دراسة حول البرهان الرياضي (2) :

نحو تأسيس معنى البرهان الرياضي عند تلاميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي

عبد اللطيف الصافي*

1- استهلال

سبق أن قدمنا في الجزء الأول من هذا البحث قراءة في تاريخية البرهان الرياضي ختمناها بخلاصة حول المسار الجدلي لتطور البرهان عبر التاريخ، بالإضافة لبعض الخلاصات الديداكتيكية حول استثمار تاريخية البرهان الرياضي في التدريس. سنقوم في هذا الجزء الثاني بقراءة نقدية لواقع تدريس البرهان الرياضي بمنهاج تدريس الرياضيات للسنة الأولى ثانوي إعدادي، ثم تقديم مقاربة بديلة من شأنها أن تسهم في تحسيس تلاميذ هذا المستوى بأهمية البرهان الرياضي وبضرورته، ومن ثمة المساهمة في تأسيس معنى البرهان عند هؤلاء التلاميذ.

2- إشكالية البحث:

سنعمل في هذا البحث على اقتراح بعض الوضعيات الكفيلة بخلق رهان يقود تلاميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي إلى ممارسة بعض أنواع الإثبات حتى يتمكن هؤلاء من المرور من مرحلة تقبل النتائج عن طريق الوصف والملاحظة إلى مرحلة «تظنن» النتائج عبر مراكمة المحاولات والتجارب، ومن ثم البحث عن حل لمظنوناتهم.

لكننا نرى أن مقاربة هذه الإشكالية تقتضي تتبع كيفية تقديم البرهان الرياضي في التوجيهات التربوية، بالإضافة إلى تحليل الكيفية التي يقدم بها البرهان في الكتاب المدرسي للسنة الأولى ثانوي إعدادي.

3 - البرهان في التوجيهات التربوية:

1.3. الكفايات المرتبطة بتدريس البرهان بالسلك الثانوي الإعدادي:

يعتبر التعليم الثانوي الإعدادي مرحلة انتقالية بين التعليم الابتدائي والسلك الثانوي التأهيلي. وتصنف التوجيهات التربوية الكفايات المستهدفة من خلال منهاج الرياضيات إلى كفايات

* مفتش الرياضيات

مستعرضة (مشتركة مع مواد أخرى)، وكفايات نوعية (مرتبطة بمادة الرياضيات). ومن بين هذه الكفايات سنذكر تلك التي ترتبط بالبرهان، أي تلك التي قد تسهم الأنشطة البرهانية في تنميتها عند المتعلمين، أو تلك التي قد يؤدي اكتسابها إلى تسهيل مهمتهم في تنمية قدرتهم على البرهنة. ومن خلال فقرة الكفايات المستعرضة نقتطف ما يأتي :

استعمال المنهج العلمي.

كفاية التجريب من خلال أمثلة والتفكير المنطقي والتحليل النقدي.

حل المسائل والبرهنة(44).

وفي ما يخص الكفايات النوعية نذكر:

تنمية قدرة التلميذ على نمذجة وضعيات أو عرض برهان أو توضيح استراتيجية أو حل مسألة باعتماد التعبير الشفوي والكتابي أو استعمال الرسوم والمبيانات أو الطرق الجبرية.

تنمية قدرة التلميذ على مناقشة الأفكار الرياضية (برهان، استراتيجية لحل مسألة، خوارزمية...)، وصياغة مظنونات وأدلة مقنعة.

تنمية قدرة التلميذ على تعرف الاستدلال الاستقرائي وتطبيقه.

تنمية قدرة التلميذ على تعرف الاستدلال الاستنتاجي وتطبيقه.

إكساب التلميذ القدرة على استعمال أساليب البرهان المختلفة.

تنمية قدرة التلميذ على وضع المظنونات وإقامة براهين وتقويمها.

تنمية قدرة التلميذ على التأكد من صلاحية أفكاره.

تنمية قدرة التلميذ على إعطاء أمثلة وأمثلة مضادة.

تنمية قدرة التلميذ على تقدير قوة استعمال الاستدلال كجزء من الرياضيات(45).

يتضح من خلال هذه الكفايات أن التوجيهات التربوية تولي أهمية كبيرة للبرهان بالسلك الثانوي الإعدادي، وتنص بشكل صريح على بعض المناهج البرهانية كالاستدلال الاستقرائي، والاستدلال الاستنتاجي، ثم وضع المظنونات وإقامة براهين؛ كما تنص على تنمية قدرة التلميذ على إعطاء الأمثلة وأمثلة مضادة وذلك نظرا لدورها في تنمية رصيده المنطقي.

2.3 - التوجيهات المرتبطة بالبرهان الرياضي :

من أجل تنمية الرصيد المعرفي للتلميذ، وتطوير قدراته، ومساعدته على المرور من مرحلة ما قبل البرهان (أي مرحلة الوصف بالتعليم الابتدائي) إلى مرحلة البرهان، تنص التوجيهات التربوية

على: «الانتقال التدريجي... من الوصف إلى الملاحظة والتجربة واستنباط النتائج والبرهنة عليها...» (46). ولتوعية التلميذ بأهمية البرهان في الرياضيات، تشير التوجيهات التربوية إلى ضرورة توضيح الفرق بين الأنشطة البرهانية والتجارب والمناولات، وتثير انتباه المدرسين إلى ضرورة التمييز بين النتائج المبرهن عليها وتلك التي تقبل بدون برهنة: «يجب الحرص على أن يفرق التلميذ بين الأنشطة والمناولات والتجارب... وبين البرهان مع التأكيد بوضوح على ما تم البرهان عليه وما تم قبوله بدون برهان" (46).

3.3 - البرهان الرياضي بالسنة الأولى ثانوي إعدادي:

تعتبر السنة الأولى ثانوي إعدادي بداية الانتقال بالتلميذ من مرحلة ما قبل برهانية إلى مرحلة برهانية. لذلك ارتأينا أن نقوم بقراءة في برنامج الأولى ثانوي إعدادي من خلال الجدول أسفله مبرزين الفقرات التي تتضمن توجيهات تربوية مرتبطة بتنمية قدرة التلميذ على البرهنة(47):

محتوى البرنامج	توجيهات تربوية
المفاهيم الأساسية	تعتمد الملاحظة والتجربة واستنباط النتائج في تقديم مختلف الخاصيات... أما البرهان فلا يقدم إلا في الحالات البسيطة وبالتدرج.
المثلث	يقبل أن مجموع زوايا مثلث هو 180° ويتم تطبيقه على مثلثات خاصة، ويبرهن على هذه الخاصية في فقرة "متوازيان وقاطع"...
التعامد	ينبغي التذكير بمفهومي التعامد والتماثل المحوري وبالخاصيات المتعلقة بهما... والسمو بها من خلال أنشطة متنوعة وهادفة، واستعمالها في براهين بسيطة ...
واسطات مثلث، منصفات زوايا مثلث	تقبل خاصية تلاقي ارتفاعات مثلث من خلال أنشطة؛ أما خاصيتي تلاقي منصفات مثلث ... وتلاقي واسطات مثلث... فتتم البرهنة عليهما.
التماثل المركزي ومتوازي الأضلاع	يعتبر التماثل المركزي مكتسبا يتم استعماله وتدعيمه ويشكل إلى جانب متوازي الأضلاع أداة فاعلة لحل مسائل متنوعة ... لتعويد التلميذ على البرهان وتبرير الإنشاءات و النتائج.
متوازيان وقاطع	تمثل هذه الفقرة تطبيقات إضافية للتماثل المركزي والتوازي في المستوى، ويتم بالمناسبة البرهنة على الخاصيات الآتية: ـ إذا كان مستقيمان متوازيين فإن كل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر ـ إذا كان مستقيمان عموديين على مستقيم ثالث فإنهما متوازيان ـ مجموع زوايا مثلث هو 180°

الدائرة	تقدم بعض الأنشطة حول الدائرة بهدف إنجاز بعض الإنشاءات الهندسية، وإعطاء تبرير لها، وتقديم بعض البراهين البسيطة المتعلقة بها، منها: ـ كل مستقيم عمودي على وتر في دائرة ويمر من مركزها واسط لهذا الوتر. ـ كل مثلث يكون أحد أضلاعه قطرا في الدائرة المحيطة هو مثلث قائم الزاوية.

4.3 - **ملاحظات:**

حاولنا، من خلال هذا الجدول، جرد جميع التوجيهات المرتبطة بتنمية كفايات التلاميذ في شأن البرهان الرياضي بالسنة الأولى ثانوي إعدادي. واستنادا إلى هذه المعطيات نورد الملاحظات الآتية:

ـ يقترن الفعل البرهاني ببرنامج الأولى ثانوي إعدادي بالهندسة. وإذا كانت طبيعة هذا البرنامج تتميز بكون الهندسة مجالا خصبا لممارسة البرهان، فإنه من الخطإ أن تستغل هذه الخصوصية إلى حد الخلط بين الهندسة والبرهنة.

ـ تحرص التوجيهات التربوية على الانتقال التدريجي بتلاميذ الأولى ثانوي إعدادي، منذ الشروع في برنامج الهندسة، من الوصف إلى الملاحظة والتجربة واستنباط النتائج والبرهنة عليها، وتشير إلى أن البرهان لا يقدم إلا في الحالات البسيطة وبالتدرج.

ـ تشير التوجيهات التربوية بكيفية إجرائية إلى الخاصيات والنتائج التي ينبغي البرهنة عليها وتلك التي تقبل بدون برهان في برنامج السنة الأولى ثانوي إعدادي.

4 - البرهان الرياضي في الكتاب المدرسي للسنة الأولى ثانوي إعدادي:

بعد مبادرة وزارة التربية الوطنية بالمغرب بتجديد الكتاب المدرسي وإقرار تعدده، حظي المستوى الأول ثانوي إعدادي بكتابين لمادة الرياضيات. سنقوم بتحليل المقاربة المعتمدة بالكتابين معا للانتقال بالتلميذ تدريجيا من الوصف إلى الملاحظة والتجربة واستنباط النتائج والبرهنة عليها... نظرا لطبيعة برنامج السنة الأولى ثانوي إعدادي، سنقتصر على الجزء المخصص للهندسة، لأن البرهان في هذا المستوى يقتصر على الأنشطة الهندسية.

في كل درس من دروس الهندسة المستوية، يخصص كل واحد من الكتابين تقنيات وتمارين مرفوقة بحل من أجل مساعدة التلميذ وتعويده على البرهنة.

1.4. الرياضيات1 (كتاب التلميذ) (48) :

يتضمن هذا الكتاب أنشطة في كل درس من دروس الهندسة المستوية، توضح للتلميذ كيفية القيام بمجموعة من الإنشاءات الهندسية، بالإضافة إلى تمارين مرفقة بحل هدفها عرض كيفية بناء البرهان على نتيجة معينة. وتتميز حلول التمارين بتوضيح الفكرة الأساسية لصياغة البرهان، وذلك لمساعدة التلميذ على اكتساب مناهج برهانية.

2.4 - المفيد في الرياضيات (كتاب التلميذ) (49) :

لمساعدة التلميذ على البرهنة يقدم هذا الكتاب نوعين من الأنشطة في كل درس من دروس الهندسة المستوية: يعرض النوع الأول في فقرة تسمى "تقنيات ومهارات" مجموعة من المراحل التي تقود التلميذ لإنجاز إنشاء هندسي، بالإضافة إلى تمارين مرفقة بحل هدفها عرض كيفية بناء البرهان على نتيجة معينة. وتقدم الحلول عبر مرحلتين؛ تقتصر أولاهما على عرض خطاطة للبرهان من المعطيات إلى الخاصيات والمبرهنات المستعملة إلى النتائج، وتأتي المرحلة الثانية لتحرير البرهان أي صياغة نصه الكامل انطلاقا من الخطاطة السابقة.

3.4 - ملاحظات:

لعل القاسم المشترك بين الأنشطة المقدمة في الكتابين معا لمساعدة التلميذ على البرهان هو غياب أنشطة تتضمن رهانا من شأنه تحسيس المتعلمين بالحاجة إلى البرهنة، خصوصا مع غياب أدنى هامش للشك حول صحة النتائج المبرهن عليها. والسؤال الذي يطرح هو: هل يمكن لمثل هذه الأنشطة أن تسهم في تأسيس معنى فعل برهن عند تلميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي - الذي تعود على استخراج النتائج بناء على الوصف والملاحظة بالتعليم الابتدائي - على غرار فعل لاحظ أو احسب أو قارن أو تحقق؟

إن تأسيس معنى البرهان الرياضي عند تلاميذ السنة الأولى إعدادي يقتضي التفكير في أنشطة يكون فيها البرهان بمثابة أداة لتأكيد صحة نتيجة يعتريها شيء من الارتياب، وليس كتقنية يتم اللجوء إليها نزولا عند رغبة الآخر. لكن، نجد أن الأنشطة المقترحة في الكتابين المدرسيين لإعانة التلاميذ على البرهان مجردة من الرهان الأساسي الكفيل بتأسيس معنى البرهان عندهم. ومن المعلوم أن الحاجة إلى البرهان تبرز من خلال توظيفه في حل مظنونة ، أو الدفاع عن وجهة نظر، أو دحض وجهة نظر طرف آخر...

بعد الاطلاع على كيفية تقديم البرهان بالتوجيهات التربوية والكتابين المدرسيين للسنة الأولى ثانوي إعدادي، تبقى الممارسات داخل الأقسام من العوامل الرئيسة لاستكمال النظرة حول واقع تدريس البرهان الرياضي بالتعليم الثانوي الإعدادي.

5 - أثر الممارسات التعليمية السائدة داخل الأقسام:

تقتصر ممارسة الأنشطة البرهانية داخل الأقسام على صياغة الحلول الجاهزة التي تعتبر بمثابة تقارير مفصلة عن البراهين المستهدفة؛ وبحكم سيادة الطريقة الحوارية في تدريس الرياضيات، فإن اهتمام المدرس ينصب عادة على انتقاء أسئلة شفوية تمكنه من المرور من مرحلة إلى أخرى، ويتوجه – عادة -نحو التلميذ الذي يقدم له الجواب الصحيح، والذي سيمكنه من التقدم نحو الهدف. إن مثل هذه الطرق التعليمية المسماة طرقا نشيطة تعكس تصورا معينا حول تدريس الرياضيات، وحول المتعلم و كيفية اكتسابه للمعارف، وحول الرياضيات كمجال علمي. إن مثل هذه التصورات تتنافى تماما مع بعض البديهيات الواردة في الأبحاث العلمية في مجال الديداكتيك، والتي بموجبها لا يعتبر التعلم مرورا من مرحلة الجهل إلى مرحلة المعرفة، بل هو تصحيح لتصورات خاطئة، أو تجاوز لعائق، أو تنظيم جديد لمكتسبات سابقة... وإجمالا فإن التعلم عملية جد معقدة تقوم أساسا على وضع المتعلم في وضع الفاعل المنتج للمعارف وذلك عبر خلق رهانات للتعلم.

ولعل السؤال الذي يطرح نفسه بإلحاح هو: هل يمكن أن يكتسب تلاميذنا معنى البرهان بواسطة أسئلة مغلقة تبدأ بأفعال أمرية على غرار: برهن على أن، أثبت أن، بين أن... وبواسطة ممارسات تعليمية قائمة على تخزين المعارف؟

لا يمكن تعلم الرياضيات بواسطة المحاكاة. فالمدرس عند معالجته الشخصية لوضعية برهانية يبحث وقد يخطئ، يفكر وقد لا يصيب. وهذه السيرورة هي التي تؤدي في النهاية إلى صياغة التقرير النهائي لحل الوضعية. ويوصف هذا التقرير تجاوزا ب»البرهان». إن الثقافة التعليمية السائدة تجعل المدرس يحرم على المتعلم ما أجازه لنفسه، ومن ثم يفوت عليه مرحلة أساسية في التعلم، إنها مرحلة البحث.

خـــلاصـــة:

نخلص إلى أن المقاربة المعتمدة في تدريس البرهان الرياضي في الكتاب المدرسي إضافة إلى الممارسات التعليمية السائدة تحول دون تحقيق طموحات التوجيهات التربوية، وذلك نظرا لغياب الرهان الرئيس الذي كان وراء انبثاق البرهان في الرياضيات والمتمثل في الاقتناع والإقناع (إقناع الذات وإقناع الآخر).

6 - نحو أنشطة بديلة:

من خلال المقاربة التاريخية للبرهان الرياضي، وقفنا عند الظروف التاريخية والشروط الاجتماعية التي أدت إلى انبثاقه، وعلى نوعية المسائل التي فرضت الحاجة إليه، وعلى الأزمات التي أدت إلى تحولات نوعية في مساره التاريخي، وعلى دوره في تطوير علم الرياضيات.

ومن خلال الوثائق التربوية الرسمية، سجلنا أن تدريس البرهان الرياضي يتم بطريقة يغيب عنها رهان التعلم، والذي من شأنه تحسيس المتعلمين بأهمية البرهان في الرياضيات وضرورته.

وتأسيسا على ما سبق سنعتمد على تاريخ البرهان الرياضي للقيام باختيارات ديداكتيكية ملائمة قصد المرور بتلاميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي في مسارهم التعليمي من مرحلة ما قبل البرهان إلى مرحلة البرهان، وذلك عبر خلق الشروط الكفيلة بجعل المتعلم يشعر بالحاجة إلى البرهنة.

ومن ثم، فإننا نطرح السؤال الآتي: ما هي نوعية الأنشطة الكفيلة بتحسيس تلاميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي بأهمية البرهان الرياضي وبضرورته؟

خلال السنة الأولى ثانوي إعدادي، نشرع تدريجيا في رفض النتائج التي يصل إليها التلاميذ عن طريق الملاحظة والقياس. وبذلك نرفض ما قبلناه من التلاميذ في السنوات الماضية. إنها قطيعة في العقد الديداكتيكي. وإذا كانت هذه القطيعة ضرورية في المسار التعليمي للتلاميذ، فكيف يمكن تهييئ شروط ملائمة حتى لا تنعكس سلبا على سيرورة تعلمهم لمادة الرياضيات؟

لعل تأسيس معنى البرهان الرياضي يقتضي البدء بتشكيك المتعلمين في الآليات والتقنيات التي استعملوها بالتعليم الابتدائي لاستخراج النتائج وصياغتها. إن عملية التشكيك هاته تتم عبر ممارسة بعض الأنشطة التي تؤدي إلى ترسيخ المبادئ الأربعة الآتية عند المتعلمين:

م1 : تكون عبارة رياضية صحيحة أو خاطئة، ولا وجود لحل وسط.

م2 : مهما تعددت الأمثلة والمحاولات الصحيحة، فإنها لن تكفي للتسليم بصحة عبارة أو خاصية معينة.

م3 : يكفي مثال مضاد واحد لإلغاء صحة عبارة رياضية.

م4 : الشكل الهندسي أداة مساعدة لتظنن واستقراء النتائج وليس للتسليم بصحتها.

أمثلة :

كل عدد يقبل القسمة على 10 فإنه يقبل القسمة على 5 . صحيح أم خطأ ؟

لكل عدد عشري لدينا . صحيح أم خطأ ؟

كل رباعي له زاويتان متقابلتان قائمتان هو مستطيل. صحيح أم خطأ ؟

إذا كان مستقيمان متوازيان، فإن كل مستقيم يقطع أحدهما يقطع الآخر. صحيح أم خطأ ؟

كل مثلث له زاويتان متتامتان يكون مثلثا قائم الزاوية. صحيح أم خطأ ؟

بالإضافة إلى هذا الصنف من الأنشطة التي نستهدف من خلالها ترسيخ المبادئ السابقة عند المتعلمين، سنضيف صنفا آخر من الأنشطة تبرز الدور الوظيفي للبرهان كأسلوب منهجي لتأكيد نتيجة يحوم الشك حول صحتها.

1.6. مميزات الأنشطة المقترحة:

من بين أهم مميزات هذه الأنشطة :

أن يكون نص السؤال قصيرا وواضحا؛

أن يكون السؤال مفتوحا؛

ألا تبدو النتيجة المستهدفة بديهية بالنسبة للجميع، يعني أن ننتظر صدور جوابين مختلفين، على الأقل، داخل مجموعة من التلاميذ؛

ألا يكون السؤال تعجيزيا، يعني أنه يمكن للمتعلم القيام ببعض المحاولات أو التجارب أو الملاحظات.

أمثلة :

ABC مثلث و M منتصف الضلع ، قارن مساحة المثلث ABM مع مساحة المثلث ACM

ومستقيمان متوازيان

A و B نقطتان مختلفتان من المستقيم

و M نقطة من المستقيم

هل تتغير مساحة المثلث ABM إذا تغير

موقع النقطة M على

واسط قطعة Mو نقطة من المستقيم ، ماهي طبيعة المثلث ABM.

ABC مثلث قائم الزاوية في A و O منتصف الضلع . قارن المسافات OA و OB و OC.

إننا نتوخى من هذه الأنشطة توجيه استراتيجيات التلاميذ وتفكيرهم إزاء وضعية برهانية وفق المسار الآتي:

2.6. على سبيل الختم :

بعد تقديم بعض النماذج من هذين الصنفين من الأنشطة والتي نرى أن الصنف الأول منها كفيل بتنمية وإغناء الرصيد المنطقي لتلاميذ السنة الأولى ثانوي إعدادي؛ بينما نأمل أن تساهم أنشطة الصنف الثاني في تحسيس هؤلاء التلاميذ بضرورة وأهمية البرهان الرياضي.

إن تحقيق الأهداف المتوخاة من هذه الأنشطة يبقى رهينا بكيفية تدبير المدرس لعمله داخل القسم. تدبير قائم بالأساس على إعطاء مرحلة البحث الفردي المكانة اللائقة بها في تعلم الرياضيات، ثم استثمار التعارضات المعرفية بين التلاميذ وذلك عبر تعويد هؤلاء على البحث في مجموعات صغيرة.

إننا لا نزعم أن هذه المقاربة ستؤدي إلى التغلب النهائي على الصعوبات التي تواجه الأساتذة في تدريس البرهان، بل نتوخى المساهمة في طرح أسئلة ملائمة حول هذا الموضوع، ومن ثم اقتراح أرضية قابلة للإغناء في أفق تطوير تدريس البرهان الرياضي بالسلك الثانوي الإعدادي.

الـهـوامــش

(44) المملكة المغربية، وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي، التوجيهات العامة لتدريس الرياضيات بالتعليم الثانوي الإعدادي، يونيو، 2009، ص: 9 - 10.

(45) نفس المرجع، ص: 10 - 11.

(46) نفس المرجع، ص: 22.

(47) نفس المرجع، ص: 26 - 29

(48) الإدريسي عبد الله وآخرون، الرياضيات1، السنة الأولى من التعليم الثانوي الإعدادي، كتاب التلميذ، شركة النشر والتوزيع المدارس، الطبعة الثامنة، الدار البيضاء، 2011.

(49) عبد السلام حقاني وآخرون، المفيد في الرياضيات، السنة الأولى من التعليم الثانوي الإعدادي، كتاب التلميذ، دار الثقافة للنشر والتوزيع، 2003.