليمية بصورة مستمرة لمواكبة ركب الحضارة، وحيث تعرّف المناهج بأنّها جميع الخبرات التّعليمية التي تتضمنها الكتب والنّشاطات الصّفية واللاصفية والتي يتم تعلّمها داخل المدرسة وخارجها، أصبح من المهم الاعتناء بالكتب المدرسية عند كل عملية تطوير (الشريف، 2013).

وقد أظهر العديد من الدّراسات أنّ كتب الرّياضيات المدرسية تلعب دورًا رئيساً في عملية تعلّم الطّلاب والمعلّمين على حدٍ سواء.(Reyhani & Izadi, 2018) وقد انطلقت توصيات عالمية تؤكد الحاجة إلى تحليل محتواها وتطويره، وذلك لما تتميز به من تأثير فعّال على مجريات ما يتم تدريسه في غرفة الصّف، إضافة لدورها في إعداد طلبة يتمتعون بمهارات تعدهم للحياة في القرن 21 (الخالدي وكشك، 2020).

وتعتبر التّمثيلات الرّياضية من بين معايير (NCTM) للعمليات، وقد أظهر العديد من الأدبيات في المجال التربوي دورها في التّحصيل (Hatice & Aydın, 2020)، وأشار جويدنج وشتننجولد (Goldin & Steingold, 2001) أنّها تسهم في رفع تحصيل الطّلبة وتشكيل مخططات معرفية مترابطة لديهم، وتعزيز فهمهم للمفاهيم والإجراءات الرّياضية وحل المشكلات، وفي تنظيم تفكيرهم وتمكينهم من تجسيد العلاقات المتضمنة في المواقف الرّياضية. ويعد نموذج ليش (Lesh) من أبرز النماذج التي تدعو لاستخدام التمثيلات المتعددة والانتقال بينها في تعليم الرّياضيات، وقد كشفت نتائج الرواجبة والعبيدي (2011) وعويضة (2020) أنّ تطبيقه يكسب الطّلبة مهارات رياضية متعددة، ويرفع مستوى تحصيلهم.

فلسطينياً أشارت العديد من الدّراسات إلى انخفاض مستوى أداء الطّلبة في الرّياضيات (الحمامي، 2015)، كما وأشارت دراسة الرّمحي والشّويخ ومسعد (2016) إلى أنّ فلسطين تعاني من مستوى متدنٍ للطلبة في موضوعات الهندسة بشكل خاص، وضعفٍ كبيرٍ في موضوع التفكير الهندسي. ويعزو بعض الباحثين هذا الضّعف إلى الكتب المدرسية (الشريف، 2013). ويعزوه آخرون إلى ضعف استخدام التّمثيلات الرّياضية المتعددة في التّعليم (الروايجة والعبيدي، 2011).

ومع تزايد الاهتمام بتحصيل الطلبة، وظهور المقارنات والاختبارات العالمية التي تصنف الدول في مجال تعليم الرّياضيات والعلوم، عملت الدول المتأخرة فى الترتيب العالمي على إعادة النظر فى مناهجها التعليمية، وكتبها المدرسية، وأساليبها التعليمية، فشهد العالم انتشاراً واسعاً لنهج الدراسات المقارنة، سعياً لدراسة المناهج العالمية في ضوء تجارب الدّول ذات المستوى الرائد

والتحصيل المرتفع، وإدارتها وتحليلها وتحديد طبيعتها وأساليب تقديمها للموضوعات ومحتواها إيجابياتها وسلبياتها وغير ذلك الكثير، وذلك بهدف تحديد أوجه الاستفادة منها في تطوير المناهج التعليمية القومية (الخيال، 2019).

وتعتبر بريطانيا دولة متقدمة في مجالات مختلفة، ومتفوقة في الاختبارات والتقييمات الدولية، حيث أشار تقرير (IET) وهي الرابطة الدولية لتقييم التّعليم والإنجاز (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) إلى تقدمها الملحوظ وارتفاع في مستوى أدائها في الرّياضيات من عام 1995 وحتى العام (2011) في اختبارات TIMSS (Mullis et al., 2012). وقد أكدت نتائج دورة TIMSS للعام (2019) والتي نشرت مؤخراً ذلك، حيث واصلت تقدمها لتحصل على المرتبة الثامنة عالمياً في تحصيل الرّياضيات لفئة المرحلة (4) من بين (64) دولة مشاركة (TIMSS, 2019). في حين كانت نتائج فلسطين متدنية جداً في آخر مشاركة لها، وأظهرت تدني مستوى طلبة فلسطين بشكل عام وبالهندسة والعمليات الرّياضية بشكل خاص (TIMSS, 2007).

وتعتبر المرحلة الدّراسية من الصّف السّادس حتى الثامن هي مرحلة توسع وتمايز للمنهج الرياضي، وهي أساس للعديد من المواضيع الرّياضية المهمة، والتي تطرح في الصّفوف اللاحقة، وكونها مرحلة انتقالية من الحساب والعمليات الأساسية إلى الجبر والرموز، ومن الهندسة والقياس في بعدين إلى التعامل مع المجسمات والأبعاد الثلاثية، ومع ظهور حاجة أكبر للربط والبرهان والتّمثيل وحل المشكلات وغيرها في محتواها؛ فهنالك حاجة إلى تقصي وحدة البناء الرياضي والتطبيقات الرّياضية فيها (أبو سكران، 2019).

وتأسيساً على ما سبق فقد تحددت مشكلة الدّراسة باستقصاء مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية والوقوف على أوجه التشابه والاختلاف بينهما، وذلك في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها، وللمرحلة الأساسية من (6- 8).

وتوضيحاً لمدلول المصطلحات الواردة في الدراسة، تم تعريفها كالتالي:

كتب الرّياضيات الفلسطينية وتعرّف بأنها كتب الرّياضيات الصّادرة عن وزارة التّربية والتّعليم الفلسطينية، والتي أُقرّت للطلبة من الصف الأول وحتى الصف الثاني عشر في العام 2016. وتعرّف إجرائياً بأنها كتب الرّياضيات الرسمية بجزأيها الأول والثاني وبطبعتها الثانية 2019/ 2020، والمعتمدة في المدارس الحكومية الفلسطينية، والمدارس التابعة لوكالة الغوث، وعدد من المدارس الخاصة.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

كتب كامبردج البريطانية وتعّرف بأنها الكتب الصادرة عن مطبعة جامعة أكسفورد (UNIVERSITY PRESS OXFORD)، وهي قسم من الجامعة يعزّز هدف التميّز في البحث والتّعليم من خلال النشر في جميع أنحاء العالم، ومنها كتب الرّياضيات الصادرة لثانوية كامبردج (oxford excellence for Cambridge secondary 1)، والتي نشرت لأول مرة عام (2014)، وإجرائياً اعتمدت الدراسة على المحتوى الهندسي المتضمن في كتب كامبردج التالية:

- Mathematics stage 7 for Cambridge Secondary 1 Essential
- Mathematics stage 8 for Cambridge Secondary 1 Essential
- Mathematics stage 9 for Cambridge Secondary Essential

التّمثيلات الرّياضية وتعرّف اصطلاحاً بأنها استخدام شيء للتعبير عن شئ آخر، فهي أفكار في عقل المتعلم، يقوم بإبلاغها من خلال التّمثيلات المكتوبة، أو المصورة، أو من خلال الجداول، أو بصورة شفهية (Kastberg, 2002). وتعّرف إجرائياً بأنها جميع ما يستخدم لتقديم عناصر المحتوى الرياضي وتطبيقها، من الصّور والأشكال والرسوم، والتعبيرات اللفظية والرموز المكتوبة والمخططات والجداول، والمحسوسات واليدويات من نماذج ومجسمات. أمّا التمثيلات الرّياضية المتعددة فهي "تجسيدات رياضية للمفاهيم والأفكار الرياضية، لتعطي نفس المعلومات بأكثر من شكل" (Asli, 2001). وقد تم اعتماده كتعريف إجرائي.

نموذج ليش (Lesh) هو النّموذج الذي وضعه ليش وبوست وبيهر (Lesh et al., 1987) للتمثيلات الرياضية الخارجية، والتي تساهم بدورها في تشكيل البنى المعرفية الداخلية حول المفاهيم الرياضية لدى المتعلم، وتنقسم الى خمس تمثيلات، وهي: التمثيل اللفظي، والرموز المكتوبة، والصور والأشكال، والنماذج أو المجسمات، والمواقف الحياتية. ويستند النموذج إلى الانتقال من كل تمثيل إلى آخر. ويعرّف إجرائياً بأنه تمثيل المفاهيم والأفكار الرياضية من خلال استخدام خمسة أشكال مختلفة للتمثيل الرياضي والمراوحة فيما بينها، ويقصد بالمراوحة بأنها الانتقال من تمثيل إلى آخر من بين التمثيلات المتنوعة، كالانتقال من التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالأشكال لنفس النشاط أو المفهوم الرياضي.

التمثيلات الرياضية هي عرض للعلاقات الرّياضية بالصّورة أو الرّسم أو الرّمز، بحيث تشمل تمثيلات الصّورة كل ما هو رسم لمجسمات أو رسوم تخطيطية، وتشمل التّمثيلات البيانية الخطوط، أو الأشعة، أو الأعمدة، أو الدّوائر والأشكال البيانية عامة، ويشمل التّمثيل الرمزي جميع الجداول وكل ما هو تعبير عن المتغيرات بصيغ عامة أو اقترانات أو تمثيلات واقعية (عبيد ،1998). ويرى بيب وكشوزنوف (Pape & Tchosnov, 2001) بأنّ التّمثيل هو تجريد داخلي للفكر

الرياضي، يعمل كمخطط لما طوره الطّالب من خلال الخبرة، وبالتالي فالتّمثيلات سواء كانت رمزية، أو عددية، أو رسومات بيانية، أو جبرية؛ فإنّها تعمل كقوائم لتوضيح التفاعل بين التّمثيل الخارجي والصّور الذهنية، ويتم من خلالها تعلّم المفاهيم والبناء التدريجي للصور الذهنية من أجل تنظيم الأفكار الرّياضية أو حل المشكلات، فالطالب يعالج المعلومات ويفهم العالم المحيط من خلال التّمثيلات.

التّمثيلات الرّياضية المتعددة هي " تجسيد للمفاهيم والأفكار الرّياضية بصورة تظهر نفس المعلومات بأشكال مختلفة" (Asli, 2001). وهي تعبر عن قدرة الطّلبة على تفسير وبناء ما يتعلمونه، فاستخدام نماذج متنوعة ومتعددة من التّمثيلات البصرية والمادية يحسن ويطوّر من القدرة الرّياضية في حل المسألة والتفكير الرياضي (NCTM, 2000). ويرى التربويون أنّه لإنجاح تدريس الرّياضيات المدرسية، لا بدّ من إعطاء فرص واسعة للطلبة لترجمة الأفكار الرّياضية من خلال أنشطة متنوعة، وتعزيز استخدام التّمثيلات المتعددة كأدوات للتفكير والتفسير، ومساعدة الطّلبة على الانتقال (المراوحة) وفهم العلاقات بين أشكالها المتعددة، بل وعلى المعلّمين مراعاة تعدد وتنوع التّمثيلات المستخدمة في شروحاتهم، لأن الطّلبة لا يبنون معرفتهم من خلال تمثيل واحد أو نمط واحد فقط من الأداء (Pape & Tchoshanov, 2001).

وينطلق نموذج ليش (Lesh, 1979) من الإطار الفلسفي الذي يربط التّمثيلات المتعددة بالدمج بين المعرفة السّابقة والمعرفة الجديدة للطالب، وقد جاء النموذج ليربط بين تمثيلات مختلفة لنفس المفهوم، بأشكال متعددة وقد اشتمل على خمسة عناصر وهي:

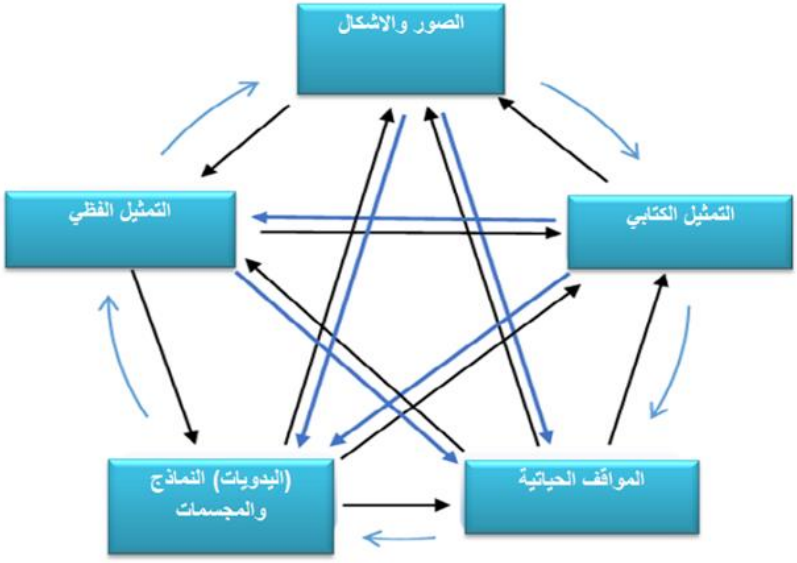
1. **التمثيل اللفظي؛** أي وسيلة للتعبير عن الفكرة بالكلام بلغة مفهومة للطالب.
2. **التمثيل الرمزي؛** أي وسيلة للتعبير عن الفكرة بكتابتها بالرموز الرّياضية أو بالأعداد.
3. **التمثيل بالصّور والأشكال؛** أي أداة أو وسيلة تعليمية يتخللها رسومات أو أشكال وصور يمكن للطالب رؤيتها، مثل صور الأجسام، أو الأشكال الهندسية، أو الرسومات البيانية، أو الجداول.
4. **التمثيل بالنماذج والمجسمات؛** أي وسيلة تعليمية ثلاثية الأبعاد يمكن للطالب لمسها بيديه كالمكعبات والأسطوانات وغيرها من اليدويات.
5. **التمثيل بالمواقف الحياتية؛** تمثّل المواقف والأوضاع المأخوذة من سياق الحياة الطبيعية التي ترتبط مع سياق الموقف الرياضي المراد تعلمه من المسائل.

وقد قام ليش وكريمر ودوير وبوست وزأوجيسيكس (Lesh et al., 2018) بتحسين النموذج وبناء شبكة من التفاعلات بين العناصر الخمسة كما في الشكل (1)، وبهذا يبرز التفاعل بين عناصره، بمعنى استخدام أكثر من تمثيل في وقت واحد مع إمكانية المراوحة بينها.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

شكل 1

مخطط نموذج ليش للتّمثيلات المتعددة والمراوحة بينها



رستم (2011)

ونلاحظ من الشكل السابق أنّ النموذج يتيح المجال للبدء من أي تمثيل والانتقال لتمثيل آخر بمرونة، مما يساعد في التعبير عن الفكرة الرياضية بأكثر من أُسلوب. ويشير النموذج إلى أنّه لا بدّ من التفاعل بين التمثيلات المتعددة وإشراك الطلبة في تمثيل الأنشطة والأفكار الرياضية باستخدامها، لأنّ ذلك من شأنه إيصالهم للفهم العميق، ورفع كفاءتهم الرياضية (Chahine, 2011).

ويسهم النموذج في تشجيع الطلبة على التواصل مع الآخرين وإعادة بناء وتنظيم معارفهم (الرواجبة والعبيدي، 2011). ويلعب دوراً فاعلاً في زيادة دافعية الطلبة وجذب انتباههم لموضوع التّعلّم، ويؤثر إيجابيا في تحصيلهم واتجاهاتهم نحو الرّياضيات، ومبرر ذلك أنّه على سبيل المثال، عند إعطاء المفهوم بتمثيلات متعددة مع مراعاة المراوحة (الانتقال) بينها، يحدث إدراك له من عدة نواحٍ، تؤدي بدورها لفهم أعميق، والذي يساعد بخلق اتجاهات إيجابية عند الطّلبة نحو الرّياضيات ودراستها ودورها في الحياة اليومية، وخصوصاً أنّ استخدام التّمثيلات يسمح للطالب بالتعبير عن أفكاره بما يتناسب مع رغباته وميوله، فيصبح التّعلّم أسهل وتترسخ المعرفة بوقت وجهد أقل (الجخلب، 2019؛ عويضة، 2020)

ويجد بعض الطّلبة أنّ للرياضيات عالماً تجريدياً يتضمن المفاهيم والخوارزميات والرموز دون اتصال بالعالم المحيط به، وللتغلب على ذلك يؤكد الباحثون ضرورة تدريس الرّياضيات كنظام موحد للمفاهيم والعمليات القائمة على أنماط وعلاقات معينة موجودة في العالم الحقيقي، وضرورة أن تهتم المناهج والكتب المدرسية بذلك، ويجادل العديد من الباحثين أنّ الاهتمام باستخدام التّمثيلات المناسبة قد يسهم في تحقيق ذلك، ويسعى آخرون للتأكيد على أنّ تمثيل المفهوم الرّياضيّ بطرق متعددة وتضمين التحولات المرنة داخل أنماط التّمثيلات المختلفة وفيما بينها، له أهمية حاسمة من حيث الوصول إلى استيعاب شامل للموضوعات الرّياضيّة وجدواها (NCTM, 2000).

وبالتالي كان البحث في استخدام التّمثيلات المتعددة موضوعًا مهمًا في تعلّم الرّياضيات، وقد تناولتها العديد من الدراسات، ففي دراسة حديثة اجرتها الباحثتان عابد وحسان Abed & (Hassan, 2021) عن جوهر العلاقة بين التمثيلات الرياضية المتعددة بحسب نموذج ليش (Lesh) والقدرة الرياضية لدى طلبة المرحلة الثانوية، حيث تم جمع البيانات من خلال اختبارين، أحدهما لقياس التمثيلات الرياضية المتعددة وفقا لنموذج ليش(Lesh)، والآخر لاختبار القدرة الرياضية للطلبة، وقد أظهرت النتائج وجود علاقة ارتباطية موجبة وقوية بينهما.

وتنسجم هذه النتائج مع دراسة أجراها هاتيس وايدن (Hatice & Aydın, 2020) هدفت لتحديد مدى تأثير التعلم القائم على التمثيلات المتعددة في التحصيل الدراسي، وذلك على عينة من (33) دراسة تجريبية تم اختيارها من عدة منشورات، خلصت النتائج إلى أنّ هناك علاقة متوسطة وإيجابية شاملة للتمثيل القائم على التمثيلات المتعددة والإنجاز الرياضي.

وقد أشارت الدّراسات التي ركزت على قدرات الطّلاب في استخدام التّمثيلات، إلى ضعف المعرفة والقدرة الكافية لديهم على اختيار التّمثيل المناسب والتحول من تمثيل إلى آخر، وبهذا الصدد جاءت دراسة يلوسو وانسكبي (Ulusoy & Incikabi, 2019) لتسلط الضوء على أساليب ومقترحات لاستخدام تمثيلات متعددة في تعلّم الكسور وتعلّمها، بهدف تعزيز قدرات الطّلبة المفاهيمية، وبناءً على هذه المقترحات، قدّمت الدّراسة بعض الأنشطة لإشراك طلاب المدارس المتوسطة في تمثيلات متعددة للكسور، وقد ركزت أيضاً على أهمية دور المعلّم في تحديد الإستراتيجيات التّعليمية المناسبة لهذه الأنشطة، وذلك لتعزيز تواصل الطّلاب وتنمية التفكير النقدي لديهم، وبالتالي تحسين أدائهم الأكاديمي في الرّياضيات بصورة عامة والكسور بصورة خاصة.

وقد جاءت دراسات متعددة لتسليط الضوء على دور المعلّم والكتاب المدرسي بهذا الصدد، فنجد دراسة الخطيب (Alkhateeb, 2019) قد هدفت إلى تقصي أنواع التّمثيلات الرّياضية المتعددة ومدى المراوحة فيما بينها في كتاب الصف الثامن، وفقاً لنموذج ليش (Lesh)،

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

وتقصي مدى استخدام المعلّمين لهذه التّمثيلات أثناء التدريس، وقد استخدمت أسلوب تحليل المحتوى؛ لاستقصاء التّمثيلات ومدى المراوحة بينها في موضوع الجبر بشكل خاص، وطريقة الملاحظة لتحليل ممارسات المعلمين، وقد خلصت النتائج إلى وجود تمثيل رمزي وتمثيل شفهي في الكتاب المدرسي وتنفيذ المعلّمين، بينما جاءت التّمثيلات الثلاثة الأخرى (الصّور والأشكال، والنماذج واليدويات، وسياقات الحياة) والمراوحة فيما بينها بمعدلات منخفضة.

وفي دراسة محلية مشابهة أشارت نتائجها إلى جدوى نموذج ليش (Lesh) في التدريس، جاءت دراسة الجخلب (2019) والتي هدفت إلى تقصي أثره في تنمية المفاهيم الرّياضيّة ومهارات التّرابط الرّياضيّ، وذلك باستخدام المنهج شبه التجريبي على مجموعتين؛ تجريبية وضابطة مع تنفيذ اختبار قبلي وبعدي على عينة من (70) طالبة من طالبات الصّف الرابع بخانيونس، وجاءت النّتائج لصالح المجموعة التّجريبية في اختبار مهارات التّرابط الرّياضيّ البعدي، وفي اختبار المفاهيم البعدي، وعليه أوصت بتدريب المعلّمين على تطبيق نموذج ليش، وبإثراء كتب الرّياضيات للمرحلة الأساسية بالأنشطة التي توظفه.

وفي سياق متصل بدور المعلّم وموضوع التّعلّم، جاءت دراسة مونتينجارو وكوستا ولوبيس (Montenegro et al., 2018)**لدراسة** تأثير استخدام التّمثيل البصري في تدريس الجبر وتعلّمه، وذلك بتحليل المراوحات من وإلى التّمثيلات البصرية التي أجراها (18) طالبًا في المهمات المصممة خصيصاً لهدف الدّراسة، وقد أكدت النّتائج على أهمية التّمثيل المرئي (المعالجات البصرية) لأنّها تمنح الطّلاب إمكانيات متعددة لرؤية المهام وفهمها والاستمرارية والمرونة في أنشطتهم، والقدرة على إجراء تحويلات بين التّمثيلات.

كما وتعددت الدراسات التي استندت إلى نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها كإطار للتحليل والتطبيق، ومنها دراسة الرواجبة والعبيدي (2011) والتي هدفت للكشف عن أثر استخدام نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرّياضيّة المتعددة في تحصيل الطّلبة، مقارنة مع طريقة التّدريس الاعتيادية، وعن مدى استيعاب الطلبة للمفاهيم من خلال تلك التّمثيلات، وذلك في موضوع حل المعادلات الخطية بمتغيرين، والتطبيقات العملية في المجسمات. وقد أظهرت النّتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لطريقة التدريس، ولصالح المجموعة التّجريبية.

وبهذا تأتي كاستجابة للاتجاهات العالمية لتقويم المناهج المدرسية بهدف تطويرها، واستكمالاً لجهود باحثين فلسطينيين سابقين في هذا المجال، وقد تفتح المجال أمام باحثين جدد لمقارنة الكتب الفلسطينية بنظيراتها لدول متقدمة ورائدة، أو لتحليل مزدوج لمحتوى رياضي، كما وقد تلبي احتياجات المكتبة العربية والفلسطينية في هذا المجال.

كما وتكمن أهميتها كونها تتمتع بجانب الحداثة، فهي الأولى في فلسطين - حسب علم الباحثتين - التي تحلّل بمقارنة مزدوجة بين كتب الرّياضيات الفلسطينية ونظيرتها البريطانية، كخطوة باتجاه التطوير، كما تعتبر أيضاً مهمة، كونها تأتي في الفترة التّجريبية لتطبيق كتب الرّياضيات الجديدة، مما سيتيح مجالاً أوسع للاستفادة من نتائجها في توجيه القائمين على العمل التربوي ومطوري كتب الرّياضيات نحو أوجه قوتها ونقاط ضعفها؛ استناداً لنموذج رياضي قوي كنموذج ليش (Lesh)، وكتب دولة مميزة في المجال التربوي والأكاديمي. كما وتعتبر مهمة كونها تبحث موضوعاً مهماً لرفع المستوى التربوي، ومفيداً لمعلمي الرّياضيات المدرسية، ومهماً للباحثة الأولى نفسها؛ كونها معلّمة رياضيات وباحثة في مجال تعليمه وتعلّمه.

وقد أُجريت الدّراسة في العام الدّراسي 2019/ 2020، في فلسطين. وتحقيقاً لهدفها فقد اقتصرت الحدود التالية:

- محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات بجزأيها الأول والثاني، للصفوف السادس، والسابع، والثامن، وفق المنهاج الفلسطيني للعام الدراسي 2020/2019. دون التطرق لدليل المعلّم أو أيّة منشورات أُخرى.
- محتوى الهندسة في كتب كامبردج البريطانية الصادرة عن مطبعة جامعة أكسفورد 2014 والمستخدمة في بعض المدارس الفلسطينية الخاصة في العام الدراسي 2019-2020 وذلك للصفوف السّادس، والسّابع، والثّامن.
- تحليل المحتوى السّابق في ضوء نموذج ليش (Lesh) في ضوء عناصر التمثيل الخمسة (الرمزي، واللفظي، والصور والأشكال، والنماذج، والمجسمات) والمراوحات فيما بينها.

وبناء على ما سبق وفي ضوء أهمية التمثيلات المتعددة وجدوى استخدام نموذج ليش (Lesh)، فقد هدفت الدراسة الحالية إلى تقصي مدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكل من كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) وكتب كامبردج البريطانية المناظرة، طبقاً لنموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، وذلك من خلال الإجابة عن السؤال الرئيس:

أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة؟

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

منهجية الدراسة وإجراءاتها

نظراً لطبيعة الدراسة، وسعياً لتحقيق أهدافها، والإجابة عن أسئلتها، تم استخدام المنهج النوعي وتحديداً المنهج الوصفي، وذلك باتباع أُسلوب تحليل المحتوى، كونه بحسب كرسول (Creswell, 2015) يقدم وصفاً عميقاً حول موضوع معين. وقد اعتمدت الدراسة كمصدر رئيس لجمع البيانات على:

1. كتب الرّياضيات الفلسطينية الصادرة عن وزارة التربية والتعليم الفلسطينية. وقد تم اعتماد المحتوى الهندسي في كتب المرحلة المتوسطة العليا من الصف السادس حتى الثامن بطبعتها الثانية والمعمول بها في المدراس الحكومية ومدارس الوكالة وعدد من المدارس الخاصة في العام الدراسي 2019/ 2020. ويمكن الحصول على نسخة إلكترونية منها على الرابط التالي:

http://rawafed.edu.ps/portal/elearning/curricula/part2-2019.html

2. كتب كامبردج البريطانية الصادرة من مطبعة جامعة اكسفورد عام 2014، وتحديدًا كتاب الطالب ضمن سلسلة (Essential Mathematics for Cambridge secondary 1) . وقد تم اعتماد جميع المحتوى الهندسي في كتاب الطالب المخصص لكلّ صف للمرحلة من السادس حتى الثامن، ويمكن الحصول على نسختها الكترونية من الرابط

https://www.amazon.com/Essential-Mathematics-Cambridge-Secondary-Stage/dp/1408519860

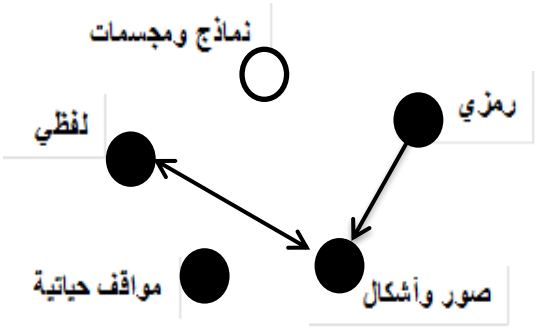
أدوات الدارسة

تمّ الرجوع للنموذج وتحديد كلّ نوع من التمثيلات الخمسة التي جاءت فيه وهي: التمثيل اللفظي، والتمثيل الرمزي، والتمثيل بالنماذج والمجسمات، والتمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالصور والأشكال. ثم أُعدّت أداة التحليل بالاستعانة بالنموذج نفسه، وبأدوات التّحليل الموجودة في الدّراسات السّابقة. وقد جاءت على صورة جدول كُتب أعلاه الصّف ونوع الكتاب (فلسطيني/ كامبردج بريطاني) واسم الوحدة قيد التحليل، وظهر فيه اسم الدرس ورقمه ورقم الفقرة المراد تحليليها ووصفها والصفحة ثم خانة خاصة بتفريغ التحليل في ضوء التمثيلات والمراوحات المتضمنة فيها.

ولتسهيل التفريغ تم الاستعانة بفكرة رستم (2012)، بوضع الرمز ○ ليدل على نوع التمثيل، ووضع الرمز ● ليدل على أنّ التمثيل متوفر في الفقرة المحللة، أمّا بالنسبة للمراوحة بين التمثيلات، فوضعت إشارة ← في حال وجود مراوحة من تمثيل الى آخر، وعند وجود مراوحة بين تمثيلين نضع ↔، فعلى سبيل المثال، انظر الشكل (2)

الشكل 2

توضيح مفهوم الإشارات في أداة تحليل نموذج ليش (Lesh)



وهذا المثال يعني أنّ الفقرة قد احتوت على التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال، أما المراوحات فكانت من الرمزي إلى الصور والأشكال، ومن اللفظي إلى الصور والأشكال، ومن الصور والأشكال إلى اللفظي.

صدق وثبات أدوات الدراسة

تم اعتماد صدق المحكمين، حيث تم عرض الأدوات بصورتها الأولية على مجموعة من خمسة محكمين من ذوي الخبرة والكفاءة في الميدان التربوي والمناهج وتعليم الرّياضيات. وذلك بهدف الأخذ برأيهم حول كون أدوات الدراسة تحقق الهدف الذي أُعدّت من أجله. وقد عُرض عليهم جدول التفريغ مرفقاً بنموذج تحليل تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها لكتاب الصف السابع، وتم الأخذ بملاحظاتهم وتوجيهاتهم قبل المضي قدما في عملية التحليل لبقية الكتب.

ولاحتساب نسبة الثبات قامت الباحثة بتحليل محتوى الهندسة في كلّ من كتابيّ الصف السابع والثامن الفلسطينيين، ثم استعانت بباحثتين في الميدان بهدف التحقق من الثبات، وتم توضيح نموذج التحليل وأُسلوب رصد التمثيلات والمراوحات فيما بينها لكلّ منهما، ثم مقارنة النتائج وحساب نسبة الثبات بحسب معادلة كوبر (Cooper, 1984)، والتي أظهرت أنّ نسبة الثبات الكلّي لكلا الكتابين قد تراوحت بين (91.2% - 93.3%) وهي قيم مرتفعة.

إجراءات عملية تحليل البيانات

1. تحديد الموضوعات والدروس التي جاءت في المحتوى الهندسي للكتب المستهدفة، وقراءتها بتمعن، ثم اعتماد الفقرة كوحدة للتسجيل. وقد تم التعامل مع المحتوى الهندسي لكلّ صف على حدة، وإعداد بطاقتيّ تحليل له، بطاقة خاصة بفقرات التقديم وبطاقة بفقرات التطبيق.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

2. القيام بعملية التحليل، حيث تمّ تصميم جدولين لتنظيم النتائج، الأول لتفريغ التمثيلات الخمسة على صورة تكرارات، بحيث تمّ وضع إشارة (/) في المكان المخصص أمام التمثيل في حال توافره في الفقرة، ولكلّ من مجال التطبيق ومجال التقديم. والثاني لتفريغ المراوحات المختلفة بين التمثيلات، حيث تمّ تقسيم المراوحات إلى عشرين مراوحة تأتي بخمس مجموعات.
3. تفريغ نتائج التحليل لكلّ أداة بجداول خاصة، تمهيداً لمعالجة البيانات، حيث تم الحصول على (24) جدولاً، بواقع (12) جدولاً لتفريغ التمثيلات (لفقرات التطبيق والتقديم)، و(12) جدولاً لتفريغ المراوحات بين التمثيلات، وذلك للمحتوى الهندسي لكلّ صف ولكلّ كتاب على حدة (فلسطيني/ كامبردج بريطاني).
4. تحليل البيانات، وذلك بإعداد جدول لتفريغ وتنظيم البيانات يشمل تكرارات التمثيلات الخمسة وذلك في كلّ من مجال التقديم ومجال التطبيق، ثم تمّ احتساب النسبة المئوية لكلّ تمثيل منها في كلّ مجال، ومن ثم للمحتوى كاملا. وجدولاً آخراً لتفريغ المراوحات بين التمثيلات، وتمّ احتساب النسبة المئوية لكلّ مراوحة على حدة، وذلك بقسمة تكرارها على مجموع عدد فقرات التحليل، ولكلّ مجال (التقديم/ التطبيق) على حدة، ثم للمحتوى الهندسي كاملاً. وللحكم على النتائج تمّ اعتماد المعايير الآتية بحسب رستم (2012)، وذلك بعد عرضها على محكمي أدوات الدراسة، وموافقتهم على ملاءمتها للحكم وهي:

- إذا كانت نسبة التحقق 0% فهو معدوم
- أقل من 20% ضعيف جداً
- من20% إلى أقل من 40% ضعيف
- من 40% إلى أقل من 60% متوسط
- من 60% إلى أقل من 80% مرتفع
- أكثر من 80% مرتفع جداً

نتائج الدراسة

تمّ تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية وذلك للصفوف من السادس للثامن، وذلك باستخدام نموذج التحليل الخاص برصد التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)، ثم وضعت في جدول للمقارنة. وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (1) مقارنة تضمين التمثيلات بحسب نموذج ليش بين المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية والبريطانية.

جدول 1

مقارنة تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

مقارنة التمثيلات في المحتوى الهندسي	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	%94.7 مرتفع جداً	%85.2 مرتفع جداً	%90.4 مرتفع جداً	%96.7 مرتفع جداً	%85.3 مرتفع جداً	%97.1 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%75.5 مرتفع	%77.9 مرتفع	%84.6 مرتفع جداً	% 80.3 مرتفع جداً	%93.9 مرتفع جداً	% 77.8 مرتفع
التمثيل بالصور والأشكال	%83.9 مرتفع جداً	%96.9 مرتفع جداً	%64.4 مرتفع	%93.4 مرتفع جداً	%87.8 مرتفع جداً	%89.1 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%13.8 ضعيف جداً	%7.3 ضعيف جداً	%16.3 ضعيف جداً	%7.4 ضعيف جداً	%37.8 ضعيف	%25.4 ضعيف
التمثيل بالنماذج والمجسمات	%10.6 ضعيف جداً	% 0.0 معدوم	%6.7 ضعيف جداً	% 2.4 ضعيف جداً	%4.8 ضعيف جداً	%5.6 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (1) تشابه الكتب الفلسطينية والبريطانية في تضمين التمثيل اللفظي بصورة مرتفعة جداً، والتمثيل بالمواقف الحياتية بصورة ضعيفة جداً إلى ضعيفة. ونلحظ أنّ تضمين الكتب الفلسطينية للتمثيل الرمزي قد جاء بنسبة أعلى من نظيرتها في كامبردج البريطانية، بينما تضمنت الأخيرة التمثيل بالصور والأشكال بصورة أعلى من الكتب الفلسطينية. أمّا التمثيل بالمواقف الحياتية، وبالرغم من ضعف تضمينه، إلاّ أننا نلحظ تحققه في الكتب الفلسطينية بصورة أعلى من كتب كامبردج البريطانية.

وفيما يلي نتيجة مقارنة المراوحات بين التمثيلات المتعددة، في المحتوى الهندسي كاملا، لكل من الكتب الفلسطينية والبريطانية، حيث يظهر الجدول رقم (2) أوجه التشابه، يليه الجدول رقم (3) لأوجه الاختلاف.

جدول 2

أوجه التشابه بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من 6-8 من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh) في المحتوى الهندسي كاملاً

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← نماذج ومجسمات	%3.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%10.9 ضعيف جداً	%1.4 ضعيف جداً
لفظي ← مواقف حياتية	%1.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%1.2 ضعيف جداً	%5.7 ضعيف جداً
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.8 ضعيف جداً
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%6.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%4.8 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%2.8 ضعيف جداً
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%1.1 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.6 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← لفظي	%8.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%8.5 ضعيف جداً	%0.9 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← رمزي	%1.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.5 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%5.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%5.1 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%7.4 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%5.8 ضعيف جداً	%4.1 ضعيف جداً	%20.7 ضعيف	%18.4 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← رمزي	%2.1 ضعيف جداً	%1.2 ضعيف جداً	%1.9 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%15.9 ضعيف جداً	%4.3 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%2.1 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%0.9 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%4.3 ضعيف جداً	%3.7 ضعيف جداً	%13.5 ضعيف جداً	%4.1 ضعيف جداً	%25.6 ضعيف	%20.7 ضعيف

يُظهر الجدول رقم (2) أنّ غالبية المراوحات التي تشابه تحققها في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية قد جاءت بين الضعيفة جداً والمعدومة، وبأنها متعلقة بمراوحات التمثيل بالصور والأشكال والتمثيل بالمجسمات.

جدول 3

أوجه الاختلاف بين المحتوى الهندسي كاملاً في الكتب الفلسطينية وكامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%18.1 ضعيف جداً	%25.2 ضعيف	%36.5 ضعيف	%23.0 ضعيف	%58.5 متوسط	%39.6 ضعيف
لفظي ← صور وأشكال	%31.9 ضعيف	%68.7 مرتفع	%27.9 ضعيف	%49.2 متوسط	%54.9 متوسط	%64.6 مرتفع
رمزي ← لفظي	%35.1 ضعيف	%22.7 ضعيف	%26.9 ضعيف	%20.5 ضعيف	%56.1 متوسط	%37.7 ضعيف
رمزي ← صور واشكال	%21.3 ضعيف	%58.9 متوسط	%24.0 ضعيف	%40.2 متوسط	%68.3 مرتفع	%45.3 متوسط

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
صور وأشكال ← لفظي	%59.6 متوسط	%57.7 متوسط	%36.5 ضعيف	%55.7 متوسط	%50.0 متوسط	%45.3 متوسط
صور وأشكال ← رمزي	%43.6 متوسط	%57.1 متوسط	%43.3 متوسط	%44.3 متوسط	%85.4 مرتفع جداً	%55.7 متوسط

يظهر من الجدول رقم (3) تباين في تضمين المحتوى الهندسي للمراوحة بين التمثيلين اللفظي والرمزي لصالح المحتوى الفلسطيني، وتبايناً واضحاً في نسبة تحقق المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، حيث جاءت ضعيفة للصفين السادس والسابع الفلسطينيين، مقابل نسبة متوسطة ومرتفعة لكتب كامبردج المناظرة على الترتيب. ونلحظ أنّ المراوحة بين التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاءت لصالح محتوى كامبردج، وبصورة متوسطة للصفين السادس والسابع، مقابل نسبة ضعيفة إلى متوسطة للمحتوى الفلسطيني المناظر، والذي تقدم في تضمينهما بصورة مرتفعة في الصف الثامن. ولرؤية أكثر تعمقاً في مقارنة فقرات التحليل، تم رصد نتائج كلّ من فقرات التقديم والتطبيق. وفيما يلي يظهر الجدول رقم (4) أوجه التشابه والاختلاف في تضمين التمثيلات الرياضية بين محتوى التقديم الفلسطيني وكامبردج البريطاني، يليه الجدولان (5) و(6) لرصد التشابه والاختلاف في المراوحات بينها.

جدول 4

مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التقديم بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) بحسب نموذج ليش (Lesh)

مقارنة التمثيلات في فقرات التقديم بحسب نموذج ليش	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	% 96.4 مرتفع جداً	%98.2 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%78.2 مرتفع	%75.0 مرتفع	%89.6 مرتفع جداً	%69.8 مرتفع	%95.1 مرتفع جداً	%65 مرتفع
التمثيل بالصور والاشكال	%94.5 مرتفع جداً	%98.2 مرتفع جداً	%81.3 مرتفع جداً	%95.3 مرتفع جداً	%95.1 مرتفع جداً	%83.3 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%16.3 ضعيف جداً	%3.5 ضعيف جداً	%20.8 ضعيف	%9.3 ضعيف جداً	%51.2 متوسط	%25 ضعيف
التمثيل بالنماذج والمجسمات	%18.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%4.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%9.8 ضعيف جداً	%1.7 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (4) أنّ تضمين التمثيل اللفظي قد تشابه في جميع الكتب بمعدل مرتفع جداً، بينما يظهر تضمين التمثيل بالمواقف الحياتية قد تشابه للصف السادس بنسبة ضعيفة جداً، بينما اختلف في الصفين السابع والثامن، وأنّ تضمين التمثيل بالنماذج والمجسمات قد جاء بنسبة منخفضة جداً في المحتوى الفلسطيني، بينما انعدم تماماً في محتوى كامبردج للصفين السادس والسابع.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

جدول 5

أوجه التشابه بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6- 8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%5.0 ضعيف جدا
صور وأشكال ← لفظي	%81.1 مرتفع جدا	%86.0 مرتفع جدا	%64.6 مرتفع	%69.8 مرتفع	%73.2 مرتفع	%70.0 مرتفع
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%1.8 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.3 ضعيف جدا	%4.9 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%1.8 ضعيف جدا	%1.8 ضعيف جدا	%4.1 ضعيف جدا	%2.3 ضعيف جدا	%31.7 ضعيف	%23.3 ضعيف
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%3.6 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جدا	%0.0 معدوم

يظهر الجدول رقم (5) أنّ المراوحات التي تشابه تحققها في فقرات التقديم للمحتوى الهندسي، قد تعلقت إما بالمواقف الحياتية أو بالنماذج والمجسمات، والتي جاءت شبه معدومة.

جدول 6

أوجه الاختلاف بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%18.2 ضعيف جدا	%42.1 متوسط	%45.8 متوسط	%23.3 ضعيف	%82.9 مرتفع جدا	%53.3 متوسط
لفظي ← صور وأشكال	%34.5 ضعيف	%94.7 مرتفع جدا	%45.8 متوسط	%67.4 مرتفع	%78.0 مرتفع جدا	%70.0 مرتفع جدا
لفظي ← نماذج ومجسمات	%5.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%19.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
رمزي ← لفظي	%29.1 ضعيف	%40.4 متوسط	%54.1 متوسط	%23.3 ضعيف	%80.5 مرتفع جدا	%50.0 متوسط
رمزي ← صور واشكال	%23.6 ضعيف	%56.1 متوسط	%35.4 ضعيف	%39.5 ضعيف	%80.5 مرتفع جدا	%43.3 متوسط
صور وأشكال ← رمزي	%52.7 متوسط	%60.0 مرتفع	%58.3 متوسط	%46.5 متوسط	%97.6 مرتفع جدا	%50.0 متوسط
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%10.9 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%19.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
نماذج ومجسمات ← لفظي	%12.7 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%14.6 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%9.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.3 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%22.0 ضعيف	%6.7 ضعيف جدا
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%5.5 ضعيف جدا	%1.8 ضعيف جدا	%20.8 ضعيف	%2.3 ضعيف جدا	%31.7 ضعيف	%21.7 ضعيف

يظهر من الجدول رقم (6) تباين واضح بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج في تضمين فقرات التقديم للمراوحة بين التمثيل اللفظي والرمزي، واختلافاً في تضمين المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، وفيما جاءت المراوحة من التمثيل اللفظي إلى النماذج والمجسمات ومنه إلى كلّ من التمثيلين اللفظي والصور والأشكال ضعيفة جداً في الكتب الفلسطينية، فقد انعدمت تماماً في الكتب البريطانية.

وفيما يلي يرصد الجدول (7) أوجه التشابه والاختلاف في تضمين فقرات التطبيق للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش، يليه الجدولان (8) و(9) لرصد التشابه والاختلاف في المراوحات بينها.

الجدول 7

مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التطبيق بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) بحسب نموذج ليش (Lesh)

مقارنة التمثيلات في فقرات التطبيق بحسب نموذج ليش	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	%92.3 مرتفع جداً	%78.0 مرتفع	%82.1 مرتفع جداً	%94.9 مرتفع جداً	%70.7 مرتفع	%96.1 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%71.7 مرتفع	%80.2 مرتفع جداً	%80.4 مرتفع جداً	%86.1 مرتفع جداً	%92.7 مرتفع جداً	%82.9 مرتفع جداً
التمثيل بالصور والاشكال	%66.7 مرتفع	%96.2 مرتفع جداً	%50.0 متوسط	%92.4 مرتفع جداً	%80.4 مرتفع جداً	%91.4 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%10.2 ضعيف جداً	%9.4 ضعيف جداً	%12.5 ضعيف جداً	%6.3 ضعيف جداً	%24.3 ضعيف	%25.7 ضعيف
التمثيل بالمجسمات والنماذج	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%8.9 ضعيف جداً	%3.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%7.2 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (7) أنّ التمثيل اللفظي قد تشابه في الصف السابع، وتباين للصفين السادس والثامن، أما التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال فقد تشابه تحققه للصفين السابع والثامن، واختلف في الصف السادس، ونلحظ نسبا منخفضة ومتقاربة لتضمين التمثيل بالمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات في جميع الصفوف، مع انعدام التمثيل بالنماذج والمجسمات في محتوى الصف الثامن البريطاني.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

جدول 8

أوجه التشابه بين فقرات تطبيق المحتوى الفلسطيني وكامبردج من حيث المراوحات بين التمثيلات بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%17.9 ضعيف جداً	%13.3 ضعيف جداً	%28.6 ضعيف	%22.8 ضعيف	%34.7 ضعيف	%34.2 ضعيف
لفظي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%2.0 ضعيف جداً
لفظي ← مواقف حياتية	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%7.9 ضعيف جداً
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.0 ضعيف جداً
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%3.9 ضعيف جداً
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%3.3 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← لفظي	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← رمزي	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.7 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%7.2 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%16.4 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.19 ضعيف جداً	%3.6 ضعيف جداً	%3.8 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%3.3 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.94 ضعيف جداً	%1.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%2.5 ضعيف جداً	%4.7 ضعيف جداً	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%19.5 ضعيف جداً	%20.4 ضعيف

يُظهر الجدول رقم (8) أنّ العديد من المراوحات قد تشابه تحققها في فقرات تطبيق المحتوى الهندسي لكلّ من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية، ونلحظ أنّ غالبيتها قد جاءت ضعيفة جداً أو معدومة، ومتعلقة بتضمين المراوحات الخاصة بالنماذج والمجسمات أو المواقف الحياتية، باستثناء المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي، والتي جاءت بنسب متقاربة وضعيفة بشكل عام.

جدول 9

أوجه الاختلاف بين فقرات تطبيق المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← صور وأشكال	%28.2 ضعيف	%54.7 متوسط	%12.5 ضعيف جداً	%39.2 ضعيف	%31.7 ضعيف	%62.5 مرتفع
رمزي ← لفظي	%43.6 متوسط	%13.2 ضعيف جداً	%3.6 ضعيف جداً	%19.0 ضعيف جداً	%31.7 ضعيف	%32.9 ضعيف
رمزي ← صور واشكال	%17.9 ضعيف جداً	%60.4 مرتفع	%14.3 ضعيف جداً	%40.5 متوسط	%56.1 متوسط	%46.1 متوسط
صور وأشكال ← لفظي	%28.2 ضعيف	%42.5 متوسط	%12.5 ضعيف جداً	%48.1 متوسط	%26.8 ضعيف	%35.5 ضعيف
صور وأشكال ← رمزي	%30.8 ضعيف	%55.7 متوسط	%30.4 ضعيف	%43.0 متوسط	%73.2 مرتفع	%57.9 متوسط

يظهر من الجدول رقم (9) تباين واضح بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج في تضمين فقرات التطبيق للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالصور والأشكال، لصالح كامبردج، وخصوصاً للصف الثامن، ويظهر الجدول أنّ المراوحة من التمثيل الرمزي إلى التمثيل اللفظي قد جاءت بنسب ضعيفة وضعيفة جداً في محتوى كامبردج البريطاني للصفين الثامن والسادس، مقابل نسب أعلى للمحتوى الفلسطيني المناظر، وذلك بعكس محتوى الصف السابع حيث تقدم المحتوى البريطاني رغم ضعفه. ويظهر تبايناً واضحاً في المراوحة من التمثيل الرمزي إلى الصور والأشكال لمحتوى الصفين السادس والسابع، واختلافاً واضحاً في تضمين المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، للصفين السادس والسابع.

كما ونلاحظ أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى الرمزي، قد جاءت بنسب ضعيفة لمحتوى الصفين السادس والسابع الفلسطينيين، على الترتيب، يقابلها نسب متوسطة لكتب كامبردج المناظرة، بينما جاء كتاب الثامن الفلسطيني بأعلى نسبة تحقق مرتفعة، يقابلها نسبة متوسطة لكتاب كامبردج.

مناقشة النتائج

أظهرت النتائج أنّ كلّاً من كتب كامبردج البريطانية والكتب الفلسطينية تركز على تمثيلات دون الأخرى، وأنّ غالبية المراوحات تنحصر بين التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال وباتجاه واحد في كثير من الفقرات. أمّا أبرز أوجه التشابه، فقد كانت في تضمين المحتوى للتمثيلات اللفظية بصورة مرتفعة جداً، وكذلك للارتفاع العام في نسبة التمثيلات الرمزية والتمثيلات بالصور والأشكال، مع ظهور متواضع للتمثيلات بالمواقف الحياتية، وافتقار للتمثيل بالنماذج والمجسمات.

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

كما وتشابهت في ضعفها الشديد في تضمين المراوحات بين التمثيلين بالمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات وجميع التمثيلات الأخرى، مع انعدامها أحياناً، ولم تتجاوز نسبتها المئوية (13.5%) باستثناءات قليلة في الصف الثامن، والذي تضمن المراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي في فقرات التقديم للكتاب الفلسطيني بنسبة (31.7%) مقابل (23.3%) لكتاب كامبردج، والمراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالصور والأشكال في فقرات التطبيق بنسبة (19.5%) للكتاب الفلسطيني، مقابل (20.4%) لكامبردج، وهي نسب ضعيفة أيضاً.

كما وظهر تشابه بين الكتب في ارتفاع المراوحة من الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي في فقرات التقديم، مقابل ضعف في المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي في فقرات التطبيق، رغم ظهور التمثيلين بحد ذاتهما بصورة مرتفعة في نفس الفقرات.

أمّا أبرز أوجه الاختلاف في التمثيلات الرياضية، فتكمن في تضمين المحتوى الفلسطيني لتمثيلات الرموز بصورة أكبر من محتوى كامبردج البريطاني، وخصوصاً في فقرات التقديم، بينما يظهر محتوى كامبردج متفوقاً في استخدام التمثيلات بالصور والأشكال، وخصوصاً في فقرات التطبيق.

أمّا تمثيلات المواقف الحياتية فيؤخذ على المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية والبريطانية ضعف تضمينها بشكل عام، رغم ظهورها بنسبة أفضل في الكتب الفلسطينية، وخصوصاً في فقرات التقديم. كما ويؤخذ عليهما قصورها في تضمين النماذج والمجسمات، فنجد أنّه قد انعدم من محتوى كتاب السادس البريطاني مقابل ظهور فقير بنسبة (10.4%) في فقرات تقديم المحتوى الفلسطيني، كما انعدم في فقرات تطبيق الصف الثامن الفلسطيني مقابل نسبة ضئيلة (7.2%) في محتوى كامبردج.

وبهذا ظهر أنّ كلاً من المحتوى الفلسطيني وكامبردج البريطاني، قد ركزا على التمثيلات التقليدية المستخدمة عادة في تدريس الهندسة. رغم تأكيد العديد من نتائج الدراسات السّابقة على جدوى التدريس باستخدام التّمثيلات المتعددة بالمقارنة مع التدريس التقليدي (Akkus & Cakiroglu, 2009)، وجدوى التمثيلات المستندة إلى المواقف الحياتية والنماذج في تعميق قدرة الطلبة على الفهم، وتنمية مهاراتهم في حلّ المسائل والمشكلات الرياضية، والتفكير التأملي والإبداعي، وزيادة تحصيلهم، علاوة على تعديل وجهات نظرهم نحو الرّياضيات وأهميتها (Kuchemann et al., 2011؛ عبيدة، 2016).

أمّا أبرز أوجه الاختلاف في تضمين المراوحات بين التمثيلات فقد برزت في تفوق كتب كامبردج في المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال بشكل عام، مع تذبذب الكتب الفلسطينية، التي قدّمتها بصورة ضعيفة للصف السادس، ومتوسطة للسابع، ومرتفعة جداً للثامن،

بينما جاء تطبيقها ضعيفاً بوجه عام. فعلى سبيل المثال نجد في كتب كامبردج أسئلة تتطلب ترجمة الصور والأشكال إلى الشكل اللفظي، أو وصف التحويلات الهندسية الظاهرة في شكل ما، والتي لم يتضمنها المحتوى الفلسطيني على الإطلاق. أمّا المراوحة بالاتجاه المعاكس، أي من الصور والأشكال إلى اللفظي، فظهر الاختلاف الأبرز في تضمينها بفقرات تطبيق السادس والسابع ولصالح كتب كامبردج.

وبالنظر للمراوحة بين التمثيل اللفظي والرمزي، فقد تفوقت فقرات تقديم المحتوى الفلسطيني بتضمينها في الصفين السابع والثامن، بينما جاءت ضعيفة جداً في الصف السادس مقابل نسبة متوسطة لكامبردج. وفي حين جاءت جميع المراوحات بين التمثيلين ضعيفة في فقرات التطبيق، فإن المراوحة من التمثيل الرمزي إلى اللفظي قد جاءت متوسطة في كتاب السادس الفلسطيني.

أمّا المراوحات بين التمثيلين الرمزي والصور والأشكال فظهر تقديمها لصالح المحتوى الفلسطيني لكتب السادس والثامن، بينما تفوقت فقرات تطبيق كامبردج في تضمينها بصورة متوسطة إجمالاً.

وتنسجم النتائج مع ما توصّل إليه رستم (2012) بأن التمثيلات الرياضية المتعددة في المحتوى الفلسطيني قد تمّ تضمينها كنهايات بحد ذاتها، وليست كطرق متصلة وذات معنى، ويعود ذلك الحكم لظهور التمثيلات الرياضية بمعزل عن المراوحات بينها في العديد من فقرات المحتوى. وهو ما يراه الباحثون نوعاً من القصور في طرح المادة، فعدم تعرض الطلبة لتمثيلات متنوعة وتعلّم كيفية الانتقال فيما بينها، تقلل فرص امتلاكهم للبنى المعرفية وللصور الذهنية اللازمة لإدراك المادة وفهمها وتفسيرها، وبالتالي يجب معرفة التمثيلات المتعددة، جنباً إلى جنب مع كيفية الانتقال والتواصل فيما بينها.(Juersivich et al., 2009)

وقد خلصت النتيجة، أنه رغم التركيز عى تمثيلات دون الأُخرى ورغم التباين في المراوحات بين التمثيلات في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج، ورغم ضعفها وانعدامها في بعض الفقرات، إلاّ أنّ المراوحات بين التمثيلين اللفظي والرمزي قد جاءت لصالح المحتوى الفلسطيني، بينما تضمين الصور والأشكال والمراوحة من التمثيل اللفظي إليها قد جاءت لصالح محتوى كامبردج البريطاني. كما وخلصت النتائج إلى أنّ تطبيق الكتب الفلسطينية أضعف من تقديمها بصورة عامة.

بناء على ما سبق، تظهر ضرورة ملحة لإعادة النظر في المحتوى الهندسي وتطويره ليشتمل على جميع التمثيلات بصورة متوازنة، وعلى التمثيلات بالنماذج والمجسمات، كونها تسهم في نقل الفكرة الرياضية إلى عالم المحسوسات والذي بدوره قد يخلق فرصاً واسعة للإدراك واستدعاء العمليات العقلية العليا، كما والتشديد على ضرورة الاهتمام أكثر بالتمثيلات الحياتية فهي التي ستجعل تعلّم الطلبة ذا معنى في نهاية المطاف، إضافة إلى دورها في مراعاة الفروقات الفردية، والتي أشار إليها أكروس (Akarsu, 2017).

المجلة الدولية للأبحاث التربوية - جامعة الإمارات العربية المتحدة
المجلد (46) العدد (5) أكتوبر 2022

وتختلف نتائج هذه الدراسة مع دراسات المقارنة التي خلصت لحكم مطلق لأفضلية أحد المنهجين على الآخر كدراسة لينواند وجنسبرغ (Leinwand & Ginsburg, 2007) والتي أظهرت أنّ التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها تستخدم بصورة واسعة في كتب سنغافورة وتتفوق بذلك على الكتب الأمريكية. بينما تنسجم مع ما أشارت اليه العديد من الدراسات، بعدم تطابق محتوى الكتب مع ما يتطلبه نموذج ليش للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها (Treffert-Thomas et al., 2018).

التوصيات

وبناء على النتائج فقد خلصت الدراسة إلى مجموعة من التوصيات وهي:

أولاً: توصيات خاصة للقائمين على تطوير المناهج وكتب الرّياضيات الفلسطينية:

- إعادة النظر في العمليات المتضمنة في المحتوى الرياضي، والاهتمام بتوظيف التمثيلات المتعددة والمراوحات بينها بحسب نموذج ليش (Lesh)، لما يقترحانه من أُسس وقواعد رياضية وعلمية وتربوية ذات جدوى عالية في مجال تعليم وتعلّم الرّياضيات المدرسية.

ثانياً: توصيات خاصة بمعلمي الرّياضيات للمرحلة من (6- 8):

- سد القصور الظاهر في المحتوى الهندسي- إلى حين تطوير الكتب- من خلال تقديمهم وتطبيقهم للمادة بتمثيلات متعددة تركز على المراوحات التي اقترحها نموذج ليش (Lesh)، وعلى المؤشرات الفرعية التي ظهرت ضعيفة والظاهرة في ملخص نتائج الدراسة.

ثالثاً: مقترحات لدراسات مستقبلية:

- القيام بدراسات تستهدف مقارنة الكتب الفلسطينية بكتب دول متطورة ومتفوقة في الاختبارات العالمية مثل سنغافورة.
- القيام بدراسات تجريبية لتقصي مدى توظيف معلمي الرّياضيات للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها في تدريس الرياضيات.

التمويل

لا يوجد تمويل لهذا البحث.

تضارب المصالح

أفادت الباحثتان بعدم وجود تضارب في المصالح فيما يتعلق بالبحث، والملكية الفكرية، ونشر هذا البحث

المراجع

أبو سكران، محمد. (2019). درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6- 8) من المرحلة الأساسية. *مجلة الجامعة للدراسات التربوية والنفسية، 27*(1)، 185– 211.

الجخلب، مها. (2019). *أثر استخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية المفاهيم الرّياضية ومهارات التّرابط الرياضي لدى طالبات الصّف الرابع الاساسي.* (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

الحمامي، إيمان. (2015). *تقويم محتوى كتب للصفوف (5-8) في ضوء معايير TIMSS.* (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

الخالدي، موسى، كشك، وائل. (2020). دراسة نقدية وإثرائية لمناهج العلوم والرياضيات الفلسطينية الجديدة في ضوء مهارات القرن الحادي والعشرين. *المجلة الدولية للأبحاث التربوية، كلية التربية، جامعة الإمارات العربية المتحدة، 44*(3)، 269- 293.

الخيال، نيفين. (2019). الدراسات المقارنة فى المناهج: دراسة تحليلية مقارنة، وإطار مقترح. *مجلة كلية التربية فى العلوم التربوية، 43*(4)، 1051-1140.

رستم، أنور. (2012). *التّمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرّياضيات للصف السابع ومدى استخدام المعلّمين لها.* (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: فلسطين.

الرواجبة، اسامة، والعبيدي، هاني (2011). أثر إستخدام نموذج ليش للتمثيلات الرّياضياتية المتعددة في تحصيل طلبة الصّف الثامن. *المجلة التربوية، كلية التربية، جامعة الكويت، 26*(101)، 83- 111.

الشريف، هاشم. (2013). *مقارن بين محتوى كتاب الرّياضيات الفلسطيني والإسرائيلي للصفوف (7-9) في ضوء معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات (NCTM, 2000).* (رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية). جامعة الازهر: غزة، فلسطين.

الشويخ، جهاد. الرمحي، رفاء. مسعد، فطين. (2016). *تعلم الهندسة في فلسطين: نظرة على أداء الطلبة والمعلمين. مجلة جامعة فلسطين التقنية للأبحاث، 4*(1):29 – 38.

عويضة، السيد. (2020). فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي. *مجلة كلية التربية. بنها, 31*(123) , 135-222.

عبيدة، ناصر. (2016). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. دراسات *عربية في التربية وعلم النفس, 75* (75) , 115-170.

عبيد، وليم. (1998). رياضيات مجتمعة لمواجهة تحديات مستقبلية: إطار مقترح لتطوير مناهج الرّياضيات في بداية القرن الحادي والعشرين. *مجلة تربويات الرّياضيات*، (1)، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات.

Abed, R. & Hassan D. (2021). Multiple mathematical representations according to the (Lesh) Model of high school students and its relationship to their mathematical ability. *Journal of Contemporary Issues in Business and Government, 27*(3), 2200-2211. (in Arabic)

Abu Sakran, M. (2019). Availability of the standards of mathematics operations in the new Palestinian mathematics textbooks (Grades 6 - 8). *IUG Journal of Educational and Psychology Studies, 27*(1), 185- 211. (in Arabic)

Akarsu Y., E. (2017). Mathematical language skills of 7th grade students in the process of transforming the real-life situation into a mathematical expression in algebra. *İnönü University Journal of the Faculty of Education 18*(1), 292-310.

Akkus, O. & Cakiroglu, E. (2009). The Effects of Multiple Representations-BasedInstruction on Seventh Grade Students' Algebra Performance. Electronicreferences, Retrieved on 28/10/2020, from:http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg4-01-akkus-

Al-Hamami, I. (2015). *Evaluation of the content of grades 5-8 books in light of TIMSS standard*s (in Arabic). Unpublished Master's Thesis. Faculty of Education, Islamic University, Gaza: Palestine.

Al-Jakhlab, M. (2019). The Effect of Using Lesh's Multiple Representations Model on Developing Mathematical Concepts and Connection Skills among Grade Four Female Students (in Arabic). Unpublished Master's Thesis. Faculty of Education, Islamic University: Gaza, Palestine.

Alkhateeb, M. (2019). Multiple representations in 8th grade mathematics textbook and the extent to which teachers implement them. International Electronic *Journal of Mathematics Education, 14*(1), 137-145.

Al-Rawajba, O. & Al-Obaidi, H. (2011). *The effect of using the Leach model for multiple mathematical representations on the achievement of eighth grade students*. The Educational Journal, College of Education, Kuwait University, 26(101), 83-111. (in Arabic).

Al-Sharif, H. (2013). *A comparison between Palestinian and Israeli mathematics textbook for Grades 7-9 in light of the 2000 NTCM standards of operations* (in Arabic). Unpublished Master's Thesis. Faculty of Education, Al-Azhar University, Gaza, Palestine.

Al-Shwaikh, J., Al-amahi, R. & Fatin, M. (2016). Geometry education in Palestine: A view on students' and teachers' achievement. *Journal of Palestine Technical College for Research, 4* (1), 29-38 (in Arabic).

Asli, O. (2001). *The effect of multiple representations on students learning in mathematics*. In proceeding of the annual meeting of the north American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (23rd, Snowbird, Utah, October 18-21).

Aweidah, A. (2020). The effectiveness of a proposed educational unit based on multiple representations in developing mathematical thinking and the ability to discover mathematical patterns among second year preparatory students. *Journal Of Education College, 31*(123), 135-222. (in Arabic)

Chahine, I. (2011). The role of translations between and within representations on the conceptual understanding of fraction knowledge: A Tran cultural study. *Journal of Mathematics Education, 4*(1), 45-56.

Cooper, J. (1984) *Measurement and Analysis of Behavioral Techniques*, Ohio, Charles Merrier, Co.

Creswell, J. W. (2015). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative*, 5th Ed. Pearson Education.

Fantasy, N. (2019). Comparative studies in curricula: a comparative analytical study, and a suggested framework. Journal of the Faculty of Education for Educational Sciences, 43(4), 1051-1140.

Goldin, G. & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. The roles of representation in school mathematics Conference, 2001, 1-23.

Grossman, C. (2010). *Using multiple representations to build stronger student collaboration and understanding in mathematics*. Unpublished Master, The University of Arizona: USA.

Hatice, Ç. & Aydın, S. (2020). The effect of multiple representation-based instruction on mathematical achievement: A meta-analysis. *International Journal of Educational Research Review, 5*(1), 26-36.

Hodgen, J. (2010). *Is the UK an outlier? An international comparison of upper secondary mathematics education*. London: Nuffield Foundation.

Juersivich, N., Garofalo, J. & Fraser, V. (2009). Student teachers' use of technology-generated representations: Exemplars and rationales. *Journal of Technology and Teacher Education, 17*(2), 149-173.

Khaldi, M. & Kishek, W. (2020). The new Palestinian Science and Math curricula considering the 21st century skills: A critical and enlightening study. *International Journal for Research in Education: 44*(3), 269-293. (in Arabic).

Kastberg, S. (2002). *Understanding mathematical concepts: The case of the logarithmic function*. (A doctoral dissertation) Submitted to the Graduate Faculty of the University.

Küchemann, D., Hodgen, J. & Brown, M. (2011). *Models and representations for the learning of multiplicative reasoning: Making sense using the Double Number Line*. Proceedings for the British Society into Learning Mathematics, 31(1).

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T. & Zawojewski, J. (2003) Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In Lesh. R… Doerr.H. (Eds.) *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey

Leinwand, S. & Ginsburg, A. L. (2007). Learning from Singapore math. *Educational Leadership, 65*(3), 32-36.

Montenegro, P., Costa, C. & Lopes, B. (2018). Transformations in the visual representation of a figural pattern. *Mathematical Thinking and Learning, 20*(2), 91-107.

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 international results in mathematics. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA, NCTM.

Obaid. W. (1998). Mathematics combined to meet future challenges: A proposed framework for developing mathematics curricula at the beginning of the twenty-first century. *Journal of Mathematics Education, (1), Egyptian Association for Mathematics Education*. (in Arabic).

Obeida, N. (2016). The effect of using multi-level mathematical representations in teaching mathematics on developing algebraic thinking skills, algorithmic skills and solving algebraic problems among middle school students. *Journal of Arab studies in education and Psychology, 75* (75), 115-170. (in Arabic)

Pape, S. J. & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory Into Practice, 40*(2), 118-127.

Reyhani, E. & Izadi, M. (2018). Comparative content analysis of mathematics textbooks in first grade students at elementary schools in Iran, Japan, and America. *International Journal of Industrial Mathematics, 10*(3), 295-310.

Rostom, A. (2012). *Multiple representations in 7th grade mathematics textbook and the extent to which teachers implement them*. Unpublished Master's Thesis (in Arabic). Faculty of Education, Birziet University, Birziet: Palestine.

Treffert-Thomas, S., Viirman, O., Hernandez-Martinez, P., & Rogovchenko, Y. (2017). Mathematics lecturers' views on the teaching of mathematical modelling. *Nordic Studies in Mathematics Education, 22*(4), 121-145.

Trends In International Mathematics and Science Study (TIMSS,2007). Reporting *student achievement in mathematics and science*. Boston College: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education.

Trends In International Mathematics and Science Study (TIMS ,2019). *Reporting student achievement in mathematics and science.* Boston College: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education. https://www.iea.nl/studies/iea/timss/2015

Ulusoy, F. & Incikabi, L. (2019). Incorporating representation-based instruction into mathematics teaching: Engaging middle schoolers with multiple representations of adding fractions. In *Handbook of Research on Promoting Higher-Order Skills and Global Competencies in Life and Work* (pp. 311-336). IGI Global.