Journal of Al-Quds Open University for Educational & Psychological Research & Studies مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية
Vol. (11) - No. (32) - December 2020 المجلد (11) - العدد (32) - كانون أول 2020م

# الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى

# Symbol Sense Among Undergraduate Students

منال عبد الرحمن عبابنه
طالبة دكتوراه /جامعة اليرموك/ الأردن

***Manal Abdel Rahman Ababneh***
*PhD. Student /Yarmouk University / Jordan*
*manababneh1@gmail.com*

أمل عبد الله خصاونة
أستاذ دكتور/ جامعة اليرموك/ الأردن

***Amal Abdallah Khasawneh***
*Professor/ Yarmouk University / Jordan*
*Amal.KHASAWNEH@YU.EDU.JO*

**Received:** 2/ 11/ 2019, **Accepted:** 21/ 12/ 2019.
تاريخ الاستلام: 2/ 11/ 2019م، تاريخ القبول: 21/ 12/ 2019م.
**DOI:** 10.33977/1182-011-032-007
**E-ISSN:** 2307-4655
**https:** //journals.qou.edu/index.php/nafsia
**P-ISSN:** 2307-4647

## الملخّص

هدفت الدراسة إلى تقصّي مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى، وذلك باستخدام المنهج النوعي. تألفت عينة الدراسة من (20) طالبا وطالبة من طلبة تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى. وقد جرى استخدام اختبار في الحس الرمزي للكشف عن مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة، كما أجريت مقابلات تأملية معمّقة، بالإضافة إلى التسجيلات الصوتية. وقد جرى تحليل محتوى إجابات الطلبة المكتوبة على الإختبار والمقابلات المرافقة بالاعتماد على إطار مفاهيمي للحس الرمزي (أداة تحليل) أعدّ لهذا الغرض. وأظهرت النتائج عددا من مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة، وقد توزعت على مرحلتي حل المسألة؛ الصياغة، والحل ضمن عنصري التوقع الجبري والقدرة على ربط التمثيلات، بينما كانت المظاهر في مرحلة التفسير والتحقق نادرة. ومن أبرز المظاهر الشائعة لدى الطلبة: معرفة متى تُستخدم الرموز الجبرية، والقدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة، ومعرفة معنى الرموز الجبرية، ومعرفة ترتيب العمليات الجبرية وخصائصها، وتحديد نوع الصيغة الجبرية وربطها بنوع الحل، وربط الأنماط العددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية. ولكنّ عددا من هذه المظاهر كانت ممثلة بسلوكات غير منتجة أو غير صحيحة في بعض المواقف، مما أُعتبر في المقابل أنه يوجد ضعف في الحس الرمزي لدى الطلبة. وفي ضوء هذه النتائج، يمكن التوصية بالتركيز على المهارات الجبرية وسلوك الحس الرمزي في العملية التعليمية التعلمية بشكل متكامل دون الفصل بينهما، وأهمية التركيز على الفهم المفاهيمي لأنه يشكل الأساس للحس الرمزي، وضرورة استخدام استراتيجيات جبرية منظمة غنية بالحس الرمزي.

**الكلمات المفتاحية**: الحس الرمزي، المهارات الجبرية، الترميز الجبري، المرحلة الجامعية الأولى، تعليم الرياضيات

## *ABSTRACT*

*The aim of this study was to investigate the aspects of symbol sense using qualitative approach. Twenty undergraduate students, specialized in mathematics participated in this study. To achieve the aim of the study, a symbol sense test and reflective interviews with audio recording were used to collect data. In addition, a symbol sense evidences framework was used to analyze the data. The results revealed the number of symbol sense aspects among the undergraduate students, in the form of the problems, in the algebraic expectations of the solution and in the ability to link representations in the solution, while the aspects in explaining and in checking the solution were rare. The common aspects of symbol sense among students were, recognition when symbols can be used, the ability to choose symbolic representations, recognition of the meanings of algebraic symbols, knowing the order of operations and its properties and identifying the form of the problem and linking it with the type of the solution. In the opposite, a number of the aspects of symbol sense were not productive and incorrect. Regarding the results of the study, priority should be given to the algebraic skills and symbol sense behaviors, where both should be integrated in teaching and learning algebra.*

***Keywords****: Symbol Sense, Algebraic Skills, Algebraic Symbolism, Mathematics Education, Undergraduate Students*

## مقدّمة:

يتزايد الاهتمام بالحس العددي الذي يُعنى بالأعداد والعمليات الحسابية، وبخاصة بعد إطلاق وثائق مناهج الرياضيات ومعاييرها من المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة، والسؤال المطروح: هل توجد حالة موازية للحس العددي في الجبر؟؛ أي ما يُسمى بالحس الرمزي (Symbol Sense) ، وهل تعد المعالجات الرمزية قضية مركزية في تعليم الجبر وتعلمه؟.

يُشكل الانتقال من الحساب إلى الجبر في مناهج الرياضيات الأساس لفهم الطلبة للجبر، ونتيجة لهذا الانتقال، فإنّ العديد من الطلبة غير قادرين على التعامل مع الجبر؛ فالعديد منهم ليس لديه الحس الرمزي في الجبر حتى بعد سنوات من تعرضهم لتعلم الجبر، كما أن الطلبة الذين يتمكنون من التعامل مع تقنيات جبرية بنجاح غالباً ما يفشلون في رؤية الجبر كأداة للفهم، وتوظيف التعميمات الجبرية للتواصل، والكشف عن البنية الرمزية، وإقامة روابط بين المتغيرات وصياغة الحجج والبراهين الرياضية (Russell, Schifter & Bastable, 2011).

وعندما يتعمق الفهم المفاهيمي في موضوع الجبر، يمكن القول بأن الطلبة قد اكتسبوا الحس الرمزي؛ بمعنى أنهم يقدّرون قوة وأهمية التفكير الرمزي، وفهم متى ولماذا يطبقونه، إضافة إلى شعورهم بالبنية الرياضية. ويعد الحس الرمزي مستوى من مستويات الثقافة الرياضية التي تتعدى الحس العددي الذي يندرج تحت الحس الرمزي، ويعد تطوير الحس الرمزي من الأهداف الرئيسة في تعليم وتعلم الجبر، لذا كان لزاماً بناء إطار نظري لمفهوم الحس الرمزي وكيفية تطوره، فالتفكير الجبري يجمع بين نظام رمزي وطريقة تفكير (Bergsten, 2014).

كما يشير بيرغستون (Bergsten, 2014) إلى أنّ العالم ليبنز يعدّ من أوائل المهتمين باللغة الرمزية في تاريخ الرياضيات، فقد أشار إلى أنه عندما يجري تنظيم الرموز في الصيغ أو التعبيرات الرياضية بترتيب معين فإنها تحاكي البنى في العالم الحقيقي، ومن هنا تصبح الرموز والإشارات سهلة الفهم إضافة إلى سهولة التعامل معها، لذلك يبدو من المعقول محاولة وصف الحس الرمزي كمفهوم مواز للحس العددي.

ويقدم أركافي (Arcavi 1994: 30)، فكرة الحس الرمزي بأنها «الهدف المنشود من تعليم الرياضيات»، إذ يتضمن الحس

الرمزي، فهم الرموز وتقديرها بدقة وسرعة، ومعرفة متى تُستخدم الرموز المناسبة، والقدرة على التعامل معها؛ وذلك في جميع مراحل حل المسألة الرياضية. ومن وجهة نظر بيرس (Pierce,2001)، يعدّ الحس الرمزي بمثابة القدرة على قراءة التعبيرات الرمزية ومعالجتها كمظهرين متكاملين لحل المسائل الجبرية، ويعدّ تطور هذين المظهرين (القراءة والمعالجة) المفتاح الأساسي؛ إذ يُمكن تسهيلهما من خلال البناء على تمييز دور مخططات صورية خيالية وصيغ رياضية أصلية وذلك من أجل فهم المقابلة بين الصيغة ومحتوى الجبر المدرسي. وتسهم هذه البنى في الربط بين معنى الصيغة الرمزية ومحتوى تلك الصيغة وبذلك يؤدي إلى تطور الحس الرمزي في الجبر. كما يرى زورن (Zorn,2002) بأن الحس الرمزي عبارة عن قدرة عامة تُمكّن من أدراك بنية الرياضيات، والتعبير عن معاني تلك البنية بفعالية من خلال الرموز، إضافة إلى معالجة الرموز بفعالية لاكتشاف معاني وبنى رياضية جديدة.

ويؤكد آركافي (Arcavi, 2005) أن الحس الرمزي ضروري للنجاح في الجبر بشكل خاص والرياضيات عموماً، وهو ليس مجرد أن تكون قادراً على التعامل مع الرموز الحرفية بطلاقة، بل يجب أنّ يصبح جزءاً من تفكير الطلبة أثناء التعامل مع المسائل الجبرية، ومن أجل إتقان معايير الجبر من قِبل الطلبة، واكتسابهم لمهارة حل المسائل يجب أن يتمتعوا بحس رمزي، ومن هنا يجب التوجه نحو تحقيقه. وتؤكد بعض المجالس بأنّ التغيرات بشأن التعلم والتكنولوجيا أدى إلى شكل جديد من أشكال محو الأمية الذي تتلخص أهميته في الأهداف التالية لتعليم الرياضيات: الهدف الأساسي للرياضيات المدرسية الابتدائية هو تطوير الحس العددي، وللرياضيات الثانوية تنمية الحس الرمزي والتطوير المستمر للحس العددي، وللرياضيات الجامعية تطوير الحس الاقتراني والتطوير المستمر للحس الرمزي (National Research Council NRC, 1990; National Council of Teachers of Mathematics NCTM, 1989, 2000).

إن تعلم الجبر لا يقتصر على حفظ الصيغ الجبرية واستخدامها في حل المسائل الرياضية الروتينية، بل يتعدى ذلك إلى ضرورة فهم أهمية الجبر؛ لأنه يساعد الأفراد والجماعات لحل المشكلات اليومية بدقة وسرعة، ولا ندرس الجبر من أجل الجبر بل من أجل إتقان موضوعات رياضية مثل الإحصاء والتفاضل والتكامل، ويعد هذان الموضوعان من المواضيع الأكثر استخداماً في الحياة المهنية، وفي المجال الطبي والتقني والاجتماعي والسياسي، كما أن التفاضل والتكامل يساعدنا على وصف العمليات المعقدة مثل كيف تتغير سرعة السيارة خلال فترة زمنية معينة حيث يعزّز الجبر التفكير المنطقي (Demme, 2018).

وقد أولت العديد من المجالس والمؤسسات العالمية أهمية كبيرة لمعايير محتوى الرياضيات وفي مقدمتها معيار الجبر؛ فقد اقترح المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة (NCTM, 2000, 2014) مجموعة من المعايير الفرعية التي تندرج تحت معيار الجبر والتي تتضمن: فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في سياقات مختلفة.

وقد حاول آركافي (Arcavi, 1994: 32) وصف سلوكات الحس الرمزي من خلال ملاحظاته لسلوكات الطلبة على مسائل رياضية تتطلب الحس الرمزي، والتي جمعها نتيجة خبرته في التدريس وتعامله مع المعلمين، ووصفه بأنه "إحساس معقد ومتعدد الأوجه للرموز الممثلة بالأحرف"، كما وصف الحس الرمزي بأنه تقديراً سريعاً أو دقيقاً، وفهماً، أو موهبة بخصوص الرموز. وبناء على سلوكات الطلبة في أثناء حل المسائل الرياضية التي تتطلب الحس الرمزي، اقترح آركافي (Arcavi, 1994; 2005) **ستة مظاهر تصف الحس الرمزي والتي تعد تعريفاً له وهي**:

1. فهم كيف ومتى يمكن استخدام الرموز (الحروف) لعرض العلاقات والتعميمات والبراهين، ومتى يمكن الاستغناء عنها لإحراز تقدّم في المسألة أو لإيجاد حل أو تمثيل أسهل. فمثلاً، حل المتباينة الخطيّة التالية $|x-5| > |x-1|$ ؟، في هذه المسألة، إنّ وجود الحس الرمزي سيقود إلى عدم الإصرار على الحل الرمزي؛ لأنه سيكون عملا شاقا، فاستخدام تمثيلات أخرى ستقدم رؤى وتكون أكثر بساطة، فمثلاً معرفة معنى القيمة المطلقة أنها عبارة عن مسافة؛ فمن خلال خط الأعداد يمكن حل هذه المعادلة بسهولة وملاحظة أنّ الحل هو [ 5 ، ∞) (3 ،5 ].

2. المقدرة على تحوير (إعادة تشكيل الرموز بمرونة وبراعة) وقراءة التعابير الرمزية على أساس أنهما سمتان متلازمتان لحل المسائل الجبرية؛ فالقراءة من خلال المعنى للتعابير الرمزية هي سمة ضرورية لكي تجري المعالجة بكفاءة، ولتضيف روابط ومعقولية للنتائج، فعند ملاحظة أداء الطلبة على المهام التي تتضمن الرموز، فإنهم في الغالب يقومون بمعالجات آلية، فمثلاً في المعادلة $\frac{2x+3}{4x+6} = 2$ ، بدلاً من التسرع والبدء بالحل لإيجاد قيمة x ، يجب التوقف وقراءة الرموز لملاحظة أن بسط الكسر دائماً نصف مقام الكسر إذاً الشق الأيسر من المعادلة لا يمكن أن يساوي (2)، وتسفر نتائج المعالجات الآلية لهذه المعادلة بأن (x-1.5) وعند تعويض هذه الإجابة للتحقق من الحل سيظهر تناقض المعنى مع المعالجات الرمزية.

3. إدراك الحاجة لبناء العلاقات الرمزية التي تمثل معلومات لفظية أو رسوم بيانية من أجل إحراز التقدّم في المسألة، على سبيل المثال، بناء تعبير رمزي لرسم بياني.

4. المقدرة على اختيار تمثيل رمزي مناسب لمسألة معطاة مع الأخذ بالاعتبار الهدف من المسألة (بمعنى تخصيص رمز لمتغير معيّن)، فعندما نترجم موقفاً إلى رموز، فإنّ اختيار الرمز له تأثير في عملية الحل، والنتائج ؛ فمثلاً الاختيار الأمثل لتمثيل العدد الفردي هو (2n -1) أو (2n + 1) بدلاً من التمثيل n لتحقيق الهدف من المسألة.

5. إدراك الحاجة المستمرة للتحقق من معاني الرموز أثناء حل المسألة الرياضية، أو أثناء تفقد نتيجة، ومقارنة المتعلم لمدى توافق أو تناقض هذه المعاني وفقاً لأفكاره الخاصة أو وفقاً للنتيجة المتوقّعة للمسألة.

6. إدراك أن الرموز (على شكل حروف) يمكن أن تمثل معاني مختلفة في سياقات مختلفة (مثل متغيرات أو مَعْلمات)، وتطوير

الإدراك لهذه الاختلافات. فمثلاً، العلاقة الخطيّة التالية : y = mx + b، حيث تمثل x , y متغيرات، وm ,b مَعلمات ( تمثل أعدادا).

ويرى دريفيرس وقودجن وكنت (Drijvers, Goddijn & Kindt, 2010) أنّ الخبرة الجبرية بُعد يمتد من المهارات الأساسية إلى الحس الرمزي، ويشيرون إلى أنّ المهارات الأساسية تتضمن عملاً إجرائياً مع التركيز الخاص والتأكيد على الحساب الجبري، بينما يتضمن الحس الرمزي التركيز على إستراتيجيات التفكير مع التركيز الشامل المتعمق والتأكيد على التبرير الجبري.

وقد ركز العديد من الباحثين على مظاهر الحس الرمزي، معتمدين على وصف آركافي(Arcavi, 1994) للحس الرمزي والذي يُعد متطلباً في جميع مستويات ومراحل حل المسألة، فقد ربط بيرس وستايسي (Pierce & Stacy, 2001) الحس الرمزي والرؤية الجبرية في سياق حل المسألة بعد تحديد مراحلها التي تشمل صياغة المسألة ممثلة بموقف حقيقي وواقعي، وترجمة الموقف الحقيقي إلى مسألة رياضية، وإيجاد الحل الرياضي للمسألة، ثم تفسير الحل ليتواءم مع الحل الواقعي للمسألة الأصلية والتحقق من معقولية حلها، ويعتبران أنّ الحس الرمزي هو أكثر عمومية من الرؤية الجبرية.

وفي السياق نفسه، يرى كيران (Kieran, 1996) أنّ الرؤية الجبرية، مصممة لضبط الأفكار والرؤى التي يحتاجها الطلبة للعمل مع الرموز الجبرية، وهي فقط مرتبطة بمرحلة الحل من عملية حل المسألة، بينما الحس الرمزي مُتضّمن في كافة المراحل من صياغة رياضية للمسألة والحل الرياضي للمسألة، وتفسير معنى الحل بالرجوع للمسألة أو الخبرات السابقة وتوقعاته الشخصية.

وعمل كيني (Kenney, 2008) على توسيع إطار الرؤية الجبرية لبيرس وستايسي، وذلك لإدماج عناصر المظاهر الأخرى للحس الرمزي، ولتشكيل إطار مفاهيمي للحس الرمزي بالاعتماد على مظاهر الحس الرمزي التي وصفها آركافي والتي تُعد متطلباً في جميع مراحل حل المسألة، وبنفس المنطق الذي اتبعه بيرس وستايسي في تحليل مظاهر الحس الرمزي، ويبين الجدول (1) قائمة معدلة من عناصر أشمل لإطار الحس الرمزي.

**الجدول(1)**

**إطار مفاهيمي للحس الرمزي (Kenney, 2008, P.46)**

| مرحلة | عناصر مظاهر الحس الرمزي | حالات شائعة | أمثلة |
|---|---|---|---|
| صياغة | 1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية | 1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز | اختيار رموز في مسألة لفظية |
| | | 1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز | استخدام رسم بياني أو جدول لاكتشاف سمات المسألة |
| | | 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة | ابتكار معادلة من مسألة لفظية |
| | | 1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل | تغيير الأسماء عندما يُمثل حرفين نفس الشيء |
| حل (توقع جبري) | 2.1 يدرك الخصائص الأساسية | 2.1.1 يعرف معنى الرموز | في $f(x) = x^2 + bx + c$ الحروف في مَعلمات، أسماء ومتغيرات |
| | | 2.1.2 يعرف ترتيب العمليات | $a + b / c$ أو $( a + b ) / c$ |
| | | 2.1.3 يعرف خصائص العمليات | كل عملية لها عملية عكسية ؛ $( a + b )^2 \neq a^2 + b^2$ |
| | 2.2 يحدد البنية | 2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري | رؤية الاقتران كعنصر ؛ تحديد التعابير المتكافئة؛ رؤية جزء من الاقتران كوحدة. |
| | | 2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة | تحليل الكسور؛ رؤية المجال ؛ إدراك العوامل البسيطة،عمل معالجات للاقتران ببراعة. |
| | 2.3 يحدد السمات الأساسية | 2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية | $e^x + 3$ هو اقتران أسي |
| | | 2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري | درجة كثير الحدود ؛ عدد الجذور؛ وعدد الجذور المكررة. |
| | | 2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل | $x^2 + 3x + 12$ له أصفار خيالية ( غير حقيقية) |
| حل (القدرة على ربط التمثيلات) | 3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني | 3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني | $\frac{x^2-1}{x+1}$ الرسم البياني له مثل الخطي |
| | | 3.1.2 يربط السمات الأساسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني | ملاحظة التقاطعات؛ النقاط القصوى ؛ يقع الرسم البياني في الربع الأول أو الثانيو هكذا..... |
| | | 3.1.3 يربط السمات الأساسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب | التقاطعات = أصفار الاقتران؛ إيجاد النقاط التي يكون عندها الاقتران غير معرف أو خطوط التقارب العمودية |
| | 3.2 يربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي | 3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية | كتابة الصيغة العامة، معرفة نوع الاقتران الذي يمثل الجدول، إضافة قيم غير موجودة في الجدول، معرفة الأصفار التي تكون أعداد غير صحيحة. |
| تفسير وتحقق | 4.1 يدرك المعنى | 4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية | العودة للمسألة الأصلية |
| | | 4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية( استخدام توقعات شخصية) | العودة للخبرات السابقة |

لقد بيّن كيني (Kenney, 2008) في مرحلة الصياغة أنّ المسائل اللفظية هي إحدى المسائل التي يمكن من خلالها رؤية معرفة الطالب كيف ومتى يستخدم الرموز، واختيار التمثيلات الرمزية، ومتى يمكن التخلي عن الرموز لرسوم بيانية أو جداول لاكتشاف السمات. وفي الجزء الأول من مرحلة الحل والمتمثل بالتوقع الجبري: يتعلق الحس الرمزي في هذه المرحلة بمعرفة الخصائص الأساسية، وتمييز البنية، وتمييز السمات الرئيسة. وأما الجزء الثاني من مرحلة الحل والمتعلق بربط التمثيلات: تتمثل في عمل روابط بين الرموز والرسوم البيانية، والجداول، فمثلاً يمكن إعطاء رسم بياني لإيجاد المعادلة التي تمثل الرسم البياني، أو العكس، أو يمكن إعطاء جدول لإيجاد المعادلة التي تمثل الجدول. وفي مرحلة التفسير والتحقق: يُمثّل الحس الرمزي من خلال ربط معنى الرمز بالمسألة، أو ربط الرمز بتوقعاته أو تجاربه السابقة.

وفي مجال الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع الدراسة الحالية، فقد تبيّن عدم وجود دراسات عربية أو محلية لها صلة بموضوع الحس الرمزي حسب إطلاع الباحثين، إضافة إلى ندرة الدراسات الأجنبية المتعلقة بموضوع الدراسة الحالية، وذلك من خلال البحث في الدوريات التربوية الورقية والإلكترونية ومختلف مصادر المعلومات.

وفي مجال الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع الدراسة الحالية، فقد تبيّن عدم وجود دراسات عربية أو محلية لها صلة بموضوع الحس الرمزي حسب إطلاع الباحثين، إضافة إلى ندرة الدراسات الأجنبية المتعلقة بموضوع الدراسة الحالية، وذلك من خلال البحث في الدوريات التربوية الورقية والإلكترونية ومختلف مصادر المعلومات.

فقد أجرت **شارما (Sharma, 2001)** دراسة في مدرسة مستقلة للبنات في لندن هدفت إلى استكشاف مدى فهم معاني الرموز الجبرية – الذي يعد في مقدمة مظاهر الحس الرمزي– من قبل الطلبة بالاعتماد على مظاهر الحس الرمزي المختلفة، تكونت عيِنة الدراسة من (32) طالبة من أعمار (10) سنوات إلى (13) سنة. ومن أجل جمع البيانات تم تقديم عشر مسائل محلولة بشكل خطأ مع التركيز على الأخطاء المفاهيمية، وعلى الطالب تحديد هل الإجابة صحيحة، أم صحيحة بشكل جزئي أم غير صحيحة. أظهرت النتائج أن غالبية الطلبة لم يتحققوا من الحلول من خلال قراءة خطوات الحل والتمعن بها لمعرفة معانيها واكتشاف الأخطاء المفاهيمية في الحلول المقدمة في كل مسألة، أما أولئك الذين تحققوا من الحل استخدموا طريقة التّعويض أو إعادة الحل، إذْ إنّ الطلبة لم يكن لديهم مهارة قراءة الرموز لمعرفة معانيها، ومنهم من نفّذ الحل بنفس الطريقة الخاطئة المتبعة في المسألة المعطاة.

وهدفت دراسة **كيني (Kenney, 2008)** الوصفية إلى الكشف عن كيف يفسر الطلبة البنية الرمزية للمسائل الرياضية المختلفة، وكيف توجه هذه التفسيرات عمل الطلبة. مع التركيز على تفكيرهم الرياضي بخصوص الرموز عند حل المسائل سواء بمساعدة الآلة الحاسبة الراسمة أو بدونها. تكونت عينة الدراسة من خمس طالبات وطالب واحد من الطلبة المسجلين في مساق حساب التفاضل والتكامل في جامعة ولاية نورث كارولينا جنوب الولايات المتحدة، وتم تنفيذ اختبار يتكون من مهمات رياضية مختلفة في البنية الرمزية، بالإضافة إلى إعطاء واجبات بيتية، وعمل مقابلات مع الطلبة الستة. وأشارت النتائج أن بعض الرموز والبُنى لها تأثير قوي على خيارات الطلبة في حل المسألة. كما أظهر الطلبة عدداً من مظاهر الحس الرمزي، وذلك من خلال وصف لعمل كل طالب من الطلبة على المهمات الرياضية.

وأمّا دراسة **سارايفا وتيكسيرا (Saraiva & Teixeira, 2009)** الوصفية فقد هدفت إلى تقصي فهم طلبة المرحلة الثانوية لمفهوم الاقتران من خلال تنفيذ مهام استقصائية، والتعرف على بعض صعوبات الطلبة في مفهوم الاقتران. وجرى تقديم مهام استقصائية تتطلب حساً رمزيّا، وفهماً لمفهوم الاقتران ضمن نهج المهام الاستقصائية. تكونت عينة الدراسة من (24) طالبا من طلبة الأول الثانوي في البرتغال. وأظهرت النتائج أن الطلبة كانوا قادرين على التعامل مع الرموز، ولكن هذا لم يكن كافياً لفهم بنية الاقتران، وأنّ معظم الطلبة كانوا يحفظون تعريف الاقتران ولم يكونوا قادرين على ربط تعريف الاقتران مع التمثيل البياني للاقتران، وكذلك ربط معظم الطلبة مفهوم الاقتران بصيغة، مثل إضافة أو ضرب اقترانين. وبينت الدراسة الفوائد التي قد يكتسبها الطلبة بخصوص الحس الرمزي، كنتيجة مباشرة من استخدام نهج المهام الاستقصائية الذي نُفذ مع التمثيلات البيانية للاقترانات ودراسة خصائصه، مما أتاح الفرصة للطلبة لتصحيح أخطائهم والتوسع في تفسير الرموز.

وقام **نايدو (Naidoo, 2009)** بدراسة حالة تقصّى فيها تفسير الطلبة للحروف ضمن المستويات المختلفة لتفسير واستخدام الحروف التي حددها كوشمان (Kuchemann) عام 1980، ومعرفة الأخطاء المفاهيمية لديهم في تفسير واستخدام الحروف، وتكونت عينة الدراسة من (30) طالبا من طلبة الصف التاسع في مدرسة تقع في مدينة جوهانسبرغ جنوب افريقيا. جرى جمع البيانات من خلال اختبار تكون من (17) مهمة يتعلق بتفسير الحروف واستخدامها، بالإضافة إلى المقابلات مع ستة من الطلبة المشاركين. أشارت النتائج إلى أنّ الطلبة لديهم ضعفاً في فهم الحروف الجبرية والمهارات الجبرية الأساسية، إضافة إلى ارتكابهم أخطاء مفاهيمية تتعلق بالحس الرمزي.

وفي سياق الدراسات التجريبية، هدفت دراسة **بوكهوف ودريفيرز (Bokhove & Drijvers 2012,)** إلى الكشف عن الآثار المترتبة على إدخال برمجية الدجتل (digital) في تطوير الخبرة الجبرية (المهارات الإجرائية والحس الرمزي)، وتقييم تشكيل المفاهيم والحس الرمزي لدى (324) طالب وطالبة من عمر (17 – 18) سنة في هولندا، وتم جمع البيانات من خلال أنشطة تتطلب الحس الرمزي. وأظهرت النتائج فاعلية إدخال برمجية الدجتل في تحسين الخبرة الجبرية والتي تتكون من مهارات أساسية وحس رمزي.

وفي سياق ربط التكنولوجيا والقدرة على الحس الرمزي، أجرى **كيني (Kenney, 2014)** دراسة في جامعة ولاية نورث كارولينا هدفت إلى تقصّي الطرق التي يستخدمها الطلبة للإستفادة من الحاسبة الراسمة من أجل فهم الرموز الرياضية، كما تقصّت الكلمات والأفعال التي يستخدمونها في سياق حل المسألة لإعطاء مؤشرات حول التفكير الجبري. وأسفرت النتائج عن أنّ بعض الرموز والبنى الجبرية تؤثر بقوة في خيارات الطلبة واستراتيجياتهم عند

حل المسألة، كما أنّ الصعوبات في الحس الرمزي تؤدي بالطلبة إلى التحول إلى استخدام الآلة الراسمة كوسيلة لحل المسائل، أو للتحققمن صحة الحل وتفسيره.

أمّا في سياق الضعف الذي يلمسه المدرّسون والمحاضرون لدى الطلبة في الحس الرمزي، فقد أجرى **بيرس وبيج (Pierce & Begg, 2017)** دراسة من خلال مقابلة (21) محاضرا ومدرسا للرياضيات في السنة الجامعية الأولى من أربع جامعات أسترالية. ومن خلال النتائج، تركزت الصعوبات في كيفية التواصل الرياضي بحيث تكون الكتابات الرياضية ذات معنى وتصل الفكرة للآخرين بشكل واضح، إضافة إلى فهم الرموز الرياضية بحيث يجمع الطلبة في استراتيجياتهم لحل المسائل بين تفسير الكلمات والرموز بنفس الوقت، علاوة على أنّ التركيز والتعزيز يتم على الإجابة الصحيحة وليس التواصل الرياضي المنطقي.

ومن أجل تعرف قدرة الطلبة في تمييز الحلول الذكية للمسائل الجبرية التي تعد جزءا من الحس الرمزي، أجرى **مانزو وسامسون واوتمار (Manzo, Samson, ottmar, Marghetis & Landy, 2017)** دراسة في غاليندو تناولت القدرة على تمييز الطلبة بين الحلول غير الصحيحة، والحلول الصحيحة ذات الإستراتيجيات غير الفعّالة، والحلول الصحيحة ذات الجودة العالية، وذلك بعد تعرضهم لمسائل جبرية. أظهرت النتائج نمطين من الإجابات، تحدّد الأول بأنّ معظم الطلبة أعطوا تقديرات أعلى للإجابات الذكية، وأنهم يميزونها عن غيرها من الإستراتيجيات. أما الآخرون فلم يتمكنوا من التمييز بين الإستراتيجيات الثلاث وأعطوها تقديرات متقاربة آخذين بعين الإعتبار أنها تخلو من الأخطاء.

ومن أجل فهم الصعوبات التي تواجه طلبة المرحلة الثانوية العليا في تطبيق الرياضيات في مجال الفيزياء، تقصىّ تيرسوكو وسباندو ودي فرايز **(Turşucu, Spandaw & De Vries, 2018)** سلوكات الحس الرمزي لدى ستة من طلبة الصف العاشر في هولندا أثناء حل مسائل جبرية فيزيائية. وأكدت نتائج التحليلات النوعية أن الطلبة يعانون من استخدام الجبر في الفيزياء لأنه ينقصهم الحس الرمزي ومؤشراته، إضافة إلى المهارات الجبرية. وتبين أنهم يستخدمون استراتيجيات غير دقيقة وغير مناسبة بدلاً من الاجراءات المنظّمة والصحيحة التي تنم عن البصيرة الجبرية، كما يتعاملون مع التعبيرات الجبرية ذات المتغيرات المحدودة ويخفقون أثناء التعامل مع تعبيرات جبرية ذات متغيرات متعددة، ويستخدمون التعويض بالأعداد للمعالجات الجبرية، كما تبين للباحثين عدم توفر الفهم الكافي للبنية الجبرية لدى الطلبة بسبب عدم التكاملية بين تدريس المهارات الجبرية ومؤشرات أو سلوكات الحس الرمزي.

وانطلاقا ممّا سبق، ونظرا لعدم وجود دراسات محلية أو عربية تناولت الحس الرمزي في حدود الإطلاع في قواعد البيانات المختلفة، وندرتها على المستوى العالمي، فقد جاءت الدراسة الحالية لتقصّي مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى، وبالذات تخصص الرياضيات، وذلك بهدف تعرف واقع ما اكتسبه هؤلاء الطلبة من خلال تعرضهم لدراسة الرياضيات كإمتداد لما اكتسبوه في المراحل ما قبل الجامعة، وهل أكسبتهم الخبرات المدرسية والجامعية بعض مظاهر الحس الرمزي؟.

## مشكلة الدراسة وأسئلتها:

انطلاقاً من التوصيات التي دعت إليها العديد من الدراسات الدولية السابقة التي جرى التمكن من الوصول إليها، والتي أكدت أهمية الحس الرمزي وضرورة البحث في قضية الحس الرمزي (Arcavi, 2005; Bokhove & Drijvers, 2012; Kenney, 2008; Tursucu, Spandaw & De Vries, 2018) برزت فكرة الدراسة الحالية. فقد أكّد أركافي (Arcavi, 2005) على أهمية الحس الرمزي وضرورة البحث في قضية الحس الرمزي الذي يعدّ ضروريا للنجاح في الجبر بشكل خاص والرياضيات بشكل عام. ونظرا لأهمية الحس الرمزي من قراءة الرموز ومعالجتها في جميع مراحل حل المسألة الرياضية سواء في مرحلة الصياغة أو مرحلة الحل أو التفسير والتحقق، جاءت الدراسة الحالية لتكشف عن المظاهر الموجودة وغير الموجودة لدى الطلبة، والتي تظهر في كثير من الأحيان عدم توفر الفهم المفاهيمي الذي يعدّ أساس الحس الرمزي.

ونظراً لعدم وجود دراسات عربية أو محلية حول موضوع الحس الرمزي؛ ما دفع للقيام بهذه الدراسة والتي تهدف إلى تقصي الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى كون هؤلاء الطلبة من المرجح أنّ يصبحوا مدرسين للرياضيات المدرسية مستقبلاً، أو أنهم قد ينخرطون في مهن مختلفة تتطلب فهم موضوع الجبر والتعبيرات الرمزية الرياضية وكيفية معالجة تلك الرموز في حل مسائل حياتية قد تتعلق بالإحصاء أو المعالجات الطبية أو الفيزيائية أو التقنية وغيرها؛ إذ تعدّ المرحلة الجامعية من أهم المراحل التعليمية بما لها من أثر في التقدم في جميع مجالات الحياة. وبالتحديد تهدف هذه الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الآتي:

- **ما مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى؟**

## أهداف الدراسة:

هدفت هذه الدراسة تقصي مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى.

## أهمية الدراسة:

تتجلّى أهمية هذه الدراسة في أنها تتناول موضوع الحس الرمزي والذي يُعد مُتطلباً في جميع مراحل حل المسألة الرياضية، كما يُعد من قبل المهتمين في تربويات الرياضيات هدفاً منشوداً من تعليم الرياضيات. ويمكن الاستفادة من المقاييس الأدائية لهذه الدراسة في تقييم الحس الرمزي والكفاءة الجبرية لدى عينات جديدة من الطلبة في دراسات لاحقة، إذ يُعد الحس الرمزي مؤشراً للكفاءة الجبرية، وربما تقدم نتائج هذه الدراسة حافزاً لإجراء دراسات تتعلق بتطوير الحس الرمزي لدى الطلبة، وقد توفر بعض الرؤى للتطوير في مجال تدريس الرياضيات بشكل عام والجبر بشكل خاص؛ وذلك على مستوى المرحلتين المدرسية والجامعية.

### حدود الدراسة ومحدداتها:

تتمثل حدود الدراسة بتطبيقها على عينة متيسرة من طلبة

تخصص الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك للفصل الدراسي الأول من العام الجامعي (2017/2018)، كما تتمثل محدداتها بأداة الحس الرمزي المعد وما تتمتع به من صدق وثبات لغرض جمع البيانات. إضافة لإطار التحليل المستخدم لأغراض تحليل إجابات الطلبة المكتوبة وإجاباتهم من خلال المقابلة.

**التعريفات الاصطلاحية والإجرائية:**

**الحس الرمزي**: يمكن وصفه بأنه القدرة على قراءة التعبيرات الرمزية ومعالجتها كمظهرين متكاملين لحل المسائل الجبرية. ولتحليل أداء الطلبة على مسائل إختبار الحس الرمزي، جرى تبني الإطار المفاهيمي للحس

الرمزي الذي طوّره كيني (Kenney, 2008)، والذي يتكون من المظاهر المرافقة لمراحل: صياغة المسألة، وحلها من منطلقي التوقع الجبري وربط التمثيلات، والتفسير والتحقق. (انظر الجدول 1)

**طلبة المرحلة الجامعية الأولى**: هم طلبة البكالوريوس المسجلين في تخصص الرياضيات التابع لكلية العلوم في جامعة اليرموك للفصل الدراسي الأول من العام الجامعي 2017 / 2018 .

## الطريقة والإجراءات:

### منهج الدراسة:

اعتمدت هذه الدراسة المنهج الوصفي النوعي وذلك من خلال استقراء إجابات الطلبة والوصول إلى استنتاجات حول مظاهر الحس الرمزي التي يظهرها الطلبة من خلال حلهم لمجموعة من المسائل الرياضية الجبرية، وباستخدام إطار تحليل معد لهذا الغرض.

### مجتمع الدراسة:

يتكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة تخصص الرياضيات المسجلين في جامعة اليرموك في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي (2017/2018) ويبلغ عددهم (550) طالباً وطالبة.

### عينة الدراسة:

جرى اختيار عينة متيسرة من (20) طالبا وطالبة من الطلبة المسجلين في مساق من مساقات تخصص الرياضيات في جامعة اليرموك بناء على موافقة مدرس المساق، وذلك للفصل الأول من العام الدراسي (2017/2018). وقد روعي في اختيارهم التنوع في السنة الجامعية للطالب (أولى ، ثانية ، ثالثة ، رابعة).

### أدوات الدراسة:

- **أولاً: اختبار الحس الرمزي**

جرت مراجعة الأدب السابق النظري والبحثي فيما يتعلق بمفهوم الحس الرمزي وطبيعة مظاهره وكيفية قياسه (,Kenney 2008; Pierce, 2001; Stiphout,et al 2013; Arcavi,1994,2005; Keller, 1993 Fey ,1990). وبهدف الكشف عن مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة عند حل مسائل رياضية جبرية في سياق الحس الرمزي، تم تصميم اختبار الحس الرمزي الذي يتضمن مهمات رياضية للحس الرمزي. وقد تمّ الإعتماد في بناء مهمات الاختبار بالإضافة إلى مجموعة الدراسات السابقة على الإطار المفاهيمي لمظاهر الحس الرمزي الذي طوره كيني (Kenney,2008) والموضح في جدول (1). وتألف الاختبار من نوعين من الفقرات التي تقيس مظاهر الحس الرمزي، تضمن: النوع الأول فقرات تتطلب إجابة قصيرة وعددها (14) فقرة، والنوع الثاني فقرات تتطلب الاختيار من متعدد مع التبرير وعددها (4) فقرات. كما روعي التنويع في مسائل الإختبار بحيث يمكن رصد جميع مظاهر الحس الرمزي.

وقد عُرِضَ اختبار الحس الرمزي بصورته الأولية على مجموعة من المحكمين من ذوي الاختصاص في الرياضيات وتربويات الرياضيات، وطلب منهم التأكد من الدقة العلمية والصياغة اللغوية والرمزية للفقرات، ومدى ملاءمتها لقياس مظاهر الحس الرمزي بعد تعريفهم على تلك المظاهر، وتم الأخذ بمقترحاتهم وإجراء بعض التعديلات حول كيفية صياغة بعض مهمات الاختبار.

وجرى تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (17) طالبًا وطالبة من طلبة الرياضيات للمرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك من خارج عينة الدراسة، وذلك من أجل التأكد من وضوح الأسئلة والزمن اللازم للإختبار، والتدرب على استخدام إطار التصحيح من خلال إجابات عدد من طلبة العينة الإستطلاعية. ومن خلال ملحوظات طلبة العينة الاستطلاعية واستفساراتهم أثناء إجابتهم على الاختبار جرى الأخذ بعين الاعتبار تلك الملحوظات في تعديل بعض الفقرات. وبذلك تكون الاختبار بصورته النهائية من (14) فقرة تتطلب الإجابة القصيرة مع التبرير، وفقرات تتطلب اختيار من متعدد مع التبرير وعددها (4) فقرات. ومن خلال الزمن الذي استغرقه جميع طلبة العينة الاستطلاعية، وحُسِبَ الزمن اللازم للاختبار وذلك بإيجاد الوسط الحسابي للزمن الذي استغرقه طلبة العينة الاستطلاعية، وبلغ (50) دقيقة.

ونظرا لأنّ الإختبار ليس تحصيليا، والهدف منه ليس إعطاء علامة للطالب، فقد تمّ التأكد من ثبات التحليل لإجابات الطلبة من خلال تبني المنظور التأملي، فقد جرى تحليل مظاهر الحس الرمزي لدى الطلبة في إختبار الحس الرمزي أكثر من مرة ضمن فترات زمنية متباعدة؛ وذلك لتحقيق درجة عالية من الموضوعية، كما تمّ التحقق من ثبات التحليل عبر الزمن (Intra- rater Reliability) وعبر للأشخاص (Inter- rater Reliability) من خلال معادلة كوبر (-Coo per, 1981)، وقد بلغت نسبة التوافق (88. )، و(87. ) على التوالي، وهي قيم مقبولة لأغراض الدراسة. وفي حالات عدم التوافق بين المحللين، تمّ مناقشة كل حالة لوحدها للوصول إلى إتفاق على طبيعة مظهر الحس الرمزي الموجود أو غير الموجود لدى الطالب.

- **ثانيا: إطار تحليل مظاهر الحس الرمزي:**

جرى تبني الإطار المفاهيمي للحس الرمزي والذي طوره كيني (Kenney, 2008) المذكور في الجدول (1)، وذلك من أجل تحليل إجابات الطلبة المكتوبة، وإجاباتهم من خلال المقابلات في اختبار الحس الرمزي.

- **ثالثا: المقابلات التأملية والتسجيلات الصوتية**

فبعد رصد إجابات الطلبة المكتوبة على الإختبار، تمّ إجراء مقابلات فردية مع أفراد عينة الدراسة من خلال مجموعة من الأسئلة المعدة مسبقا، بالإضافة إلى أسئلة طرحت خلال المقابلة

بحسب الإجابة المكتوبة لكل طالب، وقد كانت هذه المقابلات غير محددة بفترة زمنية، وبلغت بالمعدل (50) دقيقة للطالب الواحد. كما تم تسجيل المقابلات صوتياً، وحُللتْ إجابات الطلبة بالاعتماد على أوراق الاختبار والمقابلة المسجلة. ومن اسئلة المقابلة المعدة مسبقًا: ما الأفكار الأولية الخاصة بك حول هذه المسألة؟، هل يمكنك شرح طريقة تفكيرك؟، هل هذه إجابتك النهائية؟. كما تمّ التحقق من ثبات المقابلة من خلال إجراءات البحث النوعي (Burton, 2000)؛ إذ تمّ إجراء مقابلات مع ثلاثة من طلبة العينة الإستطلاعية.

## إجراءات الدراسة:

وأُعدّت أدوات الدراسة والمتمثلة باختبار الحس الرمزي، وإطار مفَاهيمي لتحليل بيانات اختبار الحس الرمزي، إضافة إلى أسئلة المقابلة. ومن ثم تمّت الموافقة على إجراء الدراسة من خلال إصدار كتاب تسهيل مهمة لإجرائها. كما تمّ تقديم الإختبار لعينة استطلاعية، وبعدها تم إختيار عينة الدراسة، وتقديم الإختبار لتلك العينة في بداية الفصل الثاني من العام الدراسي (2017/2018)، وبعد رصد إجابات الطلبة المكتوبة على الإختبار، جرى إجراء المقابلات الفردية مقرونة بالتسجيل الصوتي لتلك المقابلات. ومن ثمّ، تحليل النتائج ومناقشتها والخروج ببعض التوصيات.

## تحليل البيانات:

استخدم منهج التحليل النوعي، وذلك باستقراء إجابات كل طالب في عينة الدراسة على كل سؤال من أسئلة إختبار الحس الرمزي وإجاباتهم من خلال المقابلة التأملية، وذلك بموجب إطار التحليل لمظاهر الحس الرمزي الواردة في الجدول (1)، والمتضمنة مظاهر الحس الرمزي الرئيسة ومؤشراتها الفرعية، ومن ثمّ تحديد ما ظهر لدى كل طالب من مؤشرات لتلك المظاهر وما لم يظهر. وبموجب ذلك تم تحديد النسب المئوية لتلك المظاهر لكامل العينة.

## نتائج الدراسة ومناقشتها:

◀ **السؤال البحثي: ما مظاهر الحس الرمزي لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى؟**

للكشف عن مظاهر الحس الرمزي الموجودة والمفقودة لدى الطلبة، تم تحليل إجاباتهم من خلال إطار الحس الرمزي الذي طوره كيني (Kenney, 2008) في كل من اختبار الحس الرمزي والمقابلة التي أجريت معهم، إذ تمّ استقراء ورصد سلوكات الحس الرمزي (الحالات الشائعة لعناصر الحس الرمزي) لكل طالب على حده وعلى مستوى كل فقرة من فقرات الإختبار حتى لو كان الذي قاموا به غير منتج أو غير صحيح. كما رُصدتْ سلوكات الحس الرمزي غير الموجودة لديهم عندما يكون من المفيد أن تظهر في مهمة ما من مهمات الإختبار، ولكن لم تظهر من قبل الطالب، ويمكن أن يُظهر الطالب سلوكا للحس الرمزي في جزء من المسألة ويفتقر للسلوك

نفسه في نقطة أخرى من المسألة نفسها، وقد حُسِبَتْ النسب المئوية للطلبة الذين أظهروا تلك السلوكات، وبالمقابل النسب المئوية لمن لم تظهر لديهم، وقد تم ذلك من خلال تحديد احتمالية ظهور كل سلوك للحس الرمزي في كل مسألة، ثم حُدّدتْ احتمالية تكرار كل سلوك في جميع مسائل الاختبار، ومن ثمّ النظر في وجود أو عدم وجود السلوك لدى الطالب من خلال تحقيقه (50 %) فما فوق من احتمالية ظهور سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار، وأنّ يكون تكرار وجوده أعلى من تكرار عدم وجوده لدى الطالب. ويعد السلوك غير موجود إذا كان تكرار عدم وجوده لدى الطالب أعلى من وجوده؛ ويرجع ذلك إلى طبيعة بعض سلوكات الحس الرمزي التي ليس بالضرورة ظهورها لدى جميع الطلبة في بعض المسائل، فقد ينهج الطالب نهجا آخر لحل المسألة؛ لذلك كان مجموع بعض النسب لسلوك الحس الرمزي الموجود وغير الموجود لدى الطلبة لا يساوي (100 %). ويوضح الجدول (2) نسبة طلبة المرحلة الجامعية الأولى في كل من الحالات الشائعة لمظاهر الحس الرمزي الموجودة وغير الموجودة.

**الجدول (2)**

**نسبة الطلبة حسب سلوكات الحس الرمزي الموجودة وغير الموجوده لديهم في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي**

| مراحل حل المسألة | عناصر مظاهر الحس الرمزي | الحالات الشائعة | نسبة م× | نسبة غ×× |
|---|---|---|---|---|
| صياغة | 1.1 يربط تمثيلات جبرية ولفظية | 1.1.1 يعرف متى يستخدم الرموز | %80 | %15 |
| | | 1.1.2 يعرف متى يتخلى عن الرموز | %40 | %10 |
| | | 1.1.3 القدرة على اختيار تمثيلات رمزية ممكنة ومناسبة | %80 | %15 |
| | | 1.1.4 يعرف أن اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل | %10 | %60 |
| حل (توقع جبري) | 2.1 يدرك الخصائص الأساسية | 2.1.1 يعرف معنى الرموز | %95 | _ |
| | | 2.1.2 يعرف ترتيب العمليات | %100 | _ |
| | | 2.1.3 يعرف خصائص العمليات | %90 | %10 |
| | 2.2 يحدد البنية | 2.2.1 يحدد عناصر وحدود التعبير الجبري | %75 | %25 |
| | | 2.2.2 يحدد مجموعة استراتيجيات من مكونات التعبير الجبري لتساعد في تحديد التعابير المكافئة | %60 | %40 |
| | 2.3 يحدد السمات الأساسية | 2.3.1 يحدد نوع الصيغة الجبرية | %85 | %15 |
| | | 2.3.2 يحدد الحد السائد للتعبير الجبري | %75 | %15 |
| | | 2.3.3 يربط صيغة جبرية بنوع الحل | %85 | %15 |

| مراحل حل المسألة | عناصر مظاهر الحس الرمزي | الحالات الشائعة | نسبة م× | نسبة غ×× |
|---|---|---|---|---|
| حل | 3.1 يربط تمثيل رمزي بتمثيل بياني | 3.1.1 يربط صيغة جبرية برسم بياني | %65 | %35 |
| | | 3.1.2 يربط السمات الأساسية لتحديد الموقع المحتمل للرسم البياني | %80 | %20 |
| (القدرة على ربط التمثيلات) | | 3.1.3 يربط السمات الأساسية لتحديد نقاط التقاطع وخطوط التقارب | %70 | %5 |
| | 3.2 يربط السمات الأساسية لعمل إضافات مناسبة في جدول | 3.2.1 يربط أنماط عددية أو نمط في جدول بصيغة جبرية | %85 | %10 |
| تفسير وتحقق | 4.1 يدرك المعنى | 4.1.1 يربط معنى الرمز بالمسألة الأصلية | %20 | %80 |
| | | 4.1.2 يربط معنى الرمز بتوقعاته الشخصية( استخدام توقعات شخصية) | %30 | %70 |

*م (سلوك حس رمزي موجود): نسبة الطلبة الذين ظهر لديهم سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار.

** غ (سلوك حس رمزي غير موجود): نسبة الطلبة الذين لم يظهر لديهم سلوك الحس الرمزي في جميع مسائل الاختبار.

يلحظ من الجدول (2) في مرحلة الصياغة أن معظم الطلبة لديهم قدرة على معرفة متى تُستخدم الرموز (1.1.1) والقدرة على اختيار تمثيلات رمزية مناسبة (1.1.3)، وقليل من الطلبة الذين تخلوا عن الرموز(1.1.2) واستخدموا خط الأعداد أو رسم بياني أو خمّنوا مجموعة من الأعداد لتحديد حل المسألة المعطاه، وبلغت نسبتهم (40 %). كما يتبين أنّ نسبة قليلة من الطلبة تخلت عن استخدام تمثيلات غير مناسبة (1.1.4)، وبلغت نسبتهم (10 %)، بينما بلغت نسبة الطلبة الذين ليس لديهم هذه القدرة (60 %).

أمّا ما يخصّ مرحلة الحل (التوقع الجبري)، يلحظ من الجدول أن معظم الطلبة في جميع المسائل أظهروا قدرة على إدراك الخصائص الأساسية والذي يندرج تحته معرفة معنى الرموز (2.1.1)، ومعرفة ترتيب العمليات (2.1.2)، ومعرفة خصائص العمليات الأساسية (2.1.3). كما يوضح الجدول أن (75 %) من الطلبة لديهم قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال تحديد عناصر التعبير الجبري أو جزء من التعبير كوحدة واحدة(2.2.1)، بينما أظهر (60 %) من الطلبة قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال عمل مجموعة من الاستراتيجيات ببراعة (2.2.2).

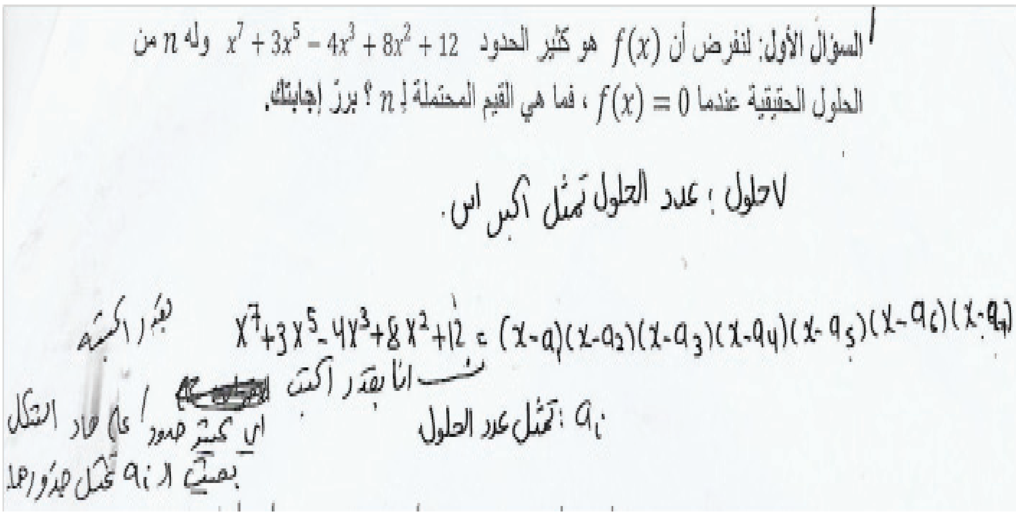
وفي مجال تحديد السمات الأساسية للتعبير الجبري، يبين الجدول(2) أن معظم الطلبة لديهم قدرة على تحديد تلك السمات من خلال تحديد نوع الصيغة الجبرية (3.2.1)، ومن خلال قدرتهم على تحديد الحد السائد للتعبير الجبري لمعرفة عدد الحلول أو الجذور، أو تحديد درجة كثير الحدود (2.3.2)، وكذلك قدرتهم على ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل سواء كان حقيقيا أم مركبا أم اعدادا سالبة أم اعدادا صحيحة، أو أنّ الحل يقع ضمن فترة معينة (2.3.3).

أمّا في مرحلة الحل (القدرة على ربط التمثيلات)، فقد تبيّن أن مظاهر الحس الرمزي التي تدل على عنصر ربط التمثيل الرمزي بتمثيل بياني ظهرت لدى (65 %) ، ولم تكن موجودة لدى (35 %) منهم، كما ظهر لدى (80 %) القدرة على ربط السمات الأساسية للتعبير الجبري لتحديد عدد التقاطعات مع محور السينات أو أي موقع محتمل على الرسم البياني، ولم يظهر لدى (20 %)، بينما (70 %) من الطلبة كان لديهم قدرة على ربط سمات التعبير الجبري لتحديد التقاطعات مع محور السينات على أنها أصفار الاقتران. أما قدرة الطلبة على ربط تمثيل رمزي بتمثيل عددي لكتابة صيغة جبرية عامة، أو معرفة نوع الاقتران الذي يمثل جدول، أو إضافة قيم من الأعداد فقد ظهرت لدى (85 %) من الطلبة، ولم تظهر لدى (10 %).

وفيما يخصّ عنصر إدراك معنى رموز المسألة (4.1) والذي يأتي في مرحلة التفسير والتحقق، فقد لوحظ ظهوره لدى عدد قليل من الطلبة في جميع مسائل اختبار الحس الرمزي، إذ ظهر لدى (20 %) من الطلبة قدرة على ربط معنى رموز المسألة بالمسألة الأصلية من خلال العودة للمسألة الأصلية سواء من أجل التحقق من الحل أو من أجل التحقق من المسألة لتعديل الحل مرة أخرى. أما بالنسبة لقدرتهم على ربط معنى رموز المسألة بخبراتهم السابقة أو توقعاتهم الخاصة، فقد ظهرت لدى (30 %) من الطلبة فقط، مما يدل على وجود ضعف في سلوكات الحس الرمزي ضمن هذه المرحلة.

وخلاصة القول، يمكن الإستنتاج أن الطلبة يمارسون عددا من سلوكات الحس الرمزي، ولكن بعض هذه السلوكات كانت غير منتجة أو غير صحيحة في موقف ما، ممّا يشير إلى وجود ضعف في الحس الرمزي لدى الطلبة في العديد من المواقف وبخاصة في مرحلة التفسير والتحقق من حل المسألة.

وفيما يلي عرض حالات من التحليل لإجابات الطلبة على عدد من المهمات الواردة في الأسئلة: (1،2،3،4،5)، فمثلاً أجابت الطالبة (d1) وهي من طلبة السنة الرابعة على المسألة الأولى كما في الشكل (3):




شكل (3): إجابة الطالبة (d1 ) على المهمة الأولى

وأثناء المقابلة كان رد فعلها على المسألة هو تحديد درجة الاقتران؛ لتحديد عدد الحلول، وقد حددت في المقابلة أن عددها (7) أو أقل ولكنها لم تتمكن من تحديد أقل عدد من الحلول الحقيقية للإقتران، حيث قالت (ممكن أفترض أنه ليس دائماً يحلل فيمكن أن يكون عدد الحلول أقل أو يساوي سبعة، ولكن أقل بكم؟، صفر أو واحد)، كما حاولت في المقابلة تجريب عوامل الحد الثابت (12) لتحدد أقل عدد للحلول واحد أم صفر، ولكنها قالت (ليس بالضرورة أن يكون أحد الحلول من عوامل الحد الثابت (12)، وعندما طلب منها تحديد احتمالات الحل من خلال شكل الاقتران أجابت: «لا يوجد لديّ فكرة كم أقل عدد من الحلول فمثلاً $(x^2+1)$ أقل شيء له صفر من الحلول، فممكن يوجد حل أو ولا حل، ولا أستطيع أن أعرف عدد الحلول بدون أن أحل هذا الاقتران». ويبين الجدول (3) تحليلا لعمل الطالبة (d1) في الاختبار والمقابلة.

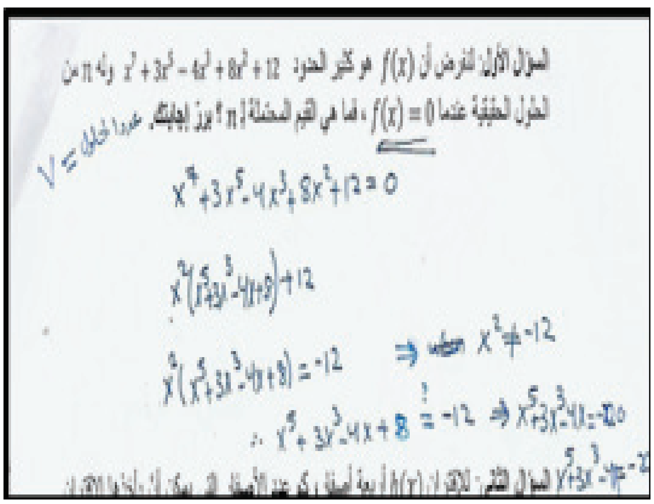
**الجدول (3)**

**تحليل عمل الطالبة (d1) على المهمة الأولى**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.3.2) حددت السمات الأساسية عندما حددت أن أعلى درجة للاقتران هي الدرجة السابعة.<br>(2.3.1) حددت أن الاقتران كثير حدود من الدرجة السابعة. | (2.3.2) لم تحدد أن عدد الجذور الحقيقية للاقتران عدد فردي(7،5،3،1) لأن كثير الحدود من الدرجة السابعة وهي درجة فردية. |
| (1.1.3) كتبت الصيغة العامة لعوامل كثير حدود من الدرجة السابعة. | (2.3.3) لم تحدد أن الجذور يمكن أن تكون جذورا حقيقية وجذورا مركبة. |
| ( 4.1.2) استخدمت صيغة عامة لعوامل كثير الحدود لتوضح عدد الجذور. | (4.1.2) لم تحدد أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي، أي أن عددها في هذا الاقتران يمكن أن يكون ( 0،2،4،6). |
| (2.2.2) حددت عوامل الحد المطلق من أجل تحليل الاقتران (f x) لعوامله الأولية. | |

يلحظ من خلال الحل المكتوب والجدول (3) بأن الطالبة (d1) قامت بوضع الصيغة العامة للعوامل الأولية في كثير الحدود من الدرجة السابعة، وقد حاولت أن تستفيد من تجاربها السابقة عندما وضعت الصيغة العامة للعوامل؛ لتوضح أن أكثر عدد للحلول الحقيقية هو سبعة، كما أنها استخدمت رموزاً مناسبة لكتابة الصيغة العامة، وقد حددت أن للاقتران سبعة حلول حقيقية من خلال درجة الاقتران، ولكنها أشارت في المقابلة بأن للاقتران سبعة حلول أو أقل، ولكنها لم تحدد أقل عدد من الحلول للاقتران، ولم تحدد عدد الحلول الممكنه.

أما بالنسبة لعمل الطالبة (c1) على المسألة الأولى وهي من طلبة السنة الثالثة فهو موضح في الشكل (4):




شكل (4): إجابة الطالبة (c1) على المهمة الأولى

أمّا في أثناء المقابلة، فقد أجابت أنها أول ما نظرت للمسألة فكرت بدرجة الاقتران وقالت، إنّ لها سبعة من الحلول، وعندما طلب منها توضيح تفكيرها قالت «هو من الدرجة السابعة بالتالي له سبعة من الحلول لأنني قست ذلك على الاقتران التربيعي حيث يمكن أن يكون له حل أو حلين»، يتضح من ذلك أنها حاولت الاستفادة من خبراتها السابقة. ويوضح الجدول (4) تحليلاً لعمل الطالبة (c1).

**الجدول (4)**

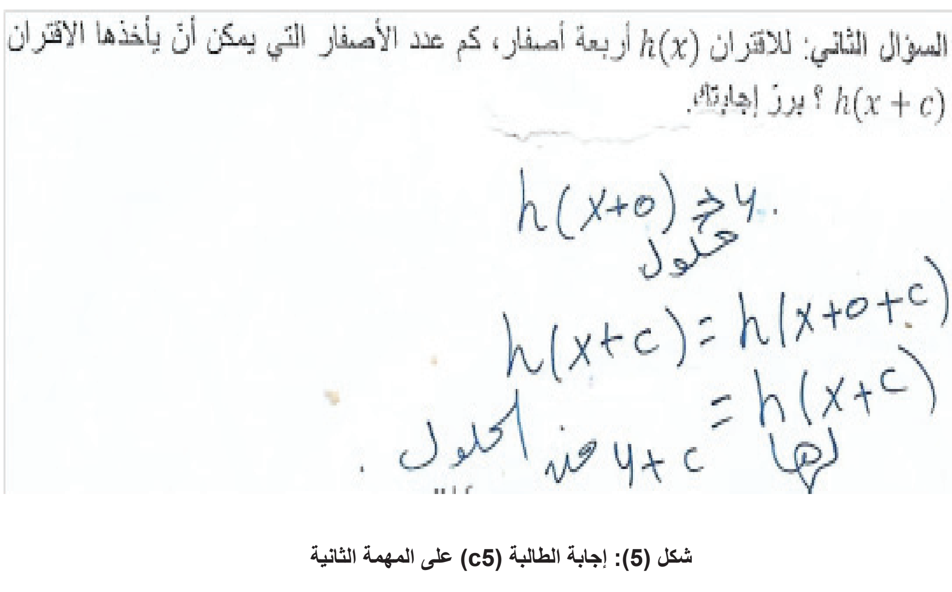
**تحليل عمل الطالبة (c1) على المهمة الأولى**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.3.2) حددت أعلى درجة للاقتران (7) لتحدد عدد الحلول. | (2.3.2) حاولت تحليل كثير الحدود لتجد عدد الأصفار، ولم تحدد عددها من خلال الدرجة. |
| (2.1.3) حددت أنه لا يجوز أن يساوي الاقتران التربيعي سالب($x^2 \neq -12$) | (2.1.1)، (2.2.2) لا تعرف معنى الرموز عندما حددت أن $x^5+3x^3-4x+8=-12$ في المعادلة $x^2(x^5+3x^3-4x+8)=-12$، ولا تعرف البنية الجبرية بهذا التحليل. |
| | (2.3.3) لم تحدد أنه يمكن أن يكون للاقتران جذور حقيقية وجذور مركبة. |
| (2.3.1) حددت أنه كثير حدود درجته (7) | (2.3.2) حددت أن عدد الحلول (7) ولم تحدد أن عدد الجذور الحقيقية فردي لأن درجته فرديه. |
| (4.1.2) قدمت مثالاً على كثير حدود تربيعي وحددت أن له حلا أو حلين لتفسر المسألة. | (4.1.2) لم تحدد أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي. |
| | (4.1.2) توقعت أن عدد الجذور 4 بعدد الحدود التي تحتوي المتغير في الاقتران. |

يتضح من الجدول (4)، ومن خلال مقابلة الطالبة، أنها قد حاولت تحليل كثير الحدود لتجد الاصفار، ولكنها اخطأت في تحليل الاقتران حيث وضعت كل عامل يساوي ($-12$)، ما يدل على وجود نقص في معرفة معنى الرموز (2.1.1)، والذي يشير إلى نقص في أدراك القواعد وخصائص العمليات الأساسية التي تندرج تحت مظهر التوقع الجبري، كما أنها استعانت بالاقتران التربيعي بأن له حلاً أو حلّين، وعممت على ذلك، بالرغم من اختلاف الاقترانين بالدرجة، علماً أن كثير الحدود من الدرجة الثانية إما أن يكون له جذران حقيقيان أو بدون جذور حقيقية، ولا يجوز أن يكون له جذر حقيقي وجذر مركب لأن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي.

إنّ مفتاح حل هذه المسألة (السؤال الأول) أن عدد الجذور المركبة دائماً زوجي، وبما أن الاقتران من الدرجة السابعة وهي درجة فردية؛ فإن احتمالات عدد الجذور المركبة يقع ضمن المجموعة (0، 2، 4، 6)، أما عدد الجذور الحقيقية المحتملة فيقع ضمن المجموعة ( 1،3 ،5 ،7 )، وفي هذه المسألة لم يستطيع أي طالب تحديد عدد الحلول الحقيقية المحتملة للاقتران بشكل صحيح حيث كانت نسبة الطلبة الذين أجابوا (7) حلول أو أقل (10 %)، ونسبة الذين أجابوا (7) حلول (50 %)، بينما بلغت نسبة الإجابات الأخرى (25 %)، مثل: (3) حلول، (4) حلول، وما لا نهاية من الحلول. وبلغت نسبة الذين لا يوجد لديهم إجابة (15 %)، كما أن بعض الطلبة حاولوا تحليل كثير الحدود لعواملة الأولية لمعرفة عدد اصفاره (حلوله)، وهذا يدل على نقص في تحديد السمات الأساسية للتعبير الجبري التي تدل على عدد الحلول لكثير حدود من الدرجة السابعة.

وفيما يخص المسألة الثانية فقد أجابت الطالبة (c5) وهي من طلبة السنة الثالثة على المسألة في ورقة الاختبار كما هو موضح في الشكل (5).




**شكل (5): إجابة الطالبة (c5) على المهمة الثانية**

وأثناء المقابلة، أجابت الطالبة (c5) أن الاقتران $h(x)$ له أربعة اصفار، وعندما نضيف أي عدد سيكون له العدد نفسه زائد الثابت (c)، وإذا كان الثابت (c) يساوي صفر سيكون له أربعة اصفار وإذا كان يساوي واحد سيكون له (5) اصفار وبالتالي سيكون عدد الاصفار (4+c). ويوضح الجدول (5) تحليلاً لإجابة الطالبة (c5).

**الجدول (5)**

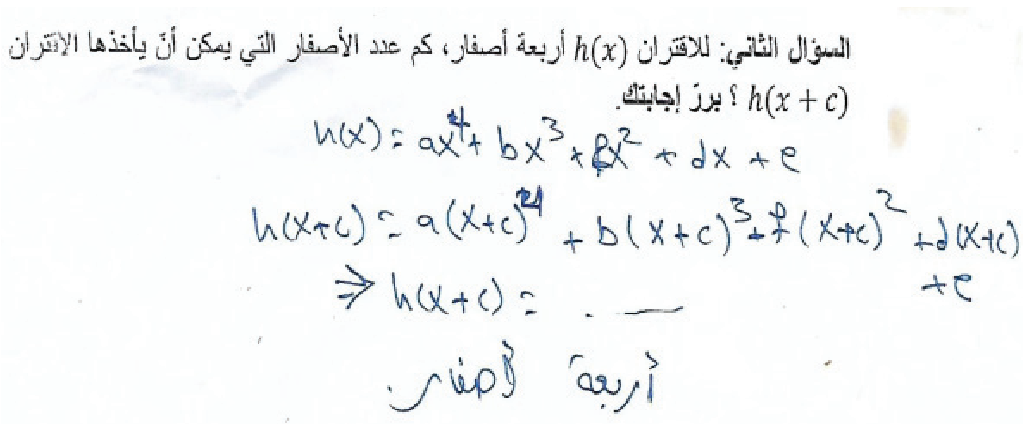
**تحليل عمل الطالبة (c5) على المهمة الثانية**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| | (2.2.1) لم تتعامل مع (x+c) كوحدة واحدة تحل محل في الاقتران h(x) |
| | (2.1.1) لديها نقص في معرفة معنى الرموز الجبرية للعلاقة الاقترانية h(x+c) و h(x) |

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| | (4.1.2) لديها نقص في الخبرات السابقة عندما توقعت أنّ عدد الحلول يساوي (x+c). |
| | (2.3.3) لم تحدد أن التغير فقط في القيمة العددية للاصفار وليس عددها. |
| | (2.3.1) لم تدرك أن الاقتران سيبقى من النوع نفسه. |
| | (2.3.2) لم تحدد أن عدد الحلول لن يتغير لأنّ الاقتران سيبقى بنفس الدرجة. |

يظهر من خلال إجابة الطالبة (c5) والجدول، أن الطالبة لم تدرك أن بنية الاقتران لن تتغير عن بنية الاقتران وسيبقى بنفس الدرجة، وبالتالي فإنّ عدد الأصفار سيبقى نفسه والذي سيتغير هو فقط القيمة العددية للأصفا، كما أنها لم توظّف خبراتها السابقة في معرفة معنى أن تحل الوحدة محل الوحدة (x) في الاقتران h(x) .

وفيما يلي عرض لإجابة الطالب (c3) وهو من طلبة السنة الثالثة على المسألة الثانية كما هو موضح في الشكل(6) :




**شكل (6) إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية**

أمّا أثناء المقابلة، فقد عبّر (c3) عن أفكاره الأولية في هذه المسألة حيث قال «بما أن الاقتران له أربعة اصفار فهو من الدرجة الرابعة، وكذلك الاقتران نفس الدرجة وبالتالي له أربعة اصفار». وفيما يلي تحليل لإجابة (c3) في الجدول (6).

**الجدول (6)**

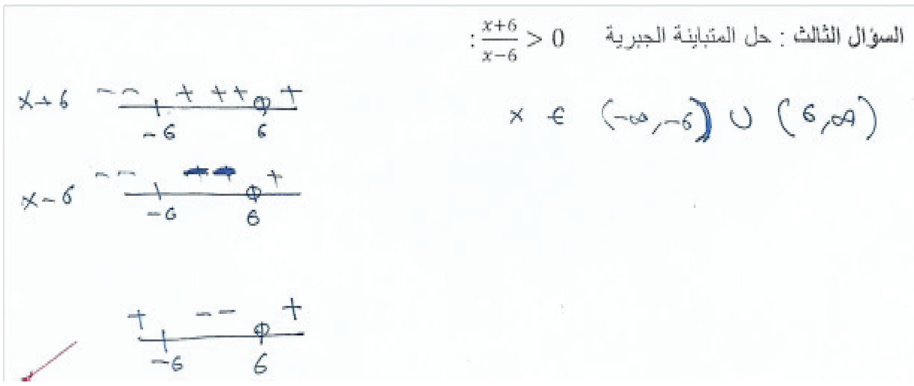
**تحليل إجابة الطالب (c3) على المهمة الثانية:**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (4.1.2) استخدم مثالاً ليفسر معنى المسألة وتوقع أن الاقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة. | |
| (2.3.2) حدد أن الاقتران h(x+c) سيظل نفس درجة الاقتران . | |
| (2.3.2) حدد عدد الاصفار للاقتران h(x+c) أربعة اصفار. | |
| (2.2.1) تعامل مع (x+c) كوحدة واحدة تحل محل x في الاقتران. h(x+c) | |
| (1.1.3) استخدم رموزاً تمثل اقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة. | |
| (2.1.1) يعرف معنى الرموز عندما حدد الصيغة العامة لاقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة (علاقة اقترانية). | |

يلحظ من خلال تحليل إجابة الطالب (c3) كما في الجدول (6) على المهمة الثانية أنه في هذه المسألة توقع أن الاقتران h(x) من الدرجة الرابعة، وهنا توقع حالة خاصة واستفاد من تجاربه السابقة، وكتب الصيغة العامة لكثير حدود من الدرجة الرابعة (4.1.2)، وأستنتج من خلال هذا المثال الصيغة العامة للاقتران $h(x+c)$ (1.1.3) و(2.1.1) وحدد أن هذا الاقتران سيظل نفس درجة الاقتران $h(x)$ ، وهنا حدّد سمة رئيسة للاقتران $h(x)$ والاقتران $h(x+c)$ (2.3.2)، كما حدد أن بنية الاقتران h(x+c) لن تتغير عن بنية الاقتران$h(x)$ عندما عوض الوحدة $(x+c)$ محل الوحدة$(x)$ في الاقتران$h(x)$(2.2.1)، ومنها حدد أن عدد اصفار الاقتران $h(x+c)$ تساوي أربعة (2.3.2).

وقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة في المهمة الثانية (75%)، ومن الإجابات غير المنطقية هو أن العدد صفر هو أحد أصفار الاقتران بسبب الثابت (c)، وعدد الأصفار يساوي قيمة (c)، وعدد الاصفار(5)، والصفر الخامس هو(-c) لأنه يجعل قيمة الاقتران صفراً؛ مما يدل على نقص في تحديد البنية الجبرية للاقتران(2.2.1).

أما ما يخص المهمة الواردة في السؤال الثالث، فقد بلغت نسبة الإجابات الصحيحة (10 %) وهي نسبة متدنية، وفيما يأتي عرض لإجابة الطالبة (a2) وهي إحدى طالبات السنة الأولى كما في الشكل (7):




شكل (7): إجابة الطالبة (a2) على المه $\left(\frac{12+6}{12-6}\right) = \frac{18}{6}$

عندما تمّ سؤال الطالبة (a2) كيف فكرتي في المسألة قالت «بحثت في إشارة الكسر، حيث بحثت في إشارة البسط، وإشارة المقام، ومن ثم إشارة قسمة البسط على المقام واخترت الفئات التي كانت موجبة». ويوضح الجدول(7) تحليلاً لإجابتها.

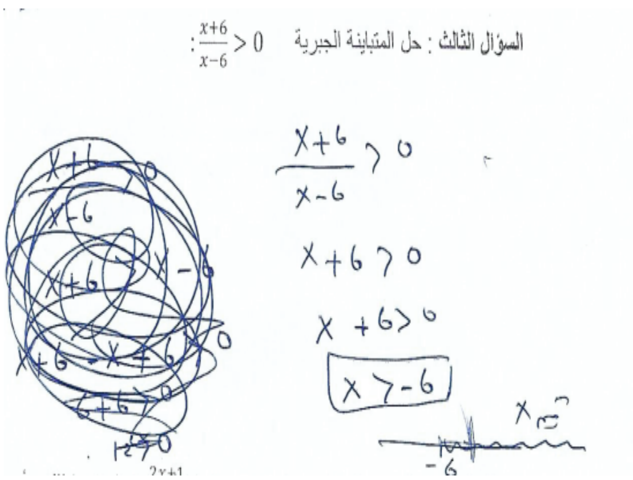
**جدول(7)**

**تحليل إجابة الطالبة (a2) على المهمة الثالثة**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
| --- | --- |
| (1.1.2) استخدمت خط الأعداد لتحدد إشارة كل من البسط وإشارة المقام ومن ثم إشارة التعبير الجبري على مجاله. | |
| (1.1.3) استخدمت رموز مناسبة للفترات المفتوحة ورمز الاتحاد بين فترتي المتباينة. | |
| (2.2.2) حددت صفر البسط وصفر المقام للاقتران الكسري. | |
| (2.2.2) استثنت صفر المقام من المجال. | |
| (2.2.1) تعاملت مع البسط كوحدة واحدة وحددت إشارة البسط وكذلك مع المقام ومن ثم تعاملت مع التعبير الجبري كوحدة واحدة وحددت إشارته. | |
| (2.1.3) حددت أنه لا يجوز القسمة على صفر. | |
| (2.1.1) حددت المتغير كعدد مُعمّم عندما حددت فترات الحل. | |
| (2.1.3)،(2.3.3)،(4.1.2) حددت أن التعبير الجبري يكون موجباً عندما حاصل قسمة موجب على موجب أو حاصل قسمة سالب على سالب. | |
| (2.3.3) حددت نوع الحل عندما حددت فترات حل المتباينة. | |

يتضح في هذه المسألة أن الطالبة (a2) قد تخلت عن الرموز الجبرية واستخدمت خط الأعداد (1.1.2) لتحديد إشارة كل من البسط والمقام، ومن ثم تعاملت مع إشارة التعبير الجبري الكسري كوحدة واحدة (2.2.1)، ومن خلال خط الأعداد حددت فترات الحل التي تحقق المتباينة الكسرية (2.3.3)، وفي تحديدها لفترات الحل فهي تعرف معنى الرموز (المتغير كعدد مُعمم) (2.1.1)، وقد استخدمت في هذه المهمة خبراتها السابقة في تحديد إشارة المقدار الجبري الكسري(4.1.1) كما أنها استطاعت أن تستخدم رموزاً مناسبة للتعبير عن فترات الحل.

وفيما يأتي عرض لإجابة الطالبة (d5) وهي من طلبة السنة الرابعة على المسألة الثالثة كما هو موضح في الشكل (8) :




**شكل (8) إجابة الطالبة (d5)على المهمة الثالثة**

أما في أثناء المقابلة، فقد أجابت الطالبة (d5) «لقد ضربت ضرب تبادلي ومن ($x+6>0$) فإن ($x>-6$) وبما أنه لا توجد مساواة فإن ($x>-6$) فترة الحل ($-6$ , $\infty$) إلا إذا خطوتي في الضرب التبادلي خطأ «وعندما سئلت» لماذا؟» قالت «لأن المتباينة ليس شيء سهل، وأنا قلت أن الحل ($-6$ , $\infty$) فلنأخذ قيمة منها ونعوض لنأخذ ($x=1$) الإجابة ليست أكبر من صفر؛ إذن يوجد خطأ؛ إذن خطوتي في الضرب التبادلي غير صحيحة» فسئلت: «هل توجد خطوة أخرى»، قالت «أعوض لنأخذ مثلاً ($x\neq6$) ستكون مشكلة في المقام؛ إذن x لا تساوي 6 والقيم السالبة لن تكون صحيحة عندما نضعها في المقام، ويبقى الصفر، لكن البسط شو ما أعوض فيه عادي، إذن الأعداد 0 ، و1 ، و2، و3 ، و4 لا نريده بالتالي مجموعة الحل من 7 فما فوق وليس من 6 فما فوق لأن ($x+6>0$) ، وستكون مجموعة الحل من 7 فما فوق لأن $\frac{13}{1} = \left(\frac{7+6}{7-6}\right)$، وخذي $\frac{18}{6} = \left(\frac{12+6}{12-6}\right)$ ، البسط كله أكبر من صفر المشكله في المقام».

**جدول (8)**

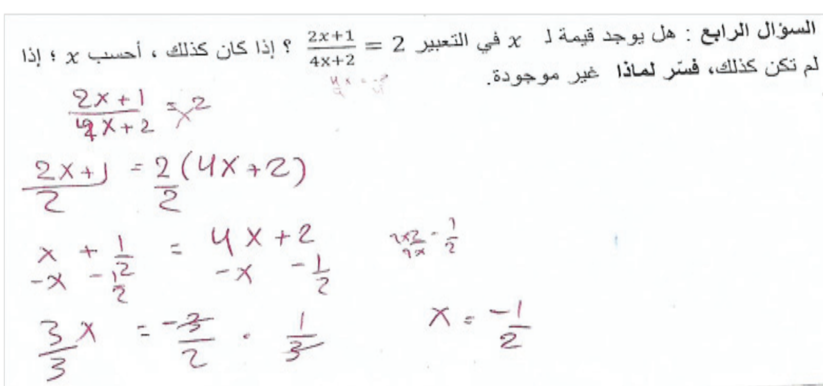
**تحليل إجابة الطالبة (d5) على المهمة الثالثة**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت أنّ الحل مجموعة من القيم غير المحددة (كعدد معمم). | (2.2.1) لم تعمل على تقسيم التعبير الجبري إلى تعابير فرعية ذات معنى لتسهيل حل المتباينة ومن ثم النظر لعناصر المتباينة كوحدة واحدة. |
| (2.1.3) تعرف خصائص عملية الجمع عندما حددت المعكوس الجمعي للمتغير. | (2.1.3) لا تعرف خصائص حل المتباينة. |
| (2.1.2) تعرف ترتيب العمليات عندما كانت تعوض بعض القيم. | (2.3.1) غيرت المتباينة حيث لم تعد تكافئ المتباينة الاصلية عندما كتبت ($x$+6>$x$-6). |
| (1.1.2) تتخلى عن الرموز وتستخدم خط الأعداد لتحديد مجموعة الحل. | (2.2.2) لم تستطيع تحديد المجال للبسط والمقام ومن ثم تحديد المجال للتعبير الجبري كوحدة واحدة. |
| (2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت الحل ضمن فترة مفتوحة. | (2.1.3) لم تحدد أنه لا يجوز القسمة على صفر. |
| (3.2.1) أخذت مجموعة من القيم العددية وعوضتها في المتباينة لتحديد متى تكون موجبة. | (2.3.3) لم تحدد الحل الذي يمثل المتباينة. |
| (1.1.2) تخلت عن الرموز واستخدمت قيم عددية لتحديد فترة الحل. | (3.2.1) لم تدرك أنه يوجد أعداد غير صحيحة بين العدد (6) والعدد (7)، ولم تدرك أنه توجد أعداد سالبة تجعل البسط سالب. |
| (4.1.1) رجعت للمسألة الاصلية لتحل بطريقة أخرى. | (4.1.1) لم تتحقق من الإجابة بالرجوع للمسألة في الاختبار الكتابي. |
| (1.1.4) تخلت عن التمثيل الرمزي عندما ادركت أنه غير مناسب ($x$+6>$x$-6) | (4.1.2) لم تدرك معنى المسألة عندما قامت بعمل ضرب تبادلي لحل المتباينة. |
| (4.1.1) تحققت من الإجابة بالرجوع للمسألة من خلال تعويض بعض القيم أثناء المقابلة ومنها حددت أن طريقة الضرب التبادلي في المتباينات غير صحيحة. | (4.1.2) لم تدرك معنى المسألة بالرجوع للخبرات السابقة $(+=\frac{(+)}{(+)})$ أو $(+=\frac{(-)}{(-)})$ |
| (1.1.4) شكت بخطوة الضرب التبادلي التي قامت بها، وغيرت طريقة تفكيرها بالمسألة. | |

يظهر من خلال تحليل إجابة الطالبه (a5) كما في الجدول(8) على المهمة الثالثة أنها لا تعرف خصائص العمليات على المتباينات الجبرية، حيث قامت بعمل ضرب تبادلي كما في المعادلات وهذا يدل على نقص في مظهر معرفة خصائص العمليات، ومن خلال هذا الحل حددت أن ($x$>-6) مما يدل على نقص في قدرتها على تحديد الحل، وعدم القدرة على ربط معنى الرمز بالمسألة لأنها لم تحاول التأكد من هذه الإجابة بالرجوع للمسألة، ولكنها في المقابلة قامت بأخذ قيمة ($x$=1) من فترة الحل التي حددتها (6−، ∞) وعوضتها في المتباينة فوجدت أنها لا تحققها مما جعلها تشك في خطوة الضرب التبادلي التي قامت بها، وتخلت عن التمثيل الرمزي ($x$+6>$x$-6) عندما أدركت أنه غير مناسب، وهذا يدل على معرفتها بأنّ اختيار التمثيل يمكن التخلي عنه عندما لا يعمل. ومن ثم غيّرت طريقة تفكيرها بالمسألة بأخذ مجموعة من القيم العددية وتعويضها ؛ لتحدد فترات الحل، وهذه الخطوة تدل على أنها تخلت عن الرموز واستخدمت الأعداد (1.1.2)، ولكنها تعاملت مع الأعداد الصحيحة فقط ولم تدرك أنه يوجد أعداد غير صحيحة بين العدد (6) والعدد (7) عندما حددت أن الفترة تبدأ من العدد (7) وليس من العدد (6)، مما يدل على نقص في المظهر الذي يربط أنماطا عددية في جدول بصيغة جبرية.

ومما يجدر ذكره أن الطلبة قد واجهوا صعوبات في هذه المسألة كونها متباينة كسرية، إذْ استخدم العديد منهم خط الأعداد لإيجاد فترة الحل كما هو الحال في المسألة السادسة (**ما هي قيم التي تجعل للاقتران**= ($x$+2) ($x$-1) $y$ **قيمة موجبة؟**)، وهي عبارة عن متباينة تربيعية؛ ولكن المتباينة التربيعية كانت مألوفة لديهم بعكس المتباينة الكسرية وربما لأنهم لم يتعرضوا لمتباينات كسرية بما فيه الكفاية، حيث من الممكن حلها بالتخلي عن الرموز واستخدام خط الأعداد لتحديد إشارة التعبير الجبري الكسري، ويمكن حلها كذلك من خلال تفسير معنى المسألة بتحديد متى يكون حاصل قسمة مقدارين جبريين موجبا؛ أي بمعنى يكون موجبا عندما موجب على موجب ($x$+6>0 و $x$-6>0 ) أو سالب على سالب ($x$+6>0 و $x$-6>0 ) ، ومن ثم تحديد فترات الحل. ومن بين الأخطاء التي ارتكبها الطلبة اتباع طريقة الضرب التبادلي فكانت الإجابة ($x$>-6). ومن الطلبة من فسر المتغير كمجهول محدد وليس كعدد مُعمّم كما في المثال )؛ ما يدل على نقص في معرفة معنى الرموز، وكذلك نقص في تحديد نوعية الحل

وفي المسألة الرابعة كانت إجابة الطالبة (a3) وهي من طلبة السنة الأولى كما هي في الشكل (9):




**شكل (9) إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة**

وعند سؤالها عن طريقة تفكيرها في المسألة قالت « أن أضرب ضرب تبادلي» ومنها أوجدت أن $(x = -\frac{1}{2})$ وحددت أن قيمة $x$ موجودة. وفيما يلي تحليل لإجابة الطالبة (a3) كما في الجدول (9).

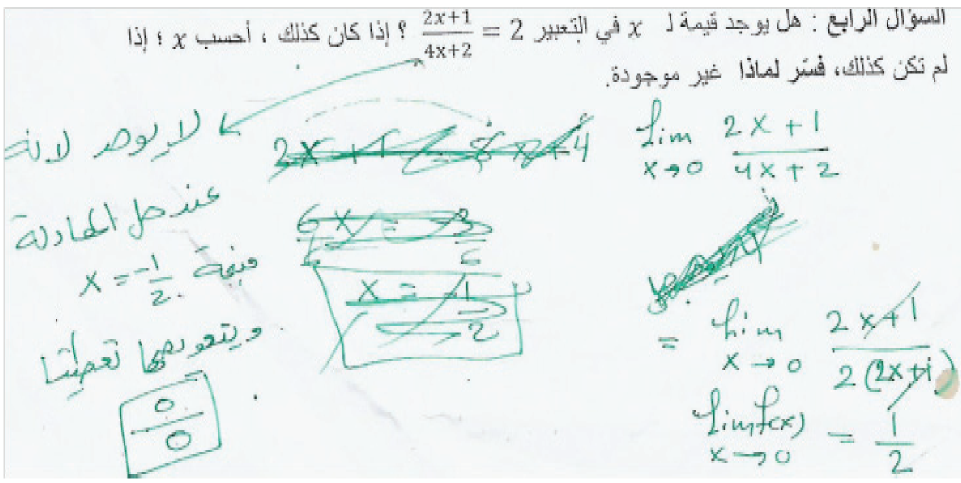
**جدول (9)**

**تحليل إجابة الطالبة (a3) على المهمة الرابعة:**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| | (2.1.1) حددت أن المتغير $x$ كمجهول محدد له قيمة واحدة، ولم تحدد أن الطرفين غير متساويين. |
| | (2.3.3) لم تحدد أن الحل غير موجود. |
| (2.1.3) تعرف خصائص العمليات. | (4.1.1) لم تتحقق من الإجابة $(x = -\frac{1}{2})$ بتعويضها في المعادلة. |
| | (2.1.3) لم تحدد أن المقام لا يجوز أن يساوي صفر. |
| (2.1.2) تعرف ترتيب العمليات. | (2.2.2) لم تحددصفر المقام، ولم تستثنه. |
| | (2.2.1) لم تتعامل مع البسط كوحدة مشتركة مع المقام |
| | (2.2.2) لم تقوم بتبسيط التعبير الجبري إلى أبسط صورة. |

يلحظ من الجدول (9) أنّ الطالبة (a3) قامت بحل المعادلة بشكل آلي دون التفكير بعناصرها أو دراستها دراسة استكشافية، فلم تكتشف أن المقام ضعف البسط؛ لتحدد أن هذا التعبير الجبري دائماً يساوي $(\frac{1}{2})$ وليس (2) مما يدل على نقص في تحديد البنية الجبرية للتعبير الجبري لعدم تحديد عناصر ومكونات التعبير الجبري (2.1.1)، وعدم القيام بتبسيط التعبير الجبري (2.2.2)؛ لتستنتج أن قيمة $x$ غير موجودة، أي لا يوجد حل للمعادلة (2.3.3).

وقد تباينت الإجابات بالنسبة للمسألة الرابعة بالرغم من محاولة الأغلبية في استخدام الحل التقليدي. وفيما يلي إجابة الطالبة (b2) وهي من طلبة السنة الثالثة على المسألة الرابعة وهي موضحة في الشكل (10):




**شكل (10) إجابة الطالبة (b2) على المهمة الرابعة**

وأثناء مقابلة الطالبة (b2)، كانت إجابتها حول تفكيرها في المسألة أن النهاية تعطي قيمة تقريبية للمقدار الجبري $(\frac{2x+1}{4x+1})$، وأوضحت أنها أوجدت النهاية لأنها عندما حلت المسألة أوجدت قيمة $(x = -\frac{1}{2})$ وعوضتها في المعادلة فوجدت أن المعادلة تساوي $(\frac{0}{0})$ فلم تكن الإجابة صحيحة. ويوضح الجدول (10) تحليلاً لعمل الطالبة (b2).

**جدول (10)**

**تحليل عمل الطالبة (b2) على المهمة الرابعة:**

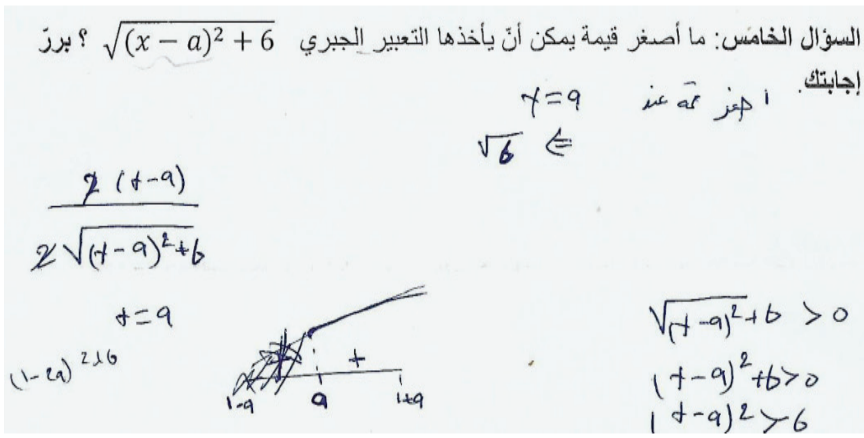
| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.1.3) تعرف خصائص العمليات. | (2.2.1) لم تقوم بدراسة عناصر ومكونات التعبير الجبري لتحديد البنية الجبرية للتعبير الجبري. |
| (2.1.2) تعرف ترتيب العمليات. | |
| (4.1.1) عندما تحققت من الحل وعوضت $(x = -\frac{1}{2})$ في المقدار الجبري وحددت أنه يساوي $(\frac{0}{0})$ | |
| (1.1.4) حذفت الإجابة الأولى وحددت أن $(x = -\frac{1}{2})$ إجابة غير ممكنه. | |
| (2.2.2) حدّدت أن نهاية التعبير الجبري تساوي $(\frac{1}{2})$ وقامت بتبسيط التعبير الجبري. | |
| (2.2.1) حددت البسط كوحدة واحدة مشتركة مع المقام. | |
| (2.3.3) حددت أنه لا يوجد قيمة للمتغير $x$. | |
| (4.1.2) استخدمت خبراتها السابقة واستخدمت قاعدة لوبتال لتجد نهاية التعبير الجبري الكسري. | |

يلحظ أن الطالبة (b2) قامت بحل المعادلة بشكل آلي دون التمعن أو النظر لعناصر ومكونات المعادلة، فوجدت أن قيمة $(x = -\frac{1}{2})$ مما يدل على نقص في تحديدها لعناصر ومكونات التعبير الجبري (2.2.1)، ولكنها عوضت هذه القيمة في المعادلة مما يدل على عودتها للمسألة مرة اخرى والتحقق من الإجابة (4.1.1)؛ فوجدت أنها تساوي$(\frac{0}{0})$ وليس (2) فقامت بشطب الإجابة الأولى، وفكرت في إيجاد نهاية التعبير الجبري(1.1.4)؛ فوجدت أنها تساوي $(\frac{1}{2})$، ومنها حددت أن قيمة ( x ) غير موجودة

(2.3.3).

وفيما يتصل بالمسألة الرابعة كانت نسبة الإجابات الصحيحة (50 %)، ومن طرق الحل أن البسط يساوي نصف المقام، ومن ثمّ فإنّ التعبير الجبري لا يساوي(2). وأجاب بعض الطلبة أن نهاية المقدار الجبري تساوي ($\frac{1}{2}$) ، وحل البعض الآخر بشكل آلي، وعندما عوضوا قيمة وجدوا أن التعبير الجبري ($\frac{2x+1}{4x+1}$) يساوي ($\frac{0}{0}$) ومنها حددوا أنه لا يوجد حل للمعادلة، ومنهم من لاحظ أن الاقتران غير متصل عند ($x = -\frac{1}{2}$)، وأشار آخرون إلى أنّ حاصل القسمة دائماً أقل من (2)، ومنهم من قال إن البسط أقل من المقام والناتج كسر، ومن الطلبة من بسط التعبير الجبري وحدد أنه يساوي ($\frac{1}{2}$) ولا يساوي (2). بينما تحددّت الإجابات الخاطئة ونسبتها (50 %) بالحل الآلي وإيجاد أن ($x = -\frac{1}{2}$).

وفي المسألة الخامسة أجابت الطالبة (b3) وهي من طلبة السنة الثانية كما هو موضح في الشكل (11):




**شكل (11) إجابة الطالبة (b3) على المهمة الخامسة**

وعند مقابلتها من أجل شرح كيفية تفكيرها في المسألة قالت " أريد أن أجعل قيمة المقدار الجبري $(x\text{-}a)^2$ تساوي صفراً لأن هذا المقدار سيجعل قيمة الاقتران أكبر وأنا أريد تصغير قيمة الاقتران؛ لأن هذا التعبير تربيعي مثلاً نأخذ (1) ونعوضه في التعبير ($1\text{-}a$) ونربعه ونجمع (6) سيزيد قيمة المقدار الجبري، ثمّ أريد أن أقلل من قيمة $(x\text{-}a)^2$ فاصغر قيمة له هي صفر". ويوضح الجدول(11) تحليلاً لعمل الطالبة (b3).

**جدول (11)**

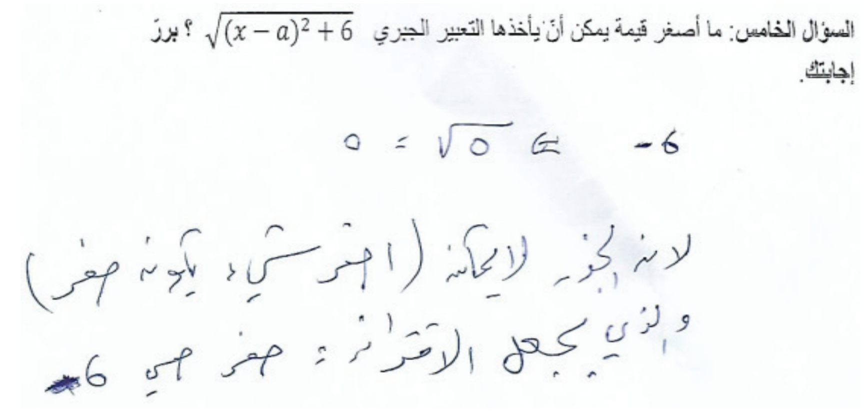
**تحليل عمل الطالبة (b3) على المهمة الخامسة**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.3.3) حددت إشارة المشتقة الأولى ومنها، وحددت القيمة الصغرى للتعبير الجبري. | |
| (1.1.2) استخدمت خط الأعداد لتحدد إشارة المشتقة الأولى. | |
| (2.3.1) حددت أنه اقتران الجذر التربيعي. | |
| (2.1.3) تعرف خصائص العمليات أثناء تطبيق الحل. | |
| ( 2.2.2) حددت مجال المشتقة الأولى للتعبير الجذري. | |
| (2.3.3) حددت قيمة ($x$=$a$). | |
| (2.1.1) تعرف معنى الرموز عندما حددت المتغير كمجهول محدد. | |
| (2.3.3) حددت أن ما داخل الجذر يجب أن يكون موجب. | |

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (4.1.2) أوجدت المشتقة الأولى لتحدد أصغر قيمة للتعبير الجبري. | |
| (2.3.1) حددت أن التعبير تربيعي. | |
| (2.3.3) حددت أن أصغر قيمة للتعبير هي صفر. | |

في المسألة الخامسة، قامت الطالبة (b3) بإيجاد المشتقة الأولى للتعبير الجبري وحددت نوع الحل عندما حددت إشارة المشتقة الأولى عند القيمة الحرجة ($x$=$a$) حيث حددت على يمين القيمة الحرجة موجب وعلى يسارها سالب، كما حددت بنية الاقتران عندما حددت مجاله ($x \geq a$) ، وحذفت الإشارة السالبة على خط الأعداد لأنه اقتران جذر تربيعي، حيث أنها حددت أن الاقتران أكبر أو يساوي صفر، ومن خلال إشارة المشتقة حددت أصغر قيمة للاقتران هي ( $\sqrt{6}$) عندما ($x$=$a$). كما أنها تخلت عن الرموز عندما استخدمت خط الأعداد لتحديد إشارة المشتقة الأولى، وهنا اتبعت الطالبة (b3) طريقتين مختلفتين في التفكير، واحدة أثناء الحل الكتابي والثانية أثناء المقابلة، وكلاهما صحيح.

وفيما يأتي عرض لإجابة الطالب (d4) وهو من طلبة السنة الرابعة على المسألة الواردة في السؤال الخامس وهي موضحة في الشكل (12):


السؤال الخامس: ما أصغر قيمة يمكن أنْ يأخذها التعبير الجبري $\sqrt{(x-a)^2+6}$ ؟ برّر إجابتك.

$0 = \sqrt{0} \Leftarrow -6$

لانه الجذر لا يمكن (اصغر شيء يكون صفر)
والذي يجعل الاقتران = صفر هي 6

شكل (12): إجابة الطالب (d4) على المهمة الخامسة

وفي المقابلة، عندما طلب من الطالب (d4) شرح كيفية تفكيره حول المسألة، أجاب «لم أكن متأكد من هذه الإجابة؛ إذ أن أصغر قيمة يأخذها الجذر هي صفر ولكن لا يجوز أن يكون ناتج القوس التربيعي (− 6)، أفكر في أن نحلل $(x\text{-}a)^2$ حيث يساوي $(x+a)$ $(x\text{-}a)$ «وعندما توقف الطالب، طلب منه أن يجرب»جرب هل توجد لديك فكرة» قال «لا انتهى». ويوضح الجدول (12) تحليلاً لعمل الطالب (d4).

**جدول (12)**

**تحليل عمل الطالب (d4) على المهمة الخامسة:**

| سلوك الحس الرمزي الموجود | سلوك الحس الرمزي غير الموجود |
|---|---|
| (2.3.3) حدد أن ما داخل الجذر أكبر أو يساوي صفر | |
| (3.2.1) حدد أنه اقتران الجذر التربيعي. | (2.2.2) فكر في تحليل المقدار الجبري $(x\text{-}a)^2$ |
| (3.2.1) حدد أن المقدار الجبري $(x\text{-}a)^2$ تربيعي. | (2.3.3) لم يحدد أصغر قيمة للاقتران. |
| (2.2.1) حدد أن $(x\text{-}a)^2$ كوحدة واحدة وهي التي تحدد ما أصغر قيمة للتعبير الجبري وحدد أنها تساوي صفر. | (2.1.1) لم يحدد قيمة كمجهول محدد له قيمة واحدة. |
| (2.3.3) حدد أن المقدار الجبري $(x\text{-}a)^2$ تربيعي لا يمكن أن يساوي (6−). | |

إنّ مفتاح الحل لهذه المسألة أن المقدار الجبري $0 \leq (x-a)^2$ لأنه تربيعي وبالتالي أصغر قيمة له هي صفر والعدد (6) ثابت؛ فإن أصغر قيمة عددية للتعبير الجبري هي ($\sqrt{6}$)، عندما $(x{=}a)$ ؛ لأنه حتى يكون المقدار $(x-a)^2 = 0$ يجب أن تكون $(x{=}a)$. أجاب بعض الطلبة أن أصغر قيمة عددية للتعبير الجبري هي صفر لأن ما داخل الجذر التربيعي يجب أن يكون موجبا أو صفرا، وهذه حالة توقع شخصي غير صحيح، مما يدل على تفسير معنى المسألة بشكل خاطئ ، واعتبر بعض الطلبة ما داخل الجذر أكبر أو يساوي صفر وحلوا التعبير الجبري حتى توصلوا إلى أن $(x-a)^2 \geq -6$ وأدرك بعضهم أن المقدار التربيعي لا يمكن أن يكون سالبا، ما يدل على القدرة على تحديد سمة من السمات الأساسية وهي أنّ نوع الحل هنا أعداد غير سالبة، فالطلبة الذين لم يدركوا ذلك لديهم نقص في ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل. وقد كانت نسبة الإجابات الصحيحة على المسألة الخامسة (55 %).

وفي ضوء النتائج التي أظهرها التحليل النوعي، يمكن القول، إنّ طلبة المرحلة الجامعية الأولى قد أظهروا عددا من سلوكات الحس الرمزي، ولكنّ العديد منها كانت غير منظّمة وغير منتجة أو غير صحيحة، ولم تؤد في كثير من المهمات المقدمة إليهم في التوصل إلى حلها بشكل صحيح أو ذكي؛ فمعظم الطلبة لم يتوصلوا إلى الحل الصحيح في غالبية مسائل الإختبار بالرغم من ظهور العديد من سلوكات الحس الرمزي وبنسب معقولة. ومن الملاحظ أنّ مظاهر الحس الرمزي مرتبطة بشكل كبير مع الفهم المفاهيمي للأفكار والمهارات الجبرية، كما أنّ إمتلاك الحس الرمزي قد يؤدي إلى التمكن من حل المسألة في مراحلها من صياغة وحل وتفسير وتحقّق، وبخاصة في مجال المسائل الرمزية. ومن الملاحظ أيضا أنّ معظم الطلبة استخدموا إجراءات حل آلية وتقليدية بحيث تفتقر إلى المعرفة المفاهيمية، وإلى استكشاف المسألة من أجل حلها، فالحس الرمزي يحتاج إلى استراتيجيات تفكير، والتأكيد على التفكير الجبري الذي يدل على وجود الخبرة الجبرية.

فقد لوحظ أنّ معظم الطلبة لديهم القدرة على معرفة متى تُستخدم الرموز، إلى جانب اختيار تمثيلات رمزية مناسبة، بينما القليل منهم تخلوا عن الرموز والتمثيلات غير المناسبة، واستخدموا وسائل أخرى لحل مسائل الحس الرمزي مثل خط الأعداد أو الرسم البياني أو التخمين. بينما أظهر معظم الطلبة في جميع المسائل قدرة على إدراك الخصائص الأساسية والذي يندرج تحتها معرفة معنى الرموز، وترتيب العمليات وخصائصها، ولكنها لم تكن ذات فائدة لحل المسائل المطروحة، كما أظهر أكثر من نصف الطلبة قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال تحديد عناصر التعبير الجبري أو جزء من التعبير كوحدة واحدة، بينما أظهر نصفهم تقريباً قدرة على تحديد البنية الجبرية من خلال استخدام مجموعة من الاستراتيجيات ببراعة.

وفي مجال تحديد السمات الأساسية للتعبير الجبري، تبيّن أنّ لدى معظم الطلبة قدرة على تحديد نوع الصيغة الجبرية، والحد السائد للتعبير الجبري لمعرفة عدد الحلول أو الجذور، أو تحديد درجة كثير الحدود، علاوة على ربط الصيغة الجبرية بنوع الحل سواء كان حقيقيا أم مركبا أم اعدادا سالبة أم اعدادا صحيحة، أو أنّ الحل يقع ضمن فترة معينة. وبالرغم من ذلك، لم يستغل الطلبة تلك السمات

للوصول إلى الهدف المطلوب من المسألة، ولكنهم أستطاعوا تحديد هذه السمات دون القدرة على استغلال هذه السمات للوصول إلى الهدف المطلوب من المسألة، ما يدل على وجود ضعف لديهم في القدرة على إدراك وتحديد متى تستخدم هذه الإستراتيجيات وكيف ولماذا . أمّا في مجال إدراك معنى رموز المسألة وربطها بخبراتهم السابقة، فقد ظهر ضعفا واضحا في هذا المجال من مظاهر الحس الرمزي لدى العدد الأكبر من الطلبة؛ إذ لم يتمكنوا من التحقق من الحل أو تعديله.

وقد اتفقت نتائج الدراسة الحالية مع نتائج دراسة شارما (Sharma, 2001) التي أشارت إلى عدم تحقق معظم الطلبة من الحلول فكانت مظاهر الحس الرمزي ضعيفة في هذا الجانب، كما اتفقت مع دراسة نايدو (Naidoo, 2009) من حيث وجود ضعف في أداء الطلبة على المهمات الجبرية، إضافة إلى إتفاقها مع نتائج دراسة تيرسوكو وسباندو ودي فرايز (Tursuco, Spandaw & De Vries, 2018) التي أشارت إلى أنّ معظم الطلبة اتبعوا إجراءات تتطلب وقتا طويلا ولم تكن منظّمة وتفتقر لعدد من مظاهر الحس الرمزي.

يتضح ممّا سبق، أن العديد من الطلبة قد واجهوا صعوبات في التعامل مع مهمات الحس الرمزي المقدّمة إليهم، سواء من خلال إجاباتهم المكتوبة أو من خلال المقابلات، وربما تعود هذه الصعوبات إلى أنّ معلمي الرياضيات المدرسية وأعضاء هيئة التدريس في الجامعة لم يقدّموا دعما كافيا لطلبتهم من أجل تنمية الطلاقة في التعامل مع المعالجات الرياضية بشكل عام والجبرية بشكل خاص، وذلك من خلال التركيز على الإجراءات والقواعد على حساب فهم العمليات. ويبدو ذلك جليا من خلال حلول الطلبة لمهمات الحس الرمزي والتعامل معها بالطريقة الإجرائية، مثل إستخدام استراتيجية الضرب التبادلي لحل معادلة كسرية لا حل لها. وقد يعود ذلك إلى عدم إدراك الطلبة لبنية العبارة الجبرية الكسرية كوحدة واحدة في المعادلة، ووجود علاقة بين بسطها ومقامها.

وربما تعزى هذه النتائج إلى عدم إنخراط طلبة الجامعة في مناقشات حول معنى الرموز وكيف يمكن ربطها مع خبرة الطالب السابقة أو ربطها بمواقف تشكل مشكلة بالنسبة للطالب؛ فلا يكفي أن نعطي معنى للرموز، أو كيف يمكن للبنية الرمزية في الرياضيات أن تعالج دون إدراك أنّ الطلبة لديهم تفسيراتهم القائمة على خبرتهم. وفي هذا السياق، يدّعي أركافي (Arcavi, 2005) أنّ الحس الرمزي يتضمن الفهم وهناك حاجة لإختيار معنى الرموز ومقارنتها مع توقعات الطلبة وحدسهم.

ويبدو أنّ طلبة المرحلة الجامعية الأولى يعتمدون على القوانين لمعالجة بنية المسائل الرمزية أكثر منه على الإستدلال المنطقي، وهدف الطالب هو التوصل إلى إجابة فقط حتى لو كانت خطأ، ومن الواضح أنّ بنية المسألة لها تأثير على خيارات الطالب في الحل. وربما يفترض المدرسون بأنّ الطلبة يمتلكون قواعد للمعالجات الجبرية قبل تسجيلهم لمساقات متقدمة تحتاج إلى الحس الرمزي. وفي هذا السياق، ربما تعزى النتائج إلى أنّ الطلبة يوظفون تفسيراتهم الشخصية للرموز ومنها الحروف، ومن ثمّ، فإنّ عدم فهم الرموز وكيفية معالجتها ربما يؤدي بالطلبة إلى استخدام تقنيات تفكير غير مناسبة؛ إذ يرى سيربنسكا (Sierpinska, 1995) أنه لا ينظر إلى الجبر– من قبل البعض – على أنّه نظام رمزي وبنفس الوقت طريقة في التفكير.

وفي سياق النظرة إلى الجبر، فربما أنّ معتقدات الطلبة التقليدية نحو الرياضيات بشكل عام ونحو الجبر بشكل خاص، على أنها مجرد إجراءات وخوارزميات، تقف عائقا أمام القدرة على الحس الرمزي من فهم معاني الرموز في المسائل وربطها بخبراتهم للسابقة، وهذا ما أكّد عليه لش وزانجوسكي (Lesh & Zansojew-ski, 2007) في مجال حل المسألة الرياضية.

وفي سياق المخططات الذهنية التي يشكلها الطلبة قبل المرحلة الجامعية، فربما أنّ أعضاء هيئة التدريس ليسوا على وعي بتلك المخططات، فانتقال الطلبة من المرحلة المدرسية إلى المرحلة الجامعية مع القليل من الممارسة في مجال استخدام استراتيجيات غنيّة بالفهم المفاهيمي للجبر مثل ماذا ولماذا وكيف ومتى، وما يرافقها من ترمين، يعيق من تقدمهم في مجال التفكير الجبري الذي يعد الحس الرمزي مكونا وداعما له. وفي هذا السياق يرى بيرغستن (Bergsten, 2014) أنّ الصيغ والتعبيرات الرياضية وبخاصة الجبرية منها تلعب دورا كبيرا كمكون لمخطط الصور الذهنية، فتلك المخططات تتشكل من العلاقات المكانية للرموز في الصيغ الجبرية والعمليات على تلك الصيغ، وبالتالي فإنّ فهم تلك الصيغ والرموز المكونة لها والعلاقات فيما بينها يشكل الأساس في الحس الرمزي. ولكن يبدو أنّ ذلك يحتاج إلى ممارسات جادة من معلمي المراحل المدرسية وكذلك الجامعية لدعم الفهم والحس الرمزي لدى الطلبة. ومن هنا لا بدّ من التكاملية بين المظاهر البنيوية والإجراءات للصيغ الجبرية.

وكما يشير كيران (Kieran, 2007)، فإنّ معاني الرموز والتعبيرات الجبرية قد يكون مصدرها الرياضيات نفسها، وهي معاني تنطلق من البنية الجبرية متضمنة شكل وصياغة الرموز والأحرف، ومعاني من التمثيلات الرياضية المختلفة والمتعددة، إلى جانب سياق المسألة، ومصادر خارج سياق المسألة الرياضية، مثل اللغة والخبرات الحياتية. ومن هنا، إذا غابت تلك المصادر فإنّ قدرة الطلبة على الحس الرمزي ربما تتأثر.

وعلاوة على ما سبق، ربما تلعب المعيقات المعرفية في الرياضيات وبخاصة في الجبر إلى جانب المعيقات التعليمية دورا في تشكيل الصعوبات والأخطاء المفاهيمية، مّا يؤثر في تقدم الطلبة نحو الفهم المفاهيمي الذي يعد أساسا للحس الرمزي، وعاملا جوهريا في عملية التطور المعرفي والقدرة على حل المسألة. ومن أبرز تلك المعيقات طبيعة المهمات التعليمية والتقييمية التي تقدم للطلبة، وإلى أي مدى تحتاج إلى تأمل وربط وتمثيل ضمن سياقات متعددة. وإذا سلمنا بأنّ الحس الرمزي هو من مهارات التفكير المتقدمة في الرياضيات، فلا بدّ من القائمين على تعليم الرياضيات تذليل تلك الصعوبات من أجل تطوير طرق التفكير وطرق الفهم في مجال الحس الرمزي الذي يحتاج إلى حلول ذكية من قبل الطلبة.

وأخيرا، تؤكد هذه الدراسة أهمية الحس الرمزي، وقوة الرموز في تطوير التفكير الجبري؛ بمعنى متى تستخدم، وكيف تستخدم من أجل تشكيل العلاقات والتعميمات، وفهم المواقف الرياضية، إضافة إلى القدرة على قراءة التعابير الجبرية ومعالجتها.

## التوصيات:

**في ضوء نتائج الدراسة، يمكن اقتراح التوصيات الآتية:**

1. التركيز على المهارات الجبرية ومظاهر الحس الرمزي في

العملية التعليمية التعلمية بشكل متكامل دون الفصل بينهما، وذلك من خلال انخراط طلبة الجامعة في مناقشات حول معنى الرموز وكيف يمكن ربطها مع خبرة الطالب السابقة.

2. التركيز على الفهم المفاهيمي في مجال الجبر ومهاراته لأنه يشكل الأساس لتطور الحس الرمزي في كافة المراحل الدراسية.

3. ضرورة استخدام استراتيجيات جبرية منظمة غنية بالحس الرمزي (ماذا، ولماذا، وكيف، ومتى)، حيث أن الحس الرمزي هو أساسي في تعلم وتعليم الرياضيات وهو الطريق إلى النجاح في الجبر بخاصة والرياضيات بشكل عام.

4. إجراء دراسات لتطوير وتنمية سلوك الحس الرمزي في العملية التعليمية التعلمية.

## المصادر والمراجع الأجنبية:


- *Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. For the Learning of Mathematics, 14 (3), 24-35.*
- *Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. For the Learning of Mathematics, 25(2), 42–48. Bergsten,C.(2014).Mathemtical approaches.In S.Lerman (Ed.), Encyclopedia of Eduction,New York:Springer Reference.*
- *Bokhove,C., Drijvers,P.(2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. International Congress on Mathematical Education, 58(1), 197-208.*
- *Burton, D. (2000). Research Training for Social Scientist: A Handbook for postgraduate Researchers. London: SAGE.*
- *Cooper, J. (1981). Measuring Behavior. Columbus, Ohaio: Merrill.*
- *Demme,I.(2018).6 Reasons why we learn Algebra. Retrieved October 20, 2018, from :https://demmelearning.com/learning-blog/why-we-learn-algebra/.*
- *Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2010). Algebra education: exploring topics and themes. In P. Drijvers (Ed.), Secondary algebra education. Revisiting topics and themes and exploring the unknown(PP. 5-26). Rotterdam:Sense.*
- *Fey, J. (1990). Quantity. In L.A. Steen (Ed.), On the shoulders of giants: new approaches to numeracy (PP. 61-94). National Academy Press, Washington, D.C.*
- *Keller, B.(1993). Symbol sense and its development in two computer algebra system environments. Doctoral Dissertation, Western Michigan University.*
- *Kenney, R. (2014). Investigating a link between pre- calculus students' uses of graphing calculator and their understanding of mathematical symbols. International Journal of Technology in Mathematics Education, 21(4). Retrieved from,*
- *Kenney, R.(2008). The Influence of Symbols on Pre-calculus Students' Problem Solving Goals and Activities. Doctoral Dissertation,North Carolina State University.*
- *Kieran, C. (1996). 'The changing face of school algebra', in C. Alsina, J.M.Alvarez, B.Hodgson, C.Laborde and A.Perez (Eds.), 8th International Congress on Mathmeatical Education (PP.271-290). Selected Lectures, Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.*
- *Kieran,C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F.K. Lester, Jr. (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning(PP.707–762). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.*
- *Kuchemann, D. (1980). The understanding of generalized arithmetic (algebra) by secondary school children. Doctoral Dissertation, University of London*
- *Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007) . Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.) , The handbook of research on mathematic teaching and learning, 2nd ed. , (pp. 763 - 804). Reston, VA: National Council of Teachers Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.*
- *Manzo, D., Samson, K., Ottmar, E., Marghetis, T. & Landy, D. (2017). Assessing symbol sense by developing strategic solutions.In Galindo, E., 7 Newton, J., (Eds.).Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education. Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.*
- *Naidoo, K. (2009). An Investigation of Learners' Symbol Sense and Interpretation of Letters in Early Algebraic Learning. Master Thesis, University of the Witwatersrand.*
- *National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA:Author.*
- *National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2000). Principles and Standards for school mathematics. Reston, VA:Author.*
- *National Council of Teachers of Mathematics NCTM. (2014). Principles to actions:Ensuring mathematical success for all. Reston, VA:Author.*
- *National Research Council (NRC). (1990). Reshaping School Mathmeatics: A Philosophy and Framework for Curriculum. Washington, D.C: National Academic press.*
- *Pierce, R. & Begg, M. (2017). First year university students' difficulties with mathematical symbols: the lecturer/ tutor perspectives. Proceedings of the 40th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne: MERGA.*
- *Pierce, R. (2001). An exploration of algebraic insight and effective use of computer algebra systems. Doctor Dissertation, University of Melbourne.*
- *Pierce, R., Stacey, K. (2001). A framework for algebraic insight. In J. Bobis, B. Perry, M. Mitchelmore (Eds.), Proceedings of the 24 th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: Numeracy and Beyond (PP.418- 425).*
- *Russell, S.J., Schifter, D. & Bastable, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In J. Cai & E. Knuth 9Eds.), Early Algebraization: A Global Dialogue from multiple Perspectives, Springer.*
- *Saraiva, M., Teixeira, A. (2009). Secondary school students' understanding of function via exploratory and investigative tasks. Quaderni di Ricerca in Didattica, Supplemento. 4(19), 74-83.*
- *Sharma, R. (2001) Researching Students' Symbol Sense. British Society for Research in the Learning of Mathematics, 20(3) , 91-96.*
- *Sierpinska, A. (1995). Understanding in Mathematics. London: Falmer Press.*
- *Stiphout,I., Drijvers,P., & Gravemeijer, K. (2013). The Development of Students' Algebraic Proficiency. International Electronic Journal of Mathematics Education,8(2-3),62-80.*
- *Turşucu, S., Spandaw, J., & de Vries, M. J. (2018). Search for Symbol Sense Behavior: Students in Upper Secondary Education Solving Algebraic Physics Problems.*
- *www.technologyinmatheducation.com.*
- *Zorn, P. (2002). Algebra, computer algebra and mathematical thinking. Contribution to the 2nd international conference on the teaching of mathematics, 2002, Hersonissos, Crete.*