المجلد 17 العدد 3 سبتمبر 2016

دراسة تحليلية للأخطاء الشائعة في الأعداد المركبة لدى طلاب السنة التحضيرية بجامعة الملك سعود

د. محمود محمد الخطيب
قسم العلوم الاساسية
كلية عمادة السنة التحضيرية – جامعة الملك سعود
Khatib63jo@gmail.com

دراسة تحليلية للأخطاء الشائعة في الأعداد المركبة لدى طلاب السنة التحضيرية بجامعة الملك سعود

د. محمود محمد الخطيب
قسم العلوم الاساسية
كلية عمادة السنة التحضيرية – جامعة الملك سعود

الملخص

هدفت الدراسة إلى تشخيص الأخطاء الرياضية لدى طلاب السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود خلال تعلم الأعداد المركبة، ولتحقيق أغراض هذه الدراسة، طُور اختبار طُبق على (٢١٤) طالبًا ممن أنهوا دراسة مقرر مقدمة في الرياضيات (١٤٠ ريض). وأظهرت نتائج الدراسة شيوع بعض أصناف الأخطاء، مثل: عدم فهم بعض الطلاب لمفهوم العدد المركب، واستخدام خصائص العمليات على الأعداد المركبة، ووقوع بعض الطلاب في الأخطاء الحسابية في استخدام خصائص العمليات في فك الأقواس وتبسيط المقادير العددية، وحل المعادلة الخطية التي تتضمن أعداد مركبة. وقد تراوحت نسب أصناف الأخطاء بشكل عام بين (٥,٣٪) في صنف الأخطاء المفاهيمية:تحديد الجزء التخيلي والحقيقي للعدد المركب، ومفهوم المعادلة، و(٣١٪) لأصناف الأخطاء الحسابية في التبسيط، وفك الأقواس، والاختصارات، وكذلك وقوع بعض الطلاب في أخطاء استخدام العلاقة ($i2 = -1$) والتعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب، بالإضافة إلى أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب وأوصت الدراسة بضرورة تركيز أعضاء هيئة التدريس في الجامعة على موضوع الأعداد المركبة وخصائص العمليات الحسابية عليها لدى طلاب السنة التحضيرية، وإجراء امتحانات تشخيصية لهم، ووضع الخطط العلاجية المناسبة.

الكلمات المفتاحية: الأعداد المركبة، الأخطاء الشائعة.

* تاريخ تسلم البحث: ٢٠١٤/٩/٢١م
* تاريخ قبوله للنشر: ٢٠١٥/٢/٢٤م

Errors Analysis of Complex Numbers among Students of preparatory year at the King Saud University

Dr. Mahmoud M. EL-Khateeb
Basic Science Department
Preparatory year Deanship - King Saud University

Abstract

This study aimed at diagnosing errors that occurred in Complex Numbers topic Among Students of preparatory year at the King Saud University. For the purpose of this study, one test was developed and administered to 214 male students who had completed pre-Calculus140 in the preparatory year ,.The results of this study revealed some common errors such as misconceptions in using the operations on complex numbers, using properties of operations on simplifications powers and numerical expressions. Some other calculation errors and careless errors were also recorded.The common errors ranged between 5.3% for conceptual misconceptions (identify real part and imaginary part) and solving linear equations involves complex numbers, and 31% for errors using the relation (EMBED Equation.DSMT4) and EMBED Equation. DSMT4 to express about the square root of (-1) . The study recommended that faculty members emphasize the subject of complex numbers for freshmen and to administer diagonostic tests in order to categorize them and develop the appropriate treatment plans.

Keywords: complex numbers, common errors.

دراسة تحليلية للأخطاء الشائعة في الأعداد المركبة لدى طلاب السنة التحضيرية بجامعة الملك سعود

د. محمود محمد الخطيب
قسم العلوم الاساسية
كلية عمادة السنة التحضيرية – جامعة الملك سعود

المقدمة

الرياضيات علم تجريبي من خلق وإبداع العقل البشري، ومن ضمن ما تهتم به تسلسل الأفكار والطرائق وأنماط التفكير (أبو زينه، ١٩٨٢). كما تمتاز الرياضيات بأنها بناء متكامل ومتناسق ومتسلسل من المعرفة الرياضية من خلال تقديم نماذج مجردة تفسر بعض الظواهر الطبيعية الملموسة وغير الملموسة، كما تعد الدعامة التي تقوم عليها العلوم والفنون كافة، لذلك أطلق على الرياضيات بأنها أم العلوم (المجيدل واليافعي، ٢٠٠٩).

وحرصًا من القائمين على تطوير مناهج الرياضيات، فقد برزت أهمية تعلم الأعداد المركبة-التخيلية-Complex Numbers من خلال الموضوعات التي تضمنتها الكتب التي تُدرِّيس للطلاب سواء في مرحلة التعليم الثانوي استمررًا إلى التعليم الجامعي، إذ ركزت المناهج والكتب المدرسية على دراسة الأعداد الحقيقية وخصائصها، مثل عمليات الجمع والطرح، وكذلك الضرب والقسمة على أي عدد حقيقي إلا الصفر، وهناك قوانين مفيدة تحكم هذه العمليات، مثل قوانين الضرب التبادلي والتوزيع والتجميع، كما يمكنك أيضًا أن تجد النهايات للقيام بحساب التفاضل والتكامل، ولكن لا يمكنك أخذ الجذر التربيعي للعدد (-١).

لذلك عندما وجد الرياضيون أن المعادلة (س٢+١ = ٠) مستحيلة الحل في مجموعة الأعداد الحقيقية كان لا بد من أن يوضع لها حلًّا، وبما أن الرياضيات كما يصفها أحد الرياضيين بأنها العلم الذي لا نعرف فيه إن كان ما نوله صحيح أم لا، لذلك حدد الرمز (تاء- ت) بالعربية اختصارًا لكلمة تخيلي، وباللاتينية (i) اختصارًا لكلمة (Imaginary) ومساواة كل منها للجذر التربيعي للعدد (-١). وهنا يكمن التعقيد، فمن المعلوم أنه ليس للعدد (-١) جذر، ولكن هذا في الأعداد الحقيقية، فكما أنه لا وجود للعدد (-٥) في الأعداد الطبيعية ولكنه موجود في الأعداد الصحيحة، والحال نفسه بالنسبة إلى العدد (i).

فالرياضيات هي علم وضعه البشر ولهم الحق في تطويره وتجديده وفق قواعد واضحة تخضع لمنطق رياضي لا يتنافى مع المبادئ الرياضية والموضوعات والبديهيات في علم

الرياضيات. لذلك فقد أوجدت مجموعة الأعداد المركبة (Complex Numbers) نتيجة للتوسع الطبيعي لمجموعة الأعداد الحقيقية، مثلما كانت مجموعة الأعداد الحقيقية (Real Numbers) توسعًا طبيعيًا لمجموعة الأعداد النسبية (Rational Numbers) وهكذا.

ويرى (Torish and Almog, 1989) أن الأعداد واحدة من المفاهيم الرئيسة في الرياضيات، إذ يضبط تعلم الطلاب لأنظمة جديدة من الأعداد أكثر اتساعًا، وذلك بدءًا من نظام الأعداد الطبيعية، وانتقالًا إلى أنظمة أكثر توسعة مثل الأعداد الصحيحة، والحقيقية، فالأعداد المركبة (Complex Numbers) . ويعد فهم قواعد وخصائص العمليات الحسابية على الأعداد (التبديل، التجميع، التوزيع) بالإضافة إلى أولويات العمليات من المتطلبات الهامة والأساسية لدى الطلاب لدراسة موضوع الجبر.

ويرى (Bell, 1995; Linchevski, 1995) أن ضعف البنية المعرفية في المتطلبات السابقة تُعد من الصعوبات التي تواجه الطلاب خلال دراستهم الجبر، فهناك بعض الأخطاء لدى الطلبة مثل: قراءة العبارات الجبرية من اليسار إلى اليمين، وتجاهل الأقواس، وعدم مراعاة قواعد خصائص العمليات على الأعداد، وأولويات العمليات، وعدم إدراك خواص المساواة عند حل معادلة خطية بمتغير واحد.كما يمكن أن تشكِّل المعادلات الجبرية والمتباينات مدخلًا ذا أهمية خاصة للكثير من الموضوعات الرياضية، إذ إنها تلعب دورًا هامًا في المواضيع الرياضية المختلفة بما في ذلك الجبر، وعلم المثلثات، وحساب التفاضل والتكامل البرمجة الخطية، وهي بدورها تحتل حيزًا مهمًا في مفاهيم الرياضيات الأساسية (Salas, 1982)؛ لارتباطها بقضايا ومفاهيم رياضية متنوعة، كالمعادلات والدوال.

وبالرغم مع الرياضيات مادة مشوقة، تميل النفس إلى دراستها والبحث فيها إلا أنها في كثير من الأحيان تكون حجر عثرة أمام الكثير منا؛ وذلك بسبب عدم استيعابنا لأصولها ونظريتها وقوانينها، ومما لا شك فيه أن هذا العجز عن الفهم لم يكن عيبًا في ذات المادة ولكنه نابع من ذاتنا نحن. إلا أن النظريات التربوية تتفق على أهمية الخطأ في الرياضيات ودوره في عملية التعلم، والمقصود هنا الأخطاء التي يمكن اكتشافها خلال المسار التعلمي الذي يقطعه المتعلم في اكتساب المعرفة.

ومن هذا المنظور، تصبح الأخطاء الرياضية مرتكزًا أساسيًا لاستخدامها نقطة انطلاق لحل المشكلات وتنمية التفكير الرياضي، بالإضافة إلى توجيه الاهتمام بمكونات العملية التعليمية من خلال سعي المدرس في تحليل مصادر وأسباب الأخطاء لدى المتعلمين، بهدف معالجتها ومساعدتهم على تجاوزها، لبناء مفاهيم جديدة ونهج طرق أخرى أكثر فعالية (Bazzinin, 2002 & Tsamir) .

كما أكد (Borasi, 1989) أن معرفة وإدراك المعلم للأخطاء الشائعة لدى الطلاب تساعده على تطوير استراتيجياته في التدريس التي تعالج الأخطاء الرياضية وسوء الفهم، ومن جهة أخرى يستفيد المتعلم من الوقوف عند الخطأ، وذلك من خلال التحقق من الفرضيات والتصورات التي تكونت لديه، وبعبارة أخرى يمكن القول إن الأخطاء الرياضية يمكن أن تثير قضايا مهمة لاكتشاف المزيد في الرياضيات، وذلك لأن تعليم وتعلم الرياضيات يبنى من خلال تنمية الإحساس بأهمية تلك الأخطاء التي لا يمكن تجاهلها أو تصويبها فحسب.

أما بابت (Babbitt, 1990) فقد اهتم بوضع تصنيف لأخطاء تلاميذ الصفين الخامس والسادس في حلهم للمشكلات الرياضية والذين لديهم صعوبات تعلم، وقد صنفت تلك الأخطاء في أربعة أنماط هي:

١. أخطاء حسابية (Computational Errors)

٢. أخطاء عملياتية (Operational Errors)

٣. أخطاء عدم المحاولة (Non-attempt Errors)

٤. أخطاء متنوعة (Miscellaneous Errors)

وبناءً على ذلك، فإن أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة، يمكن أن تعزى الى طبيعة المادة، والطالب نفسه، والمعلم الذي يقع على عاتقه مسؤلية تقليل أثر كل من الطالب والمادة الدراسية من خلال استخدام طرق واستراتيجيات تدريسية تتناسب مع مستوى الطلبة ويكون له الأثر الفعال في تقليل الأخطاء (الشرع وعابد، ٢٠١٠) وTsamir (& Bazzinin, 2002).

وفي السنوات الأخيرة زاد الاهتمام بالتعرف على الأخطاء الرياضية الشائعة الموجودة في البنية المعرفية للطلبة وذلك قبل تعلمهم المفاهيم، فقد أكدت العديد من الدراسات أن المعرفة الموجودة في البنية المعرفية للطلبة تعد من أهم العوامل المؤثرة في تعلمهم للرياضيات بصورة صحيحة، فوجود المفاهيم الخاطئة الشائعة لدى الطلبة من الممكن أن يؤدي إلى التأثير السلبي على فاعلية التعلم، وقد يكون ذلك ناتجًا عن تجاهل المعلمين للتصورات والتفسيرات البديلة الموجودة لدى المتعلمين قبل البدء بالتعلم الجديد (شهاب والجندي، ١٩٩٩).

ويدرس طلاب السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود ومن التخصصات العلمية مقرر (Math 140– Pre-Calculus) الذي يتناول الموضوعات: المعادلات والمتباينات الخطية في متغير واحد، والمعادلات والمتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة، والأعداد المركبة، والمعادلات التربيعية، والدوال الرياضية وخصائص العمليات عليها، والدوال الأسية واللوغاريتمية، والدوال المثلثية، وحل نظام من المعادلات الخطية، والمصفوفات.

وقد لوحظ خلال تدريس موضوع الأعداد المركبة وقوع بعض الطلاب في بعض الأخطاء مثل إجراء العمليات الحسابية الأساسية على الأعداد المركبة، وتبسيط المقادير العددية والجبرية وحل المعادلات الخطية التي تتضمن أعداد مركبة، إذ لوحظ أنه عند إجراء العمليات الأساسية على الأعداد المركبة من بعض الطلاب وجود صعوبات وأخطاء شائعة لدى الطلاب عند تطبيق خواص العمليات على الأعداد (خاصية التجميع عند جمع وطرح عددين مركبين، خاصية التوزيع عند ضرب عددين)، بالإضافة إلى أخطاء في استخدام العلاقة ($i^2=-1$) في التبسيط عند إجراء عملية الضرب أو القسمة، أو حل المعادلة الخطية.

وفى ضوء ما سبق، ومن خلال خبرة الباحث يتضح أن معرفة الأخطاء الشائعة التي يقع فيها التلاميذ عند دراسة الرياضيات أمر يدعو إلى الاهتمام، وخاصة في المرحلة الأولى من التعليم الجامعي، وبعد مراجعة الأدب التربوي والدراسات ذات الصلة بموضوع الأعداد المركبة، يبدو جليًا قلة الدراسات التي بحثت في تصنيف أخطاء الطلاب في موضوع الأعداد المركبة بشكل عام على المستويين العربي والمحلي، أما على الصعيد المحلي فلا توجد دراسة تناولت موضوع الأعداد المركبة، وتقصت ما يقع به الطلبة من أخطاء على مستوى طلبة المدرسة أو طلبة الجامعة.

فقد أجري أبو غلوة (٢٠١١) دراسة هدفت إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في موضوع الأعداد والجبر لدى طلبة الصف الثامن الأساسي والمتضمنة في اختبار الدراسة الدولية (TIMSS, 2007)، إذ استخدم الباحث المنهج الوصفي التحليلي لتشخيص الأخطاء الشائعة لدى (٣٦٩) طالبًا وطالبة، منهم (١٩٣) طالبًا و(١٧٦) طالبة من طلبة الصف الثامن الأساسي الذي طبق عليهم الاختبار التشخيصي، إذ حدد الباحث (٤٠٪) فأكثر نسبة لوجود الخطأ.ومن النتائج التي توصلت الدراسة إليها المتعلقة بتحديد نسبة الأخطاء الشائعة في موضوع الأعداد والجبر: أن نسبة شيوع الخطأ لدى الطلبة في إجراء العمليات الرياضية الأربعة (جمع وطرح وضرب وقسمة) على الحدود الجبرية بلغت (٤٨,٥٪) ، وأن نسبة شيوع الخطأ لدى الطلبة في حل معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد ضمن مجموعة الأعداد الصحيحة بلغت (٤, ٨٤٪)، وتعد ضمن الأخطاء الشائعة في الأعداد والجبر، حسب النسبة التي تبناها الباحث (٤٠٪) فأكثر.

وأجرى الشرع وعابد (٢٠١٠) دراسة هدفت إلى تشخيص الأخطاء في حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية، ولتحقيق أغراض الدراسة، طُور اختبار وطبق على (١٨٨) طالبًا وطالبة من المتخصصين في الرياضيات، ممن أنهوا دراسة مقرر التفاضل

والتكامل (١٠١). وأظهرت نتائج الدراسة شيوع بعض أصناف الأخطاء، مثل: عدم فهم الطلبة لبعض المفاهيم (الضعفين، ومفهوم الجذر التربيعي)، والخلط بين مفهومي المتباينة والمعادلة، والضرب التبادلي في حل المتباينات الكسرية، وعدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب. ووقوع بعض الطلبة في أخطاء حسابية، وأخطاء في بعض العمليات نتيجة عدم الانتباه وقد تراوحت نسب أصناف الأخطاء بشكل عام بين (٥,٧٪) في صنف الخطأ (عدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب)، و(٢٢,٥٪) لأصناف الأخطاء المفاهيمية وأوصت الدراسة بضرورة تركيز أعضاء هيئة التدريس في الجامعة على موضوع المتباينات لدى طلبة السنة الأولى، وإجراء امتحانات مستوى لهم، ووضع الخطط العلاجية المناسبة.

وقام اليونس (٢٠٠٤) بدراسة هدفت إلى التعرف إلى نسبة طلبة الصف العاشر بالأردن الذين يعانون من ضعف في خوارزميات حل أنظمة المعادلات، والكشف عن أصناف الأخطاء التي يقع فيها الطلبة ونسبة الوقوع في كل صنف منها، وتكونت عينة الدراسة من (١٣٨) طالبًا وطالبة، منهم (٧٠) طالبًا و(٦٨) طالبة من طلبة الصف العاشر، واتبع الباحث المنهج الوصفي التحليلي. وتكونت أداة الدراسة من اختبار تشخيصي مكون من (١٣) فقرة من نوع الإجابة المفتوحة.وكانت أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة هي: أن نسبة (٦٣٪) من الطلبة يعانون من ضعف في حل المعادلات، كما تمثل الأخطاء المفاهيمية والأخطاء المتعلقة بالتعميمات، والأخطاء المتعلقة بالإجراءات، والأخطاء المتعلقة بصعوبات اللغة، وأخطاء عدم الانتباه خمسة أنواع من الأخطاء التي يقع فيها الطلبة.

أما دراسة (Parish & Ludwig, 1994) فقد أشارت نتائجها إلى وجود أخطاء لدى طلبة المرحلة الثانوية العامة وطلبة السنة الأولى في الجامعة في موضوع الجبر، منها عدم كتابة رمز المساواة عند حل المعادلات، وعدم قدرتهم على إيجاد الجذر التربيعي للمربع الكامل لحد أو مقدار جبري، وأنهم يواجهون بعض الصعوبات في توظيف اللغة في الرياضيات.كما أجرى شكري (١٩٩٣) دراسة أشارت نتائجها إلى أن أخطاء التلاميذ في أثناء تأديتهم للعمليات الرياضية المختلفة ترجع إلى عدم الفهم الصحيح لبعض المفاهيم والحقائق الأساسية في موضوع ما من موضوعات المنهج الدراسي، وقد ترجع أخطاء التلاميذ بشكل عام إلى أنهم قد يقومون بتطبيق بعض الحقائق والقواعد في مواقف غير صحيحة.

ومن جهة أخرى، فقد هدفت دراسة (O'connel, 1993) إلى تطوير مخطط تصنيفي من أجل فحص أنواع الأخطاء التي تحدث في أثناء الحل الكتابي لمسائل الاحتمالات، وتكونت عينة الدراسة من (٣٠) طالبا من كلية مجتمع بورو بمنهاتن، و(٥٠) طالبًا تخرجوا من كلية

المعلمين تخصص تربية وعلم نفس وملتحقين بأول مساق في الإحصاء، واتبع الباحث المنهج التحليلي، وتكونت أداة الدراسة من (١١٠) مؤشرات لتصنيف الأخطاء الملاحظة في أربعة أنماط بينها (٩) أخطاء استيعاب النصوص، و(١٨) نوعًا في الأخطاء المفاهيمية و(٧١) نوعًا من الأخطاء الإجرائية و(١٢) نوعًا من الأخطاء الحسابية. وكانت أهم نتائج الدراسة: أن الأخطاء المفاهيمية وأخطاء استيعاب النص في كلا المجموعتين سجلت (٢٣٪) و(١٥٪) على الترتيب من مجموع الأخطاء الملاحظة، كما سجلت الأخطاء الإجرائية نسبة (٤٥٪)، وسجلت الأخطاء الحسابية نسبة (١٧٪) من مجموع الأخطاء الملاحظة في كلا المجموعتين.

وكذلك كشفت دراسة الطيطي (١٩٨٩) نتائجها عن وجود أصناف من الأخطاء لدى طلبة الصف التاسع في حل المعادلات الرياضية، وتراوحت أصناف تلك الأخطاء بين ضعف الطلبة في المفاهيم والمهارات الأساسية، والتحليل إلى العوامل، وتطبيق قانون التوزيع (فك الأقواس)، وأخطاء مردها إلى اعتماد التخمين في الحل دون توضيح الخطوات، ووجد أن لدى بعض الطلبة أخطاءً لا تتبع صنفًا معينًا، وبعضهم يكتب جزءًا من الحل.

أما دراسة (Torish and Almog, 1989) فقد أجريت على عينة مكونة من (٧٨) طالبًا من طلاب الصف الحادي عشر موزعين على ثلاث مدارس ثانوية في إسرائيل، بهدف تقييم خبرات الطلاب بعد تعلمهم لنظام الأعداد الحقيقية لكونه متطلبًا سابقًا لدراسة نظام الأعداد المركبة الذي يعد إمتدادًا وتطورًا لنظام الأعداد الحقيقية. وقد اشتمل الاختبار على مسائل حسابية، ومعادلات تضمنت متغيراتها أعدادًا مركبة إذ وجد الباحثان أن هناك ترددًا لدى الطلاب في قبول وإدراك الأعداد المركبة بوصفه أعدادًا، وأن الطلاب يعزون تطبيقهم الخاطئ لقاعدة الترتيب على الأعداد المركبة كما لو كانت على الأعداد الحقيقية.كما أشارت النتائج الى أن (٨٤٪) من الطلاب لم يحلوا المعادلة التربيعية التي مميزها سالب حلًا صحيحًا، والتي تتضمن متغيراتها أعداد مركبة، إذ كانت إجابتهم أن ليس للمعادلة حل.

ومن خلال استعراض الدراسات السابقة، يتضح قلة الدراسات المتعلقة في موضوع الأعداد المركبة في البيئة الغربية، بينما يلاحظ ندرتها في البيئة العربية؛ لذا جاءت هذه الدراسة لسد ثغرة ما أمكن في البيئة العربية، ولتتناول أخطاء طلاب السنة التحضيرية في المرحلة الأولى من التعليم الجامعي من خلال تعلم الأعداد المركبة.

مشكلة الدراسة

نظرًا لأهمية عملية التقويم وتشخيص الواقع، وضرورة السعي لتحسين وتطوير العملية

التعليمية التَعلمية، ولما لدراسة موضوع الأعداد المركبة من أهمية لدى الطلاب في مواصلة دراساتهم الجامعية وفق تخصصاتهم العلمية المختلفة، بالإضافة إلى المناقشات التي أجريت مع مدرسي الرياضيات لمقرر (Math-140- Pre-Calculus) لطلاب السنة التحضيرية الذي يشتمل على دراسة حل المعادلات والمتباينات، وخواص العمليات على الأعداد الحقيقية، إذ بدا واضحًا وجود أصناف من الأخطاء الشائعة لدى الطلاب خلال عملية تعليم وتعلم موضوع الأعداد المركبة. بالإضافة إلى ما أكده (Vinner, 1988) في دراسته التي أجراها، إذ أشار إلى أن العديد من الطلاب يواجهون صعوبات في إدراك وتقبل الأعداد المركبة (Complex Numbers) على أنها أعداد أو عناصر لنظام من الأعداد شبيهه بأي نظام آخر من أنظمة الأعداد، وذلك لاعتقاد الطلاب بعدم وجود قيمة منزلية للجزء التخيلي بوصفه عددًا (imaginary part).

وهذا ما يؤكد أهمية تحليل أصناف الأخطاء والعمل على معالجتها عن طريق تقديم التغذية الراجعة لمدرسي الرياضيات، الأمر الذي دفع الباحث للسعي إلى دراسة الأخطاء الشائعة وتصنيفها لدى الطلاب الملتحقين ببرنامج السنة التحضيرية ممن أنهوا دراسة مقرر الرياضيات (Math-140) مقدمه في الرياضيات (Pre-Calculus) في جامعة الملك سعود في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ.

أسئلة الدراسة

وتبرز مشكلة الدراسة من خلال محاولتها الإجابة عن الأسئلة الآتية:

- ما أصناف الأخطاء الشائعة لدى طلاب السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود في الأعداد المركبة؟ وما نسب شيوعها؟
- ما نسبة شيوع كل صنف من هذه الأخطاء لدى الطلاب في الأعداد المركبة وذلك على مستوى كل فقره من فقرات الاختبار؟

أهمية الدراسة

تنبع أهمية هذه الدراسة من كونها تناقش موضوعًا هامًا في التعليم الجامعي وهو الأخطاء الشائعة لدى طلاب السنة التحضيرية في الأعداد المركبة، ومن أهم الجوانب التي تبرز فيها أهمية هذه الدراسة:

- الدور الذي تؤديه الأعداد المركبة والعمليات عليها في تنمية التفكير الرياضي لدى الطلاب، والذي بدوره يساعدهم في مواصلة دراستهم الجامعية.

- كما تبرز أهمية الدراسة من خلال محاولتها تحليل الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلاب عند تعلمهم موضوع الأعداد المركبة من خلال المعادلات والمتباينات الجبرية، خاصة وأن الأعداد المركبة ابتكرت من أجل توسيع مجموعة الأعداد الحقيقية إذ كان تقديم وإجراء العمليات الحسابية الأساسية (الجمع-الطرح-الضرب-القسمة) على الأعداد المركبة بما يتوافق مع نطاق توسعة نظام الأعداد الحقيقية.بالإضافة إلى إمكانية إيجاد الجذر لأي عدد مرفوع لقوة، كما انبثق عن حقيقة وجود عدد تخيلي (i) إمكانية حل أي معادلة من كثيرات الحدود، وعلاوة على ذلك فإن أي معادلة من كثيرات الحدود من الدرجة (n) فإنه يوجد لها (n) من الجذور التخيلية.
- وتتجلى أهمية الدراسة الحالية في سعيها إلى الوصول إلى نتائج علمية ربما تساهم في إثراء الدراسات التي أجريت في هذا المجال، وذلك من خلال تحديد الأخطاء الشائعة في الاعداد المركبة، ومعرفة أسبابها من أجل وضع الحلول الفاعلة لذلك.

محددات الدراسة

تعميم نتائج الدراسة يتوفق على ما يلي:

- طبيعة الاختبار المعدّ لأغراض هذه الدراسة وخصائصه السيكومترية.
- حجم العينة: تكونت عينة الدراسة من (١١) شعبة، اختيرت بشكل عشوائي إذ بلغ عدد أفراد العينة (٢١٤طالب).
- اقتصار العينة على الطلاب الذكور في عمادة السنة التحضيرية بجامعة الملك سعود في الفصل الدراسي الأول (١٤٣٣/ ١٤٣٤هـ، ٢١٣/٢٠١٢م) الذين أنهوا دراسة مقرر (Pre-Calculus) مقدمه في الرياضيات (Math-140).

التعريفات الإجرائية

طلاب السنة التحضيرية: الطلاب الذكور الذين تم قُبِلوا في برنامج السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود من التخصصات العلمية الذين أنهوا دراسة مادة مقدمة في الرياضيات (Math 140) في الفصل الدراسي الأول من العام الجامعي ١٤٣٣-١٤٣٤هـ (٢٠١٢ - ٢٠١٣م).

الأعداد المركبة: هو العدد الذي يمكن التعبير عنه أو كتابته على الصيغة القياسية ($a+bi$)، إذ ($a,b\ ,b \neq 0$) أعداد حقيقية.

الخطأ الرياضي في الأعداد المركبة: هو الإجراء الذي ينفذه الطالب في التعبير عن الأعداد المركبة أو إجراء العمليات الحسابية عليها بحيث يخالف الأسس العلمية للمفهوم، أو التعميم أو المهارة.

الخطأ الشائع: تشير بعض الدراسات إلى أن الخطأ الشائع هو الخطأ الذي يتكرر ظهوره في إجابات الطلاب. وقد حدد بعض الباحثين الخطأ الشائع بأنه الخطأ الذي تبلغ نسبة شيوعه ١٥٪ (خليفة ١٩٨٣)، كما حدد الشرع وعابد (٢٠١٠) صنف الخطأ الشائع – ضمن الفقرة– هو الخطأ الذي يظهر في إجابات الطلاب بنسبة تزيد عن (١٠٪) من الطلاب الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة، وحدد (أبو غليون، ٢٠١١) نسبة شيوع الخطأ عند الطلبة بنسبة تزيد على (٤٠٪) .وفي الدراسة الحالية عُد صنف الخطأ الشائع – ضمن الفقرة – هو الخطأ الذي يظهر في إجابات الطلاب بنسبة تزيد عن (٢٥٪) من الطلاب الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة.

مجتمع وعينة الدراسة

تكون مجتمع الدراسة من الطلاب الذكور من التخصصات العلمية المسجلين في الفصل الدراسي الثاني في جامعة الملك سعود من العام الجامعي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ (٢٠١٢/٢٠١٣م) البالغ عددهم (٢٢٨٢) طالبًا موزعين في (١٠٥) شعبة، ممن أنهوا دراسة مقرر مقدمه في الرياضيات (Math-140 – Pre-Calculus) بنجاح في الفصل الدراسي الأول من العام الجامعي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ (٢٠١٢/٢٠١٣م) الذي أجريت به الدراسة، إذ تقوم عمادة القبول والتسجيل في الجامعة بإعادة توزيع الطلاب إلى شعب متجانسة إذ يتراوح عدد الطلاب في الشعبة الواحدة ما بين ١٧– ٢٥ طالبًا ليدرسوا مقرر حساب التفاضل. تكونت عينة الدراسة من (٢١٤) طالبًا، موزعين على (١١) شعبة، اختيرت بشكل عشوائي من بين الشعب التي يدرس طلابها مقرر حساب التفاضل (Math 150 -Calculus) خلال الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ.

أداة الدراسة

تمثلت أداة الدراسة باختبار موضوع الأعداد المركبة وخصائص العمليات عليها الذي بُني في ضوء تحليل المحتوى لموضوع الاعداد المركبة، والأخطاء في إجابات الطلاب التي تمثلت بالآتي:

أخطاء في مفهوم العدد المركب،أخطاء في طريقة جمع وطرح عددين مركبين، وأخطاء في طريقة ضرب عددين مركبين، وأخطاء في طريقة قسمة عددين مركبين وأخطاء في تبسيط المقادير العددية والجبرية التي تتضمن أعداد مركبة، وأخطاء في حل معادلة خطية في متغير واحد.

صيغت الفقرات التي اشتمل عليها الاختباروالبالغ عددها (٦) فقرات مقالية موزعة على النحو الآتي:

- فقرة على مفهوم العدد المركب (تحديد الجزء الحقيقي والتخيلي للعدد المركب وكتابة مُرافقه).
- فقرتين على جمع وطرح الأعداد المركبة. - فقرة على ضرب الأعداد المركبة.
- فقره على قسمه الأعداد المركبة. - فقرتين على تبسيط المقادير (عددية، وجبرية) التي تتضمن صورا لأعداد مركبة. - فقره على حل معادلة خطية تتضمن أعدادًا مركبة.

صدق الاختبار

للتأكد من صدق الاختبار، عُرِضَ على مجموعة من المحكمين، أربعة من حملة الدكتوراه متخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات، واثنان من حملة الدكتوراه متخصصين في القياس والتقويم التربوي، و(١٠) من مدرسي الرياضيات يحملون درجة الماجستير في الرياضيات، وممن دّرسوا المقرر في الفصل الماضي. وقد أعطي كل منهم فقرات الاختبار وقائمة الأخطاء التي حصرت، وطلب منهم إبداء الرأي في مناسبة الفقرات للفئة المستهدفة؛ طلاب السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود. وبعد مراجعة آراء المحكمين ومقترحاتهم أُجريت التعديلات المتعلقة بحل المعادلة الخطية التي تتضمن أعدادًا مركبة والفقرة المتعلقة بقسمة عددين مركبين. ولما كان صدق الاختبار محكومًا بتحقيق الغرض الذي أعد من أجله في الكشف عن أصناف الأخطاء فإن إجراءات تطبيق الاختبار وتعليماته تقتضي أن يبين الطالب خطوات حله بالتفصيل، والتي من خلالها يمكن الوقوف على مواطن الضعف، ومن ثم فإن الاختبار بهذه الصورة يمكن عده قد حقق معيار الصدق.

ثبات الاختبار

حُسِب الثبات من خلال حسابه بطريقة الإعادة للاختبار، إذ طُبّق الاختبار على عينة استطلاعية غير مشاركة في الدراسة مكونة من شعبتين (٣٥) طالبًا بفاصل زمني مقداره (٣) أسابيع، ممن أنهوا دراسة مقرر (Math-140)، إذ حُسِب معامل الارتباط بيرسون من

خلال تحديد عدد المرات التي وقع فيها الطالب بخطأ من صنف معين في المرة الأولى والإعادة، وقد بلغ معامل الإرتباط بشكل عام (٠,٩٣) وتراوحت معاملات الارتباط لأصناف الأخطاء بين (٠,٨٨ – ٠,٩٤) (عودة، ٢٠٠٥؛ Gronlaund, 1990).

إجراءات الدراسة

مرت الدراسة بمجموعة من الإجراءات تمثلت بـ:

- مراجعة موضوع الأعداد المركبة المتضمن في المقرر الدراسي مقدمة في الرياضيات (Pre-calculus -Math 140) التي يدرسها الطلبة في السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود، وتحليل المحتوى، وتحديد الأهداف التدريسية.
- تحديد مجتمع الدراسة والمتمثل بجميع الطلاب المسجلين لدراسة مقرر حساب التفاضل في الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ، البالغ عددهم (٢٢٨٢) طالبا، موزعين على (١٠٥) شعبة، حسب القوائم المرسلة من عمادة القبول والتسجيل في الجامعة.
- اختيار عينة الدراسة على أساس الشعبة، إذ حددت (١١) شعبة بشكل عشوائي حسب الرقم التسلسلي لقوائم الشعب المرسلة من عمادة القبول والتسجيل في الجامعة.
- اختيار شعبتين من خارج عينة الدراسة بوصفها عينة استطلاعية، وتطبيق الاختبار على أفراد عينة الدراسة في محاضرة تراوحت مدتها من (٥٠ إلى ٦٠) دقيقة.
- تحديد الإجابة النموذجية قبل البدء بعملية التصحيح، إذ صُححت مجموعة عشوائية من أوراق الإجابة، ورصدت من خلالها بعض الأخطاء وأضيفت إلى القائمة الأولية التي رصدت سابقا من خلال إجابات طلبة العينة الاستطلاعية لكل فقرة. كما حسبت التكرارات والنسب المئوية لتكرار الأخطاء في حل الطالب عن كل فقرة.
- تصنيف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في موضوع الأعداد المركبة على النحو الآتي:

١. أخطاء مفاهيمية (تحديد الجزء التخيلي والحقيقي)، وخواص المساواة ومفهوم حل المعادلة (أي عدم التمييز بين مكونات العدد المركب بوصفها أجزاء حقيقية وتخيلية، وعدم وضوح مفهوم خاصية المساواة عند حل المعادلة الخطية، وإهمال الإشارات عند نقل الحدود إلى الطرف الأخر من المعادلة) الفقرة الأولى والسادسة.
٢. أخطاء في كتابة مرافق العدد المركب (أي عدم وضوح مفهوم العدد المركب، والصيغة القياسية له، وعند كتابة المرافق *(a-bi)* تغير إشارة الجزء الحقيقي بدلًا من التخيلي، أو تغيير الإشارتين معًا) الفقرة الأولى، والفقرة الرابعة.

٣. أخطاء في استخدام خاصية التجميع والتوزيع (أخطاء في تجميع الجزء الحقيقي للعدد الأول أو في القوس الأول مع الجزء الحقيقي، والتخيلي مع التخيلي، وعدم توزيع عملية الضرب من خلال الأقواس بشكل صحيح، بالإضافة إلى أخطاء في عملية الضرب، وإهمال الإشارات) الفقرة الثانية، والثالثة، والفقرة السادسة.

٤. أخطاء في استخدام (i^2=-1)، والتعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب (عدم التعويض عن قيمة (i^2) بالعدد (−١) بعد إجراء عملية الضرب، وكذلك أخطاء في التعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب وكتابة (i) تحت الجذر الفقرة الثالثة، والرابعة، والفقرة الخامسة.

٥. أخطاء حسابية في التبسيط، وفك الأقواس، والاختصارات (أخطاء في العمليات الحسابية الأساسية عندما تكون الإشارات سالبة، كذلك عدم تبسيط الأسس بشكل صحيح ($6i=(2i)^3$ أو $6i^3$ أو $8i$). الفقرة الثانية والفقرة الثالثة، والرابعة، والفقرة الخامسة، والسادسة.

٦. أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب (أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية ($a+bi$) الفقرة الثانية والفقرة الثالثة، والرابعة، والفقرة الخامسة.

- عد الخطأ الذي زادت نسبة شيوعه عن (٢٥٪) ضمن الفقرة الواحدة خطأ شائعًا.

تصحيح الاختبار

للإجابة عن أسئلة الدراسة والكشف عن أصناف الأخطاء عند الطلبة في حل فقرات الاختبار، اعتمد معيار التصحيح بحسب الإجابة النموذجية، بما فيها من إجراءات حسابية صحيحة بحيث حددت الإجابة النموذجية (الحلول المختلفة) لجميع الفقرات، ثم صححت الإجابات كما ورد في الإجراءات، وقد روعي في أثناء عملية التصحيح الآتي:

- رُصد صنف الخطأ الذي يظهر في حل الطالب وتكراره، على نموذج التصحيح وعلى ورقة الإجابة نفسها؛ ليتسنى للباحث مراجعة الورقة مرة أخرى، وإضافة الخطأ الجديد إن لم يظهر سابقًا ويستمر تصحيح الورقة نفسها حتى نهاية إجابة الطالب عن الفقرة.
- عند وقوع الطالب في أخطاء في الإشارات أو عمليات حسابية تبدو من الإهمال أو السرعة أو عدم التركيز بحيث يقع الطالب في الخطأ وفي خطوة لاحقة من الفقرة نفسها لا يكرر هذا الخطأ.
- بعد الانتهاء من عملية التصحيح لجميع الطلاب عن الفقرة نفسها جرى تفريغ الأخطاء التي رصدت عند كل طالب باستخدام الحزمة الإحصائية (spss).
- حسبت تكرارات الخطأ والنسبة المئوية له لتحديد صنف الخطأ الشائع منها بحسب معيار

الحكم على صنف الخطأ، وصنفت الأخطاء الشائعة لكل فقرة في قائمة خاصة بالفقرة نفسها.

- عُد صنف الخطأ الشائع موجودًا عند الطلبة إذا زادت نسبة شيوعه عن (٢٥٪) ضمن الفقرة الواحدة - من الذين حاولوا الإجابة عنها (عدد الذين وقعوا بالخطأ مقسومًا على عدد الذين حاولوا الإجابة عنها).

مناقشة النتائج وتفسيرها

في معرض الإجابة عن سؤالي الدراسة، أُجدت نسبة الذين أجابوا بشكل صحيح عن كل فقرة إلى جميع الطلاب الذين حاولوا الإجابة عنها، إذ تضمن الاختبار (٦) فقرات.وتضمنت الفقرة الأولى مفهوم العدد المركب (تحديد الجزء الحقيقي والتخيلي للعدد المركب وكتابة مُرافقه)، وتضمنت الفقرة الثانية جمع وطرح الأعداد المركبة، وتضمنت الفقرة الثالثة على ضرب الأعداد المركبة، وتضمنت الفقرة الرابعة قسمة الأعداد المركبة، وتضمنت الفقرة الخامسة على تبسيط المقادير (عددية، وجبرية) التي تتضمن صورًا لأعداد مركبة، وتضمنت الفقرة السادسة على حل معادلة خطية تتضمن أعدادً مركبة. وجدول (١) يوضح عدد المجيبين عن الفقرة إجابة صحيحة ونسبهم المئوية.

جدول (١)
عدد المجيبين عن فقرات الاختبار إجابة صحيحة ونسبهم المئوية

الفقرة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسه	السادسه
عدد المجيبين إجابة خاطئة عن الفقرة *	١٠٦	٨٠	١٠٧	١٦٤	١٣٤	٩٦
عدد المجيبين إجابة صحيحة عن الفقرة	١١٢	١٤٢	١٠٧	٥٠	٨٠	١١٨
النسبة المئوية للإجابة الصحيحة	٥٢,٣٪	٦٦,٤٪	٥٠٪	٢٣,٤٪	١٨,٧٪	٥٥,١٪

* عدد أفراد العينة (٢١٤) طالب.

يتضح من خلال جدول (١) أن أعلى نسبة للإجابات الصحيحة التي حصل عليها الطلاب كانت عن الفقرة الثانية، إذ بلغت ٦٦,٤٪ (أي أن ٣٣,٦٪) من الطلاب لم يجيبوا عنها بصورة صحيحة) وهي نسبة تشير إلى عدم إتقان الطلاب لبعض المفاهيم والمهارات التي تضمنتها الفقرة، علمًا أن الفقرة تقيس مقدرة الطلاب على جمع وطرح عددين مركبين، حيث تعد هاتان العمليتان من المهارات الأساسية في الرياضيات، ويدرسها الطلاب عبر صفوف المراحل الدراسية المختلفة، في الموضوعات الرياضية المختلفة، وبشكل خاص في الأعداد والجبر. كما جاءت أقل نسبة للإجابات الصحيحة التي حصل عليها الطلاب كانت عن الفقرة الخامسة، إذ

بلغت النسبة ١٨,٧٪ (أي أن ٨١,٣٪ من الطلاب لم يجيبوا عن الفقرة بشكل صحيح)، وتشير هذه النسبة الى تدني أداء الطلاب، علمًا أن الفقرة تقيس مفاهيم ومهارات تبسيط المقادير العددية التي تتضمن أعدادًا مركبة. ومن الملاحظ أن النسب المئوية للإجابات الصحيحة على الفقرات التي تضمنتها أداة الدراسة، واقعة بين النسبتين (١٨,٧٪) و (٦٦,٤٪)، ومن ثم يعد هذا مؤشرًا على عدم امتلاك الطلاب بشكل عام للمفاهيم والمهارات المرتبطة بموضوع الأعداد المركبة.

أولًا: النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الأول:

نص السؤال الأول على: "ما أصناف الأخطاء الشائعة لدى طلاب السنة التحضيرية في جامعة الملك سعود في موضوع الأعداد المركبة؟" وما نسب شيوعها؟

وللإجابة عن سؤال الدراسة الأول حُسبت التكرارات والنسب المئوية لعدد مرات ظهور الخطأ في حلول الطلاب، كما رُصد تكرار صنف الخطأ عند ظهوره ومتابعة تصحيح إجابة الطالب على الفقرة نفسها لرصد الأخطاء الأخرى، وكذلك رصد عدد مرات تكرار الخطأ عند الطالب نفسه أو غيره، ثم اختيرت أصناف الأخطاء التي تزيد نسبة شيوع الخطأ فيها على (٢٥٪) بحسب المعيار الذي اعتمد عليه لتصنيف الأخطاء. ويبين جدول (٢) أصناف الأخطاء ونسبة شيوعها حسب الموضوع، ونسبة شيوع الخطأ وفق الموضوع وضمن الصنف نفسه.

جدول (٢)
تكرارات أصناف الاخطاء ونسبة شيوعها بحسب الموضوع، ونسبة شيوع صنف الخطأ حسب الموضوع ضمن الصنف نفسه

صنف الخطأ	الموضوع ورقم الفقرة						
	العدد المركب (١)	جمع وطرح الأعداد المركبة (٢)	ضرب الأعداد المركبة (٣)	قسمة الأعداد المركبة (٤)	تبسيط المقادير (٥)	حل المعادلة (٦)	مجموع تكرارات صنف الخطأ ونسبته
أخطاء مفاهيمية	٤٦* ٤٠٪** ٣٣,٣٪***					٦٩ ٦٠٪ ٢٨,٩٪	١١٥ ٥,٣٪
أخطاء في كتابة مرافق العدد المركب	٩٢ ٥٧,٢٪ ٦٦,٧٪			٦٩ ٤٢,٨٪ ١٦,١٪			١٦١ ٧,٥٪
أخطاء في استخدام خاصية التجميع والتوزيع		١٠ ٢,٣٪ ٥,٥٪	٩٦ ٥٣٪ ٣٢,٨٪			٧٥ ٤١,٤٪ ٣١,٤٪	١٨١ ٨,٤٪
أخطاء في استخدام ($i^2 = -1$) والتعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب			٥٤ ١١,٦٪ ١٨,٤٪	٩٢ ١٩,٧٪ ٢١,٥٪	٣٢١ ٦٨,٧٪ ٣٦,٦٪		٤٦٧ ٢١,٦

تابع جدول ٢

صنف الخطأ	الموضوع ورقم الفقرة						
	العدد المركب (١)	جمع وطرح الأعداد المركبة (٢)	ضرب الأعداد المركبة (٣)	قسمة الأعداد المركبة (٤)	تبسيط المقادير (٥)	حل المعادلة (٦)	مجموع تكرارات صنف الخطأ ونسبته
أخطاء حسابية في التبسيط، وفك الاقواس، والاختصارات		١٢٨ ٪١٩,١ ٪٦٩,٢	٨٩ ٪١٣,٣ ٪٣٠,٤	١١٥ ٪١٧,٢ ٪٢٦,٩	٢٤٢ ٪٣٦,٢ ٪٢٧,٦	٩٥ ٪١٤,٢ ٪٣٩,٧	٦٦٩ ٪٣١
أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب		٤٧ ٪٨,٣ ٪٢٥,٤	٥٤ ٪٩,٥ ٪١٨,٤	١٥٢ ٪٢٦,٨ ٪٣٥,٥	٣١٥ ٪٥٥,٥ ٪٣٥,٩		٥٦٨ ٪٢٦,٣
مجموع تكرارات الخطأ وفق الموضوع	١٣٨	١٨٥	٢٩٣	٤٢٨	٨٧٨	٢٣٩	٢١٦١

* العدد الصحيح يشير إلى تكرار ظهور صنف الخطأ وفق كل موضوع.

**النسبة المئوية الأولى تعني (تكرار صنف الخطأ÷ مجموع تكرار الصنف) = نسبة شيوع صنف الخطأ لكل موضوع حسب الصنف.

*** النسبة المئوية الثانية تعني (تكرار صنف الخطأ ÷ مجموع تكرار الخطأ حسب الموضوع) = نسبة شيوع الخطأ حسب الموضوع.

يتضح من جدول (٢) أن أقل نسبة الشيوع في أصناف الأخطاء حسب الموضوع كانت ضمن العدد المركب ومن صنف الأخطاء المفاهيمية المتمثلة بتحديد الجزء التخيلي والحقيقي، إذ بلغت النسبة (٣٣,٣٪) ، في حين كانت أعلى نسبة شيوع من صنف الأخطاء في كتابة مرافق العدد المركب بشكل صحيح (٦٦,٧٪). وكانت أقل نسبة شيوع في أصناف الأخطاء في موضوع جمع وطرح الأعداد المركبة من صنف الخطأ «استخدام خاصية التجميع والتوزيع» إذ بلغت النسبة (٥,٥٪)، في حين كانت أعلى نسبة شيوع من صنف الأخطاء «الحسابية في التبسيط، وفك الأقواس، والاختصارات» (٦٩,٢٪). وبلغت أقل نسبة شيوع في أصناف الأخطاء ضمن موضوع ضرب الأعداد المركبة من صنف الأخطاء «كتابة الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب» إذ بلغت النسبة (١٨,٤٪)، في حين كانت (٣٢,٨٪) أعلى نسبة شيوع من صنف الأخطاء «الحسابية في استخدام خاصية التجميع والتوزيع» في ضرب الأعداد المركبة. أما قسمة الأعداد المركبة فكانت (١٦,١٪) أدنى نسبة شيوع في صنف الخطأ «كتابة مرافق العدد المركب»، و(٣٥,٥٪) أعلى نسبة في شيوع صنف الخطأ «كتابة الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب». وفي موضوع تبسيط المقادير كانت (٢٧,٦٪) أدنى نسبة في شيوع صنف الخطأ «الاخطاء الحسابية في التبسيط، وفك الأقواس، والاختصارات»، وأعلى نسبة بلغت (٣٦,٦٪) كانت من صنف الخطأ «استخدام (i^2=-1)، والتعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب". أما بالنسبة إلى حل المعادلة فقد كانت أدنى نسبة شيوع لصنف الخطأ "أخطاءً في مفهوم المعادلة

وحلها" هي (٢٨,٩٪) ، وكانت أعلى نسبة للأخطاء "الحسابية في التبسيط، وفك الأقواس، والاختصارات" إذ بلغت (٣٩,٧٪).

وربما يعزى ذلك إلى أمرين رئيسين؛ الأول: عدم إتقان الطلاب للمفاهيم والمهارات المرتبطة بالأعداد المركبة في مرحلة الدراسة الثانوية؛ إذ يُدّرس هذا الموضوع بشكل أساسي والأمر الثاني: عدم إتقان الطلاب للمفاهيم والمهارات المرتبطة بالأعداد المركبة عند دراستهم لمقرر مقدمة في الرياضيات (Math 140 – Pre-Calculus) في الفصل الدراسي الأول، وجاءت هذه النتيجة متفقة مع نتائج الدراسات (اليونس، ٢٠٠٤؛ الشرع وعابد، ٢٠١٠)، وربما يعزى إلى لغة الدراسة إذ إنها باللغة الإنجليزية، بينما في المرحلة الثانوية دُرِرست باللغة العربية، إذ إن الطلاب أول فصل يدرسون الرياضيات باللغة الانجليزية.

ثانيًا: النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الثاني:

نص السؤال الثاني على: «ما نسبة شيوع كل صنف من الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في موضوع الأعداد المركبة وذلك على مستوى كل فقرة من فقرات الاختبار؟»

وللإجابة عن سؤال الدراسة الثاني سيعرض تفصيليًا لنتائج الدراسة حسب فقرات الاختبار، إذ صنف الأخطاء التي تزيد نسبة شيوعها على (٢٥٪) لتمثل أصناف الأخطاء الشائعة لكل فقرة على حدة، ومناقشة النتائج المرتبطة بكل فقرة من فقرات الاختبار على حدة.

تشير الرموز (خ١، خ٢، خ٣، خ٤، خ٥) الواردة في النتائج لجميع الفقرات إلى أصناف الأخطاء التي ظهرت في حلول الطلاب، ويتغير ما يشير إليه الرمز من فقرة لأخرى.هذا وستعرف الرموز لأصناف الأخطاء الواردة في كل فقرة بشكل مستقل؛ فالرمز (خ١) في الفقرة الأولى يعني «عدم مقدرة الطلاب على تحديد الجزء الحقيقي للعدد المركب المعطى في فقرة الاختبار»، في حين إنَّ الرمز (خ١) في الفقرة الثالثة يشير إلى «أن الطلاب يستخدمون خاصية توزيع الضرب على الجمع بشكل خاطئ في أثناء عملية الضرب».

الفقرة الأولى من الاختبار: مفهوم العدد المركب

Q1: Identify real part, imaginary part, and conjugate for $(3i - 2)$

تكون معاني الرموز الواردة في جدول (٣) أصناف الأخطاء الشائعة للفقرة على النحو الآتي:

خ١: تحديد الجزء الحقيقي للعدد المركب. خ٢: تحديد الجزء التخيلي للعدد المركب.

خ٣: كتابة مرافق العدد المركب (إهمال الإشارة أو تغيير إشارة الجزء الحقيقي) (Conjugate of Number).

جدول ٣
تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة الأولى ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣
تكرار صنف الخطأ	٤٠	٦	٩٣
نسبة شيوع الخطأ	٪١٨,٧	٪٢,٨	٪٤٣,٥
× عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (٢١٤) طالب			

يُبين جدول (٣) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا عند الطلاب يتمثل في إيجاد وكتابة مرافق العدد المركب إذ بلغت نسبة شيوعه (٤٣,٥٪). فمثلًا كان من ضمن حلول الطلاب عند كتابة العدد المرافق للعدد $(2 - 3i)$ في فقرة الاختبار إهمال إشارة الجزء التخيلي وتغيير إشارة الجزء الحقيقي مثل: $(2 + 3i)$، وبعض الإجابات تضمنت تغيير إشارة جزئي العدد (الحقيقي والتخيلي) مثل: $(2 + 3i$-) أو على الصورة $(i3+2$-) أو على الصورة $(2 - 3i)$. تلاه في الشيوع صنف الخطأ "تحديد الجزء الحقيقي للعدد المركب"، إذ بلغت نسبته (١٨,٧٪)، كأن يكتب الطالب الجزء الحقيقي على أنه جزء تخيلي أو العكس. ومن ثم يمكن أن يعزى سبب شيوع مثل هذه الأخطاء في إجابات بعض الطلاب إلى عدم وضوح مفهوم العدد المركب لديهم، وخصوصًا أن العدد المركب المعطى في الاختبار لم يكن مكتوبًا على الصيغة الجبرية $(a + bi)$ للعدد المركب (Standard Form) وتتفق هذه النتيجة مع نتيجة دراسة (Torish and Almog, 1989).

الفقرة الثانية من الاختبار: جمع وطرح الأعداد المركبة:

Q2: Perform the indicated operation, and write the result in standard form for the following: 1. $(6-2i) + (5i+3)$ 2. $(-9+5i) - (1+3i)$

تكون معاني الرموز الواردة في جدول (٤) أصناف الأخطاء الشائعة على الفقرة الثانية على النحو:

خ١: استخدام خاصية التجميع. خ٢: أخطاء في فك الأقواس.

خ٣: أخطاء حسابية خ٤: أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية.

جدول ٤
تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة الثانية
(جمع وطرح الأعداد المركبة) ونسبها المئوية

	جمع الأعداد المركبة				طرح الأعداد المركبة			
صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣	خ٤	خ١	خ٢	خ٣	خ٤
تكرار صنف الخطأ	٦	١٤	٣٣	٢٦	٤	١١	٧٠	٢١
نسبة شيوع الخطأ	٪٢,٨	٪٦,٥	٪١٥,٣	٪١٢,١	٪١,٩	٪٥,١	٪٣٢,٧	٪٩,٨
× عدد الذين أجابوا عن الفقرة (٢١٤) طالبًا								

تضمنت الفقرة الثانية جزئين، إذ سيُناقش الجزء الأول المتعلق بجمع الأعداد المركبة بشكل مستقل عن الجزء الثاني وهو ما يتعلق بعملية طرح الأعداد المركبة.

أولًا: جمع الأعداد المركبة

يتضح من خلال جدول (٤) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل بالأخطاء الحسابية خلال عملية جمع الأعداد المركبة، إذ بلغت نسبة شيوعه (١٥,٣٪) .مثل إهمال الإشارات، وخطأ في استخدام خاصية التجميع خلال إجراء عملية الجمع ((5i) + (6-2i) = 3+7i (+3)) أو على الصورة (3+3*i*) أو (9-7*i*)أو (9 + 3*i*).

ومع أن هذه النسبة لا تُعد من ضمن الأخطاء الشائعة لدى الطلاب وفق المعيار الذي اعتمدإعتماده في الدراسة، إلا أنه يمكن أن يُعزى ظهور مثل هذا الحل في إجابات بعض الطلاب إلى القراءة الخاطئة للأعداد (من اليمين إلى اليسار) وعكس الإشارة (عد العدد ٦ سالب) في القوس الأول، ثم إجراء عملية الجمع على هذا الأساس. كما أظهرت بعض الصور من إجابات الطلاب مثل إجراء توزيع حدود القوس الأول على القوس الثاني (*i* + 3*i* +9+ 11*i*) وهذا يشير إلى عدم إتقان وفهم خاصية التجميع على الأعداد والحدود الجبرية وعدم التمييز بينها وبين خاصية التوزيع والتجميع لدى بعض الطلاب.وتتفق هذه النتيجة مع (Bell ,1995; Linchevski, 1995) .

ثانيًا: طرح الأعداد المركبة:

يوضح جدول ٤ أن صنف الخطأ الأكثر شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل بالأخطاء الحسابية خلال عملية طرح الأعداد المركبة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٣٢,٧٪) ، مثل عدم مراعاة الإشارات في أثناء إجراء عملية الطرح والتعامل معها على أساس أنها عملية جمع مثل (8*i*+8-)، أو على الصورة (2*i*+8-) أو (2*i*-8-)، أو على الصورة (8*i*-10-) ،(2*i*-10) بالإضافة إلى أخطاء في استخدام خاصية التجميع، وعدم كتابة الناتج على الصورة القياسية.

ويمكن أن يُعزى ظهور مثل هذه الحلول في إجابات بعض الطلاب إلى ضعف الطلاب في المهارات الأساسية التي تتعلق بالعمليات الأساسية على الأعداد وخصوصًا الأعداد الصحيحة. كما ظهر بعض الصور مثل (4*i*+12-) من إجابات الطلاب التي تشير إلى عدم إتقان مفهوم جمع وطرح عددين مركبين، لذا يتضح من خلال إجابات الطلاب على الفقرة المتعلقة بجمع وطرح الأعداد المركبة أن أبرز أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب تمثلت بالأخطاء الناجمة عن الأخطاء الحسابية في التبسيط، وفك الأقواس. وتتفق هذه النتائج مع (أبو غلوة، ٢٠١١؛ اليونس، ٢٠٠٤).

الفقرة الثالثة: ضرب الأعداد المركبة

Q3: Multiply and write the result in standard form $(2 + 3i)(1 - 2i)$

تكون معاني الرموز الواردة في جدول (٥) أصناف الأخطاء الشائعة على الفقرة الثالثة على النحو:

خ١: استخدام خاصية التوزيع. خ٢: استخدام خاصية التجميع.

خ٣: أخطاء في إجراء العمليات الحسابية واستخدام العلاقة: $(i^2 = -1)$ في التبسيط.

خ٤: أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية.

جدول ٥

تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة الأولى ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣	خ٤
تكرار صنف الخطأ	٤٤	٥٢	٨٩	٥٤
نسبة شيوع الخطأ	٢٠,٦٪	٢٤,٣٪	٤١,٦٪	٢٥,٢٪

* عدد الذين أجابوا عن الفقرة (٢١٤) طالبًا

يتضح من خلال جدول ٥ أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل بالخطأ في إجراء العمليات الحسابية واستخدام العلاقة$(i^2 = -1)$ في التبسيط خلال عملية الضرب إذ بلغت نسبة شيوعه (٤١,٦٪)، كما أظهرت إجابات بعض الطلاب إهمال الإشارات خلال الضرب والتبسيط واستبدال$(i^2 = -1)$ ، إذ ظهرت بعض الصور من الأخطاء مثل ضرب الجزء الحقيقي للعدين $(2-6i)$، والجزء التخيلي للعدين، بالإضافة إلى استخدام قاعدة ضرب عدد في مرافقه، دون الانتباه الى أن العددين ليسا كذلك. تلاه الخطأ في كتابة الناتج على الصيغة القياسية $(-6i + 2)$ إذ بلغت نسبة شيوعه (٢٥,٢٪). كما جاء الخطأ في استخدام خاصية التجميع في المرتبة الثالثة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٢٤,٣٪). تلاه في المرتبة الأخيرة شيوع صنف الخطأ المتعلق باستخدام خاصية التوزيع خلال عملية الضرب، إذ بلغت نسبة شيوعه (٢٠,٦٪). ويمكن أن يعزى ارتفاع نسبة شيوع مثل هذه الأخطاء في إجابات بعض الطلاب إلى ضعف ملحوظ لدى الطلاب في المفاهيم الأساسية لمفهوم العدد المركب، وعدم إتقان العمليات الحسابية الأساسية على الأعداد والمقادير الجبرية، بالإضافة إلى الخلط بين خاصيتي التوزيع والتجميع على الأعداد والمقادير الجبرية وعدم وضوحها في البنية المعرفية لدى بعض الطلاب. وتتفق نتيجة الدراسة مع نتائج الدراسات (السعيد، ٢٠٠٣؛ الطيطي، ١٩٨٩؛ أبو غلوة، ٢٠١١).

الفقرة الرابعة: قسمة الأعداد المركبة

Q4: Divide $(\frac{1-i}{3i})$ and write the result in standard form.

تكون معاني الرموز الواردة في جدول (٦) أصناف الأخطاء الشائعة على الفقرة الرابعة على النحو:

خ١: أخطاء في استخدام العلاقة:($i^2 = -1$) في التبسيط.

خ٢: أخطاء في كتابة مرافق العدد في المقام.

خ٣: أخطاء في عملية ضرب الأعداد، وفك الأقواس والتبسيط.

خ٤: أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية.

جدول ٦

تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة الرابعة ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣	خ٤
تكرار صنف الخطأ	٩٢	٦٩	١١٥	١٥٢
نسبة شيوع الخطأ	٪٤٣	٪٣٢,٢	٪٥٣,٧	٪٧١
× عدد الذين أجابوا عن الفقرة (٢١٤) طالب				

يتضح من خلال جدول (٦) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل بالخطأ في كتابة الناتج على الصيغة القياسية إذ بلغت نسبة شيوعه (٧١٪) إذ كان كثير من الطلاب خلال الحل يسيرون بخطوات الحل بشكل صحيح ولكن لا يُكتب الناتج على الصيغة القياسية للعدد المركب ($a + bi$). ومن الأمثلة على ذلك بعض من إجابات الطلاب $\frac{1-i}{3i} \cdot \frac{-3i}{-3i} = \frac{3i + 3i^2}{-9} = \frac{-i + 1}{3}$. تلاه الخطأ في عملية ضرب الأعداد، وفك الأقواس والتبسيط، إذ بلغت نسبة شيوعه (٥٣,٧٪). كما جاء الخطأ في استخدام العلاقة ($i^2 = -1$) في التبسيط في المرتبة الثالثة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٤٣٪). أما الخطأ المتعلق بكتابة مرافق العدد في المقام فقد جاء في المرتبة الأخيرة، وكانت نسبة شيوعه (٣٢,٢٪). وتتفق نتيجة الدراسة مع نتائج الدراسات (الشرع وعابد، ٢٠١٠؛ أبو غلوة، ٢٠١١)، تلاه الخطأ في عملية ضرب الأعداد، وفك الأقواس والتبسيط، ونسبة شيوعه (٥٣,٧٪).

الفقرة الخامسة: تبسيط المقادير التي تتضمن أعدادًا مركبة

Q5: Simplify, and write the result in standard form for the following

1. $3i\,(2i)^3$ 2. $(\sqrt{-4}\,\sqrt{-9} + \sqrt{-25})$

تكون معاني الرموز الواردة في جدول (٧) أصناف الأخطاء الشائعة على الفقرة الخامسة على النحو:

خ١: أخطاء في استخدام العلاقة: $(i^2 = -1)$ في التبسيط.
خ٢: أخطاء في التعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب بـ (i).
خ٣: أخطاء في الإشارات والأسس وفك الأقواس عند الضرب والتبسيط.
خ٤: أخطاء في كتابة الناتج على الصيغة القياسية.

جدول ٧
تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة الخامسة ونسبها المئوية.

	تبسيط مقدار عددي يتضمن جذر تربيعي لأعداد سالبة				تبسيط مقدار يتضمن أعداد مركبة مرفوعة لأسس			
صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣	خ٤	خ١	خ٢	خ٣	خ٤
تكرار صنف الخطأ	٩٩	٤٧	١١٢	١٠٨	٩٨	٧٧	١٣٠	٢٠٧
نسبة شيوع الخطأ	٤٦,٣٪	٢٢٪	٥٢,٣٪	٥٠,٥٪	٤٥,٨٪	٣٦٪	٦٠,٧٪	٩٦,٧٪

* عدد الذين أجابوا عن الفقرة (٢١٤) طالبًا

حيث تضمنت الفقرة الخامسة فقرتين فرعيتين، إذ سيُناقش الجزء الأول المتعلق بتبسيط مقدار عددي يتضمن جذر تربيعي لأعداد سالبة تؤول إلى أعداد مركبة بشكل مستقل عن الجزء الثاني وهو ما يتعلق بتبسيط مقدار عددي يتضمن أعدادًا مركبة مرفوعة لقوى (أسس).

- تبسيط مقدار عددي يتضمن جذرًا تربيعي لأعداد سالبة:

يوضح جدول (٧) التكرارات والنسب المئوية لأصناف الأخطاء الشائعة للطلاب في حل الفقرة والمتعلقة بتبسيط مقدار عددي يتضمن جذر تربيعي لأعداد سالبة.

يُبين جدول (٧) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعاً في إجابات الطلاب تمثل بالخطأ في الإشارات والأسس وفك الأقواس عند الضرب والتبسيط، إذ بلغت نسبة شيوع صنف الخطأ (٥٢,٣٪). تلاه الخطأ في كتابة الناتج على الصيغة القياسية إذ بلغت نسبة شيوعه (٥٠,٥٪) إذ كان كثير من الطلاب خلال الحل يسيرون بخطوات الحل بشكل صحيح، ولكن لا يُكتب الناتج على الصيغة الجبرية (القياسية) للعدد المركب $(a + bi)$. كما جاء الخطأ في استخدام العلاقة $(i^2 = -1)$ في التبسيط في المرتبة الثالثة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٤٦,٣٪). أما الخطأ المتعلق في التعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب بـ (i) فقد جاء في المرتبة الأخيرة، وكانت نسبة شيوعه (٢٢٪).

- تبسيط مقدار عددي يتضمن أعدادًا مركبة مرفوعة لقوى (أسس).

يتضح من خلال جدول (٧) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل بالخطأ في كتابة الناتج على الصيغة القياسية إذ بلغت نسبة شيوعه (٩٦,٧٪) إذ كان كثير

من الطلاب خلال الحل يسيرون بخطوات الحل بشكل صحيح، ولكن لايُكتب الناتج على الصيغة الجبرية (القياسية) للعدد المركب (a + b*i*). تلاه الخطأ إهمال الإشارات والأسس وفك الأقواس عند الضرب والتبسيط، إذ بلغت نسبة شيوع صنف الخطأ (٦٠,٧٪). وجاء الخطأ في استخدام العلاقة (i^2 = -1) في التبسيط في المرتبة الثالثة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٤٥,٨٪). أما الخطأ المتعلق في التعبير عن الجذر التربيعي للعدد السالب بـ (*i*) فقد جاء في المرتبة الأخيرة، وكانت نسبة شيوعه (٣٦٪).

يتضح من خلال إجابات الطلاب على الفقرة المتعلقة بتبسيط المقادير المتضمنة أعدادًا مركبة أن أبرز أصناف الأخطاء المشتركة في الشيوع لدى الطلاب كان استخدام الإشارات والأسس وفك الأقواس عند الضرب والتبسيط.وتتفق هذه الدراسة مع (الطيطي، ١٩٨٩؛ ابو غلوة، ٢٠١١؛ Parish & Ludwig, 1994)

الفقرة السادسة: حل معادلة خطية في متغير واحد تتضمن أعدادًا مركبة

Q6: Solve the equation for z, (1 + 3*i*)z -1 - 3i = 0.

تكون معاني الرموز الواردة في الجدول (٨) أصناف الأخطاء الشائعة على الفقرة السادسة على النحو:

خ١: أخطاء في استخدام مفهوم المساواة.

خ٢: أخطاء في الإشارات وتجميع الحدود.

خ٣: أخطاء في التبسيط والاختصارات عند القسمة.

خ٤: أخطاء في مفهوم حل المعادلة الخطية في متغير واحد.

جدول ٨

تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في الفقرة السادسة ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ١	خ٢	خ٣	خ٤
تكرار صنف الخطأ	٦٨	٧٥	٩٥	٦٩
نسبة شيوع الخطأ	٣١,٨٪	٣٥٪	٤٤,٤٪	٣٢,٢٪

* عدد الذين أجابوا عن الفقرة (٢١٤) طالبًا

يتضح من خلال جدول (٨) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعًا في إجابات الطلاب تمثل في أخطاء التبسيط والاختصارات عند القسمة، إذ بلغت نسبة شيوعه (٤٤,٤٪). تلاه أخطاء في الإشارات وتجميع الحدود، إذ كانت نسبة شيوع صنف الخطأ (٣٥٪).

كما لوحظ أن بعض الطلاب حلوا السؤال بشكل صحيح إذ استخدموا الضرب بالمرافق بعد فصل الحدود وإجراء الاختصارات والتبسيط للوصول إلى الحل، إذ يشير هذا إلى أن هذه

الفئة من الطلاب لم يضعوا في الحسبان أن ناتج قسمة عددين متساويين (أو مقداريين جبريين متساويين) هو واحد.

التوصيات

في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة يمكن التوصية بالأتي:

- إجراء اختبار تشخيصي لطلبة السنة التحضيرية المقبولين في الجامعة، من قِبل قسم الرياضيات ووضع الخطط العلاجية لمعالجة أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة.
- ضرورة تركيز أعضاء هيئة التدريس على إتقان المفاهيم والمهارات الأساسية في نظام الأعداد المركبة لأهميتها في فهم موضوعات أخرى في الرياضيات، مثل حل المعادلات التربيعية.
- تضمين كتب الرياضيات المدرسية ضمن الدروس بعض أصناف الأخطاء الشائعة المتوقع أن يقع بها بها الطلبة، من أجل معالجتها وتجنب الوقوع فيها.
- إجراء المزيد من الدراسات في مجال تحليل الأخطاء الشائعة لدى الطلبة، ومقارنتها مع الأخطاء الشائعة لدى طلبة في جامعات مختلفة.

المراجع

أبو زينة، فريد (٢٠٠٣). الرياضيات مناهجها وطرق تدريسها. ط ٣، اربد: دار الفرقان.

أبو غلوة (٢٠١١). الأخطاء الرياضية الشائعة لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بفلسطين (TIMSS) في ضوء الدراسة الدولية وفاعلية برنامج مقترح لعلاجها. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة الازهر، غزة.

الشرع، ابراهيم؛ وعابد، عدنان (٢٠١٠). دراسة تحليلية لأخطاء حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية. المجلة الأردنية في العلوم التربوية. ٦(٢)، ٩٣ – ١٠٨.

شكري، سيد أحمد (١٩٩٣). أخطاء التلاميذ الشائعة في الكسور العشرية والاعتيادية في منهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية دراسة استطلاعية. مجلة رسالة الخليج العربي، جامعة قطر. ١٤(٤٧)، ص ١١٩– ١٦٨.

شهاب، منى؛ والجندي، آمنة (١٩٩٩). تصحيح التصورات البديلة لبعض المفاهيم العلمية لطلاب الصف الأول الثانوي في مادة الفيزياء باستخدام نموذج التعلم البنائي والشكل واتجاهاتهم نحوها. الجمعية المصرية للتربية العلمية. المؤتمر العلمي الثالث، مناهج العلوم للقرن الحادي والعشرين رؤية مستقبلية، أبو سلطان، الإسماعيلية، ٢٥–٢٨ يوليو، ١٩٩٩، المجلد الثاني، ٤٨٧–٥٤١.

الطيطي، هاشمية (١٩٨٩). تحليل أخطاء طلبة الصف الثالث الإعدادي في حل المعادلات الرياضية. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد، الأردن.

عودة، أحمد (٢٠٠٥). القياس والتقويم في العلمية التدريسية. الطبعة الثالثة مزيدة ومنقحة. إربد عمان، الأردن: دار الأمل للنشر والتوزيع.

المجيدل، عبد الله ؛ واليافعي، فاطمة (٢٠٠٩). صعوبات تعلم الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الاولى من التعليم الاساسي في ظفار من وجهة نظر معلمات الرياضيات (دراسة ميدانية). مجلة جامعة دمشق. ٢٥(٣+٤)، ١٣٥-١٧٧.

اليونس، يونس (٢٠٠٤). تشخيص الأخطاء في خوارزميات حل أنظمة المعادلات لدى عينة مختارة من طلبة الصف العاشر في الأردن. المجلة التربوية. ٧١(١٨)، ٨١-١١٤.

Babbitt, B. (1990). *Error Patterns in Problem Solving*. ERIC Accession, No. ED: 338500.

Barnett, R. Ziegler, M. and Byleen, K. (2012). *Precalculus*. (7th Ed.), McGraw Hill: A Custom publication to KSU.

Bell, A. (1995). Purpose in school algebra. *Journal of Mathematical Behavior, 14*(1), 41-73.

Borassi, R. (1987). Exploring Mathematics through the Analysis of Errors. *For the Learning of Mathematics: An International Journal of Mathematics Education, 7*(3), 2-8.

Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconception in algebra*. Doctor thesis, Toronto University, available at website: http://hdl.handle.net/1807/29712.

Emily, G. (2013) .Teaching the Complex Numbers What History and Philosophy of Mathematics Suggest. *Journal of Humanistic Mathematics, 3*(1), retrieved from: http://scholarship.claremont.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1114&context=jhm

Gronlaund, N. and Linn, R. (1990). *Measurement and evaluation in teaching*. N. Y.: Macmillan publishing co.Inc.

Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *Journal of Mathematical Behavior, 14,* 113-120.

Matthias, B. Gerald, M. Dennis, P. and Lucas, S. (2012). *A First Course in Complex Analysis*. Version (1. 4). retrieved from http://www.math.binghamton.edu/dennis/complex.pdf.

O'connel, A. (1993). A classification of student errors in probability problems solving, ERIV, Database 1992 – 1999 \ 09 Rodriguez, M. (2004) The role of classroom assessment in student performance on TIMSS, *Applied Measurement in Education, 17*(1), 1-24.

Parish, C. & Ludwig, H. (1994). Language, intellectual structure and common mathematics errors: A call for research. *School Science and Mathematics, 94*, 235-239.

Salas, S. (1982). *Calculus: one and several with analytic geometry variable*. (4th ed.), Canada: John Wiley and sons. Inc.

Tirosh, D., & Almog, N. (1989). Conceptual adjustments in progressing from real to complex numbers. In G. Vergnaud, J. Rogalski, and M. Artigue (Eds.), *Proceeding of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Paris, France, 3, 221-227.

Vinner, S. (1988). Subordinate and super ordinate accommodations, indissociability and the case of the complex numbers. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology, 19,* 593-606.