نموذج الشرائط البصرية: سر تميز تلاميذ سنغافورة في الرياضيات

أ.د. رضا مسعد السعيد

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

نموذج الشرائط البصرية: سر تميز تلاميذ سنغافورة في الرياضيات

أ.د. رضا مسعد السعيد

أستاذ تعليم الرياضيات، كلية التربية جامعة دمياط، مصر

rmasar@hotmail.com

قدمت للنشر في 26/ 3 / 2021م **قبلت للنشر في 1/ 6/ 2021م**

الملخص: هدف هذا البحث الي تعريف الباحثين في تربويات الرياضيات ومعلمي الرياضيات ومطوري مناهج الرياضيات في مصر والوطن العربي بسر تفوق وتميز تلاميذ سنغافورة في الرياضيات واحتفاظهم بالمراكز الاولي في الدراسة الدولية لتوجهات تعليم العلوم والرياضيات بدوراتها المتعاقبة كل أربع سنوات. ويكمن هذا السر في عدد من النماذج المجتمعية والمدرسية والاسرية والصفية من أهمها نموذج الشرائط المصورة الذي يقدم حلولا سحرية لأي مشكلة رياضية بكل سهولة ويسر. ان حل المشكلات هو مركز أو بؤرة تعليم الرياضيات نظرا لأنه يتضمن اكتساب وتطبيق المفاهيم والمهارات الرياضية في نطاق واسع من المواقف التي تتضمن مشكلات العالم الحقيقي، والمشكلات مفتوحة النهاية وغير الروتينية. ويستخدم نموذج المودل السنغافوري في حل المشكلات اللفظية حيث يقوم التلميذ بتحديد المعلومات الرئيسية في المشكلة في نموذج تصويري يشتمل على وحدات في شكل مستطيلات ويتم الإشارة للمعلوم والمجهول في المشكلة المراد حلها على النموذج ومن خلال النموذج تتضح العملية أو العمليات الحسابية الواجب استخدامها ويتم حل المشكلة.

الكلمات المفتاحية: نموذج الشرائط البصرية، تعليم الرياضيات، سنغافورة، التميز في الرياضيات

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

Pictorial Model: The Secret of Singapore's Pupils' Excellence in Mathematics

Prof. Dr. Reda Mossad Elsaid
professor of Mathematics Education, Damietta University, Egypt
rmasar@hotmail.com

Presented in 26th March 2021 **Accepted in 1st June 2021**

Abstract: The research aimed to introduce mathematics education researchers, mathematics teachers and developers of mathematics curricula in Egypt and the Arab world with the secret of excellence of Singapore students in mathematics and how they come at the top order in the international study of the trends of science and mathematics education every four years. This secret lies in a number of communities, school, family and classroom models, the most important of which is the pictorial model, which offers magic solutions to any mathematical problem. Problem solving is the center or focus of mathematics education as it involves acquiring and applying mathematical concepts and skills in a wide range of situations involving real-world problems, open-ended and non-routine problems. The Singaporean model is used to solve verbal problems where the student identifies the main information in the problem in a pictorial model that includes units in the whole figure of rectangles and the information and the unknown is indicated in the problem to be solved on the pictorial figure and through the figure the process or calculations to be used are clarified and the problem is resolved.

Key words: Pictorial Model, Mathematics Education, Singapore, Excellence in Mathematics

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

مقدمة:

سنغافورة هي دولة صغيرة تقع في جنوب شرق آسيا وتعتبر صاحبة المركز الاول في تحصيل الرياضيات على مستوي العالم. واستطاعت تلك الدولة الصغيرة أن تحافظ على حصد تلاميذها للمركز الأول في الرياضيات. وادي ذلك التقدم المبهر في تعليم الرياضيات في سنغافورة الي اهتمام باحثي ومعلمي الرياضيات حول العالم بسر نجاح سنغافورة في محاولة منهم للتعرف على أسباب تفوق تلاميذ سنغافورة على التلاميذ في كثير من الدول الأخرى في تحصيل الرياضيات (Clark, 2009).

ويشتمل منهج الرياضيات في سنغافورة على مجموعة من استراتيجيات تدريس الرياضيات تتمركز حول حل المشكلات ويؤكد على المهارات التي يحتاجها التلميذ ليكون مفكرا جيدا ولا يركز على المهارات الإجرائية والحفظ الروتيني (Chen, et.al, 2010). ويشير هوجان (Hogan, 2004,22) إلى كيفية صعود سنغافورة إلى قمة الترتيب الدولي والحفاظ على هذه القمة لسنوات طويلة من خلال ما يلي:

1- قامت سنغافورة بتغييرات مهمة على المنهج الدراسي حيث يدرس تلاميذ سنغافورة الآن موضوعات أقل في الرياضيات كل عام، ولكن بعمق كبير، وتم التقليل من المعلومات وحذف الموضوعات الغريبة والمكررة.

2- يشتمل منهج رياضيات سنغافورة على محتوى رياضياتي عال وقوى يؤكد على بناء الحس العددي ومهارات التفكير العليا.

3- الكتب الدراسية في الرياضيات في سنغافورة تعرض المفاهيم باستخدام الصور، والأعداد، والكلمات.

4- يبدأ محتوي منهج الرياضيات في سنغافورة بالتعلم الملموس والمحسوس وتنتقل إلى التعلم التصويري وتنتهي بالتعلم المجرد.

5- مدخل البسيطة والمركبة حل المشكلات هو العنصر الرئيس في منهج الرياضيات في سنغافورة.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

6- يتعلم التلاميذ استخدام نموذج الشرائط التصويرية في المرحلة الابتدائية ويستمرون في استخدامه، ومع الممارسة المستمرة له تصبح كفاءتهم عالية في حل المشكلات المعقدة جدًا.

ما أسباب الاهتمام العالمي برياضيات سنغافورة؟

تحصل سنغافورة على المركز الأول في اختبارات التيمز TIMSS لتوجهات التحصيل في الرياضيات منذ عام 1995 وحتى الان. والسؤال المطروح بين جميع المتخصصين هو: كيف صعدت سنغافورة إلى القمة او بصيغة اخري كيف صنعت سنغافورة تلك المعجزة؟ وتتضح الإجابة عن هذا السؤال من النقاط التالية:

1- تؤكد مناهج رياضيات سنغافورة على تنمية الحس العددي السريع والمهارات العقلية الرياضية والفهم العميق للقيمة المكانية.

2- يقوم المنهج الدراسي على التقدم من الخبرة الملموسة باستخدام اليدويات إلى المرحلة التصويرية و في النهاية المستوى التجريدي للتعلم وهذه السلسلة (الملموس ــــ التصويري ــ المجرد) تمنح التلاميذ الفهم الجيد للمفاهيم والعلاقات الرياضية الأساسية قبل البدء في العمل على المستوى التجريدي.

3- تؤكد مناهج رياضيات سنغافورة على استخدام نموذج الشرائط البصرية لحل المشكلات اللفظية والذي يساعد التلاميذ على تنظيم المعلومات وحل المشكلات بطريقة الخطوة خطوة.

4- يركز المدخل السنغافوري في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التلاميذ في حل المشكلات.

وتشير استيبك (Stipek, 2010, 2) إلى أسباب الاهتمام العالمي بمناهج الرياضيات في سنغافورة:

1. يحرز التلاميذ السنغافوريين بالصفين الرابع والثامن المركز الأول في اختبارات التيمز للرياضيات والعلوم منذ عام 1995 متفوقين على تلاميذ أمريكا وباقي الدول في العالم.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

2. أشار تقرير الهيئة الاستشارية الوطنية للرياضيات (2007) إلى الأهمية البالغة لتنمية الكفاءة الحسابية لدي التلاميذ عند استخدام الأعداد الصحيحة وهذا يتضمن الاستدعاء التلقائي للحقائق العددية والطلاقة الحسابية للعمليات الحسابية الأربع، وتوفر مناهج رياضيات سنغافورة نموذج الشرائط التصويرية باعتباره مدخلا قويا لإتقان الكفاءة الحسابية لدي التلاميذ. وحديثا بدأت المدارس الأمريكية ومعلميها استخدام مداخل استراتيجيات تدريس الرياضيات في سنغافورة (Clark,2008)

ما مراحل تطور مناهج الرياضيات في سنغافورة عبر السنوات؟

بعد أن حصلت سنغافورة عام 1984 على المركز (16) من بين (26) دولة في الدراسة الثانية للعلوم أعلن وزير التربية والتعليم في سنغافورة عن الخطوط الإرشادية التالية للعمل من اجل التميز في التعليم بصفة عامة وفي الرياضيات والعلوم بصفة خاصة (Kam & Goliathan, 1999, 104)

1- يجب أن تكون السياسة التعليمية مواكبة ومسايرة للاقتصاد والمجتمع.
2- ينبغي التأكيد على المواد الأساسية مثل: اللغات، العلوم، الرياضيات، العلوم الإنسانية لتشجيع التفكير المنطقي والتعلم مدى الحياة.
3- يجب دعم الإبداع في المدارس من خلال مدخل التحرك من القاعدة إلى القمة بحيث تأتى المبادرات من مديري المدارس والمعلمين أولا بدلاً من أن تأتى من الوزارة.

فقد كان محتوى الكتب الدراسية في مدارس سنغافورة يركز على المهارات الحسابية، والقليل من مهارات حل المشكلات اللفظية. وتغير المحتوي في أوائل السبعينات ليشتمل على مواقف حل المشكلات المعقدة والمشكلات اللفظية حتى تصبح تلك المهارات أكثر تطبيقًا في خبرات الحياة اليومية للتلاميذ. وفي نهاية التسعينات من القرن العشرون تم التقليل من موضوعات الحساب في محتوى المنهج وتضمين مهارات التفكير ودمج استخدام تكنولوجيا المعلومات وغطي المحتوى المفاهيم والمهارات التي كانت تعتبر غير أساسية في الموضوعات المدرسية، من خلال الاعتماد على قليل من التذكر والتركيز

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

على التفاصيل التقنية بدلاً من التركيز على الفهم التصوري المجرد، حيث كانت الرياضيات مادة غير ذات صلة بممارسة العالم الحقيقي، والمحتوى الرياضي كان صعبا جدًا ومجردا.

وتراجع سنغافورة سياستها التعليمية باستمرار للتأكد من ان أهدافها تتحقق وتسير في الطريق المرسوم لها. ونظرا لان الهدف من التعليم في سنغافورة هو إكساب الصغار المهارات اللازمة لكسب العيش، وتكوين قيم أخلاقية صحيحة، فان التلاميذ يجب ان يكونوا قادرون على تحمل المسئولية عندما يصبحوا كبارًا كما يكونون مواطنين صالحين مخلصين. وتشجع عملية التدريس كل طفل على التحدث والتعبير بحرية وتساعدهم على زيادة إمكاناتهم. (Kam & Goliathan, 1999, 100). وبالتالي هدفت التغييرات في مناهج التعليم في سنغافورة إلى عدم التركيز على موضوعات المحتوى الدراسي حيث تم تخفيض المحتوى فاشتمل فقط على المفاهيم غير الأساسية التي يمكن استرجاعها بسهولة وركز المحتوى فقط على التفاصيل الفنية بدلاً من الفهم التصوري المجرد والمحتوى الذي لا علاقة له بممارسات العالم الحقيقي (Fall,2009).

وكان تعليم الرياضيات في سنغافورة في السبعينات يؤكد على أهمية تعلم المهارات الرياضية الأساسية. وشهدت الثمانينات والتسعينات ظهور معيار حل المشكلات في المعايير الوطنية والدولية، وأكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000) على مركزية مهارات حل المشكلات في منهج الرياضيات وانتقل التركيز في تدريس الرياضيات الي حل المشكلات في عام 2006(Clark, 2009, 2).. ونتيجة لذلك راجعت سنغافورة مناهجها مرة أخرى واكدت على تنمية المفاهيم الرياضية، وتعزيز القدرة على تطبيقها في مواقف حل المشكلات (Fall,2009).

ما جوانب الاختلاف بين مناهج الرياضيات التقليدية ومناهج الرياضيات في سنغافورة؟

يرى بيسك (Bisk,2010,1) أن منهج الرياضيات في سنغافورة يختلف عن منهج الرياضيات في الكثير من الدول في الجوانب التالية:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

1. عدد موضوعات محتوي المنهج الدراسي أقل ويتم تدريسها بعمق كبير من خلال اتاحة وقت أكثر لدراسة كل موضوع مع تأكيد كبير على الإتقان.
2. كثير من المشكلات الرياضية متعددة الخطوات ويتطلب حل المشكلات استخدام مفاهيم رياضييه متعددة مع تنوع كبير في المشكلات اللفظية.
3. لا يتم استعراض ومراجعة المفاهيم الرياضية بشكل صريح في المنهج، بل يتم إتقان التلاميذ للمفاهيم عندما يدرسوها فقط.
4. يوجد مستوى مرتفع من التوقعات ومخرجات التعلم المستهدفة من التلاميذ ضمن المنهج.
5. مفاهيم الاحتمال غير متضمنة في منهج الصف الثامن.

ويرى كلارك (Clark,2010,9) أن محتوي الكتب الدراسية في سنغافورة يبنى على الفهم العميق للمفاهيم الرياضية من خلال حل مشكلات متعددة الخطوات والتوضيح بمثال ملموس يشرح كيفية استخدام المفاهيم المجردة في حل المشكلات بأبعادها المختلفة. ويشير(Fall,2010) إلى الاختلافات الأساسية بين الرياضيات التقليدية والرياضيات السنغافورية في الجدول التالي:

جدول (1) الاختلافات الأساسية بين الرياضيات التقليدية والرياضيات السنغافورية

الرياضيات التقليدية **Traditional math**	رياضيات سنغافورة **Singapore math**
1- تركز على ممارسة الأداء.	1- تركز على التفكير الناقد من خلال المفاهيم.
2- تتطلب حفظ المعادلات والحقائق الرياضية واستخدام العمليات الحسابية لحل المشكلات.	2- تتطلب من التلاميذ المناقشة الشفهية للأجزاء والتفكير بتركيز واستخدام النماذج البصرية غالبًا في حل المشكلات.
3- تهدف إلى دمج المفاهيم المتعلمة سابقًا مع المفاهيم الجديدة وبالتالي فإن نطاق أو مدى المهارات يتسع باستمرار.	3- تركز على مفهوم واحد في كل مرة على حدة ومفاهيم كبيرة أقل لكي تحقق التلاميذ الإتقان.

وتتمثل الاختلافات الكبيرة بين المدخل المستخدم في تعليم الرياضيات في سنغافورة والمداخل الأمريكية التقليدية في التدريس فيما يلي:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

1. لا توجد طريقة واحدة لتدريس الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية حيث ان معظم القرارات المرتبطة بالمنهج الدراسي تتخذ على المستوى المحلى أو الولاية (لامركزية التعليم). أما في سنغافورة فإن وزارة التربية والتعليم السنغافورية هي التي تقرر ما الذي سيتم تدريسه على مستوى الدولة (مركزية التعليم). ويتميز مدخل التدريس في سنغافورة بما يلي:
   - التأكيد على مفهوم الجزء- الكل - الاهتمام بالرياضيات العقلية.
   - الاهتمام بالأنشطة اليومية الخاصة بالدروس.
   - التواصل من خلال نشاط انظر وتحدث لبناء الفهم للغة الرياضية.
   - استخدام مخططات القيمة المكانية. - الاتصال بالصور، والكلمات والأعداد.
2. المعلمون السنغافوريين من أكثر أصحاب المهن الذين يحظون في بلدهم باحترام التلاميذ واولياء الامور.
3. يحصل المعلم السنغافوري على تدريب أكثر ولديه وقت للدراسة أكثر مقارنة بمعظم المعلمون الأمريكان كما يعمل المعلم السنغافوري ساعات أطول بمعدل (10 – 12) ساعة يوميًا.
4. يوجد دعم ومساندة كبيرة من الوالدين واولياء الامور للتعليم في سنغافورة.
5. تحتوي معظم فصول المدارس الابتدائية في سنغافورة على (30- 40) تلميذ.
6. زمن حصة الرياضيات في مدارس سنغافورة 60 دقيقة يوميًا.

ما أبرز نقاط القوة في رياضيات سنغافورة؟

يرى كل من (Clark,2008)، (Chen, et.al, 2010) أن نقاط القوة في مناهج الرياضيات بسنغافورة تتمثل فيما يلي:

1- تنمية الحس العددي القوى والمهارات الرياضية العقلية والفهم العميق للقيمة المكانية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

2- الاعتماد على التحرك اثناء التعلم من المحسوس الي التصويري الي المجرد. ففي مرحلة التعلم المحسوس يتم استخدام اليدويات، وفي المرحلة التصويرية يتم إنشاء النموذج، وفي المرحلة المجردة يتم استخدام الحساب الذهني.
3- تغطية موضوعات أقل عمقا، ولكن من خلال دراسة مفصلة حتى الإتقان.
4- استخدام استراتيجيات حل المشكلات الخاصة بالمدخل السنغافوري في التدريس.
5- اعتبار حل المشكلات هدفا رئيسا لتعليم الرياضيات في سنغافورة.

ويؤكد منهج الرياضيات في سنغافورة بقوة على مهارات حل المشكلات، وعلى بناء المفاهيم والعمليات والاهتمام بتنمية مهارات ما وراء المعرفة وكذلك على الاتجاهات الإيجابية للتلاميذ نحو الرياضيات. كما تركز على إعطاء الفرصة للتلاميذ لتجديد وتحديث تفكيرهم والاتصال الرياضي وحل المشكلات الرياضية. ولذلك يستطيع التلاميذ السنغافوريين تطبيق هذه المهارات في أنشطة حل المشكلة المختلفة. وتتجمع العناصر السابقة في مضلع حل المشكلة الخماسي الذي جعل من حل المشكلات مركزًا له. ويزداد تأكيد منهج رياضيات سنغافورة على مدخل حل المشكلة باعتباره أحد اهم مفاتيح نجاحها. ويبدأ منهج الرياضيات في سنغافورة بموضوعات أقل عددا يتم تدريسها بشكل أكثر عمقا في كل صف.

ويشير كل من كام وجوناثان (Kam & Goliathan) إلى نقاط القوة التالية في منهج الرياضيات في سنغافورة بالمرحلة الابتدائية كما يلي:

المنهج متماسك ومترابط بدرجة كبيرة ويتم تدريسه بطريقة الخطوة خطوة والتي تبنى على معارف ومهارات التلاميذ السابقة.

1. المنهج يتبع سلسلة التحرك: الملموس التصويري المجرد الذي يقوم على نظرية برونر.
2. موضوعات محتوي المنهج قليلة لكنها تدرس بعمق كبير فالهدف هو تنمية التصور البصري والإتقان.
3. حل المشكلات هو جوهر أو بؤرة منهج الرياضيات.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

4. تعزيز القيمة المكانية، والرياضيات العقلية من خلال حل المشكلات.
5. تعكس ثقافة تعليم الرياضيات في المرحلة الابتدائية بسنغافورة تطوير فهم التلاميذ للحقائق العددية، والحس العددي، والأنماط، والتصور البصري، والتواصل الرياضي.
6. تتعلق الاستراتيجيات التعليمية المستخدمة في منهج الرياضيات السنغافوري بالمرحلة الابتدائية بالقيمة المكانية والرياضيات العقلية والحساب والمودل السنغافوري.

ما أسباب أهمية التركيز على حل المشكلات في سنغافورة؟

حل المشكلات هو لب وجوهر منهج الرياضيات في سنغافورة حيث يدرس التلاميذ في المرحلة الابتدائية مدخل المودل السنغافوري التصويري لحل المشكلات اللفظية التي تُدرس في كثير من البلاد في المناهج في وقت لاحق باستخدام الرموز الجبرية المجردة (Lee & Ng,2011,82). وإن ما يثير الانتباه أن منهج رياضيات سنغافورة القديم الذي تم تدريسه في الثمانينات لم يكن يؤكد على حل المشكلات وظل هكذا حتى عام (1991). وفي عام (1992م) بدأت سنغافورة في التأكيد على حل المشكلات في منهجها. (Clark,2009,1)

وتوجد ثلاثة أهداف لتعليم التلاميذ في سنغافورة حل المشكلات سواء حسابيًا وجبريًا: (Cai, Moyer, 2007, 8) وهي مساعدة التلاميذ على تحقيق فهم عميق للعلاقات الكمية من خلال تمثيلها حسابيًا وجبريًا على حد سواء وتوجيه التلاميذ لاكتشاف أوجه الشبه والاختلاف بين الطريقة الحسابية والجبرية ولذلك يمكنهم الانتقال السلس من التفكير الحسابي للتفكير الجبري وتنمية مهارات تفكير التلاميذ بالإضافة للمرونة في استخدام الطرق الملائمة لحل المشكلات. ويرى الكثير من المربين السنغافوريين (Clark, 2009, 5) أن بناء الاستجابة الصحيحة اثناء حل المشكلات يتطلب من التلاميذ القدرة على قراءة الفقرات المعقدة في المشكلة بمستوي معقول والقدرة على توصيل أفكار التلاميذ من خلال عرض وبيان كيف وصلوا للإجابة وتبريرهم للسبب.

وذكرت وزارة التربية والتعليم السنغافورية(Clark,2009,1) أن حل المشكلات هو الهدف الأساسي لتعليم الرياضيات والعلوم في سنغافورة لأن حل المشكلات الرياضية هو مركز أو بؤرة تعليم الرياضيات نظرا لأنه يتضمن اكتساب وتطبيق المفاهيم والمهارات الرياضية في نطاق واسع من المواقف التي تتضمن مشكلات العالم الحقيقي، والمشكلات مفتوحة النهاية وغير الروتينية تعتمد تنمية القدرة على حل المشكلات الرياضية على خمس عناصر مترابطة، وهي: المفاهيم، والمهارات، العمليات، الاتجاهات، ما وراء المعرفة. ويتم تشجيع التلاميذ على النظر في كيف يفكرون، وكيف يتواصلون وكيف يحلون المشكلات. لذا يمكنهم تطبيق مهاراتهم في مشكلات لاحقة بعد خروجهم من المدرسة. وركزت الجهود الأخيرة لوزارة التربية والتعليم السنغافورية على زيادة تواصل التلاميذ وعمليات ما وراء المعرفة أثناء حل المشكلات.

ولقد تأسست كتب ومنهج رياضيات سنغافورة على استراتيجيات جورج بوليا الواردة في كتابه How to solve it?لتدريس استراتيجيات معينة للتلاميذ لمساعدتهم على حل المشكلة مثل: استراتيجية البحث عن نمط، رسم صورة، تبسيط المشكلة، العمل للخلف. وكل هذه الاستراتيجيات متضمنة في الكتب الأمريكية حيث يتعلم التلاميذ في أمريكا البحث عن نمط ثم تقدم لهم المشكلات التي تُحل بهذه الطريقة. أما في سنغافورة يتم تشجيع التلاميذ على التفكير في الاستراتيجية التي ستكون أفضل لحل مشكلة معينة، حيث يتم تقديم عدد من الاستراتيجيات للتلاميذ ثم تطرح عليهم العديد من المشكلات غير الروتينية المطلوب حلها باستخدام تلك الاستراتيجيات. (Clark, 2009, 4)

وعلى الرغم من زيادة التأكيد على حل المشكلات في أمريكا فقد واصل تلاميذ سنغافورة تفوقهم، فما السبب؟ توجد خمسة أسباب رئيسية تؤدى للاختلاف في التحصيل الرياضي بين تلاميذ سنغافورة وتلاميذ أمريكا ويشير إليها كلارك (Clark, 2009, 2) كما يلي:

1. حل المشكلات متضمن في الكتب الدراسية السنغافورية وليس نشاطا منفصلا لكنه مركز كل مهارة ونشاط.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

2. يتعامل تلاميذ سنغافورة مع مشكلات أكثر تعقيدًا من تلك المشكلات الموجودة في الكتب الدراسية الأمريكية فمشكلات حل الخطوتين والثلاث خطوات هي المعيار.
3. المشكلات الروتينية وغير الروتينية متضمنة على مستوى كل صف بطريقة سلسلة التحركات (من التعلم المحسوس–الي التعلم التصويري– الي التعلم المجرد).
4. يدرس التلاميذ استراتيجية وطنية لحل المشكلات في بداية الصف الثاني وهي المودل السنغافوري المستخدم في حل المشكلات اللفظية.

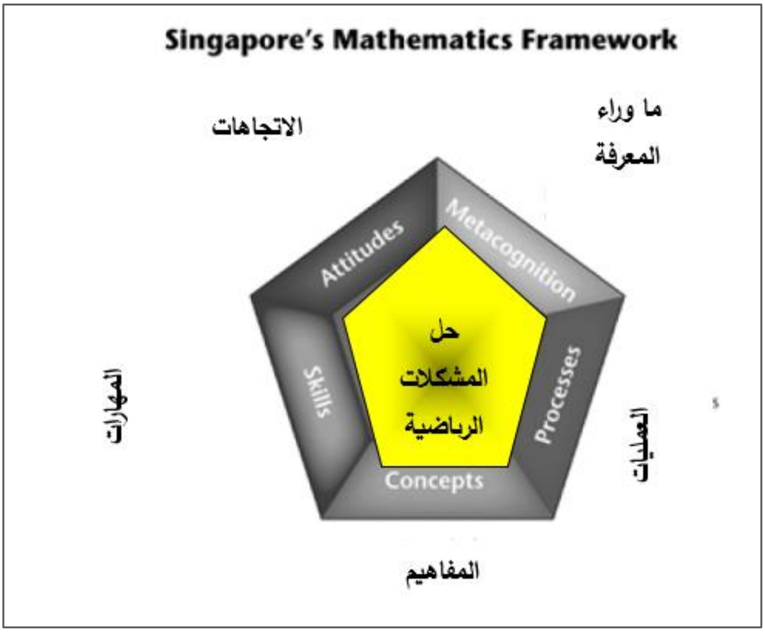
6- يتم دعم اتجاهات التلاميذ نحو التعلم من المعلمين واولياء الامور.

نموذج الموودل السنغافوري

يدور النموذج السنغافوري لتعليم الرياضيات Bar Model حول النقاط التالية:

1- التفكير في الأعداد.
2- فهم القيمة المكانية.
3- إيجاد علاقات الجزء– الكل في الرياضيات.
4- تحليل الأعداد الكبيرة إلى أعداد مألوفة، تلك التي يسهل العمل معها في العمليات الحسابية الأربع مثل (10، 100، 1000).
5- الرياضيات العقلية مجال مهم في رياضيات سنغافورة.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1



شكل (1) النموذج الرياضيات في سنغافورة

أهداف نموذج المودل السنغافوري

يستخدم نموذج المودل السنغافوري في حل المشكلات اللفظية حيث يقوم التلميذ بتحديد المعلومات الرئيسية في المشكلة في نموذج تصويري يشتمل على وحدات في شكل مستطيلات ويتم الإشارة للمعلوم والمجهول في المشكلة المراد حلها على النموذج ومن خلال النموذج تتضح العملية أو العمليات الحسابية الواجب استخدامها ويتم حل المشكلة. ويشير كل من بيسك وهوجان Bisk & (Hogan, 2007) إلى أن الهدف من النموذج الرياضي السنغافوري Singapore bar model هو:

1. فهم أعمق للمفاهيم الأساسية والحرص على التعلم التتابعي خطوة خطوة والذي يضمن النجاح.
2. تفعيل التحركات اثناء سلسلة التعليم من التعلم المحسوس إلى التعلم التصويري إلى التعلم المجرد.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

3. الاستخدام الثابت المنتظم للنماذج البصرية اثناء الحل التي تدعم تنمية التصور البصري لدي التلاميذ.
4. التأكيد على المودل السنغافوري، والرياضيات العقلية، والاستراتيجيات التعليمية الأساسية الأخرى.

كيف يسهم المودل السنغافوري في تنمية مهارات حل المشكلات اللفظية؟

يبين كرون (Kron,2009) أن المودل السنغافوري يسهم في تنمية مهارات حل المشكلات اللفظية من خلال النقاط التالية:

1. وحدات المودل السنغافوري تبين العلاقة بين أجزاء ومكونات كل مشكلة لفظية.
2. النماذج المنشأة تحدد المعلومات المعطاة والكمية أو الكميات المجهولة أيضًا والتي هي المفهوم الرئيسي للتفكير الجبري.
3. المودل السنغافوري يشجع التلاميذ على اكتشاف المفاهيم والعلاقات في مركز مشكلة رياضية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

مقياس تقدير الأداء في حل المشكلات وفقًا للمودل السنغافوري:

يقدم تشار (Char,2000) مقياس تقدير الأداء التالي الذي يمكن استخدامه في حل المشكلات وفقًا للمودل السنغافوري:

قواعد المودل السنغافوري	1	2	3	4
1- قراءة المشكلة كلها.				
2- تحديد حول من، وما تدور حوله المشكلة.				
3- قراءة المشكلة مرة أخرى واستخدام المعلومات الضرورية في رسم وحدات النموذج.				
4- تحديد السؤال وتوضيحه على وحدات النموذج.				
5-إجراء العمليات الحسابية وحل المشكلة بصورة صحيحة.				
6- كتابة الإجابة في جملة كاملة.				

حيث:

(4) يكمل الخطوة بشكل منتظم وثابت ومستقل.

(3) يكمل الخطوة غالبًا على مستوى مستقل.

(2) يحتاج إلى مساعدة في الخطوة.

(1) لا يحاول ولا يريد المساعدة بالخطوة.

المشكلات التي لا يصلح معها المودل السنغافوري:

يرى كرون (Kron,2009) أنه بعض المشكلات الرياضية لا يصلح معها المودل السنغافوري ومنها:

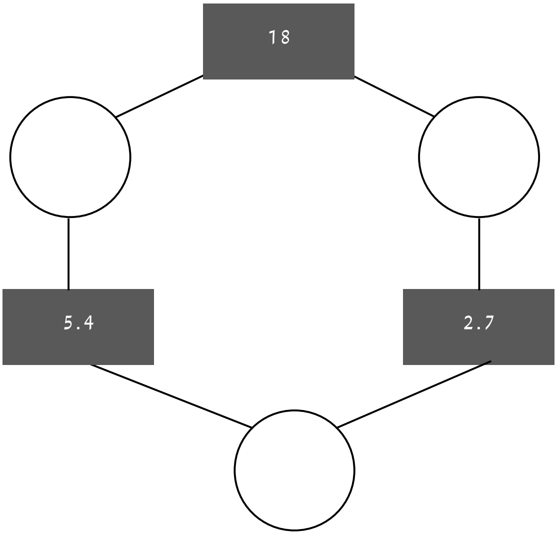
1- مشكلات الفحص والتخمين.
2- المشكلات التي لها أكثر من إجابة صحيحة ومنها مشكلة عمل قائمة، والمشكلات المركبة، واستخدم كل رقم مرة واحدة للحصول على (24).
3- مشكلات إيجاد النمط.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

4- مشكلات رسم الصورة، كانعكاس لصورة ما.

5- ومن المشكلات غير الروتينية التي لا تحل بالمودل السنغافوري، ما يلي:

إذا كان العدد في المربع نتيجة الأعداد في كلا الدائرتين. أوجد الأعداد في كل دائرة:



ويمكن استخدام المودل السنغافوري في حل 80 ٪ من المشكلات تقريبًا. Chen, et.al, (2010) ، وذلك بدلاً من حل المشكلات اللفظية للجمع بطريقة ما والمشكلات اللفظية للكسر العشري بطريقة ثانية وهكذا. (Stipek, 2011)

ماذا قال المعلمون عن المودل السنغافوري؟

يشير بيسك (Bisk,2010,6) إلى تعليقات المعلمين التالية للمعلمين حول رياضيات سنغافورة والمودل السنغافوري:

1- لم أدرك أنني لم أكن أفهم الرياضيات حتى تعلمت دراسة الرياضيات من الكتب الدراسية سنغافورة.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

2- موضوعات الرياضيات في سنغافورة تُدرس حتى الإتقان. موضوعات قليلة تُدرس بعمق كبير.
3- المراجعة عادة ضمن محتوى الموضوع الجديد أو خلال استخدام المشكلات اللفظية.
4- موضوعات الرياضيات في سنغافورة تؤكد على المنطق والتصور البصري
5- يُتوقع من التلاميذ في سنغافورة إتقان الحساب الأساسي في الصفوف المبكرة.
6- يتعلم التلاميذ في سنغافورة لماذا يستخدمون صيغ وقوانين معينة بدلاً من تعلم فقط كيفية تطبيق القوانين.
7- السمة المميزة في مناهج الرياضيات في سنغافورة أن البرنامج يشجع التلاميذ على التفكير العملي، وتعزيز تواصل الأفكار الرياضية
8- تشتمل مناهج الرياضيات في سنغافورة على عنصر قوى وهو حل المشكلات. المشكلات ليست فقط تمارين حسابية متضمنة في المحتوى البسيط
9- المهارات والمفاهيم المقدمة في سنغافورة تتحدى مواقف العالم الحقيقي مع التركيز على مهارات التفكير، كما أن الكتب الدراسية بسيطة في لغتها.
10- التلاميذ يعرفون الحقائق العددية. خاصة أولئك التلاميذ الذين ليس لديهم صعوبات كبيرة مع المشكلات المعقدة.
11- بسبب هذا النموذج البسيط يكون التلميذ قادرًا على الإبقاء على تركيزه على هدف الدرس.
12- برنامج رياضيات سنغافورة يشجع التلاميذ لفهم ما وراء الأساسيات والتفكير

ومن تعليقات المعلمين التي ذكرها كل من فورستن وستيبك: (Forsten&Stepic ,2010,2)

1- المودل السنغافوري يُحسن من فهم التلاميذ
2- المودل السنغافوري طريقة ممتازة لتدريس المعلومات

وتذكر استيبك (Stepik,2010,2) ما يلي:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

1- المودل السنغافوري هو استراتيجية بصرية رائعة وجديرة بالملاحظة من السهل تكاملها مع أي برنامج رياضيات.
2- المودل السنغافوري طريقة قذفت بجزيرة صغيرة لقمة دول العالم في تحصيل الرياضيات وساعد التلاميذ السنغافوريين لتحسين مهاراتهم في التفكير الناقد، ولغة الرياضيات، والجبر، وحل المشكلات الرياضية اللفظية.

وتشير استبيك أيضا (Stipek, 2010,4) إلى ما قاله عدد من المعلمين عن المودل السنغافوري:

1- هذا يجب أن يكون عنصرًا في تعليمنا للرياضيات.
2- ستغير من تدريسك للرياضيات بعد الاطلاع على المودل السنغافوري.
3- النموذج السنغافورية سيغير تمامًا من طريقة تفاعل التلاميذ مع المشكلات اللفظية
4- المودل السنغافوري يساعد التلاميذ في أن يصبحوا مترقبين لحل المشكلات والذين يمتلكون القدرة على النجاح في حلها مبكرًا وبشكل متكرر. (Stepik, 2011)

مثال: حل مشكله رياضية بالنموذج السنغافوري

المشكلة اللفظية هي:

يوجد في مزرعة محمد (19) أوزه ودجاجة وبطة، وكان عدد الدجاجات يزيد عن عدد الأوز بمقدار (3) وعدد البط يقل عن عدد الأوز بمقدار (2). فكم يكون عدد البط؟

ويتم الحل على النحو التالي:

أحد التلاميذ قد يختار العدد (19) على المعداد، ويخصص الرقم (1) للبط، والرقم (3) للأوز، والرقم (6) للدجاجات، ثم يضيف التلميذ لكل صف على المعداد وحدات حتى يصل إلى الـعدد (19) الذي كان قد استخدمه في البداية. وقد يستخدم تلميذ آخر استراتيجية العمل للخلف. فإذا أخذ الرقم (5) للدجاجات، والرقم (2) للأوز، سيبقى الرقم (3) مقادير متساوية. بعد ذلك سيبقى الرقم (12)

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

على المعداد وهذا يعني أن يكون للكل (4)، لذلك تكون النتيجة (4) بطات. وهذا يدل على ان تشجيع الطرق المتعددة وتقييم فعاليتها هو جوهر حل المشكلة الجيد. (Clark, 2009, 4)

سلسلة التحرك من التعلم المحسوس–الي التعلم التصويري– الي التعلم المجرد (CPA):

يتعلم التلاميذ الرياضيات في سنغافورة على مراحل متعددة (Kheong,2009,2):

المرحلة الحسية:

وفي هذه المرحلة يتم استخدام المحسوسات حيث تستخدم اليدويات مثل العدادات، أقراص الأعداد، ومخططات القيمة المكانية.

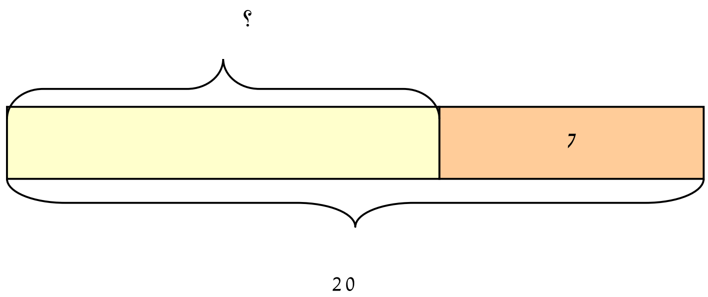
المرحلة التصويرية:

وفي هذه المرحلة يتم استخدام الصور التي تمثل الأعداد عند حل المشكلات.

المرحلة المجردة:

وفي هذه المرحلة يتم استخدام قيم الرموز العددية ويؤكد برونر على التمثيل المحسوس والذي يتوافق مع قدرة بعض التلاميذ على فهم المفاهيم الرياضية في مراحل مبكرة.

ويرى خاونج (Kheong,2009,2) أن التلميذ عندما يفهم العلاقة بين الحقائق يمكنه أن يتذكر أفضل من تذكره للحقائق بدون فهم حقيقي، ففهم العلاقات يساعد التلاميذ على أن تمتد معرفتهم لمهارات حل المشكلات، وهذا يرتبط بسلسلة التعلم (CPA)، فاستخدام الملموس والتمثيل التصويري يساعد التلاميذ على فهم المفاهيم والمهارات المقدمة.



عدد بيض الدجاج = 20 – 7= 13 دجاجة

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

ويستخدم المودل السنغافوري مع المشكلات اللفظية البسيطة في الصف الثاني، حيث يقسم التلميذ المستطيل الكبير إلى جزئين لمواقف الطرح، فمثلاً: يوجد (20) بيضة لكل من البط والدجاج في الحظيرة فإذا كان (7) بيضات منها بيض بط، فكم عدد بيض الدجاج؟

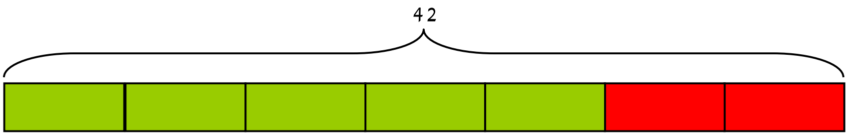
كما يدرس التلاميذ في سنغافورة نماذج أخرى تتضمن الضرب والقسمة البسيطة، والتي تزداد تعقيدًا في الصف الخامس.

ويطبق التلاميذ المودل السنغافوري على مشكلات بسيطة وسهلة في الصف الثالث مثل:

باع رجل (230) بالونه في صباح اليوم الأول من أيام عيد الأضحى، وفي اليوم الثاني باع (86) بالونه أخرى. فما عدد البالونات التي باعها الرجل في اليومين؟

وفي الصفين الرابع والخامس يطبق التلاميذ المودل السنغافوري اثناء حل مشكلات رياضية أكثر صعوبة ويتطلب حلها خطوات متعددة، فالتلاميذ بعد استخدامهم للمودل السنغافوري في الصف الثالث في الضرب والقسمة، يكونون مستعدون لتطبيقه في حل مشكلات الكسور مثل:

اشترى سامي 42 تفاحة منهم (2 / 7) حمراء، وبقية التفاح خضراء اللون. فكم عدد التفاح الأخضر الذي اشتراه سامي؟



7 وحدات داخل المستطيل = 42

1 وحدة داخل المستطيل= 6

5 وحدات = 5 × 6 = 30

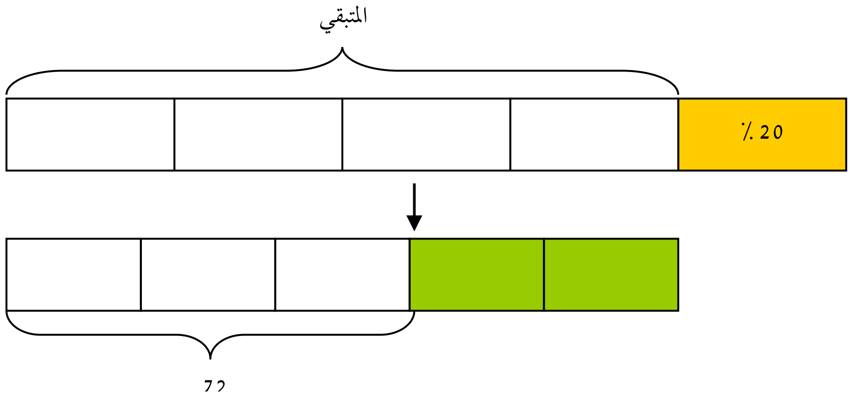
ولذلك يوجد مع سامي 30 تفاحة خضراء.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

وفي الصف السادس يكون التلاميذ مستعدون لحل المشكلات الصعبة والمعقدة. مثل:

صرفت منى 20 ٪ من نقودها عند شراء فستان، وأنفقت (2 ÷ 5) من المبلغ المتبقي عند شراء كتاب، فتبقى معها 72 جنيه. فكم المبلغ الذي كانت تملكه في البداية؟(Hoven, & Garelick, 2007)

$$20\ \% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$



في المستطيل الثاني:

3 وحدات داخل المستطيل = 72

1 وحدة = 24

5 وحدات = 5 × 24 = 120

وفي المستطيل الأعلى:

4 أجزاء داخل المستطيل = 120

1 جزء = 30

5 أجزاء = 5 × 30 = 150

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

وبالسماح للتلاميذ بتحديد المعلوم والمجهول في المشكلة فإن المودل السنغافوري يضع التلاميذ في مرحلة التمثيل الجبري (Hoven, & Garelick, 2007) والتحول الي الرموز ومن أمثلة ذلك:

نفرض أن المبلغ الذي كان مع منى في البداية = س (وهو طول النموذج المستطيلي العلوي)

بعد شراء الفستان، نفرض أن المبلغ المتبقي = ص

فحسب المستطيل الثاني:

72 جنيه = $\frac{3}{5}$ ص لذلك: ص = $\frac{1}{5}$ = 4 $\frac{72}{3}$

ويكون: ص = 5 × 24 = 120 جنيه.

وحسب المستطيل الاول: المبلغ الذي أنفقته عند شراء الفستان = 0.20 س = $\frac{1}{5}$ ن

ولذلك: ص = $\frac{4}{5}$ س

120 = $\frac{4}{5}$ س

$\frac{1}{5}$ س = $\frac{120}{4}$ = 30

س = 30 × 5 = 150 جنيه.

وبالتالي فإنه من الشائع استخدام المودل السنغافوري في مواقف حل المشكلات في الصفين الأول والثاني الابتدائي والتي تستبدل لاحقًا بمستطيلات أكثر تحديدًا ومن هنا يتضح ان المودل السنغافوري نموذج يتكون من مجموعة من المستطيلات التي يتم تقسيمها الي وحدات مستطيلة اصغر تساوى الكمية المعطاة في المشكلة المراد حلها أو حسب الكميات المعطاة بالمشكلة اللفظية وتستخدم الوحدات المستطيلة الأصغر في الحصول على الإجابة وتساعد هذه الوحدات طلاب الصفوف الثالث

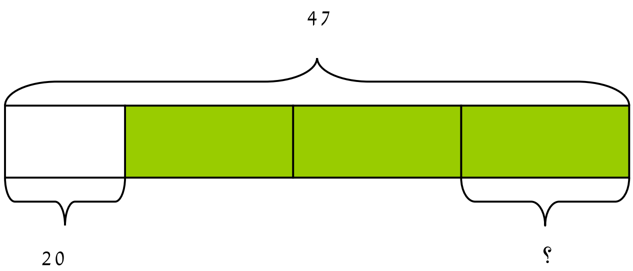
http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

والرابع للتعامل مع المشكلات اللفظية الجبرية بسهولة ويسر مع تجنب استخدام المعادلات الجبرية.

(Cai, Moyer, 2007, 5)

مثال:

ذهب أحمد لشراء (3) كجم من الجمبري، وكان معه (47) جنيه، وبعد شرائه للجمبري تبقى معه 20 جنيه. أوجد تكلفة الكيلو جرام الواحد من الجمبري؟



ويمكن الحل باستخدام المودل السنغافوري كما يلي:

تكلفة الـ 3 كجم من الجمبري = 47 – 20 = 27 جنيه.

وتكون تكلفة الكيلو جرام الواحد = 27 ÷ 3 = 9 جنيهات.

اما باستخدام الجبر المعتاد فيكون الحل أطول وأصعب على النحو التالي:

تتطلب المشكلة حل المعادلة الجبرية 3 س + 20 = 47، وهذا يمكن أن نراه مباشرة من خلال الرسم التوضيحي السابق حيث تمثل الوحدة الصغيرة المستطيلة عدد الوحدات(س) والتي بدورها تمثل تكلفة كيلو جرام واحد من الجمبري. فيبدأ التلاميذ في تعلم ذلك في الصف الثاني وفي كل صف يضاف مستوىً جديد من التعقيد، والعمليات، ويتعلم التلاميذ تمثيل العلاقات المختلفة مثل: علاقة الجزء – الكل، وعلاقة المقارنة، وإن تعلم التلاميذ تمثيل وتصوير العلاقات يجعل الحل أسهل، ويبدأ التلاميذ بالمشكلات البسيطة لكن الهدف حلهم للمشكلات المعقدة. (Clark,2010,6)

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

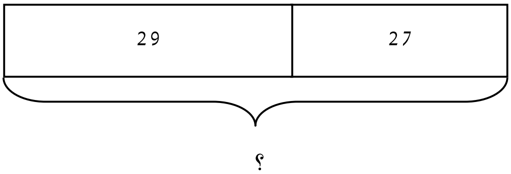
ومن المشكلات اللفظية التي يمكن حلها باستخدام نموذج الموودل السنغافوري في الصفوف المختلفة بالمرحلة الابتدائية (Clark,2010,10):

الصف الأول الابتدائي:

- سلة ليمون بها 3 ليمونات، 2 ليمونة لونها أصفر، والباقي ليمون أخضر. فكم عدد الليمون الأخضر؟
- في ملعب المدرسة 6 بنات، و3 أولاد يلعبون معهم. فكم عدد الأطفال الذين يلعبون معًا.

الصف الثاني الابتدائي:

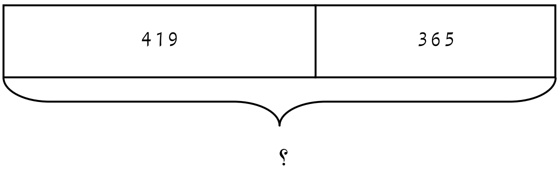
- باعت إحدى المكتبات 27 كشكولاً في الصباح، وباعت بعد الظهر 39 كشكولاً. كم عدد الكشاكيل التي باعتها المكتبة؟



الحل:

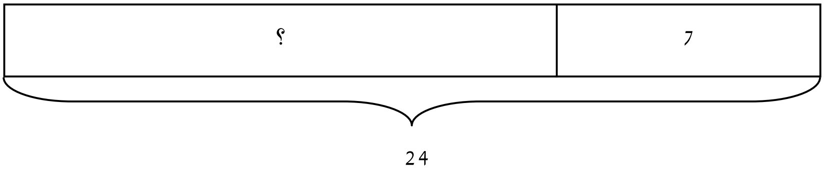
27 + 39 = 66 باعت المكتبة 66 كشكولاً.

- حفظت نبيلة 365 كلمة في اللغة العربية في الصف الأول، وفي الصف الثاني حفظت 419 كلمة، فكم عدد الكلمات التي حفظتها نبيلة؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

- اشترت رشا 24 بيضة، أكلت 7 بيضات منها. فكم عدد البيض المتبقي؟



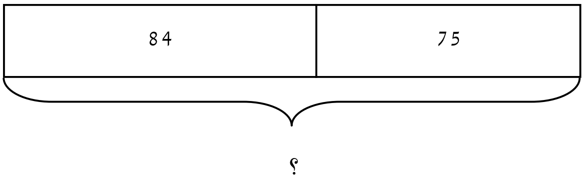
الحل:

24 – 7 = 17 بيضة لم تؤكل

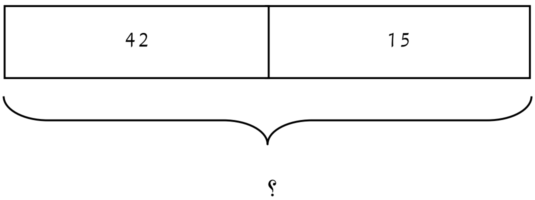
الفحص: 17 + 7 = 24 (إذن الإجابة صحيحة)

الصف الثاني الابتدائي: مشكلة جزء – كل

باعت سوزان 75 صندوق فاكهة في اليوم الأول، وفي اليوم الثاني باعت 84. فكم عدد صناديق الفاكهة التي بيعت في اليومين؟



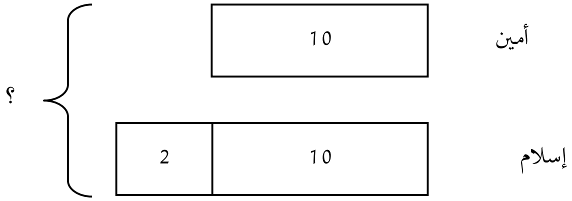
- اشترت ياسمين كعكعة بـ 15 جنيه، وتبقى معها 42 جنيه. فكم كان معها في البداية؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

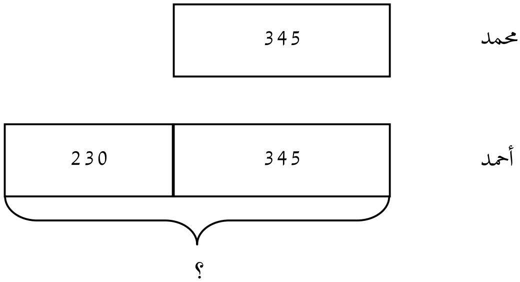
الصف الثالث الابتدائي: مشكلة المقارنة

مع أمين 10 جنيهات، ومع إسلام مبلغ يزيد عنه بمقدار 2 جنيه. فكم المبلغ معهما؟

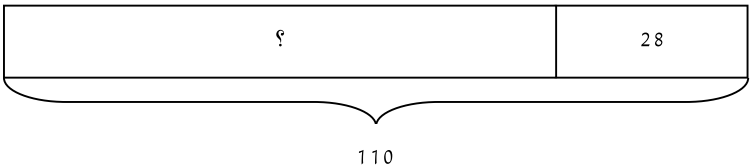


22 = 2 + 10 + 10

- اشترى محمد 345 صندوق فاكهة، واشترى أحمد ما يزيد عنه بمقدار 230 صندوقًا. فكم عدد صناديق الفاكهة التي اشتراها أحمد؟



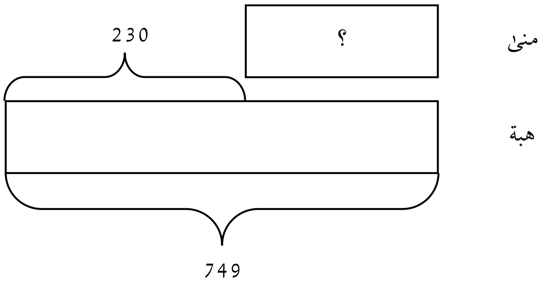
- اشترى سمير 110 زجاجة مياه. باع منها 28 زجاجة. فكم عدد الزجاجات المتبقية؟



82 = 28 – 110

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

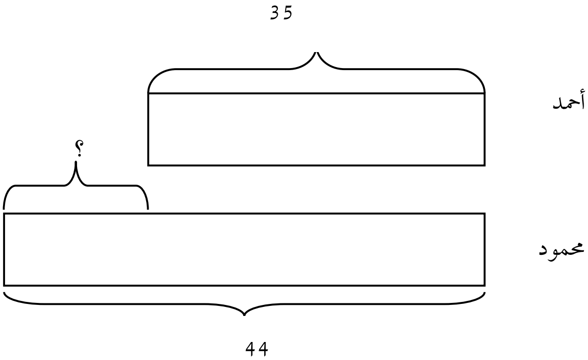
- قرأت هبة 749 صفحة. بينما قرأت هبة أقل منها بمقدار 324. فكم عدد الصفحات التي قرأتها منى.



الحل:

425 = 230 – 749

- مع أحمد 35 جنيه. ومع محمود 44 جنيه. فكم يزيد محمود عن أحمد؟



الحل: 44- 35 = 9

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

نموذج المساحة لحل مشكلات الضرب Area model of multiplication

يتم استخدام نموذج المساحة لحل مشكلات الضرب باعتباره طريقة سريعة للضرب باستخدام القيمة المكانية. ويستخدم النموذج تصميم الصندوق حيث تجزأ الأعداد المضروبة حسب قيمتها المكانية وتكتب خارج الصندوق. ويوضع الناتج داخل مربعات الصندوق ويكون مجموع هذه الأعداد هو الإجابة لسؤال الضرب. فمثلاً: ($42 = 14 \times 3$)

100	4	
30	12	3
0	0	0

حيث: $12 = 4 \times 3$

$30 = 10 \times 3$

$0 = 4 \times 0$

$0 = 10 \times 0$

المجموع $= 42$

مثال آخر: ($945 = 27 \times 35$)

20	7	
100	35	5
600	210	30

حيث: $35 = 7 \times 5$

$100 = 20 \times 5$

$210 = 7 \times 30$

$600 = 20 \times 30$

المجموع $= 645$

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

المودل التصويري السنغافوري في مقابل الطريقة الجبرية الرمزية:

يدرس التلاميذ في منهج الرياضيات بالمدارس الابتدائية السنغافورية طريقة النموذج حيث تستخدم الرسوم التوضيحية المستطيلة للتصور البصري لبنية وتركيب المشكلة في المشكلة اللفظية المعطاة. وعندما يصل التلاميذ إلى المرحلة الثانوية يتعلموا الطريقة الجبرية لحل المشكلات اللفظية. فالتلاميذ السنغافوريين بالمدارس الابتدائية في أعمار (9 –12) سنة يدرسون حل المشكلات اللفظية الجبرية الرمزية باستخدام الرسوم التخطيطية المستطيلة. وفي سنغافورة تعتبر ممارسة استخدام هذه الأنواع من الرسوم التخطيطية معروفة فيما بين المعلمين والتلاميذ ومنها طريقة النموذج المستطيلي أو ما يطلق عليه طريقة النموذج والتي تهدف إلى عرض وبيان الموقف المقدم بالمشكلة اللفظية المعطاة، حيث تمثل المستطيلات bars الكميات المعلومة والمجهولة في المعلومات المعطاة بالمشكلة اللفظية. ومن المتوقع أن يتوصل التلاميذ الي المجهول بتحليل العلاقات بين الوحدات المستطيلة في النموذج

إن فاعلية طريقة النموذج السنغافوري ربما تكون نتيجة لاعتمادها على التمثيل البصري كوسيط لسلسلة التعلم القائمة على تحركات برونر للتعلم من (المحسوس– التصويري– المجرد) والذي يتبناها منهج رياضيات سنغافورة. فالتلاميذ يمكنهم استخدام الرسوم التخطيطية المستطيلة لحل المشكلة اللفظية التالية بدون معرفتهم للجبر الرمزي:

مثال:

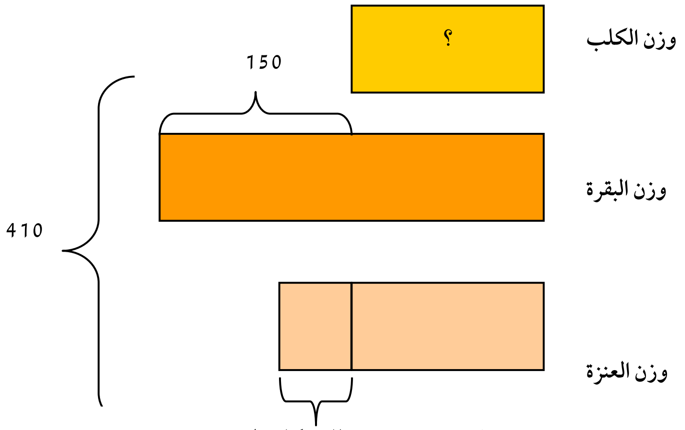
بقرة وزنها يزيد عن وزن كلب بمقدار 150 كجم. وعنزة وزنها يقل عن وزن البقرة بمقدار 130 كجم، ووزن الحيوانات الثلاث معًا (410) كجم. أوجد وزن البقرة.

الحل:

يستخدم التلاميذ في سنغافورة الوحدات المستطيلة للمودل السنغافوري لتمثيل القيم المجهولة وأيضًا العلاقات الكمية الواردة في المشكلة اللفظية. ولا ينتظر التلميذ الوصول الي المدرسة الإعدادية حتى يدرس حل مثل هذه المشكلات عن طريق بناء نظام من المعادلات الجبرية الخطية المتكافئة،

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

فالموديل السنغافوري يعطي التلاميذ القدرة على حل المشكلات اللفظية المعقدة مبكرًا، وكذلك الاستدلال غير الجبري (Lee & g,2011, 83)



نموذج تمثيلي تصويري للمشكلة الجبرية.

المستطيل الذي يمثل وزن الكلب هنا يعتبر وحدة مجهولة. والمستطيلات التي تمثل البقرة والعنزة تقوم على المستطيل الذي يميل الكلب. والفرق في الوزن بين الحيوانات والوزن الكلي للحيوانات الثلاثة معلوم؟ والمودل السنغافوري يصبح معادلة تصويرية تمثل 3 وحدات + 170 تساوي 410

240 = 170 – 410

3 وحدات مستطيلة = 240

1 وحدة مستطيلة = 240 ÷ 3 = 80 كجم.

وزن البقرة = 80 + 150 = 230 كجم.

ويكون تمثيل المعادلة البصرية يساوي المعادلة الجبرية: (Looi & Lim, 2009, 359)

س + (س + 150) + (س + 20) = 410، حيث س: تمثل وزن الكلب.

إن ضعف تحول التلاميذ من استخدام الرسوم التخطيطية المستطيلة إلى الطريقة الجبرية الرمزية يمكن أن يعوق تعلمهم للجبر (Looi & Lim, 2009, 359). وفيما يلي حلين لتلاميذ المرحلة الثانوية

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

للمشكلات اللفظية. ففي الحل الأول: التلميذ بدأ في تعلم الجبر الرمزي وبالتالي استخدم س لتعبر عن المجهول لكن عملية حلهم للمشكلة لم يؤهلهم للطريقة الجبرية حيث كانت تستلزم:

1- صياغة أو تكوين معادلة ملائمة.

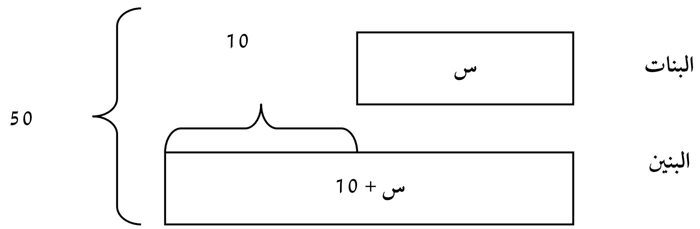
2- المعالجة الجبرية للمعادلة.

3- الحل الجبري للمعادلة.

4- الترجمة من الحل الجبري إلى الإجابة على السؤال بالمشكلة.

الحل الأول:

زار (50) طفل المتحف المصري، وكان عدد الأولاد يزيد عن عدد البنات بمقدار (10). فكم عدد البنات:



البنات ـــ س

البنين ـــ س + 10

50 – 10 = 40

40 ÷ 2 = 20

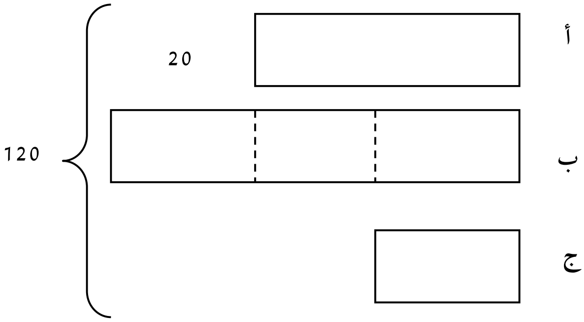
يوجد (20) بنتًا في المتحف.

فالشكل السابق يمثل خليطًا من الرسوم التخطيطية المستطيلة والجبر الرمزي.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

الحل الثاني

يتشارك فيه ثلاثة أشخاص أ، ب، ج في مبلغ من المال مقداره 210 جنيه. لو أن الشخص (أ) تسلم مبلغًا أقل من الشخص (ب) بمقدار (20) جنيهًا، والشخص (ب) تسلم 3 أمثال الشخص(ج). فكم المبلغ الذي تسلمه الشخص(ج).



نفرض أن الشخص ج تسلم س جنيهًا

ب ـــــــ 3 س

أ ـــــــ 3 س – 20

7 س ـــــــ 120 + 20 = 140

س= 140 ÷ 7 = 20 جنيهًا. وبالتالي تسلم الشخص ج (20) جنيهًا.

وقد يعقد الوصول إلى الاستدلال غير الجبري اكتساب الجبر الرمزي، وبالنسبة لبعض المشكلات اللفظية الجبرية المعروفة مثل هذا الاستدلال يسمح للتلاميذ بالوصول إلى الحل الصحيح بدون الحاجة إلى التعامل مع الأنشطة التمثيلية والتحويلية المرتبطة بالجبر الرمزي. ويستخدم بعض التلاميذ استراتيجية الطريقة المختلطة والتي تجمع بين الطريقة الاستدلالية وسمات الرمز الجبري. والتلاميذ الآخرون ينشئون المودل السنغافوري وبعد ذلك يكتبون معادلته الجبرية المتكافئة قبل الرجوع إلى الطرق الحسابية لحل العمليات.

ومن المعروف أن التلاميذ ذوي القدرات المنخفضة لديهم صعوبات في استخدام الرمز الجبري ولذلك يكون مثل هؤلاء الطلاب أكثر احتمالاً للعودة لطريقة النموذج. كما أبدى كثير من معلمي المرحلة الثانوية تحفظهم على استخدام طريقة النموذج ورأوا أنها عقبة أمام اكتساب الجبر الرمزي. فهم يرون أنها طفولية وغير جبرية (Lee & Ng,2011, 83).

ويشير (Lee & Ng,2011, 84) إلى تصورات المعلمين بخصوص الفرق بين الطريقتين (الطريقة الرمزية وطريقة النموذج):

- لو أن طريقة النموذج حقًا غير جبرية وتقف عقبة أمام تعلم الجبر الرمزي فربما يكون من المستحسن التخلي عن تدريس طريقة النموذج.
- إن الفروق بين الطريقتين كمية وليست نوعية فكلا الطريقتين تُنشط مناطق مماثلة من الدماغ لكن الطريقة الجبرية الرمزية تتطلب مصادر انتباه أكثر.
- إذا كان بالفعل الجبر الرمزي يتطلب مصادر انتباه أكثر فمن الأفضل تدريس طريقة النموذج على مستوى المرحلة الابتدائية ونترك الجبر الرمزي حتى تنضج معرفة التلاميذ أكثر.
- وفي الحقيقة استخدام الجبر الرمزي يتطلب جهدًا كبيرًا في الجبر من المتعلمين الصغار.

ويُقر معلمي المرحلة الثانوية أن الطلاب الذين يتعلمون الجبر الرمزي غالبًا ما يستمروا فب الاعتماد على النموذج المستطيلي في حل أنواع مشابهة من المشكلات اللفظية. وبعض حلول التلاميذ تظهر مزيجًا بين الطريقتين، وحيث أن استخدام طريقة النموذج يعوق اكتساب الجبر الرمزي فان المعلمون يحثون التلاميذ على ترك هذه الطريقة جانبًا عندما يبدؤون في تعلم الجبر الرمزي. (Looi & Lim, 2009, 360) ويمكن القول إن طريقة النموذج جبرية في طبيعتها ما عدا استخدامها للوحدات المستطيلة بدلاً من الرموز. ويحتاج التلاميذ أن يُقدروا أهمية تعلم الطريقة الرمزية لأنها لغة الجبر الرمزي والتي تسود فب الرياضيات العليا. (Looi & Lim, 2009, 361)

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

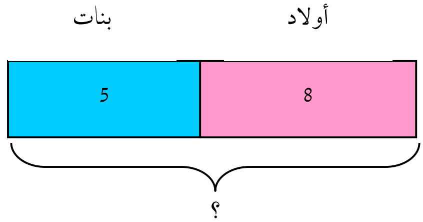
المشكلات اللفظية التي يمكن حلها باستخدام النموذج السنغافوري

مشكلات علاقة الجزء– الكل

في مشكلات علاقة الجزء – الكل يتمم الجزئين الكل، ويوجد نوعين فقط من أسئلة الجزء – الكل (الكل مجهول – الجزء مجهول)

مثال:

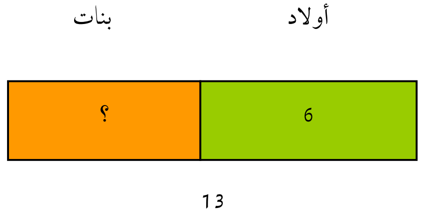
الكل مجهول:



زار عدد من الأطفال ملجأ للأيتام فكان عدد الأولاد (8)، وعدد البنات (5). فكم عدد الأطفال الذين زاروا الملجأ؟

مثال: الجزء مجهول:

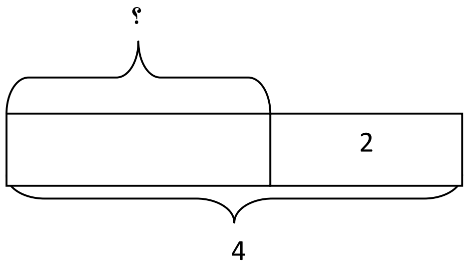
- زار (13) طفلاً دارًا للمسنين، فكان عدد الأولاد (6) أولاد. فكم عدد البنات الذين زاروا الدار؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

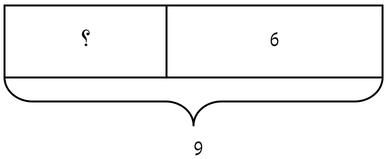
في مشكلات الطرح، يوجد ثلاثة أنواع:

1- الأخذ من taken away: مع سهى 4 كتب، أعطت لأختها ليلى كتابان. فكم عدد الكتب التي تبقت معها؟



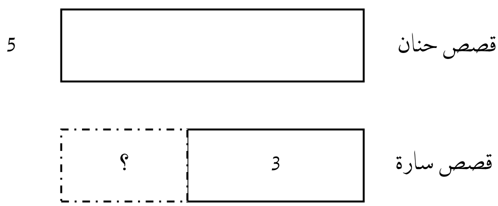
2- الأجزاء المفقودة missing parts:

- ياسر معه 6 أقلام. أعطاه محمد أقلام أخرى. فأصبح مع ياسر 9. فكم عدد الأقلام التي أعطاها محمد لياسر؟



3- علاقة المقارنة:

- مع حنان خمس قصص، ومع سارة ثلاث قصص. فكم عدد القصص التي تقلها سارة عن حنان؟



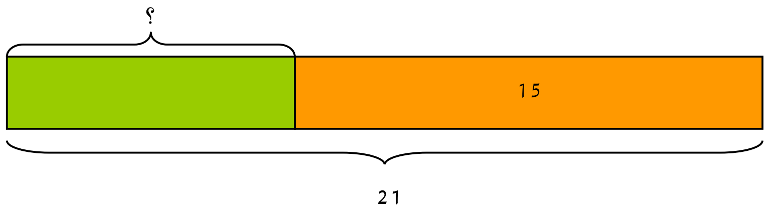
http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

مشكلات التغير والمقارنة

مشكلات التغير

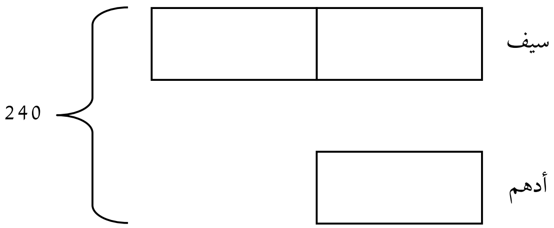
توجد مشكلات تبدأ بعلاقة واحدة ثم تتغير:

- يوجد في حوض سمك المدرسة (21) سمكة، منها (15) سمكة قدمها أولياء الأمور والباقي اشترته المدرسة. فكم عدد السمك الذي اشترته المدرسة؟



عدد السمك الذي اشترته المدرسة = 21 – 15 = 6 سمكات.

- لدىٰ سيف كتب ضعف كتب أدهم. أوجد ما يعطيه سيف لأدهم ليكون مع كلاً منهما120 كتاب.



حسب النموذج:

3 وحدات مستطلة = 240

1وحدة = $\frac{240}{3}$ = 80

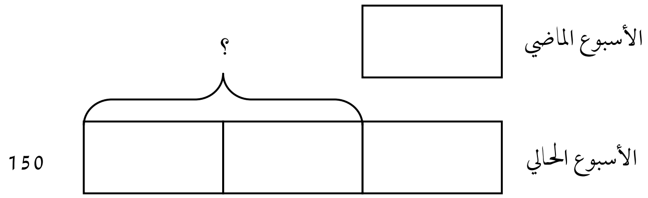
2 وحدة = 2 × 80 = 160

160 – 120 = 40

سيف يعطى أدهم 40 كتاب ليكون مع كلاً منهما 120 كتاب.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

- كسبت نور مبلغًا من المال 3 أمثال ما حصلت عليه في الأسبوع الماضي، وقد كسبت 150 جنيه في هذا الأسبوع. فما مقدار الزيادة في هذا الأسبوع عن الأسبوع الماضي؟



حسب النموذج:

3 وحدات مستطيلة = 150

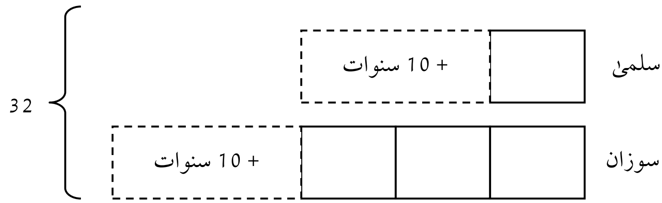
1 وحدة = 50

مقدار الزيادة = 150 – 50 = 100

مقدار الزيادة هذا الأسبوع 100 جنيه.

1210 = 1140 + 70

- سوزان عمرها 3 أمثال عمر ابنة أختها سلمى الآن. خلال 10 سنوات عمرهما معًا سيكون 32 سنة. فكم عمر سوزان الآن؟



32 – 20 = 12

4 وحدات مستطيلة = 12

1 وحدة = 3 عمر سلمى = 3 سنوات

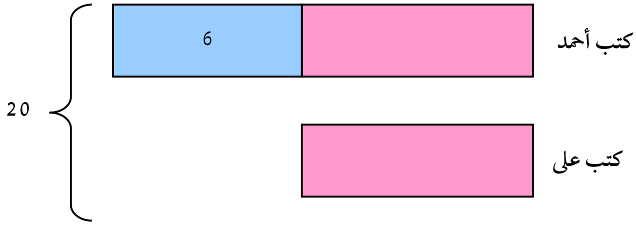
3 وحدات = 3 × 3 = 9 عمر سوزان = 9 سنوات

الفحص = 9 + 3 + 20 = 32

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

مشكلات المقارنة:

- يوجد 20 كتابًا لدى كلاً من أحمد وعلي. فإذا كانت الكتب التي يمتلكها أحمد تزيد عن الكتب التي يملكها علي بمقدار 6 كتب. فكم عدد الكتب لدى أحمد؟



الحل:

حسب النموذج:

20 – 6 = 14

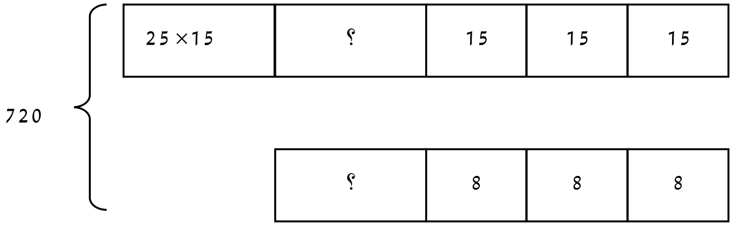
2 وحدة مستطيلة = 14

1 وحدة = 7

كتب أحمد = 7 + 6 = 13

الفحص: 13 + 7 = 20

- اشترى مجموعة أفراد تذاكر لحديقة متحف بمبلغ 720 جنيهًا. سعر تذكرة الكبار (15) جنيهًا، وسعر تذكرة الطفل (8) جنيهات. فإذا كان عدد الكبار يزيد عن عدد الأطفال بمقدار (25). فكم عدد الأطفال؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

الحل:

$375 = 25 \times 15$

حسب النموذج:

$345 = 375 - 720$

1 وحدة $\quad$ 15

؟ وحدة $\quad$ 345

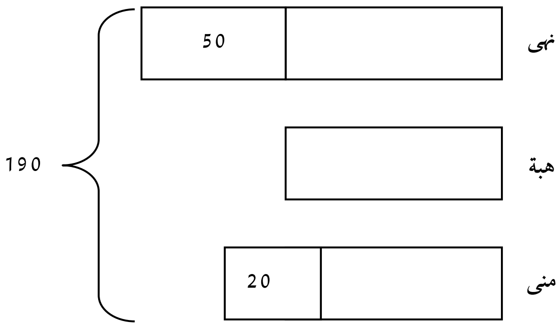
$23 = 15 \div 345 = ؟$

$15 = 23 \div 345$

الفحص:

$(8 \times 15) + (15 \times 25) + (15 \times 15)$

- مع نهى قواقع بحرية تزيد عن هبة بمقدار (50). وقواقع منى أقل من قواقع نهى بمقدار (30)، والثلاثة معهم (190) قوقعًا. فكم عدد القواقع مع نهى؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

الحل:

حسب النموذج:

120 = 70 – 190

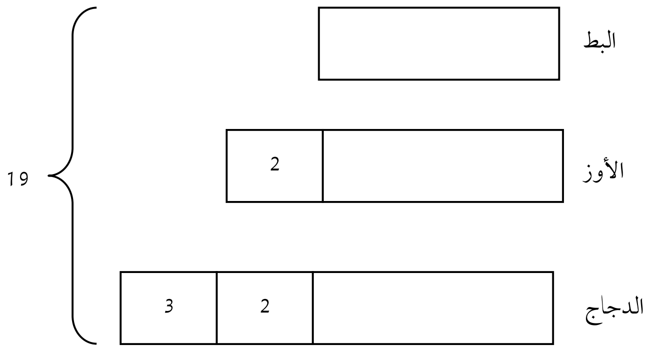
3 وحدات مستطيلة = 120

1 وحدة = 120 ÷ 3 = 40

قواقع نهى = 40 + 50 = 90 بحريًا

مع نهى 90 قوقعًا بحريًا.

– في مزرعة العم فرغلي يوجد 19 أوزه ودجاجة وبطة، عدد الدجاج يزيد عن عدد الأوز بمقدار 3، أما البط فيقل عن الأوز بمقدار 2. فكم عدد البط؟



الحل:

حسب النموذج:

12 = 7 – 19

3 وحدات مستطيلة= 12

1 وحدة = 12/ 3 = 4

عدد البط = 4 بطة

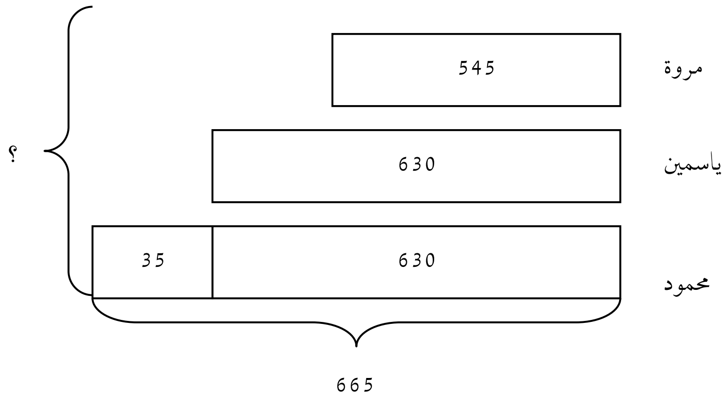
http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

عدد الأوز = 4 + 2= 6 أوزه

عدد الدجاج= 4 + 2 + 3 = 9 دجاجة

الفحص= 4 + 6 + 9 = 19

- وفر ثلاثة أصدقاء مروة وياسمين ونورا مبلغًا من المال في الصيف. مروة وفرت 545 جنيه، ووفرت ياسمين 630 جنيه، ووفرت نورا مبلغًا يزيد عما وفرته ياسمين بمقدار 35 جنيه. فما المبلغ الذي وفره الثلاثة أصدقاء؟



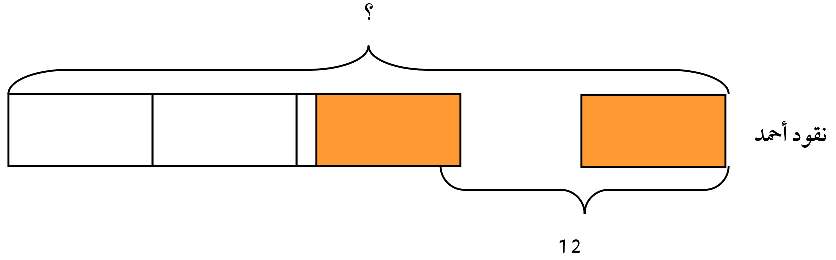
المبلغ الذي وفره الأصدقاء الثلاثة = 545 + 630 + 665 = 1840 جنيه.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

مشكلات الكسور والنسب

يمكن استخدام المودل السنغافوري في حل المشكلات التي تتضمن الكسور والنسب المئوية:

- صرف أحمد 2/ 5 من نقوده عند شرائه قصة. وكانت ثمن القصة 12 جنيه. فكم المبلغ الذي كان مع أحمد في البداية؟



الحل:

حسب النموذج:

2 وحدة مستطيلة = 12

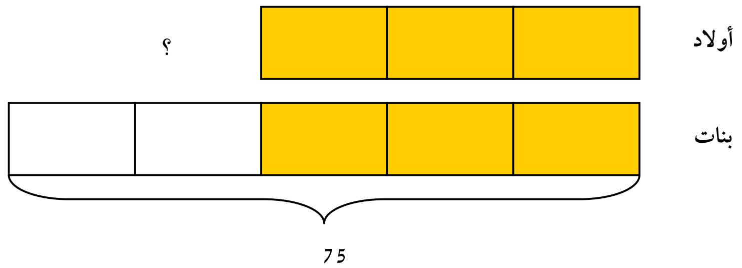
1 وحدة = 12 ÷ 2 = 6

5 وحدات = 5 × 6 = 30

أحمد كان معه في البداية 30 جنيهًا.

نموذج الكسور Fraction model

- إذا كان عدد الأولاد 3/ 5 من البنات، فلو كان عدد البنات 75 بنتًا. فكم عدد الأولاد؟



http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

الحل:

حسب النموذج:

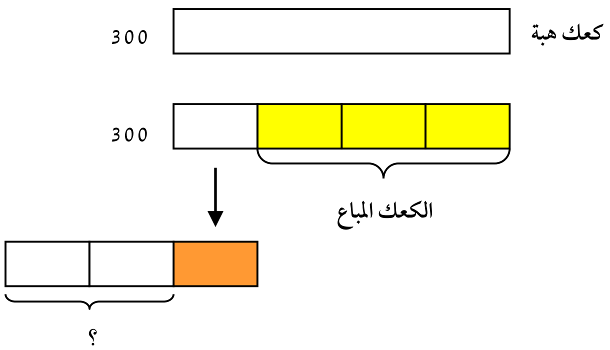
5 وحدات مستطيلة = 75

1 وحدة = 75 ÷ 5 = 15

3 وحدات = 3 × 15 = 45

عدد الأولاد = 45 ولد.

- صنعت هبة 300 كعكة سكر. باعت $\frac{3}{4}$ منها وأعطت $\frac{1}{3}$ من المتبقي لجارتها. فكم عدد قطع الكعك المتبقية؟



باعت منها $\frac{3}{4}$

وأعطت من المتبقي $\frac{1}{3}$ لجارتها.

فكم عدد قطع الكعك المتبقية؟

4 وحدات – مستطيلة = 300

1 وحدة = 75

3 وحدات = 75 (المتبقي من الكعك)

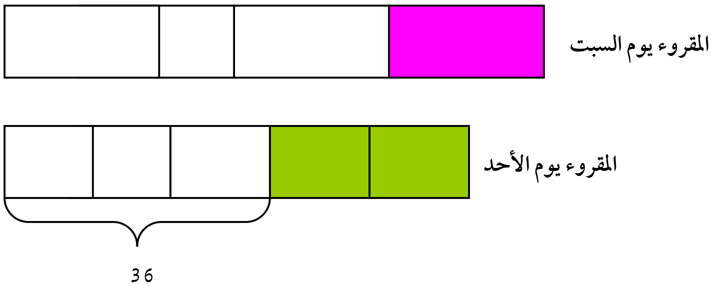
1 وحدة = 25

2 وحدة = 25 × 2 = 50

تبقى مع هبة 50 كعكة سكر.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

– قرأت حنان ربع كتاب يوم السبت، و $\frac{2}{5}$ من المتبقي يوم الأحد. وبعد يوم الأحد تبقى 36 صفحة. فكم عدد صفحات الكتاب؟



حسب المستطيل الاسفل:

3 وحدات = 36

1 وحدة = 12

5 وحدات = 5 × 12 = 60

حسب المستطيل الأعلى:

3 وحدات = 60

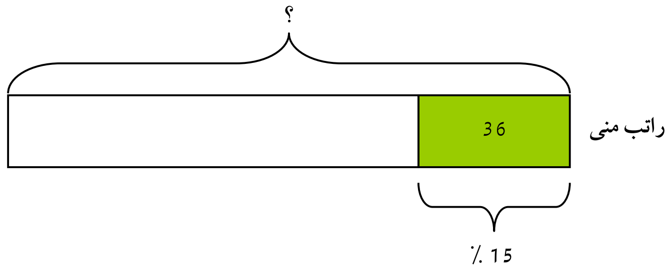
1 وحدة = 20

4 وحدات = 80

عدد صفحات الكتاب = 80 صفحة.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

– دفعت منى 36 جنيه عند شرائها وجبة عشاء، وهذا المبلغ يمثل 15 ٪ من راتبها. فكم يكون راتبها.



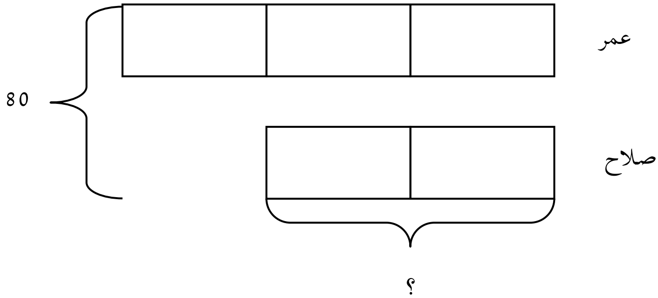
36 = ٪ 15

12 = 3 ÷ 36 = ٪ 5

240 = 12 × 20 = ٪ 5 × 20 = ٪ 100

راتب منى 240 جنيه.

– عمر وصلاح معهما 80 جنيه بنسبة 3: 2. فكم المبلغ الذي مع صلاح؟



حسب النموذج:

5 وحدات = 80

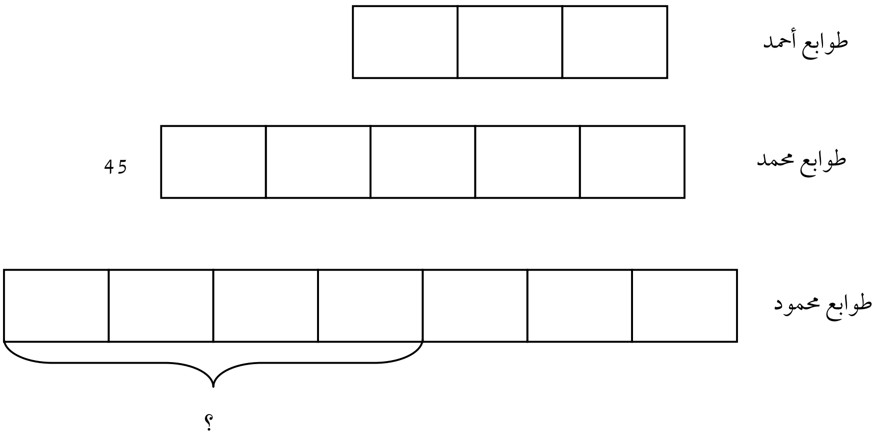
1 وحدة = 16

2 وحدة = 2 × 16 = 32

المبلغ الذي مع صلاح هو 32 جنيه.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

- اشترى ثلاثة أصدقاء أحمد ومحمد ومحمود عدد من الطوابع بنسبة 3: 5: 7. فلو أن محمد تسلم 45 طابع. فكم عدد الطوابع التي تسلمها محمود وتزيد عن عدد طوابع أحمد؟



حسب النموذج:

5 وحدات مستطيلة = 45

1 وحدة = 9

3 وحدات = 3 × 9 = 27 (طوابع أحمد)

7 وحدات = 7 × 9 = 63 (طوابع محمود)

عدد الطوابع التي يزيدها محمود عن أحمد = 63 – 27 = 36 طابع

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

References:

- Bisk, R. & Hogan, R. (2007). The Singapore Math Model Workshop: Teaching for Mastery and Understanding. Grades K-5, Sofitel Hotel, November 2. available at: http://www.greatsource.com/GreatSource/pdf/SingaporeFlier0907.pdf
- Bisk, R. (2010). Problem Solving with Model Drawing. From:
- Cai, J. & Moyer, J. (2007). Developing Algebraic Thinking in Earlier Grades: Some Insights from International Comparative Studies. available at: http://www.math.udel.edu/LIECAL/papers/YearbookCaiMoyer29_final_.pdf
- Chen, S., Logan, N., Pfister, M. & Nowicki, J. (2010). Primary Singapore Mathematics: A Revolutionary Program Designed to Improve Student Mathematics Achievement. From:
- Cheong, Y. K., & Consultancy, M. (2002). The model method in Singapore. The Mathematics Educator, 6(2), 47-64.
- Clark, A. (2009). Problem solving in singapore math. Diambil pada tanggal, 29.
- Clark, A. (2013). Singapore math: A visual approach to word problems. Math in Focus.
- Clark, S. (2008). Singapore Math Strategies. available at: http://institute2008.wikispaces.com/file/view/Snapshot+of+Singapore+Math.pdf
- Forsten, Ch. & Stipek, A. (2010). Model Drawing On-Site Training for 1-6 Educators.From:http://www.sde.com/downloads/collateral/SS_MWM_ModelDrawing.pdf.
- Hoven, J. & Garelick, B. (2007). Singapore Math: Simple or Complex? Educational leadership Making Math Count, 65(3),28-31. available at: http://www.nychold.com/art-hoven-el-0711.pdf.
- Kam, H. & Gopinathan, S. (1999). Recent Developments in Education in Singapore. National Institute of Education, Singapore, 10(1), 99–117.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1

- Kheong, F. (2009). Math in Focus: The Singapore Approach the Underpinning Concept. available at: http://ar.scribd.com/doc/37660379/Math-in-Focus-The-Singapore-Approach-The-Underpinning-Concept
- Kron, J. (2009). Problem Solving with Model Drawing. NCCTM's 39th Annual State Conference, North Carolina Teacher Academy, October 30. available at: http://teacheracademy.org/docs/Math_model_drawing_09.ppt
- Lee, K. & Ng, S. (2011). Neuroscience and the Teaching of Mathematics. National Institute of Education. Singapore Educational Philosophy and Theory, 43(1), 81-86.
- Looi, C. & Lim, K. (2009). From bar diagrams to letter-symbolic algebra: a technology-enabled bridging. Journal of Computer Assisted Learning, 25, 358–374.
- Stipek, A. (2011). Singapore Math Strategies: Model Drawing for Grades 1-6. available at: https://www.ed2go.com

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.4.3.1