

استراتيجية تدريسٍ مقترحةٍ لطلّابِ المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة

أ. خالد بن فهد الشمري & أ. د. خالد بن عبد الله المعثم

استراتيجية تدريسٍ مقترحةٌ لطلّابِ المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات

الرياضيات المنتجة

أ. خالد بن فهد الشمري

باحث دكتوراه في كلية التربية بجامعة القصيم

431114036@qu.edu.sa

أ.د خالد بن عبد الله المعثم

أستاذ تعليم الرياضيات في كلية التربية بجامعة القصيم

kmatham@qu.edu.sa

قدمت للنشر في ٢٠٢٥ / ٣ / ١٠ قبلت للنشر في ٢٠٢٥ / ٥ / ٢٩

الملخص: هدفت الدّراسة إلى بناء استراتيجية تدريس مقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة وفقاً للرؤية NCTM في كتابه "خمس ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة" بطبعته الثانية الصادرة عام ٢٠١٨، وتحديد إرشادات التطبيق الأمثل لها، ومتطلبات تنفيذها. واتبعت المنهج النوعي في بناء الاستراتيجية وتطويرها، وذلك من خلال تطبيقها لمدة شهر في مدرسة الفيصلية الابتدائية بمدينة حائل. واستخدمت الدراسة ثلاث أدوات نوعية، تمثلت في: الملاحظة بالمشاركة والمقابلات النوعية والتسجيلات الصوتية والمرئية لمعلم الرياضيات وطلابه البالغ عددهم (٢١) طالباً. وخلصت الدراسة إلى بناء الاستراتيجية المقترحة، وهي خطة تدريسية تشمل خمس ممارسات تدريسية لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة ينفّذها معلم الرياضيات؛ وفقاً لخمس مراحل، هي: التوقع، والمراقبة، والاختيار، والتسلسل، والربط"، كما قدمت إرشادات التطبيق الأمثل للاستراتيجية، ومتطلبات تنفيذها. وبناءً على هذه النتائج قدّمت الدّراسة مجموعة من التّوصيات إلى وزارة التّعليم ومُعَلّمي الرّياضيّات، وعدداً من المقترحات البحثية ذات العلاقة بموضوع الدّراسة.

الكلمات المفتاحية: مناقشات الرياضيات المنتجة، ممارسات التدريس، استراتيجيات التدريس.

A proposed Teaching Strategy for Elementary School Students based on Productive Mathematics Discussion Practices

Khaled Fahad Alshammari

Phd Candidate at college of education, Qassim University, Saudi Arabia

431114036@qu.edu.sa

Khaled Abdullah Almatham

Professor of Mathematics Education, college of education, Qassim University, Saudi Arabia

kmatham@qu.edu.sa

Received on 10th March 2025

Accepted on 29th May 2025

Abstract: The study aimed to develop a proposed teaching strategy for primary school students based on productive mathematics discussions practices according to the NCTM vision in its book "Five Practices for Organizing Productive Mathematics Discussions" in its second edition issued in 2018, and to determine its optimal application guidelines and implementation requirements. The qualitative approach was followed in building and developing the strategy, by applying it for a month in Al-Faisaliah Elementary School in Hail. The study used three qualitative tools, which were: participant observation, qualitative interviews, and audio and video recordings of the mathematics teacher and his (21) students. The study concluded with the development of the proposed strategy, which is a teaching plan that includes five teaching practices for organizing productive mathematics discussions implemented by the mathematics teacher; According to five stages: anticipation, monitoring, selection, sequencing, and linking, the study also provided guidelines for the optimal application of the strategy and its implementation requirements. Based on these findings, the study presented a

set of recommendations to the Ministry of Education and mathematics teachers, as well as a number of research proposals related to the study topic.

Keywords: Productive Mathematical Discussion, Teaching Practices, Teaching Strategy.

مقدمة

يشهد العالم كثيرًا من التحولات والتطورات المتلاحقة في جميع المجالات المعرفية، ومن ذلك مجال تعليم الرياضيات وتعلمها، مما يفرض على المؤسسات التعليمية العمل على تنمية مهارات التفكير المختلفة لدى الطلاب من خلال استراتيجيات تدريس فعّالة تمكّنهم من التعامل مع تلك التطوّرات، ومواكبة الاتجاهات العالمية الحديثة في جميع المجالات، وتحقيق لهم أفضل بيئة تربوية مرتبطة بواقع حياتهم؛ لذا يتوجب على المعلم استخدام استراتيجيات التدريس الفعّالة التي تساعد على تطوير مستوى طلابه وتنمية مهارات التفكير لديهم.

وتعدّ ممارسات التدريس الشان التي قدّمها المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) عام ٢٠١٤ من أبرز ممارسات التدريس الفعّال اللازمة لمعلمي الرياضيات، حيث توفر إطارًا للتعليم وتعلم الرياضيات، وتمثّل مجموعة جوهرية من الممارسات عالية التأثير، ومهارات التدريس الأساسية اللازمة لتعزيز التعلم العميق للرياضيات (المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات، ٢٠١٤، ١٢). كما تمثل مجموعة متماسكة ومتراصة من طرق التدريس التعليمية التي عند تنفيذها معًا تهيئ بيئة صفية تدعم رؤية تعليم الرياضيات وتعلمها التي يدعو إليها NCTM (3, 2014, NCTM). وتتلخص هذه الممارسات الشان بما يلي (13, 2019, NCTM): (١) وضع أهداف الرياضيات لتركيز التعلم، (٢) تنفيذ المهام التي تعزز الاستدلال وحل المشكلات، (٣) استخدام التمثيلات الرياضية والربط بينها، (٤) تسهيل حوار رياضي ذي معنى، (٥) طرح أسئلة هادفة، (٦) بناء الطلاقة الإجرائية من الاستيعاب المفاهيمي، (٧) دعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات، (٨) استخلاص الأدلة على تفكير الطلاب واستخدامها.

وتركّز الممارسة الرابعة من الممارسات الثمان للتدريس الفعّال على "تسهيل الحوار الرياضي ذي المعنى"، الذي يعزّز الفهم واللغة للتواصل حول الرياضيات، وينمّي الهوية الرياضية لدى الطالب. كما يركّز على تفكيره أثناء تنفيذه المهام الرياضية، حيث يساعده على عرض أفكاره واستراتيجياته الرياضية وشرحها وتبريرها، إضافة إلى فهمه لأفكار الآخرين الرياضية والاستجابة لها. ويتضمن الحوار الرياضي التواصل حول الرياضيات بالكلمات والحركات والرسوم واليدويات والتمثيلات والرموز والأدوات الأخرى التي تكون منطقية ومفيدة للتعلم. ففي صفوف المرحلة الابتدائية (على سبيل المثال) يمكن للطلاب استكشاف الأشكال الهندسية، والبحث عن طرق لتكوينها وتحليلها، والبحث مع أقرانه حول سمات الأشياء. كما يتضمن الحوار الرياضي أيضًا توجيه المعلمين للمناقشات الرياضية، ونمذجة التفكير الرياضي والتواصل، وملاحظة استراتيجيات الطلاب الرياضية وتسميتها، وتوجيههم نحو أفكار بعضهم البعض (The CA Mathematics Framework, 2022, 3-4).

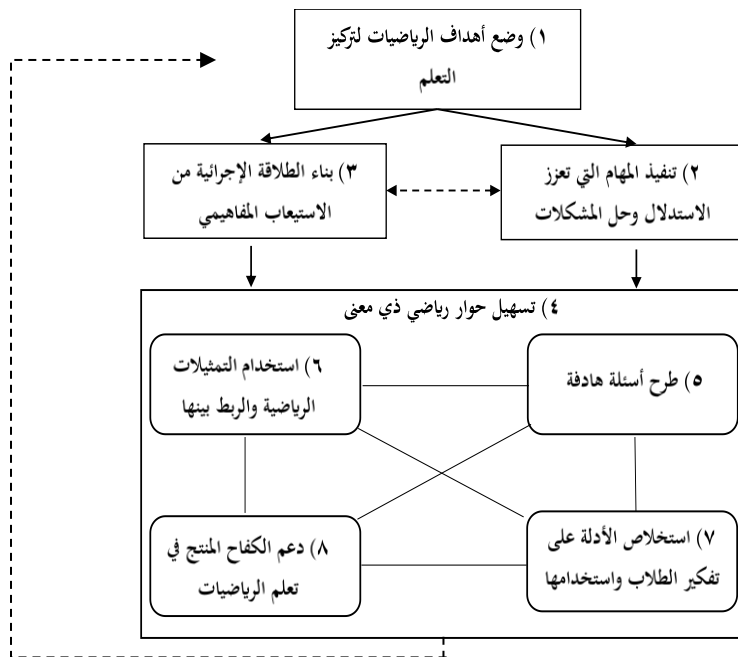
وتعتبر مناقشات الرياضيات من الركائز الأساسية لتعلم الرياضيات ذي المعنى التي تعزز التفكير لدى الطلاب (NCTM, 2014, 45)، حيث ترتبط هذه المناقشات ارتباطًا وثيقًا بمبادئ النظرية البنائية والنظرية البنائية الاجتماعية، التي ترى أن التعلم يحدث في سياق اجتماعي (Beavers et al., 2015, 3). وتؤكد على أن المتعلم يبني معرفته من خلال التفاعلات الاجتماعية التي تقوم على الفهم، وذلك عن طريق الاتصال اللغوي والكتابي (عثمان وزملائه، ٢٠١٧، ١٧٢). ووفقًا لهذه النظرية، فإنّ بناء المعارف والمفاهيم واكتساب المهارات يكون عن طريق المناقشات الاجتماعية بين الطلاب ومعلمهم، وبين الطلاب أنفسهم، كعملية اجتماعية موجهة لتفكير الطلاب وتكوين المعنى (النجدي وزملائه، ٢٠٠٥، ٣٤٧). كما تعتبر التفاعلات

الفعّالة وسيلة تعلم ناجح في الفصول الدراسية، كما تؤكد مفاهيم التعلم لدى فيجوتسكي بأن التواصل والمناقشات تعتبر وسيلة تعلم لمفاهيم جديدة (Anderson, 2017, 2).

ويتضح مما سبق، أنّ استراتيجيات التدريس القائمة على المناقشات إحدى الاستراتيجيات التي يمكن تنفيذها في تدريس الرياضيات من أجل تسهيل الحوار الرياضي (Setianingsih et al., 2017, 385)، إذ تمنح مناقشات الرياضيات فرصاً لتبادل الأفكار بين الطلاب، وتوضيح الفهم، وبناء الحجج المقنعة بشأن أسباب حدوث الأشياء وكيفية عملها، كما تساعد على تطوير لغة الطلاب في التعبير عن أفكارهم الرياضية، وتعلم رؤية الأشياء من وجهات نظر مختلفة (NCTM, 2014, 39). وعندما تتم المناقشة في فصول الرياضيات بين المعلم وطلابه، فإنه يتكون لديه معرفة ودراية بتفكير طلابه، مما يؤدي إلى إتاحة الفرصة لهم لكي يعبروا عن فهم الرياضي، فيعمل على تعميقه وتحسينه (Huinker et al., 2017, 151). ولكي يجعل المعلم مناقشات الرياضيات ذات معنى، ينبغي عليه أن يستخدم الحركات الفعّالة للتحدث في الفصل الدراسي، كوقت الانتظار، ووقت التفكير، والتحدث والدور، كذلك المشاركة والكتابة (Ballard, 2017, 4). فالمناقشات الرياضية عنصر أساسي في فصول الرياضيات، حيث تساعد الطلاب على تعلّم القواعد وتطوير الاستيعاب المفاهيمي. وهي مكونات رئيسة في أيّ درس، حيث يتشارك المعلم مع طلابه في المناقشة، مما يسهّل من فهمهم المشترك للرياضيات المقصودة (Huinker et al., 2017, 148)،

وتعتبر جودة مناقشات الطلاب في فصول الرياضيات من العوامل المهمة التي يترتب عليها جودة نواتج التعلم، حيث تتيح فرصاً لمشاركة الطلاب لأفكارهم والعمل على تطويرها (McNair, 2000, 197)، ووصفتها عدد من الأدبيات بـ"مناقشات الرياضيات المنتجة (Productive Mathematics Discussions)"؛ لما لها من دور فعّال في تدريس الرياضيات،

وتنمية التحصيل الرياضي لدى الطلاب ودافعيتهم نحو التعلم، وعرفتها بول (Ball, 1988, 6) بأنها: "الحوار مع الطلاب حول التخمينات المختلفة التي يقدمونها لإيجاد حلول للمشكلات الرياضية، والتحقق منها وتبريرها للآخرين". كما عرّفها بالارد (Ballard, 2017, 1) بأنها: "التواصل الكتابي والشفهي بين الطلاب وبين الطلاب والمعلم، الذي يركز على تعميق التفكير بالرياضيات وفهمها". وتشير العيدان (٢٠٢٠، ٥-٨) إلى أنه يمكن النظر إلى المناقشات المنتجة باعتبارها "وصف مختصر لممارسات التدريس الفعّال"، وهو ما يشير إلى إطار العمل الذي يبين العلاقة بين الممارسات الشّان للتدريس الفعّال، حيث يوضح كيف يمكن تقديم هذه الممارسات كإطار عمل متماسك للتدريس الفعّال داخل الفصول الدراسية. كما يظهره الشكل الآتي:



شكل (١): إطار عمل يبين العلاقة بين ممارسات NCTM للتدريس الفعّال

(المصدر: Boston et. al., 2017, 215)

ويؤكد الإطار الوارد في الشكل (١) أنّ جوهر أيّ درس هو المناقشات (التي يمثلها المستطيل الكبير في الشكل)، إذ توفرّ هذه المناقشات الفرصة للطلاب؛ لتبادل أفكارهم، وتوضيح المفاهيم، وتطوير حججهم المقنعة بشأن مبررات خطواتهم، وكيفية عمل إجراءاتهم، وتطوير لغتهم للتعبير عن أفكارهم الرياضية. إضافة إلى أنّ هذه المناقشات توفرّ فرصة للمعلم لتوجيه الطلاب (في مجموعاتهم الصغيرة أو الفصل بأكمله) نحو المفاهيم الرياضية التي هي هدف الدرس. حيث يتم تسهيل الحوار الصفّي ذي المعنى (المناقشات) من خلال استخدام ممارسات التدريس الأربع الموجودة داخل مستطيل المناقشة في الشكل (١)، وهي: طرح الأسئلة الهادفة، واستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة والربط بينها، واستخلاص الأدلة على تفكير الطلاب واستخدامها، ودعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات. وتعمل هذه الممارسات معاً على تركيز عمل الطلاب الرياضي وتفكيرهم في أهداف الدرس (Boston et. al., 2017, 215-). (216).

ولذا؛ ظهر الاهتمام في السنوات الأخيرة، بتعليم معلمي الرياضيات كيفية إدارة المناقشات الرياضية مع الطلاب داخل الفصول الدراسية (Shaughnessy et al., 2021, 451). فبدء مناقشات الرياضيات وإدارتها وإنهائها، يتطلب من المعلم بذل الجهد والتخطيط طوال زمن الحصة الدراسية، وعندما يكون المعلمين ذو خبرة في تسهيل هذه المناقشات، سيكتسب الطلاب خبرة كبيرة في الرياضيات (Ballard, 2017, 2). ويذكر شو وميسيتي (Xu & Mesiti, 2022, 273) أنّ الاهتمام المتزايد بالمناقشات في فصول الرياضيات يعتبر اعترافاً واسعاً داخل مجتمع تعليم الرياضيات بالدور الحاسم للتفاعل الاجتماعي في بناء المعرفة الرياضية. كما تعدّ مناقشات الرياضيات بين الطلاب من الأمور الهادفة لتعلم الرياضيات، حيث يقوم المعلمون بالإعداد للمناقشات وتجهيزها بعناية والعمل على تسهيلها بشكل هادف، حيث

تعتمد هذه المناقشات على تفكير الطلاب ومدى تفاعلهم مع زملائهم داخل الصف، ويعتبر الطلاب في مجتمع المناقشات أعضاء نشطون فيه (NCTM, 2014, 35).

ومن هذا المنطلق، قدّم NCTM كتابه "خمس ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة" عام ٢٠١١، وأصدر طبعته الثانية المنقحة عام ٢٠١٨ (Smith & Stein, 2018)؛ للتأكيد على مناقشات الرياضيات المنتجة، حيث اقترح خمس ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة، هي: التوقع (Anticipating)، والمراقبة (Monitoring)، والاختيار (Selecting)، والتسلسل (Sequencing)، والربط (Connecting)، حيث:

١. يتوقع المعلم قبل الدرس استجابات طلابه المحتملة لمهمة رياضية عالية المستوى.
 ٢. ويراقب استجابات طلابه الفعلية للمهام في الفصل أثناء أدائهم للمهمة في أزواج أو مجموعات صغيرة.
 ٣. ثم يختار الطلاب الذين سيشركون أعمالهم الرياضية أثناء المناقشة أمام الفصل بأكمله.
 ٤. ويرتب عروض طلابه التقديمية بشكل هادف؛ للوصول إلى أهداف محددة مرتبطة بالمحتوى الرياضي.
 ٥. وأخيرًا يربط بين استجابات طلابه المختلفة، كما يربطها بالأفكار الرياضية الأساسية.
- وفي عام ٢٠١٩، أصدر NCTM ثلاثة كتب شارحة لهذه الممارسات الخمس، حيث خُصص لكل مرحلة من المراحل الدراسية الثلاث (الابتدائية، والمتوسطة، والثانوية) كتابًا خاصًا، وذلك لوضع هذه الممارسات والأفكار موضع التنفيذ، وتسهيل المناقشات الرياضية المنتجة في كل مرحلة، وتعليم كيفية تطبيقها بثقة، وتمكين المعلمين من الاستعداد والتغلب على

التحديات الشائعة لتنظيم مناقشات الرياضيات، وإرشادهم إلى فهم أعمق لكيفية استخدام كل ممارسة بفعالية في فصل دراسي موجّه نحو الاستقصاء (Smith et al., 2019).

وتم تصميم هذه الممارسات الخمس لمساعدة المعلمين على استخدام الاستجابات لدى الطلاب لكي يتم تعزيز الفهم الرياضي للفصل ككل، وكل ذلك يؤدي إلى تماسك أكثر لمناقشات الرياضيات التي تركز على الطلاب، وتتمتع هذه الممارسات الخمس التي يمكن إدارتها بالقدرة على جعل المعلمين يتحكمون في المناقشات الصفية المنتجة، حيث يرى NCTM أن هذه الممارسات الخمس بمثابة إدارة ماهرة للمحتوى الذي سيتم مناقشته أثناء الدرس وكيفية مناقشته، وذلك من خلال التخطيط الدقيق للتدريس المتمحور حول الطالب، حيث يتم تقليل درجة الارتجال (improvisation) التي يمارسها المعلم أثناء المناقشة إلى الحد الأدنى. فبدلاً من التركيز على الاستجابات اللحظية لمساهمات الطلاب، تؤكد هذه الممارسات على أهمية التخطيط، الذي يستطيع المعلم من خلاله توقع المشاركات المحتملة لطلابه، وإعداد الاستجابات المناسبة لها، واتخاذ قرارات حول كيفية تنظيم أنشطتهم؛ لتعزيز معرفتهم الرياضية أثناء الدرس. وكل هذا يؤدي إلى مناقشات أكثر تماسكاً، وتركيزاً على الطالب (Smith & Stein, 2018, 9-15).

وتبرز أهمية هذه الممارسات الخمس من خلال تزويد المعلمين بمزيد من التحكم في أصول التدريس المتمحورة حول الطالب، وذلك من خلال السماح للمعلم بإدارة المحتوى الذي سيتم مناقشته، وكيفية مناقشته. والجدول التالي يوضح أوصاف الممارسات الخمس:

الجدول (١): أوصاف الممارسات الخمس (Nabb, et al., 2018, 368)

الممارسة	الوصف	الأسئلة	تعليقات متنوعة
تحديد الهدف	يحدد المعلم الأهداف التي خطط لها للدرس قبل بدايته.	١- ما الذي أريد أن يعرفه الطلاب ويتعلمونه؟ ٢- كيف يجب أن يعرفوا؟	- ابحث عن المهام الرياضية الغنية. - قم بتطويرها لتساعد طلابك على تنفيذها بسهولة. - من المحتمل أن تظهر مهام رياضية مثيرة للاهتمام وذات صلة.
التوقع	يتنبأ المعلم بكيفية حل الطلاب للمسألة.	١- ماذا سيفعل الطلاب؟ ٢- كيف سيفعلون ذلك؟ ٣- ما المفاهيم الخاطئة المحتملة؟	- قم بحل المسألة باستخدام مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات؛ مما يسمح لك بتفسير حل لم يكن متوقعًا بسهولة أكبر.
المراقبة	يحدد المعلم الاستراتيجيات المستخدمة من قبل الطلاب خلال اطلاعه على حلول المجموعات، وإجاباتهم على الأسئلة المطروحة من قبل المعلم أثناء المناقشة وتوثيقه ذلك.	١- ماذا يفعل الطلاب؟ ٢- ما الاستراتيجيات المستخدمة؟	- إذا لم تستطع مجموعة ما فهم المطلوب من المسألة، فقد ترغب بتوجيههم للعودة إلى المسار الصحيح لحل المسألة.
الاختيار	يحدد المعلم المجموعات التي ينبغي أن تشارك عملها.	١- لماذا يجب عرض عمل هذه المجموعة؟ ٢- لماذا قد لا يتم تقاسم الأعمال الأخرى؟	- هذا الاختيار مرتبط بأهداف الدرس.

الممارسة	الوصف	الأسئلة	تعليقات متنوعة
التسلسل	يحدد المعلم تسلسلاً معيناً له معنى تربوي؛ لعرض ومناقشة حلول الطلاب التي تم اختيارها.	١- ما ترتيب العرض المنطقي؟ أ- غير رسمي إلى رسمي؟ ب- بسيط إلى متطور؟ ت- مألوف وغير عادي؟ ٢- هل يجب معالجة المفاهيم الخاطئة على الفور أم لاحقاً؟	- ينبغي أن يسمح التسلسل لطلابك بمعرفة الروابط بين حلول المجموعات المختلفة، وتوفير الفرص لتقييم العمل وانتقاده.
الربط	يقوم المعلم بربط المواضيع المطروحة في الدرس بشكل مباشر أو غير مباشر من خلال طرح الأسئلة/ التركيز.	١- ما الفكرة التي أريد وضحها من خلال عمل الطلاب؟ ٢- هل هناك أفكار أخرى يجب مناقشتها أو أفكار لم تظهر في حلول الطلاب؟	- استخدم عمل طلابك لتحقيق هدف الدرس. - قد يسأل طالب أو مجموعة عن طريقة لم يتم مشاركتها علناً. - قد يكون لديك المزيد من الفرص للتواصل مع طلابك ومناقشتهم.

وبناء على ذلك، فإن الممارسات الخمس عبارة عن إجراءات تعليمية مساعدة للمعلمين في تنفيذ وتصميم دروس الرياضيات التي تعتمد على طرق تبني أساساً على تفكير الطلاب في فصول الرياضيات (3, 2019, Smith et al.). حيث تساعد هذه الممارسات في إبراز دور المعلم كموجه في فصول الرياضيات، وتهدف إلى إتاحة الفرصة للطلاب ليظهروا ما فهموه من موضوعات، وجعلهم فاعلين في فصول الرياضيات (852, 2022, Schmidt et al.). ولذا تعتبر الممارسات الخمس مهمة لما توفره من نموذج مميّز يتكون من خمس مراحل، يساعد المعلمين

قبل وأثناء تدريس فصول الرياضيات، وهذا ما يعطي المعلمين القدرة على إدارة مناقشات الرياضيات (Smith et al., 2019, 26).

وتدعو مناهج الرياضيات الحالية لتطوير البيئة الصفية التي تركز على التواصل الرياضي كمحور رئيسي، وبذلك تصبح مناقشات الرياضيات سمة من السمات المميزة لتجربة الفصول الدراسية عالية الجودة (Walshaw & Anthony, 2008, 516). ويتم إشراك الطلاب من خلال التدريس الفعّال للرياضيات في المناقشة لتحسين تعلم الرياضيات لدى طلاب الفصل كاملاً، ويتم ذلك من خلال تبادل الأفكار الهادف عن طريق مناقشات الرياضيات (NCTM, 2000, 39). لذا يمكن تعزيز مشاركة الطلاب في المناقشات المنتجة من خلال عمل تصميمات تعليمية تساعد على إثارة إشكالية موضوع الدرس، ومنح الطلاب الحرية في معالجة المشكلات التي تواجههم، ومساءلة الطلاب أمام زملائهم في الفصل، وتزويدهم بموارد ذات صلة بموضوع الدرس (Engle & Conant, 2002, 399).

ويؤدي المعلمون دورًا حاسمًا في منح الفرص للطلاب في الفصول الدراسية بالمدارس الابتدائية للمشاركة في مناقشات الرياضيات وتطوير الحجج الرياضية، ومن خلال هذه المناقشات يمكن إثراء التفاعلات بين المعلم وطلابه في القاعات الدراسية (Lloyd & Murphy, 2023, 16). ويعتمد إنشاء بيئة صفية تدعم وتشجع المشاركة الحقيقية للطلاب في بناء المعرفة الرياضية في المقام الأول على جهود المعلم، ولذلك ينبغي على المعلم التأكد من أن جميع الطلاب سوف يتاح لهم الفرص للمشاركة في المناقشات، وذلك من خلال الأسئلة المطروحة والتي تحفز طلاب الفصل على التفكير الرياضي (Manouchehri & John, 2006, 551). لذلك تتطلب مناقشات الرياضيات من المعلم معرفة أفكار جميع الطلاب التي يتم طرحها من قبلهم داخل الفصل الدراسي (Ponte et al., 1998, 59) كذلك من خلال مرحلة

المناقشات في دروس الرياضيات يمكن للمعلمين وينبغي عليهم أن يتوقعوا رؤية طرق مختلفة ومتنوعة (صحيحة وغير صحيحة) لحل المهمة (Smith & Stein, 2018,16). ولذا قبل تنفيذ مناقشات الرياضيات، لابد للمعلم أن يقوم بإعداد خطة الدرس وتكون مناسبة لتعزيز مشاركات الطلاب الفعالة في المناقشات، ولبناء معارف رياضية جديدة (Setianingsih et al., 2017, 393).

وقد أوصت الدراسات السابقة (Miller et al., 2013; Weber et al., 2014) معلمي الرياضيات باستخدام المناقشات الصفية المنتجة لفاعليتها في التدريس. وأكدت دراسة سينج ويب (Sepeng & Webb, 2012) تأثيرها الإيجابي على مهارات الطلاب في حل المشكلات الرياضية، وزيادة قدرتهم على التفكير، وأن الأداء يتغير بشكل كبير لدى الطلاب، عند استخدام مناقشات الرياضيات كإستراتيجية تدريس في فصول الرياضيات. وأثبتت دراسة كاسكو (Kosko, 2015) دور المناقشات المنتجة في رفع كفاءة الطلاب الذاتية لتعلم الرياضيات. وفي ذات السياق، كشفت دراسة سيتيانغنغسيه وزملائه (Setianingsih et al., 2017) عن تأثير المناقشات المنتجة في بناء المعرفة الرياضية لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي. كما أشارت دراسة كالور وزملائه (Calor et al., 2019) إلى فاعلية المناقشات المنتجة في رفع مستويات الطلاب الرياضية في الجبر المبكر. وخلصت دراسة الإمام وزملائه (٢٠٢٢) إلى فاعلية الحوار الرياضي ذي المعنى في تحسين المعتقدات الرياضية لطلاب الصف السادس الابتدائي الأزهري. كما أشارت دراسة العنزي (٢٠١٥) إلى فاعلية استخدام استراتيجية المناقشة في تعلم المفاهيم الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية.

وتعتبر استراتيجية مناقشات الرياضيات المنتجة من الاستراتيجيات الحديثة، فاستخدام المناقشات المنتجة كاستراتيجية للتدريس والتعلم في فصول الرياضيات بشكل عام، يعطي

مكاسب إيجابية في تحسين أداء الطلاب وتعزيز أدائهم في حل المشكلات التي تواجههم (Sepeng & Webb, 2012,1). ولبدء المناقشات المنتجة، يتم طرح سؤال مفتوح للغاية من قبل المعلم على الطلاب، وستكون الإجابات من قبل الطلاب في الفصل الدراسي بداية لتوجيه المناقشات المنتجة إلى مستوى عالي ومتعمق في المعرفة (Henning, 2005,91). وقد أشار هينينغ (Henning, 2005,93) بأن المناقشات المنتجة قد لا تحقق النجاح المنشود إذا كان الطلاب مترددين أو متحفظين للغاية في المشاركة لأفكارهم مع زملائهم علناً، ولذلك تبرز الحاجة إلى مزيد من الاستراتيجيات المباشرة، وذلك من خلال استخدام وسائل تعليمية متنوعة تراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

كما أن إيجاد الفرص القائمة على مناقشات الرياضيات لكي يتعلم الطلاب، سيتطلب من المعلمين تعلم كيفية إعداد المهام التعليمية ذات الصعوبة المعرفية في الفصول الدراسية، الأمر الذي يوفر بدوره أساساً لمناقشات الرياضيات التي تعتبر مهمة، كما يجب أن يتعلم المعلمون كيفية مساعد الطلاب أثناء التفاعل في المناقشة، ومناقشة الحلول الخاصة بهم (Smith & Stein, 2018, 2-3). وعندما تتاح الفرص للطلاب لمناقشة المفاهيم الرياضية وتوضيحها، فإنهم بالتالي يستطيعون تطوير فهم أعمق لتلك المفاهيم (Anderson, 2017, 1). فمناقشات الرياضيات المنتجة تكون فاعلة إذا تمت إدارتها بشكل جيد، وتوجيه الطلاب عن طريق استخدام المحفزات حول كيفية استهداف مناقشتهم، وكذلك توفير الوقت الكافي لتعزيز المناقشات الهادفة (Ballard, 2017, 5).

مشكلة الدراسة

تبذل وزارة التعليم في المملكة العربية السعودية جهودًا كبيرة من أجل تطوير التعليم، وخاصة في مجال تعليم وتعلم الرياضيات وتمكين الطلاب في مختلف المواد الدراسية، وذلك من خلال تطوير مناهج الرياضيات، وتقديم البرامج التدريبية.

وقد أشارت دراسات عديدة أن طلاب المرحلة الابتدائية يعانون من ضعف في تعلم الرياضيات، كذلك افتقارهم للعديد من مهارات الرياضيات الأساسية، مثل: دراسة الشلبي (٢٠١٦)، ودراسة العريني (٢٠١٧). ومما يؤكد ذلك ضعف مستوى النتائج لطلاب الصف الرابع في دورات دراسات TIMSS المتعاقبة، وآخر هذه النتائج دراسة TIMSS 2019 التي خلصت إلى استمرار ضعف مستوى الطلاب، حيث بلغ متوسط أدائهم (٣٩٤) نقطة، وهي تعتبر أقل من المتوسط العام، كذلك أظهرت النتائج حصولهم على المركز (٣٧) من أصل (٣٩) دولة مشاركة في هذه الدراسات (هيئة تقويم التعليم والتدريب، ٢٠٢٠).

ويرى المعثم والمنوفي (٢٠١٤، ٣) أن من أحد الأسباب لهذا الإخفاق يرجع إلى أن تمسك الكثير من معلمي الرياضيات بالممارسات القديمة، فهم يقضوا معظم أوقات دروسهم في توجيه طلابهم، وتوضيح الإجراءات أثناء ممارساتهم لها. كذلك يشير الأسطل (٢٠١٠) أن من أسباب الضعف هذا التركيز على الطرق التقليدية للتدريس وممارستها كالإلقاء، ومن ذلك أيضًا عدم الاهتمام بالمهارات العليا للتفكير.

وفي ذات السياق، أشار الباحثون أن مناقشات الرياضيات المنتجة عنصر مهم في تعلم الرياضيات وأحد العناصر الهامة في أي درس، (Huinker et al., 2017; Ballard, 2017). كما توصلت عدة دراسات إلى فاعلية التدريس الذي يستخدم ممارسات مناقشات الرياضيات،

مثل دراسات: ويبر (Weber et al., 2014)، وميلر (Miller et al., 2013)، وكالور وزملائه (Calor et al., 2019).

وتأسيساً على ما سبق، اتضح وجود ضعف في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الابتدائية، وهذا الضعف قد يعود لقلة استخدام استراتيجيات وطرق التدريس المناسبة مع طبيعة الرياضيات المقدمة في هذه المرحلة، وخصائص نموهم فيها؛ وهو ما دعا للبحث عن حل مناسب لهذه المشكلة، وذلك من خلال القيام بالدراسة الحالية التي تحدت مشكلتها في: بناء استراتيجية تدريس مقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة مناسبة لطلاب هذه المرحلة، وتحديد إرشادات تطبيقها بشكل أمثل، واستكشاف متطلبات التنفيذ لهذه الاستراتيجية المقترحة.

أهداف الدراسة

سعت الدراسة إلى تحقيق الهدف الآتي:

١. بناء استراتيجية تدريس مقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة.
٢. تحديد إرشادات التطبيق الأمثل لاستراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، واستكشاف متطلبات تنفيذها.

أسئلة الدراسة

سعت الدراسة للإجابة عن السؤال الآتي:

١. ما استراتيجية التدريس المقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة؟

٢. ما إرشادات التطبيق الأمثل لاستراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة؟ وما متطلبات تنفيذها؟

أهمية الدراسة

تمثلت الأهمية النظرية للدراسة في كونها قد تثري المكتبة العربية في موضوع "ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة"؛ باعتبارها من الدراسات العربية القليلة التي تناولتها هذا الموضوع وفقاً لقواعد البيانات المتاحة. كما تستمد الدراسة أهميتها التطبيقية في كونها قد تفيد الفئات الآتية:

١. معلمي الرياضيات، إذ يمكن أن تساعدهم الاستراتيجية المقترحة في تدريب طلابهم على المناقشات؛ مما يؤدي إلى تحسين نتائجهم.
٢. الباحثين في تعليم الرياضيات، حيث يمكن أن تفتح المجال أمامهم لأفكار بحثية جديدة حول موضوع مناقشات الرياضيات المنتجة.
٣. كليات التربية والمعهد الوطني للتطوير المهني التعليمي في المملكة العربية السعودية، وذلك من خلال الاستفادة من الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة في برامجها الخاصة بتعليم الرياضيات.

حدود الدراسة

اقتصرت الدراسة على الحدود الآتية:

- في الحدود الموضوعية: تقديم استراتيجية مقترحة قائمة على مناقشات الرياضيات المنتجة في ضوء رؤية NCTM في كتابه "خمسة ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة" بطبعته الثانية الصادرة عام ٢٠١٨ (Smith & Stein, 2018)، والتي تم

تطبيقها على وحدة "الكسور الاعتيادية والكسور العشرية" في الفصل الدراسي الثاني من مقرر الرياضيات للصف السادس الابتدائي؛ لما تتضمنه أنشطة الوحدة من طرق مختلفة في الوصول إلى الإجابة؛ مما يجعلها مناسبة لممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة.

- في الحدود الزمانية: طبقت الدراسة في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ١٤٤٦هـ.

- وفي الحدود المكانية: طبقت الدراسة في مدارس المرحلة الابتدائية التابعة لإدارة التعليم بمنطقة حائل.

مصطلحات الدراسة

- ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة (Productive Mathematics Discussions Practices): وهي إدارة ماهرة للمحتوى الذي سيتم مناقشته أثناء الدرس وكيفية مناقشته، وذلك من خلال التخطيط الدقيق للتدريس المتمحور حول الطالب، حيث يتم تقليل درجة الارتجال (improvisation) التي يمارسها المعلم أثناء المناقشة إلى الحد الأدنى (Smith & Stein, 2018, 9-15). ويعرفها الباحث إجرائيًا في هذه الدراسة بأنها: إدارة معلم الرياضيات الاحترافية للحوار الرياضي بينه وطلابه في الصف السادس الابتدائي حول المحتوى الذي تم مناقشته أثناء الدرس وكيفية مناقشته، وتتمثل بخمس ممارسات وفقًا للرؤية NCTM، وهي: التوقع، والمراقبة، والاختيار، والتسلسل، والربط.

- استراتيجية التدريس (Teaching Strategy): هي طريقة التعليم والتعلم المخطط أن يتبعها المعلم داخل الصف أو خارجه لتدريس محتوى معين بغية تحقيق أهداف محددة سلفًا، وينضوي هذا الأسلوب على مجموعة من المراحل (الخطوات/ الإجراءات) المتتابعة

والتناسقة فيما بينها، المنوط بالمعلم وطلابه القيام بها أثناء السير في تدريس المحتوى (زيتون، ٢٠٠٩، ٥). ويعرفها الباحث إجرائيًا بأنها: خطة تشمل خمس ممارسات تدريسية لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة، وهي: "التوقع، المراقبة، الاختيار، التسلسل، الربط"، حيث ينفّذها المعلم عند تدريسه لرياضيات الصف السادس الابتدائي؛ بهدف تسهيل الحوار الرياضي ذي المعنى.

منهج الدراسة

اعتمدت الدراسة الحالية على المنهج النوعي الأساسي الذي لا يلتزم فيه الباحث بنوع محدد من أنواع البحث النوعي، بل يحلل المعلومات كيفيًا دون التقيد بطريقة معينة (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٦٠)، للإجابة عن أسئلة الدراسة، وذلك من خلال توظيف الملاحظات والمقابلات النوعية مع المشاركين (المعلم وطلابه) إضافة إلى التسجيلات الصوتية والمرئية؛ بهدف بناء استراتيجية تدريس مقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية قائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة.

المشاركون في الدراسة

نظرًا لطبيعة البحث النوعي الذي يهدف إلى فهم الموقف أو الظاهرة والتعمق بها دون الرغبة أو الحاجة إلى التعميم، فإنه تم اختيار المشاركين قصديًا من مدرسة الفيصلية الابتدائية التابعة لإدارة التعليم بمنطقة حائل، حيث تم اختيار معلم الرياضيات في الصف السادس الابتدائي، وطلابه البالغ عددهم (٢١) طالبًا؛ لتطبيق الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، بهدف التأكد من مناسبتها.

أدوات الدراسة

استخدمت الدراسة ثلاث أدوات نوعية للإجابة عن أسئلتها، هي: الملاحظة بالمشاركة، والمقابلة النوعية، والتسجيلات المرئية والصوتية، وفيما يلي توضيح لها:

أ- الملاحظة بالمشاركة

تعد أداة الملاحظة من الطرق الأشهر والأساسية في البحث النوعي لجمع المعلومات، وفي الغالب تسمى بالمشاركة؛ حيث انخرط أحد الباحثين مع المشاركين في الظاهرة المبحوثة (المعلم وطلابه)، وعمل معهم كواحد منهم (العبدالكريم، ٢٠١٢، ١٢٤)، وأعدت بطاقة الملاحظة وفقاً للملاحظة الحرة، واستخدمت بهدف تسجيل الملاحظات أثناء تطبيق الاستراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، واستكشاف تجربة المشاركين فيها، حيث تم الاستفادة من نتائجها في تطوير الاستراتيجية المقترحة.

ب- المقابلة النوعية

استخدمت المقابلة النوعية مع المعلم وطلابه أثناء تطبيق استراتيجية التدريس المقترحة؛ كأداة ثانية لتفسير نتائج الملاحظة النوعية، والكشف عما لا تكشفه تلك الأداة، بهدف استكشاف تجربة المشاركين في تطبيق الاستراتيجية المقترحة، والاستفادة من النتائج في تطويرها، وقد صيغت أسئلة المقابلة بشكل أكثر مرونة، وتضمنت مناقشة معلم الفصل حول خطوات تطبيق الاستراتيجية المقترحة والوقت المستغرق لتطبيقها، والكشف عن بعض الجوانب التي يوجد صعوبة في ملاحظتها، كذلك معرفة مدى تفاعل الطلاب مع الاستراتيجية المقترحة.

ج - التسجيلات المرئية والصوتية

بعد أخذ الموافقة من المعلم وأولياء أمور الطلاب المشاركين في الدراسة، استخدمت التسجيلات المرئية أثناء تطبيق الملاحظة في بعض دروس الرياضيات، كونها أداة مساعدة في التأكد من البيانات التي تم ملاحظتها، حيث يمكن الرجوع إليها في أي وقت، كما استخدمت التسجيلات الصوتية أثناء المقابلة، حتى لا ينشغل المقابل بتدوين إجابات المعلم وطلابه أثناء مقابلتهم، مما ساعد في عدم فقد أي معلومات أو إجابات أثناء تدوينها.

- الموثوقية في البيانات النوعية

تمّ التحقق من موثوقية البيانات النوعية من خلال اتصافها بالمصدقية والانتقالية والاعتمادية والتطابقية (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٧٥-٧٨) وفقاً لإجراءات البحث النوعي، وذلك وفقاً لما يلي:

▪ المصدقية: التي تقابل "الصدق الداخلي" في البحث الكمي، وتعني مطابقة نتائج الدراسة مع الواقع (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٧٥)، ومن الإجراءات المستخدمة في الدراسة لتعزيز المصدقية، ما يلي:

- استخدام أكثر من طريقة لجمع البيانات، واستهداف أكثر من مشارك.
- الحرص على أمانة المشاركين من خلال تشجيعهم على الصدق فيما يقولونه، مع إعطائهم الفرصة لرفض المشاركة في حال رغبتهم ذلك.
- طرح أسئلة على المشارك يمكن أن تكشف ما لديه من تناقض أو عدم فهم.
- التسجيل الدقيق لما تم ملاحظته أو سماعه أثناء المقابلة، والاستعانة بالتسجيلات المرئية والصوتية تحرياً لدقة البيانات.

▪ **الانتقالية:** التي تقابل "الصدق الخارجي (التعميم)" في البحث الكمي، وتعني إمكانية أن تكون نتائج الدراسة مفيدة في حالات مشابهة، ويرى غالبية أنصار البحث النوعي أن من أهدافه التعمق في فهم الظاهرة المبحوثة وليس التعميم (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٧٦). ولهذا سعى الباحثان لذكر تفاصيل السياق المبحوث، مع تقديم مقترحات يمكن الاستفادة منها في سياق آخر.

▪ **الاعتمادية:** التي تقابل "الثبات" في البحث الكمي، وهو مفهوم لا يتسق كثيرا مع فلسفة البحث النوعي التي ترى أن الحقيقة الاجتماعية يتم إعادة بنائها باستمرار وبشكل متجدد (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٧٧). ومن الإجراءات المستخدمة في الدراسة لتعزيز الاعتمادية، ما يلي:

- تضمين الدراسة قسماً يوضح تصميمها، وإجراءات تطبيقها.
- الوصف الإجرائي لعمليات جمع البيانات، وذكر تفصيلات ذلك.
- المراجعة والتدقيق المستمر للبيانات التي تم جمعها.
- **التطابقية (القابلية للتأكيد):** التي تقابل "الموضوعية" في البحث الكمي، وتعني الإجابة عن السؤال: هل يمكن تأكيد نتائج البحث عن طريق باحث آخر (العبدالكريم، ٢٠١٢، ٧٧-٧٨). ومن الإجراءات المستخدمة في الدراسة لتعزيز التطابقية، ما يلي:
- اختيار باحث مشارك يعمل ناقداً لخطوات البحث.
- تقديم أمثلة لملاحظات محايدة وخالية من الأحكام.

تحليل البيانات النوعية

تم استكشاف تجربة المشاركين (المعلم وطلابه) في تطبيق الاستراتيجية المقترحة وذلك من خلال تطبيقها لمدة شهر في مدرسة الفيصلية الابتدائية بمدينة حائل، وذلك لأجل التأكد من مناسبة الاستراتيجية لطلاب الصف السادس الابتدائي، ورصد المشكلات التي تواجه تطبيقها، والعمل على تطويرها وتحسينها، واستخدام التدوين اليدوي للبيانات النوعية اعتماداً على الملاحظة بالمشاركة داخل الصف، والمقابلات النوعية، والتسجيلات المرئية والصوتية، وتم تفرغ البيانات النوعية بعد الانتهاء من عمليات الملاحظة والمقابلة، وتم ترميزها، ثم حُللت البيانات النوعية باستخدام أسلوب التحليل التفسيري الذي يربط بين البيانات الناتجة من الأدوات المختلفة، بهدف الإجابة عن أسئلة الدراسة.

استراتيجية التدريس المقترحة:

اعتمدت استراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة على رؤية المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) التي شرحها في عدد من إصداراته، وقد سارت عملية بناء الاستراتيجية المقترحة وفقاً للخطوات الآتية:

١. مراجعة الأدبيات التي اهتمت بممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، خاصة تلك الصادرة عن NCTM، ومن أبرزها:

- كتابه "خمس ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة" في طبعته الثانية المنقحة الصادرة عام ٢٠١٨ (Smith & Stein).
- كتابه "الممارسات الخمس في الممارسة [الابتدائية]: تنظيم مناقشات الرياضيات بنجاح في الفصل الدراسي الابتدائي" الصادر عام ٢٠١٩، بهدف وضع هذه

الممارسات الخمس موضع التنفيذ في المرحلة الابتدائية، وتمكين المعلمين من الاستعداد والتغلب على التحديات الشائعة لتنظيم مناقشات الرياضيات في هذه المرحلة (Smith et al., 2019).

- ما قدمه المجلس في الممارسة الرابعة من الممارسات الثمان للتدريس الفعّال (تسهيل الحوار الرياضي ذي المعنى)، في كتابه "من المبادئ إلى الإجراءات: ضمان النجاح الرياضي للجميع" (NCTM, 2014).

٢. تحديد المبادئ التي تقوم عليها الاستراتيجية المقترحة، التي ينبغي أن تراعى عند تطبيق الاستراتيجية، وهي:

- أن تشمل المكونات الرئيسة لاستراتيجية التدريس الفعّال التي حددتها الأدبيات، وهي (زيتون، ٢٠٠٩؛ وخليفة ومطاوع، ٢٠١٥): التحركات التي يقوم بها المعلم، والاستجابات التي يمارسها طلابه في ضوء تلك التحركات.

- أن تتيح وقتاً كافياً لمناقشات الرياضيات المنتجة.

- أن تحفّز الطلاب وتشجعهم على المشاركة في مناقشات الرياضيات، وطرح أفكارهم وتبريرها.

- أن تراعي الفروق الفردية لدى الطلاب.

- أن تنمي مهارات التفكير الرياضي لدى الطلاب.

- مراعاة تحقيقها لخصائص استراتيجية التدريس التي أشارت إليها الأدبيات (Manolea, 2013, 56): وهي: المرونة، ومراعاة الفروق الفردية، وقابليتها للتطبيق، وتنوع أساليبها، وجعل المتعلم محور العملية التعليمية.

٣. تحديد ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة وفقاً لرؤية NCTM، التي حددها بخمس ممارسات لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة، هي: التوقع، والمراقبة، والاختيار، والتسلسل، والربط.
٤. تحديد تحركات المعلم واستجابات طلابه في كل ممارسة من هذه الممارسات الخمس.
٥. بناء الهيكل العام للاستراتيجية المقترحة أو ما يمثل نموذج الاستراتيجية، الذي يوضح تسلسل الممارسات الخمس، وممارساتها الفرعية، وذلك وفقاً للممارسات الخمس لتنظيم مناقشات الرياضيات المنتجة.
٦. بناء الاستراتيجية بصورتها الأولية، بما يشمل: نموذج الاستراتيجية، وممارساتها الخمس، ووصفها التفصيلي (تحركات المعلم واستجابات طلابه)، وإرشادات تنفيذها، ومتطلبات تطبيقها.
٧. تحكيم الاستراتيجية المقترحة بعد بنائها، حيث تم عرضها على (١١) محكماً من أساتذة تعليم الرياضيات، ومن المعلمين والمشرفين من ذوي الخبرة التربوية الميدانية؛ وذلك لإبداء رأيهم حول مرونة الاستراتيجية، وإمكانية تطبيقها، ووضوح خطواتها، وتنوع أساليبها، ومدى مناسبة تحركات المعلم واستجابات طلابه لممارسات الاستراتيجية، ومستوى تعزيزها لدور المعلم باعتباره ميسراً وموجهاً للعملية التعليمية، ولدور الطالب باعتباره محوراً للعملية التعليمية، ومدى قدرة الاستراتيجية على توجيه الطالب نحو مناقشات الرياضيات المنتجة، وتوجيه المعلم نحو تسهيل الحوار الرياضي ذي المعنى، وتم إجراء التعديلات المناسبة وفقاً لآراء المحكمين.

٨. تطبيق الاستراتيجية لمدة شهر في مدرسة الفيصلية الابتدائية بمدينة حائل على وحدة "الكسور الاعتيادية والكسور العشرية" في الفصل الدراسي الثاني من مقرر الرياضيات للصف السادس الابتدائي، واستكشاف تجربة المشاركين في عملية التطبيق باستخدام الأدوات النوعية، وتحليل البيانات للاستفادة من نتائجها في تطوير الاستراتيجية.

٩. إخراج "الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة" بصورتها النهائية، وذلك بعد تطويرها.

دليل المعلم لاستراتيجية التدريس المقترحة:

تم إعداد دليل المعلم؛ لاستخدام الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، وذلك بعد الاطلاع على أدلة المعلمين الصادرة من وزارة التعليم بالمملكة العربية السعودية، والاستفادة من الدراسات السابقة التي استهدفت بناء استراتيجية تدريس، وأعدت لها دليلاً للمعلم، مثل: دراسة الحربي (٢٠٢١)؛ ودراسة الدريويش (٢٠٢٤)، وقد تضمن الدليل: تعريف بالاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، وإرشادات عامة عند استخدامها في التدريس، وقائمة الدروس المتضمنة في الوحدة، والأهداف التعليمية، والخطة الزمنية المقترحة لتنفيذها، وكذلك الأدوات التعليمية المختلفة المستخدمة في الاستراتيجية. وبعد الانتهاء من إعداد دليل المعلم بصورته الأولية تم عرضه على (٥) محكمين من الأساتذة المختصين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، والمشرفين التربويين؛ وذلك لإبداء الرأي حول الدليل، وبعد تعديله وفقاً لآراء المحكمين أصبح الدليل في صورته النهائية، وجاهزاً للاستخدام عند تطبيق استراتيجية التدريس المقترحة.

إجراءات الدراسة

اتبعت الدراسة الخطوات المنهجية الآتية:

- الاطلاع على الدراسات السابقة والأدبيات التي تتعلق بموضوع الاستراتيجية المقترحة.
- بناء استراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، وتحكيمها.
- تحديد وبناء أدوات الدراسة النوعية: الملاحظة بالمشاركة والمقابلة النوعية والتسجيلات المرئية والصوتية.
- إعداد دليل المعلم للتدريس وفق الاستراتيجية المقترحة، وتحكيمه.
- تحديد المدرسة المناسبة لتطبيق الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة (مدرسة الفيصلية الابتدائية بمدينة حائل).
- اختيار المعلم المشارك في الدراسة، وتدريبه على تطبيق الاستراتيجية، وتزويده بنسخة من دليل المعلم.
- تحديد أحد الفصول الدراسية التي يتولى المعلم تدريسها (طلاب الصف السادس)؛ للمشاركة في تطبيق الاستراتيجية المقترحة، واللقاء بهم، وشرح الاستراتيجية لهم.
- أخذ موافقة أولياء أمور الطلاب على المشاركة في الدراسة، وتطبيق الأدوات (الملاحظة بالمشاركة والمقابلة النوعية والتسجيلات المرئية والصوتية).

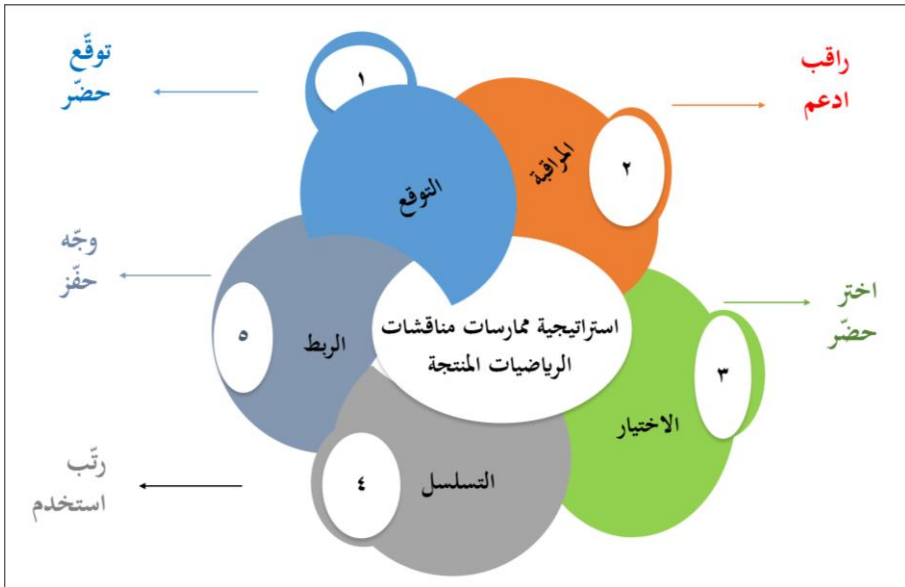
- تطبيق الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة على طلاب الصف السادس في مدرسة الفيصلية الابتدائية بمدينة حائل لمدة شهر (في الفترة من: ١٥ / ٥ / ١٤٤٦ هـ - ١٥ / ٦ / ١٤٤٦ هـ).
- استخدام أدوات الدراسة النوعية الملاحظة (الملاحظة بالمشاركة والمقابلة النوعية والتسجيلات المرئية والصوتية) أثناء تطبيق الاستراتيجية المقترحة، والاستفادة من نتائجها في تطوير الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة.
- تحليل البيانات النوعية بالتزامن مع عملية التطبيق وإجراء التعديلات المناسبة مباشرة.
- إخراج الخروج بالصورة النهائية "للاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة" في ضوء نتائج عملية التطبيق.

نتائج الدراسة

أولاً: إجابة السؤال الأول، الذي ينص على:

١. ما استراتيجية التدريس المقترحة لطلاب المرحلة الابتدائية القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة؟

للإجابة عن هذا السؤال، تم بناء استراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة في صورتها الأولية، ثم تحكيمها، ثم تطبيقها وفقاً للإجراءات المشار لها سابقاً؛ وذلك بهدف تطويرها وتحسينها، وقد خلصت الدراسة الاستراتيجية المقترحة والقائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة في صورتها النهائية، وفق المراحل الخمس، التي يوضحها النموذج الآتي:



شكل (٢): نموذج الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة

يشير الشكل (٢) إلى الممارسات الخمس لمناقشات الرياضيات المنتجة، وما تتضمنه من تحركات المعلم واستجابات طلابه بصورتها النهائية، حيث:

١. تبدأ الاستراتيجية بممارسة التوقع (Anticipating)، حيث يتوقع المعلم قبل الدرس استجابات طلابه المحتملة لمهمة رياضية عالية المستوى، وخلال هذه الممارسة يمكن أن يقوم بتحركين، هما: "توقع، وحضر".

٢. تليها ممارسة المراقبة (Monitoring)، حيث يراقب المعلم استجابات طلابه الفعلية للمهام في الفصل أثناء أدائهم للمهمة في أزواج أو مجموعات صغيرة، وخلال هذه الممارسة يمكن أن يقوم بتحركين، هما: "راقب، وادعم".

٣. ينتقل المعلم بعد ذلك إلى ممارسة الاختيار (Selecting)، حيث يختار المعلم الطلاب الذين سيشاركون أعمالهم الرياضية أثناء المناقشة أمام الفصل بأكمله، وخلال هذه الممارسة يمكن أن يقوم بتحريكين، هما: "اختر، وحضر".

٤. تليها ممارسة التسلسل (Sequencing)، حيث يرتّب المعلم عروض طلابه التقديمية بشكل هادف؛ للوصول إلى أهداف محددة مرتبطة بالمحتوى الرياضي، وخلال هذه الممارسة يمكن أن يقوم بتحريكين، هما: "رتّب، واستخدم".

٥. وأخيراً تختتم الاستراتيجية المقترحة بممارسة الربط (Connecting)، حيث يربط المعلم بين استجابات طلابه المختلفة، كما يربطها بالأفكار الرياضية الأساسية.، وخلال هذه الممارسة يمكن أن يقوم بتحريكين، هما: "وجه، وحقّق".

وفيما يلي تفصيل لكل ممارسة منها، متضمنةً شرحاً وافياً لتحركات المعلم واستجابات طلابه في كل ممارسة.

جدول (٢): وصف تفصيلي للممارسات الاستراتيجية المقترحة (تحركات المعلم واستجابات طلابه)

م	الممارسات	تحركات المعلم (ما يفعله المعلم)	استجابات طلابه (ما يفعله طلابه)
١	التوقع	☐ توقّع: النقاط المهمة التي يمكن أن يواجه طلابك فيها صعوبات من خلال تحليل الدرس، وتوقع الاستجابات أو الأفكار المحتملة من قبل طلابك.	☐ مستعد: يطلع الطلاب على موضوع الدرس قبل دراسته، ويوضحون المواضيع التي صعب عليهم فهمها.
		☐ حضرّ: أسئلة توجيهية داعمة لفهم طلابك.	☐ متجهّز: يجهز الطلاب أسئلتهم حول الدرس الجديد.

م	الممارسات	تحرّكات المعلم (ما يفعله المعلم)	استجابات طلابه (ما يفعله طلابه)
٢	المراقبة	راقب: عمل المجموعات ومناقشات طلابك، واجمع المعلومات التي توضح فهمهم ومدى تقدمهم.	مشارك: يشارك الطلاب زملاءهم داخل المجموعات بجدية، ويطلبون دعم معلمهم عند الحاجة مع توضيح أفكارهم له.
		ادعم: طلابك من خلال تقديم المساعدة والدعم المناسبين عند الحاجة.	منقذ: يستجيب الطلاب لملاحظات المعلم التي تسهم في تطوير فهمهم.
٣	الاختيار	اختر: بعض الإجابات لعرضها أمام طلابك، وحدد المواضع التي تعكس تفكيراً مهماً ومتنوعاً في إجاباتهم.	مبادر: يبادر الطلاب ممن تم اختيارهم في الاستعداد لعرض إجاباتهم على زملائهم، ويركّزون على المواضع التي حددها المعلم.
		حضّر: الطلاب المرشحين لعرض الحلول أمام زملائهم، وتأكد من جاهزيتهم.	مستعد: يستعد الطلاب ممن تم اختيارهم لتقديم التوضيحات والمبررات حول الإجابات والأفكار التي قدموها.
٤	التسلسل (= الترتيب)	رتّب: الإجابات والأفكار التي تم اختيارها في تسلسل منطقي، وقدمها بما يساعد طلابك على الفهم العميق لأفكار الدرس.	مستوعب: يستوعب الطلاب العلاقة التي تربط بين الإجابات المتنوعة لزملائهم بما يساعدهم على تطوير فهمهم لأفكار الدرس.
		استخدم: المنظّمات البصرية لعرض تسلسل الإجابات أمام طلابك (مثل: الجداول التمثيلية البيانية، ...).	متسائل: يطرح الطلاب أسئلتهم حول إجابات زملائهم المعروضة، ويتشاركون استنتاجاتهم.

م	الممارسات	تحركات المعلم (ما يفعله المعلم)	استجابات طلابه (ما يفعله طلابه)
٥	الربط	□ وجه: المناقشة نحو ربط إجابات الطلاب وأفكارهم المتنوعة مع بعضها البعض، وركّز على المفاهيم الأساسية في الدرس، واستنتاج الدروس المستفادة من ذلك.	□ مشارك: يشارك الطلاب في ربط الأفكار المتعددة مع بعضها البعض.
		□ حفّز: طلابك وشجعهم على التفكير في كيفية تطبيق ما تعلموه في حياتهم اليومية.	□ مقدّم: يطرح الطلاب أمثلة واقعية تساعد على ربط الأفكار الرياضية بالحياة اليومية.

ثانيًا: إجابة السؤال الثاني، الذي ينص على:

٢- ما إرشادات التطبيق الأمثل الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة؟ وما متطلبات تنفيذها؟

للإجابة عن هذا السؤال، تم رصد أبرز الإرشادات اللازمة للتطبيق الأمثل لكل ممارسة من ممارسات استراتيجية التدريس المقترحة؛ وذلك لضمان تطبيق "الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات" بشكل صحيح. وقد خلصت الدراسة إلى أنّ تنفيذ المعلم للاستراتيجية المقترحة يتطلب مراعاة عدد من الإرشادات التي تساعد في التطبيق الأمثل لها، وهي كالآتي:

جدول (٣) إرشادات التطبيق الأمثل للاستراتيجية المقترحة

الممارسات	تحركات المعلم	إرشادات التطبيق
التوقع	توقع	- توقع النقاط المهمة عند الطلاب التي يمكن أن يواجهوا فيها صعوبات.
		- توقع الاستجابات أو الأفكار المحتملة من قبل الطلاب.
	حضّر	- جهز الفصل من خلال الأسئلة التوجيهية الداعمة لفهم الطلاب.

الممارسات	تحركات المعلم	إرشادات التطبيق
المراقبة	راقب	- اجمع المعلومات التي توضح فهم ومدى تقدمهم وذلك من خلال المناقشات وعمل المجموعات.
	ادعم	- ادمع الطلاب من خلال تقديم المساعدة والدعم عند الحاجة.
الاختيار	اختر	- اختر بعض الحلول لعرضها أمام الطلاب.
	حضّر	- حدد المواضيع في إجابات الطلاب والتي تعكس تفكيراً مهماً.
التسلسل (= الترتيب)	رتّب	- تأكد من جاهزية الطلاب المرشحين لعرض الحلول أمام زملائهم.
	استخدم	- رتب إجابات الطلاب التي قمت باختيارها في تسلسل منطقي، وقدمها بما يساعد الطلاب على الفهم العميق لأفكار الدرس.
		- استخدم المنظمات البصرية في الفصل لعرض تسلسل الإجابات أمام الطلاب كالجداول والتمثيلات البيانية.
الربط	وجه	- اربط إجابات الطلاب وأفكارهم المختلفة مع بعضها البعض من خلال توجيه المناقشات نحوها.
	حفّز	- ركّز على المفاهيم الأساسية، واستنتاج الدروس المستفادة من ذلك.
		- شجع الطلاب على التفكير في كيفية تطبيق ما تعلموه في حياتهم اليومية.

كما تم تحديد متطلبات تنفيذ الاستراتيجية المقترحة بشكل عام، وتم تصنيفها إلى عدة عناصر، حيث يمكن أن تمثل هذه المتطلبات عوامل مهمة يمكن أن تساهم في نجاح تنفيذ الاستراتيجية وتحقيق أهدافها، وفيما يلي عرض لأبرزها:

جدول (٤): أبرز متطلبات تنفيذ الاستراتيجية المقترحة

م	متطلبات التنفيذ	الوصف
١	مهنية المعلم	- المعلم ذو أهمية كبيرة وفاعلة في نجاح تطبيق الاستراتيجية المقترحة، لذلك يتطلب تطبيق الاستراتيجية المقترحة معلمًا متمكنًا من إدارة الصف، ومعرفة مستويات الطلاب، وإدارة المناقشات الصفية بكفاءة، وتقديم الدعم والمساعدة المناسبين للطلاب عند الحاجة، والقدرة على تشجيع الطلاب وتحفيزهم، ومنح الطلاب الوقت الكافي للتفكير، كما أنّ اطلاعهم على دليل المعلم واستيعاب الممارسات الخمس وتحركاته المطلوبة في كل ممارسة، يمكن أن يساهم في تطبيق الاستراتيجية المقترحة بشكل أمثل.
٢	دافعية الطلاب	- دافعية الطلاب واتجاههم نحو الاستراتيجية المقترحة، واتباع تعليمات المعلم أثناء تطبيق الاستراتيجية المقترحة، واستعداد الطلاب للمشاركة فيها؛ من أبرز العوامل المؤثرة في نجاح تنفيذ الاستراتيجية المقترحة داخل الفصل الدراسي، ولذلك من المهم تشجيع الطلاب وتحفيزهم أثناء تطبيق الاستراتيجية المقترحة.
٣	بيئة صفية داعمة للمناقشات الرياضية	- تعتبر البيئة الصفية الجاذبة والمحفزة على مشاركة الطلاب داخل الفصل الدراسي، من العوامل المؤثرة في تحقيق أهداف التعلم، وتنفيذ الاستراتيجية المقترحة بشكل ناجح، وعليه فلا بدّ من توفير بيئة صفية داعمة لممارسات مناقشات الرياضيات المتبعة، يسودها تفاعل الطلاب والتعاون فيما بينهم من جهة، ومع المعلم من جهة أخرى، والاحترام المتبادل مع بعضهم البعض، كذلك توفير وسائل تعليمية تجعل التدريس ممتعًا داخل الفصل الدراسي.
٤	مهام رياضية مناسبة للمناقشات الرياضية	- فمن أبرز متطلبات التنفيذ اختيار مهام رياضية مناسبة، تفتح مجال الحوار الرياضي ذي المعنى داخل الصف، وتستدعي التفكير، وتدفع الطلاب نحو التأمل والمشاركة، وفق مستويات متدرجة مناسبة لمستوى الطلاب، مما يضمن مشاركة جميع الطلاب في المناقشات الرياضية المنتجة.

توصيات الدّراسة

وفقاً لما خلصت إليه الدراسة من نتائج، يمكن تقديم عددٍ من التوصيات للمعنيين بموضوع الدراسة بما يمكن أن يساهم في دعم الممارسات التدريسية لمعلم الرياضيات من أجل تحسين المناقشات الرياضية في الفصول الدراسية، حيث توصي الدراسة كلاً من:

معلم الرياضيات بـ:

- تضمين الاستراتيجية المقترحة القائمة على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة في خططهم التدريسية لمقررات الرياضيات.
- تطوير مهاراتهم التدريسية في مجال المناقشات الرياضية المنتجة، من خلال مشاركتهم في برامج تطوير مهني تستهدف هذه الممارسات.

كليات التربية والمعهد الوطني للتطوير المهني التعليمي بـ:

- تنظيم برامج تطوير مهنية تهدف إلى تنمية كفايات معلمي الرياضيات في كيفية استخدام مناقشات الرياضيات المنتجة في تنفيذ دروس الرياضيات.
- استهداف استراتيجيات التدريس الداعمة للحوار الرياضي ذي المعنى ومناقشات الرياضيات المنتجة في نواتج التعلم المستهدفة في برامج إعداد المعلم.

الباحثين في تعليم الرياضيات بـ:

- استهداف موضوع الحوار الرياضي ذي المعنى ومناقشات الرياضيات المنتجة بمزيد من البحث والدراسة.

مقترحات الدراسة

استكمالاً لما تم إنجازه في هذه الدراسة، وبعد عرض نتائجها وتوصياتها؛ فإنه من المهم استكشاف عددٍ من الفجوات البحثية التي ينبغي العمل على حلها، ومن أبرزها:

- بناء برنامج مهني قائم على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة، لتطوير معلمي الرياضيات مهنيًا، وقياس فاعليته في تطوير ممارسات التدريس لديهم.
- إجراء دراسة حول تقويم ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية لمناقشات الرياضيات المنتجة في ضوء تمكين المدرسة.
- بناء أداة شبه مقننة (بطاقة ملاحظة نوعية) لقياس ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
- بناء نموذج تدريسي للمعلمين قائم على ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة يستفيد منه معلمي الرياضيات.
- إجراء دراسة حول تقويم الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات الداعمة لممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة.
- إجراء دراسة حول الصعوبات التي تواجه معلمي الرياضيات في تنفيذ ممارسات مناقشات الرياضيات المنتجة في جميع المراحل.

المراجع

- الأسطل، كمال محمد. (٢٠١٠). العوامل المؤدية إلى تدني التحصيل في الرياضيات لدى تلامذة المرحلة الأساسية بمدارس وكالة الغوث الدولية بقطاع غزة (رسالة ماجستير غير منشورة). الجامعة الإسلامية، غزة.
- الإمام، يوسف، بدوي، رمضان، وحمودة، سهر. (٢٠٢٢). فعالية الحوار الرياضي ذي المعنى في تحسين المعتقدات الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأزهري.. مجلة تربويات الرياضيات، ٧(٢٥)، ٢٣٦-٢٧١.
- الحربي، فيصل غنيم. (٢٠٢١). استراتيجية تدريس مقترحة لدعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات وفعاليتها في تنمية البراعة الرياضية لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة القصيم.
- خليفة، جعفر، مطاوع، ضياء. (٢٠١٥). استراتيجيات التدريس الفعال. الدمام: مكتبة المتنبي.
- الدريويش، سعود عبدالكريم. (٢٠٢٤). استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب وفعاليتها في تنمية دقة حل المسألة وتطور استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي. رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة القصيم.
- الرفاعي، أحمد محمد رجائي. (٢٠١٣). إثراء المناقشات الرياضية باستخدام مقاطع تعليمية من موقع اليوتيوب حول مقرر
- الرياضيات على التحصيل وحب الاستطلاع لدى طلاب الجامعة. مجلة تربويات الرياضيات، ١٦(٢)، ١٢٠-١٣٠.
- زيتون، حسن حسين. (٢٠٠٩). استراتيجيات التدريس رؤية معاصرة لطرق التعليم والتعلم (ط.٢). القاهرة: عالم الكتب.

- الشليبي، إلهام علي. (٢٠١٧). مستوى مهارات التفكير العلمي والتفكير الرياضي لدى طالبات المرحلة الابتدائية. مجلة العلوم التربوية والنفسية. ١١(٣)، ١١٧-١٢٩.
- الشلهوب، سمر عبدالعزيز، الخثعمي، فاطمة عبد العزيز، الديان، عهود، والعتيبي، تركية. (٢٠٢٢). تصور مقترح لبرنامج تدريبي قائم على الممارسات الثمان لتدريس الرياضيات لدعم جميع الطلاب في تعلم الرياضيات. مجلة تربويات الرياضيات، ٧(٢٥)، ١١٥-١٥٧.
- العبدالكريم، راشد حسين. (٢٠١٢). البحث النوعي في التربية. الرياض: النشر العلمي بجامعة الملك سعود.
- عثمان، عيد، علي، محمد، عبدالرحمن، محمد، وسلام، باسم. (٢٠١٧). النظرية البنائية الاجتماعية: نماذجها واستراتيجيات تطبيقها. مجلة العلوم التربوية، ٣١، ١٦٧-١٩٠.
- العربني، حنان عبدالرحمن. (٢٠١٧). صعوبات حل المسائل الرياضية اللفظية لدى طالبات المرحلة الابتدائية من وجهة نظر المعلمات. مجلة العلوم التربوية، ٢(٢)، ١٥٤-١٧٨.
- العنزي، مبارك خضير. (٢٠١٥). أثر استخدام استراتيجية المناقشة في تعلم المفاهيم الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك.
- العيديان، حصة عبدالعزيز. (٢٠٢٠). تطوير ممارسات المناقشات الصفية لدى معلمات الرياضيات للمرحلة الثانوية. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة الملك سعود.
- المعشم، خالد؛ المنوفي، سعيد. (٢٠١٤). تنمية البراعة الرياضية توجه جديد للنجاح في الرياضيات المدرسية. المؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات وتعلمها. جامعة الملك سعود، الرياض، ١٢-٣٦.

النجدي، أحمد، سعودي، منى عبدالمهدي، راشد، علي (٢٠٠٥). اتجاهات حديثة في تعليم العلوم في ضوء المعايير العالمية وتنمية التفكير والنظرية البنائية. دار الفكر العربي.

هيئة تقويم التعليم والتدريب. (٢٠٢٠). تقرير تيمز ٢٠١٩ نظرة أولية في تحصيل طلبة الصفين الرابع والثاني المتوسط في الرياضيات والعلوم بالمملكة العربية السعودية في سياق دولي. الرياض.

References

- Akinmola, E. A. (2014). Developing mathematical problem solving ability: a panacea for a sustainable development in the 21st century. *International Journal of Education and Research*, 2(2), 1-8.
- Anderson-Pence, K. L. (2017). Techno-mathematical discourse: A conceptual framework for analyzing classroom discussions. *Education Sciences*, 7(1), 40.
- Ball, D. L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education. (1). Michigan State University. ProQuest Dissertations publishing.
- Ballard, D. (2017). Discourse in math–Don’t just talk about it. Consortium on Reaching Excellence in Education.
- Boerst, T., Sleep, L., Ball, D., & Bass, H. (2011). Preparing Teachers to Lead Mathematics Discussions. *Teachers College Record*, 113 (12), 2944-2877.
- Boston, M., Dillon, F., Smith, M., & Miller, S. (2017). Taking action: Implementing effective mathematics teaching practices in grades 9-12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Calor, S., Dekker, R., van Drie, J., Zijlstra, B., & Volman, M. (2019). “Let us discuss math”; Effects of shift-problem lessons on mathematical discussions and level raising in early algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 32,743-763.

- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2003). Classroom discussions using math talk in elementary classrooms. *Math Solutions*, 11, 1-3.
- Cross, D. I. (2009). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 7(5), 905-930.
- Diezmann, C., Watters, J., & English, L. (2001). Difficulties confronting young children undertaking investigations. In *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 353-360). Utrecht University.
- Engle, R. A., & Conant, F. R. (2002). Guiding principles for fostering productive disciplinary engagement: Explaining an emergent argument in a community of learners classroom. *Cognition and instruction*, 20(4), 399-483.
- Henning, J. (2005). Leading discussions opening up the conversation. *College Teaching Journal*, 2(53), 90-94.
- Huinker, D., & Bill, V. (2017). *Taking action: Implementing effective mathematics teaching practices in K-grade 5*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kosko, K. (2015). Geometry students' self-determination and their engagement in mathematical whole class discussion. *Investigations in Mathematics Learning*. 8(2), 17-36.
- Lloyd, G. M., & Murphy, P. K. (2023). Mathematical argumentation in small-group discussions of complex mathematical tasks in elementary

- teacher education settings. In *Mathematical challenges for all* (pp. 169-195). Cham: Springer International Publishing.
- Manouchehri, A., & John, D. S. (2006). From classroom discussions to group discourse. *The Mathematics Teacher*, 99 (8), 544-551.
- McNair, R. E. (2000). Working in the mathematics frame: Maximizing the potential to learn from students' mathematics classroom discussions. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 197-209.
- Miller, B., Yoon, C., Sneddon, J., & Stewart, S. (2013). Changing beliefs about teaching in large undergraduate mathematics classes.
- Nabb, K., Hofacker, E. B., Ernie, K. T., & Ahrendt, S. (2018). Using the 5 practices in mathematics teaching. *Mathematics Teacher*, 111(5), 366-373.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA, USA: National Council of Mathematics, In standards for teaching mathematics. Reston, VA: (NCTM).
- National Council of Teachers of Mathematics[NCTM].(2000).*Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ponte, J., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., & Varandas, J. (1998). Investigating mathematical investigations. *Les interactions dans la classe de mathématiques: Proceedings of the CIEAEM*, 49, 3-14.
- Ryve, A. (2011). Discourse research in mathematics education: A critical evaluation of 108 journal articles. *Journal for research in mathematics education*, 42(2), 167-198.

- Schmidt, A., Rutledge, T., Fulton, T., & Bush, S. B. (2022). Mathematical Discussions: Revealing Biases. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 115(12), 850-858.
- Segurado, I. (2002). O que acontece quando os alunos realizam investigações matemáticas? In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (57-73). Lisboa: APM.
- Sepeng, P., & Webb, P. (2012). Exploring mathematical discussion in word problem-solving. *Pythagoras*, 33(1), 1-8.
- Setianingsih, R., Sa'dijah, C., As'ari, A. R., & Muksar, M. (2017). Investigating Fifth-Grade Students' Construction of Mathematical Knowledge through Classroom Discussion. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3), 383-396.
- Shaughnessy, M., Garcia, N., O'Neill, M., Selling, S., Willis, A., Wilkes, C., & Ball, D. (2021). Formatively assessing prospective teachers' skills in leading mathematics discussions. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 451-472.
- Slavin, R. E. (2010). Evidence - based reform in education. *Revista Iberoamericana de Educacion*, 54(1), 31-40.
- Smith, M. & Stein, M. (2018). *The Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*, Second Edition, published by The National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, Margaret, Bill, V. & Sherin, M. (2019). *The Five Practices in Practice [Elementary]: Successfully Orchestrating Mathematics Discussions in Your Elementary Classroom*. Corwin Press, Inc.

- Subarinah, S., Hikmah, N., & Azmi, S. (2020). Analysis of Students' Mathematical Investigation Based on the Variation of Mathematical Abilities. In 1st Annual Conference on Education and Social Sciences (ACCESS 2019) (115-118). Atlantis Press.
- Sumarna, N., & Herman, T. (2017). The increase of critical thinking skills through mathematical investigation approach. *Journal of Physics: Conference Series*. 812(1), 012067. IOP Publishing.
- The CA Mathematics Framework. (2022). *Mathematics Framework Chapter 6 Data Science: TK–12. Second Field Review Draft*. California Department of Education.
- Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research Into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516-551.
- Weber, K., Inglis, M., & Mejia-Ramos, J. (2014). How mathematicians obtain conviction: Implications for mathematics instruction and research on epistemic cognition. *Educational Psychologist*, 49 (1), 36-58.
- White, D. Y. (2003). Promoting productive mathematical classroom discourse with diverse students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22 (1), 37-53.
- Xu, L., Mesiti, C. (2022). Teacher orchestration of student responses to rich mathematics tasks in the US and Japanese classrooms. *ZDM Mathematics Education* 54, 273–286.

