139

المجلد 11 العدد 3 سبتمبر 2010

مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابيّة لدى طلاب الصف السادس الأساسي

د. عثمان نايف السواعي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية- جامعة الإمارات العربية المتحدة

140
المجلد 11 العدد 3 سبتمبر 2010

مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابيّة لدى طلاب الصف السادس الأساسي

د. عثمان نايف السواعي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية- جامعة الإمارات العربية المتحدة

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن مستوى أداء طلاب الصف السادس على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل وفحص الفرق بين أداء الذكور والإناث على نوعي الأسئلة، ومقارنة أدائهم عليهما. تكونت عينة الدراسة من ٤١٦ طالباً وطالبة من إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات. استخدم في الدراسة اختبار من عشرين سؤالا: نصفها على شكل أسئلة حل ونصفها على شكل أسئلة تمثيل. تم تجزئة الاختبار إلى جزئين تضمّن كل منهما خمسة أسئلة حل وخمسة أسئلة تمثيل بحيث لا يكون سؤال الحل ونظيره سؤال التمثيل في الجزء نفسه. تم تطبيق الجزئين على أفراد العينة في يومين مختلفين بفاصل زمني قدره أسبوع واحد. أظهرت نتائج الدراسة تذبذب أداء الطلاب على أسئلة الحل حسب صعوبتها وتدنياً عاماً في أدائهم على أسئلة التمثيل. لم تظهر النتائج أية فروقات في أداء الطلاب تبعاً للجنس على أي من نوعي الأسئلة، وقد كانت الفروق بين أداء أفراد العينة على نوعي الأسئلة جوهريةً في ثمانية أسئلة من أصل عشرة لصالح أسئلة الحل.

الكلمات المفتاحية: الآثار النفسية، التمثيل الرياضي، المهارات الحسابية، التعلم من أجل الفهم.

* تاريخ تسلم البحث: ٢٠٠٨/١٠/١٥م * تاريخ قبوله للنشر: ٢٠٠٩/١١/٨م

Representational and Calculational Skills of Grade Six Students

Dr. Othman N. Alsawaie
Dept. of Curriculum & Instruction
College of Education- United Arab Emirates University

Abstract

This study aimed at examining grade six students' level of performance on solution and representation problems, gender differences, and comparing performances on the two types of problems. The sample of the study consisted of 416 male and female sixth graders from Abu Dhabi, United Arab Emirates. A 20-item test was used in this study. Half of the items were solution items and the other half were representation items. The test was divided into two parts such as no two corresponding representation and solution items were included in the same part. Results revealed that students' performance on solution items varied according to item difficulty. On representation items, performance was notably low. No gender differences in performance were found. Students' performance on solution items was better than that on representation items in eight cases out of ten.

Key words: mathematical representation, calculation skills, learning for understanding.

142
المجلد 11 العدد 3 سبتمبر 2010

مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابيّة لدى طلاب الصف السادس الأساسي

د. عثمان نايف السواعي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية- جامعة الإمارات العربية المتحدة

المقدمة

مع تزايد اهتمام تربويي الرياضيّات بالتعلّم من أجل الفهم بعيداً عن الحفظ الصم للأفكار والمفاهيم الرياضيّة، فقد برز التمثيل الرياضي Mathematical representation كموضوع حيوي في تعليم الرياضيّات وتعلّمها. والتمثيل حسب نظرية بيرس (Peirce, 1991, 1995)هو استخدام شيء ليمثّل شيئا آخر. فالكائنات Objects والرموز المكتوبة واللغة الشفوية والأفعال وحتى المشاعر يمكن استخدامها كتمثيلات Representations. والتمثيل في الرياضيّات هو استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات والمواد المحسوسة... الخ للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي. وتشير أبحاث تعليم الرياضيّات إلى أن القدرة على التحويل بين التمثيلات المختلفة للمفاهيم الرياضيّة (كالتحويل من معادلة إلى رسم أو العكس) تلعب دوراً مهماً في تنمية قدرات حلّ المسائل (Niemi, 1996). ويرى البعض أن المرونة في التحويل بين التمثيلات مؤشر على التفكير الرياضي العميق (Eennell & Rowan, 2001; NCTM, 2000; Duval, 1999).

وكانت بعض الدراسات قد أظهرت أن مجرد امتلاك الطالب للمهارات الحسابيّة لا يعكس بالضرورة فهماً حقيقياً للرياضيّات (Kamii, Lewis, & Livingston, 1993; Hiebert, 1999; Burn, 1994) بل إن الكثيرين أكدوا أن التركيز المبالغ فيه على المهارات الحسابية دون فهم قد يؤدي إلى التذكر الخطأ أو التطبيق الخطأ (Burn, 1994; Reys & Yang, 1998; NCTM, 2000) إن الفهم Understanding كما يراه بعض الباحثين (Heller, Post, Behr, & Lesh, 2003) هو إدراك الفكرة في تمثيلات مختلفة والمرونة في معالجتها ضمن تلك التمثيلات وتحويلها من تمثيل إلى آخر. فعلى سبيل المثال، فإن الطالب الذي يفهم الدالة يدرك العلاقة بين مدخلاتها ومخرجاتها سواء في رسم تلك الدالة أو في جدول يمثلها أو في معادلتها. كذلك، فإن هذا الطالب يستطيع الحصول على مخرجات الدالة لمدخلات معينة

باستخدام الرسم أو الجدول أو المعادلة الخاصة بالدالة. وأخيراً، فإنه يستطيع تكوين جدول للمدخلات والمخرجات من خلال الرسم أو المعادلة والعكس.

إن هناك أدلة كثيرة على أن المعرفة التمثيليّة knowledge Representational تيسّرحلّ المسائل المعقدة وتسهم في نقل أثر التعلّم إلى مواقف جديدة وتعلّم مفاهيم ذات مستوى أعلى (Greeno & Hall, 1997, Pellegrino, Chudowsky, & Glaser, 2001) وقد أظهرت إحدى الدراسات (Niemi, 1996) أن الطلاب الذين يدركون عددا ًأكبر من تمثيلات الأعداد النسبية يستطيعون حلّ مسائل أكثر تعقيدا .ًوباختصار فإن الكثير من تعلم الرياضيات هو في الواقع تعلم تمثيلات .فالرموز الرياضية تستخدم لتمثيل كائنات رياضية Mathematical objects مثل الأعداد والدوال والنهايات وكذلك العمليات الرياضية مثل الجمع والطرح والتكامل .ولكي يحقق الطلاب الإتقان في الرياضيات، فإن عليهم أن يتعلموا معالجة التمثيلات وفهم معاني ما تمثله هذه التمثيلات من كائنات وعمليات (NCTM, 2000; Pellegrino et al., 2001)

وفي مجال حلّ المسائل، فإن التمثيل الجيد للمسألة يعتبر سمة رئيسة لفهمها (Mayer, 1987). إن حلّ المسألة يتطلب انخراط الفرد في عملية شاملة تتضمن ثلاث مراحل هي: الترجمة والتكامل والتخطيط (Mayer & Hegarty, 1996). يقوم الفرد خلال مرحلة الترجمة بتفسير عبارات المسألة بعبارات ذاتية أو داخلية افتراضية Internal Propositional Statements وفي مرحلة التكامل ينشئ الفرد نموذجاً للمسألة من هذه العبارات الافتراضية. يجمع هذا النموذج بين المعلومات العددية في المسألة والعلاقات بين الكميات المتضمنة فيها. أما في مرحلة التخطيط فيستخدم الفرد ذلك النموذج لتحديد الإستراتيجية الملائمة للحل. ولذلك فإن النمذجة الملائمة للمسألة تمكن الفرد من اختيار تمثيل حسابي ملائم.

وعلى الرغم من أن النموذج النظري يصف إنشاء النماذج الداخلية للمسائل (الصور الذهنية) ،فإن تدريس الطلاب مختلف أنواع التمثيل الخارجي (الرسم ،الرموز ،المعادلات، ...الخ) يعزز مهارات حلّ المسائل لديهم (Lewis, 1989; Willis & Fuson, 1988; Yerushalmy, 1997) والمفترض أن المعرفة بالتمثيلات الخارجية هو جزء من المعرفة المهمة خلال مرحلة التكامل. لقد وجد ليويس (Lewis, 1989) أن تعلم الطلاب إنشاء نماذج مسائل مبنية على خط الأعداد أدى إلى زيادة مهاراتهم في حلّ مسائل كلامية على العمليات الأساسية. وفي دراسة أخرى (Willis & Fuson, 1988) تم تدريس الطلاب استخدام الرسم التخطيطي للمسائل الكلامية على الجمع والطرح وقد وجد أن استخدام مثل هذه

الرسومات حسنت أداء الطلاب .أما برينير ورفاقه (Brenner, Mayer, Moseley, Brar, Durán, Reed, & Webb, 1997) فقد قارنوا أداءات طلاب درسوا تمثيلات متنوعة في سياق الجبر مع أداء آخرين لم يدرسوا مثل هذه التمثيلات بل تلقوا تدريساً ركز على استراتيجيات حلّ المسائل. وقد وجدو ا أن طلاب المجموعة التجريبية أظهروا مهارات أعلى في حل المسائل. أما يروشالمي (Yerushalmy, 1997) فقد وجد أن تعدّد التمثيلات عَمَّقَ فهم الطلاب لمفهوم الدالة Function.

إن حل مسائل صعبة قد يتطلب استخدام تمثيلات متعددة Multiple representati ويرى بعض الباحثين (Dreyfus & Eisenberg, 1996) أن المرونة في التنقل بين التمثيلات الرياضية المختلفة هي علامة مهمة للتفكير الرياضي العميق. فكل تمثيل يبرز مظهراً معيناً من المفهوم ويساعد الطلاب في حلّ المشكلات. إن هذه المرونة تتطلب التحرك ضمن طريقة التمثيل كاستخدام مخطط بتنظيمات مختلفة من العناصر لتمثيل مسائل مختلفة (Thompson, 1990) إنها تتطلب أيضاً التنقل بين تمثيلات مختلفة كالتنقل بين معادلة ورسم .وكل تمثيل يبين مظهراً بنيوياً مختلفاً للمسألة.

لقد أدرك الكثير من التربويين قيمة التمثيلات الرياضية كمصدر للمعلومات حول التفكير الرياضي للطلبة (Duval, 1999; Greeno & Hall, 1997) وكذلك فقد ركّز المجلس القومي لمعلمي الرياضيّات (NCTM, 2000) على أهمية تحليل المعلمين لتمثيلات الطلاب كأدوات لفهم نمو تفكيرهم. فعندما لا يعي المعلمون ما تعنيه تمثيلات الطلاب حول تعلّمهم، فإنهم يفقدون بذلك الأساس الذي يبنون عليه قراراتهم التدريسية من حيث المحتوى والاستراتيجيات البديلة في التدريس. إن التدريس الفاعل يتطلب توظيف تمثيلات الطلاب في التواصل معهم حول الرياضيّات وكذلك تفسير هذه التمثيلات والاستجابة لها بشكل ملائم.

ويعتبر التمثيل أداة مهمة للتفكيـر حيث إنه يجعل الأفكار الرياضيّة أكثر حسية وينمّي الاستدلال من خلال مساعدة الطالب في التركيز على مظاهر مهمة من الموقف الرياضي. كذلك، فهو يساعد الطالب على إدراك العناصر الرياضيّة المشتركة بين المواقف المختلفة. إن قدرة الطلاب على الانتقال من تمثيل إلى آخر لنفس الفكرة، تعمق فهمهم واستخدامهم للمفاهيم والاجراءات الرياضيّة حيث توفر هذه التمثيلات للمتعلّم أدوات مفيدة لبناء الفهم وتوصيل المعلومات وإظهار الاستدلال (Greeno & Hall, 1997). كما أكّد الكثير من الباحثين على أن التفكير الرياضي المتقدم وتطوير إستراتيجيات حل المسائل تعتمد على

الاستخدام المرن للتمثيلات والفهم العميق للمفاهيم الرياضيّة (Cramer, Post & delMas, 2002; Dreyfus & Eisenberg, 1996) والتمثيل لا يشير إلى التفكير الرياضي فحسب بل يظهر أيضاً كيف يتم الوصول إلى النتائج .وهو أداة فاعلة في مساعدة الطلاب في التفكير والتعلم واستيعاب المفاهيم الرياضية وإدراك الترابطات الرياضية في مواقف مختلفة (Greeno & Hall, 1997; Eennell & Rowan, 2001).

وانطلاقاً من هذه الأهمية، فقد كان التمثيل أحد معايير العمليات الخمسة التي وضعها المجلس القومي لمعلمي الرياضيّات في الولايات المتحدة الأمريكية [NCTM] (NCTM, 2000) ويؤكد هذا المعيار على تمكين جميع الطلاب من إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم الأفكار الرياضيّة وتسجيلها وتوصيلها؛ واختيار وتطبيق وتحويل التمثيلات الرياضيّة لحل المسائل؛ واستخدام التمثيلات لنمذجة وتفسير الظواهر الفيزيائية والاجتماعية والرياضيّة (NCTM, 2000).

هذا وقد أصبح اهتمام الباحثين جلياً بالتمثيلات المتعددة Multiple representati. وقد وجد أن مثل هذه التمثيلات لها أثر كبير في مساعدة الطلاب في حل المسائل(Dreyfus & Eisenberg, 1996) بما في ذلك الطلاب متدنو التحصيل (Bondesan & Frrari, 1991). ولقد أكّدت معايير NCTM للرياضيّات المدرسيّة (NCTM, 1989, 2000) على أهمية التمثيلات المتعددة من خلال استخدام اليدويات والأشكال الكتابية كالرسومات والمخططات. فعندما يمثل الطلاب مسألة أو موقفًا رياضيًّا بطريقة ذات معنى لهم، فإن هذا يسهل فهمهما. إن استخدام التمثيل سواء كان رسومات أو صورًا ذهنية أو مواد محسوسة أو معادلات يساعد الطلاب على تنظيم تفكيرهم ومحاولة إيجاد طرق متنوعة تقودهم إلى فهم وحلول أكثر وضوحاً.

وكان يانج وهوانج (Yang & Huang, 2004) قد أجريا دراسة فحصا من خلالها العلاقة بين الأداء الحسابي والتمثيل لطلاب الصف السادس في تايوان. وقد وجدا أن الأداء العالي على اختبار الأداء الحسابي لم يقابله أداء عال على اختبار التمثيل. وكان عدد من الباحثين قد أجروا دراسة قارنوا من خلالها أداء طلاب الصف السادس في أربع دول مختلفة هي الولايات المتحدة واليابان والصين وتايوان (Brenner, Herman, Ho, & Zimmer, 1999). وقد أظهرت الدراسة أن طلبة الصين حصلوا على أعلى الدرجات في اختبار التمثيل. وفيما عدا الفقرات الخاصة بالتمثيل البصري للكسور، فإن الطلبة من جميع الدول الآسيوية المشاركة حصلوا على درجات أعلى من تلك التي حصل عليها طلبة الولايات المتحدة.

مشكلة الدراسة

يعدّ التمثيل الرياضي مهارة مهمة في الرياضيّات المدرسيّة لما له من دور في تعميق الفهم الرياضي وخلق مرونة في حل المسائل الرياضيّة. كذلك، فإن التمثيل الرياضي ييسر عملية التفكير في الرياضيّات ويحسّن اتجاه التلاميذ نحوها. وعلى الرغم من هذه الأهمية للتمثيل الرياضي إلا أن معلمي الرياضيّات غالباً ما يهملون هذه المهارة لحساب إجراء العمليات الحسابية. لذا، فقد تمثلت مشكلة الدراسة في الكشف عن مستوى أداء طلاب الصف السادس الأساسي على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل وفحص الفرق بين أداء الذكور والإناث على نوعي الأسئلة، ومقارنة أدائهم عليهما.

أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى:

١. تعرّف مستوى أداء طلاب الصف السادس الأساسي في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة على كل من أسئلة الحل وأسئلة التمثيل.

٢. مقارنة أداء طلاب وطالبات الصف السادس الأساسي في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة على كل من أسئلة الحل وأسئلة التمثيل.

٣. مقارنة أداء طلاب الصف السادس الأساسي في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل.

أهمية الدراسة

يتّضح من العرض أعلاه أن التمثيل واحدة من العمليات المهمة بالنسبة لتعليم الرياضيّات وتعلّمها. فهي وسيلة للفهم وأداة ميسّرة للتفكير وحل المشكلات، وكذلك فهي أداة فاعلة للتواصل الرياضي الدقيق. ولذلك، فقد دأب الباحثون على دراسة مهارات التمثيل لدى الطلاب في دولهم ومقارنتها مع مهارات أقرانهم في دول أخرى (Brenner, Herman, Ho, & Zimmer, 1999). ولما كان الأمر كذلك، فحريّ بنا أن نعمل على أن تعطى هذه العملية الأهمية اللازمة في مدارسنا. وبالتالي، لا بدّ من أن نستكشف مدى وجود مهارات التمثيل الرياضي لدى طلابنا لنقف على حقيقة ما يجري في الغرفة الصفية. إن مثل هذه المعلومات تهم المعنيين كافة بتعليم الرياضيّات وتعلّمها من معلمين وإدارات مدارس ومصممي مناهج وصناع قرار. وتكتسب هذه الدراسة أهمية خاصة لعدم وجود دراسات مماثلة في دولة

الإمارات العربية المتحدة. كذلك، فمن الجدير بالذكر أن طلاب الصف السادس في دولة الإمارات العربية المتحدة قد درسوا المنهاج المطوّر اعتباراً من الصف الأول. وهذا المنهاج صمم أساساً في الولايات المتحدة الأمريكية (سلسلة سكوت فوريسمان Scott Foresman) وهو مبني على أساس معايير NCTM التي توازن بين المهارات الحسابيّة والتمثيل والتي تركّز على التفكير وحلّ المسائل والتواصل الرياضي والترابطات الرياضيّة (NCTM, 2000). تم تعريب هذا المنهاج من قبل لجنة خاصة بوزارة التربية والتعليم وقد بدأ تطبيقه في العام الدراسي ٢٠٠٢/٢٠٠٣م. إذن فهناك ضرورة ملحّة للتعرّف إلى طبيعة تعلّم الرياضيّات كنتيجة لتطبيق هذا المنهاج المطوّر.

أسئلة الدراسة

لقد سعت هذه الدراسة إلى الإجابة عن الأسئلة البحثية الآتية:

١. ما مستوى تحصيل طلاب الصف السادس على كل من أسئلة الحل والتمثيل؟

٢. هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل تبعاً للجنس؟

٣. هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين لفقرة الحل وفقرة التمثيل لكل من أسئلة الاختبار؟

محددات الدراسة

التزم الباحث في إجراء الدراسة بالمحددات التالية:

المحدد الزمني: تم تطبيق الدراسة في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٠٧ / ٢٠٠٨.

المحدد المكاني: تم تطبيق الدراسة في إمارة أبوظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة.

محدد نتائج الدراسة: ترتبط نتائج الدراسة بالمقياس المستخدم وكذلك بطلاب المدارس الحكومية في إمارة أبوظبي حيث لم تشمل عينة الدراسة طلاباً من المدارس الخاصة.

مصطلحات الدراسة

التمثيل الرياضي: استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات والمواد المحسوسة... الخ للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي.

أسئلة الحل: هي الأسئلة التي تتطلب الإجابة عنها إجراء عملية حسابية أو أكثر.

أسئلة التمثيل: هي الأسئلة التي تتطلب الإجابة عنها اختيار التمثيل المناسب للفكرة المتضمنة في المسألة وذلك من بين عدة اختيارات.

منهجية الدراسة وإجراءاتها:

منهج الدراسة

اتبعت هذه الدراسة المنهج الوصفي المقارن وذلك لملاءمته لأهدافها.

مجتمع الدراسة وعينتها

تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلاب وطالبات الصف السادس الأساسي في المدارس الحكومية في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة. أما عينة الدراسة فقد تكونت من ٤١٦ طالباً وطالبة في الصف السادس منهم ٢٠٠ ذكور و ٢١٦ إناث. ينتمي هؤلاء الطلاب والطالبات إلى ١٠ مدارس مختلفة في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة (٥ مدارس ذكور و ٥ مدارس إناث). تم اختيار شعبتين من كل مدرسة بشكل عشوائي. وقد تم اختيار طلاب الصف السادس تحديداً لأنه تم تطبيق منهاج الرياضيّات المطوّر عليهم منذ الصف الأول وكان ذلك في العام الدراسي ٢٠٠٢/٢٠٠٣.

أداة الدراسة

أداة الدراسة عبارة عن اختبار مكون من عشرين سؤالا: عشرة منها على شكل أسئلة حل وعشرة على شكل أسئلة تمثيل، بحيث إنَّ كل سؤال حل يناظره سؤال تمثيل. بعبارة أخرى تكوّن الاختبار من عشرة أسئلة كل منها بشقين: شق حل وشق تمثيل. تتطلّب أسئلة الحل إجراء حسابات معينة للوصول إلى الإجابة، بينما تتطلّب أسئلة التمثيل تحديد التمثيل أو التمثيلات المناسبة من بين عدة اختيارات. تم تجزئة الاختبار إلى جزئين تضمّن كل منهما خمسة أسئلة حل وخمسة أسئلة تمثيل بحيث لا يكون سؤال الحل ونظيره سؤال التمثيل في الجزء نفسه. تم تطبيق الجزئين على الطلاب أنفسهم في يومين مختلفين بفاصل زمني قدره أسبوع واحد.

تم بناء الاختبار من قبل الباحث ومساعدة معلمي رياضيّات ممن يدرسون الصف السادس. وقد روعي في بنائه طبيعة المحتوى المتضمن في الكتاب المدرسي.

صدق الأداة وثباتها

قبل اعتماد النسخة النهائية للاختبار فقد قام الباحث بالإجراءات الآتية:

١. عرض الاختبار بصورته الأولية على عدد من الخبراء من بينهم أستاذين جامعيين متخصصين بتعليم الرياضيّات، وثلاثة موجهين لمادة الرياضيّات، وأربعة معلمي رياضيّات (٢ ذكور و٢ إناث). وقد تم الأخذ بآراء هؤلاء الخبراء في تعديل الاختبار.

٢. تم تطبيق الاختبار على ٤٠ طالباً وطالبة من غير عينة الدراسة بشكل تجريبي للتأكّد من مدى وضوح الاختبار وتجاوز أية مشكلات قد تعترض التطبيق.

٣. بعد أن أصبح الاختبار في صورته النهائية، تم تطبيقه على ٦٠ طالباً وطالبة في الصف السادس من غير عينة الدراسة لحساب معامل الاتساق الداخلي للاختبار وقد وجد أن ألفا كرونباخ تساوي (٠،٨١) وقد اعتبر ذلك كافياً لأغراض الدراسة. وعند تطبيق الاختبار على عينة الدراسة كانت ألفا كرونباخ تساوي (٠،٨٣).

التحليل الإحصائي

لقد تم إجراء التحليل الإحصائي المناسب للإجابة عن كل سؤال بحثي كما يأتي:

١. للإجابة عن سؤال الدراسة الأول والذي نصه « ما مستوى تحصيل طلاب الصف السادس على كل من أسئلة الحل والتمثيل؟» فقد تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل من أسئلة الحل والتمثيل.

٢. للإجابة عن سؤال الدراسة الثاني والذي نصه «هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل تبعاً للجنس؟» فقد تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لأسئلة الحل والتمثيل حسب الجنس. وكذلك، فقد تم إجراء اختبار (ت) المستقل (Independent sample t-test).

٣. للإجابة عن سؤال الدراسة الثالث والذي نصه « هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين لفقرة الحل وفقرة التمثيل لكل من أسئلة الاختبار؟» فقد تم إجراء اختبار (ت) (Paired sample t-test).

عرض النتائج

لقد حاولت هذه الدراسة الإجابة عن ثلاثة أسئلة بحثية، وبالتالي فإنه سيتم عرض النتائج حسب هذه الأسئلة.

عرض نتائج السؤال الأول

للإجابة عن هذا السؤال ونصه: «ما مستوى تحصيل طلاب الصف السادس على كل من

أسئلة الحل والتمثيل»، فقد تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل من أسئلة الحل والتمثيل.

كما يتضح من الجدول رقم (١) أدناه، فإن المتوسط الحسابي للدرجات على أسئلة الحل تراوح بين (٠,١٠٨) للفقرة الرابعة و (٠,٩٠٤) للفقرة الثامنة. كما يلاحظ أن المتوسط الحسابي على (٦) من هذه الفقرات كان أكبر من أو يساوي (٠,٥) بينما كان أقل من (٠,٥) على (٤) فقرات. أما بالنسبة لأسئلة التمثيل، فقد تراوح المتوسط الحسابي للدرجات بين (٠,٠١٩) للفقرة العاشرة و (٠,٥٦٢) للفقرة الثانية. وقد كان المتوسط الحسابي على فقرة واحدة (الفقرة ٢) أعلى من (٠,٥) بينما كان أقل من (٠,٥) على الفقرات التسع الأخرى. كما يلاحظ أيضاً أن المتوسط الحسابي لدرجة الحل كان أعلى منه لدرجة التمثيل على كل الفقرات. وبالتالي فقد كان المتوسط الحسابي لمجموع أسئلة الحل (٤,٩٣) أعلى منه لمجموع أسئلة التمثيل (١,٩٨).

الجدول رقم (١)
المتوسطات الحسابيّة والانحرافات المعيارية على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل

	المتوسط الحسابي *	الانحراف المعياري
ح ١	٠,١٤٧	٠,٣٥
ت ١	٠,١٤٦	٠,٠٦
ح ٢	٠،٨٠٨	٠,٣٨
ت ٢	٠,٥٦٢	٠,٢١
ح ٣	٠,٤٢٣	٠,٤٩
ت ٣	٠,١١٥	٠,٢٩
ح ٤	٠,١٠٨	٠,٣١
ت ٤	٠,١٠٥	٠,٠٩
ح ٥	٠,٥١١	٠,٢٧
ت ٥	٠,٢٨٨	٠,٤٣
ح٦	٠,٦٣٥	٠,٤٨
ت ٦	٠,٠٥٨	٠,٢٣
ح ٧	٠,٧١٢	٠,٤٥
ت ٧	٠,٢١٢	٠,٤١
ح ٨	٠,٩٠٤	٠,٢٩
ت ٨	٠,٠٩٦	٠,٢٩
ح٩	٠,٥٠٠	٠,٥٠
ت ٩	٠,٣٨٥	٠,٤٨
ح ١٠	٠,١٨٣	٠,٣٦
ت ١٠	٠,٠١٩	٠,١٤
مجموع ح	٤,٩٣	١,٤٤
مجموع ت	١,٩٨	١,١٩

*: تتراوح الدرجة على كل سؤال بين (٠) و (١) وعلى المجموع بين (٠) و(١٠).

ملاحظة: (ح) ترمز إلى شق الحل، و (ت) ترمز إلى شق التمثيل.

عرض نتائج السؤال الثاني:

للإجابة عن هذا السؤال ونصه: «هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين على أسئلة الحل وأسئلة التمثيل تبعاً للجنس؟» فقد تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لأسئلة الحل والتمثيل حسب الجنس.

بالنسبة لأسئلة الحل، بلغ المتوسط الحسابي للإناث (٤,٩٧) بانحراف معياري (١,٤٩٤) وللذكور (٤,٨٩) بانحراف معياري (١,٣٨٦). أما على أسئلة التمثيل فقد بلغ المتوسط الحسابي للإناث (١,٩٨) بانحراف معياري (١,١٨) وللذكور (١,٩٩) بانحراف معياري (١,٢١). ولفحص الدلالة الإحصائية للفروق بين المتوسطات الحسابيّة تبعاً للجنس، فقد تم إجراء اختبار (ت) (test-t sample Independent) الذي تظهر نتائجه في الجدول رقم (٢) أدناه.

الجدول رقم (٢)
نتائج اختبار ت لفحص تساوي المتوسطات الحسابيّة على نوعي الأسئلة تبعا للجنس

	ت	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
مسائل الحل	٠,٦٠٩	٤١٤	٠,٥٤٣
مسائل التمثيل	-٠,١١٢	٤١٤	٠,٩١٨

كما يتضح من الجدول رقم (٢)، فإنه لا يوجد فروق ذات دلالة إحصائية بين المتوسطات تبعاً للجنس على أي من نوعي الأسئلة.

عرض نتائج السؤال الثالث

للإجابة عن هذا السؤال ونصه: «هل هناك فرق دال إحصائياً بين المتوسطين الحسابيين لفقرة الحل وفقرة التمثيل لكل من أسئلة الاختبار؟»، فقد فقد تم إجراء اختبار (ت) (paired test-t sample) الذي تظهر نتائجه في الجدول (٣) أدناه.

الجدول رقم (٣)
نتائج اختبار ت لفحص تساوي المتوسطات الحسابيّة على شقي كل سؤال

	ت	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
ح ١ – ت ١	٠,٠٢٧	٤١٥	٠,٩٧٩
ح ٢ – ت ٢	١١,٢٨٤	٤١٥	٠,٠٠٠
ح ٣ – ت ٣	١١,٦٤١	٤١٥	٠,٠٠٠
ح ٤ – ت ٤	٠,٣٠٠	٤١٥	٠,٧٦٤
ح ٥ – ت ٥	١٠,٣٩٨	٤١٥	٠,٠٠٠
ح ٦ – ت ٦	٢٢,١١١	٤١٥	٠,٠٠٠

تابع الجدول رقم (٣)

	ت	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
ح ٧ – ت ٧	١٦,٠٢٨	٤١٥	٠,٠٠٠
ح ٨ – ت ٨	٤١,٧٤٩	٤١٥	٠,٠٠٠
ح ٩ – ت ٩	٣,٣٦٩	٤١٥	٠,٠٠١
ح ١٠ – ت ١٠	٨,٨٥١	٤١٥	٠,٠٠٠
ح الكلي – ت الكلي	٣٧,٥٢٤	٤١٥	٠,٠٠٠

ملاحظة: (ح) ترمز إلى شق الحل، و (ت) ترمز إلى شق التمثيل.

كما يتضح من جدول الرقم (٣)، فإن هناك فروقًا دالة إحصائياً على كل الأسئلة باستثناء السؤالين ١، ٤ مما يشير إلى أن أداء طلاب الصف السادس على فقرات الحل كان أفضل منه على فقرات التمثيل في ٨ أسئلة من أصل ١٠.

مناقشة النتائج

لقد عنيت هذه الدراسة بثلاث قضايا حول موضوع التمثيل الرياضي. تمثلت القضية الأولى بالكشف عن مستوى أداء طلاب الصف السادس على نوعين من الأسئلة هما أسئلة الحل وأسئلة التمثيل. وقد أظهرت نتائج الاختبار تدنياً عاماً في مستوى الأداء على نوعي الأسئلة. فقد كان المتوسط الحسابي لدرجات عينة الدراسة على أسئلة الحل (٤,٩٣) وهذا يعتبر متوسطاً متدنياً نسبياً. ومع ذلك، فقد كان هذا المتوسط أعلى بكثير من متوسط درجات العينة على أسئلة التمثيل الذي بلغ (١,٩٨) فقط مما يعكس تدنياً حاداً في مستوى أداء طلاب الصف السادس على أسئلة التمثيل. تتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسات سابقة حول الموضوع نفسه (Yang & Huang, 2004).

ويعتبر تدني الأداء على أسئلة التمثيل لافتًا للانتباه خاصة وأن عينة الدراسة قد درست المنهاج المطور من الصف الأول وحتى الصف السادس والذي يعطي أهمية خاصة للتمثيل الرياضي. فهذا المنهاج عبارة عن نسخة معرّبة عن منهاج أجنبي مبني على معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيّات في الولايات المتحدة الأمريكية (وزارة التربية والتعليم، ٢٠٠٢–٢٠٠٧). إلا أنه من المعلوم أن تحقيق أهداف المنهاج لا يكفيه توافر الكتب المدرسية الملائمة، بل يتعدى الأمر ذلك إلى ضرورة توافر المعلمين المؤهلين لتنفيذ المنهاج وكذلك وجود بيئة صفية مشجعة على التعلّم من أجل الفهم. إذًا فهذه النتيجة تشير إلى قصور في تعليم الرياضيّات وعدم إعطاء معيار التمثيل حقه عند تنفيذ المنهاج. عموماً، ستتم مناقشة المسائل بالتفصيل تالياً عند التعرض لمقارنة الأداء على نوعي الأسئلة.

وإذا أخذنا في الاعتبار أن قناعات المعلم ومعتقداته حول تدريس الرياضيّات تؤثر بشكل كبير في ممارساته الصفية (Cuban, 1993)، فإنَّ ذلك سيساعدنا على تفسير هذه النتيجة. فالمعلم الذي تعوّد على التركيز على المهارات الحسابيّة ليس من السهل أن ينفذ منهاجاً يدعو إلى إعطاء أهمية خاصة لعمليات مثل حل المسائل والتواصل والتمثيل الرياضي. إن هذه النتيجة يجب أن ترسخ قناعتنا بأن أي تطوير لتعليم الرياضيّات يجب أن ترافقه برامج تنمية مهنية لتطوير المعلم نفسه بما في ذلك قناعاته حول الرياضيّات وطرق تدريسها.

أما القضية الثانية التي عنيت بها هذه الدراسة فهي الفروق بين أداءات الطلاب على نوعي الأسئلة تبعاً للجنس. وقد أظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المتوسطات الحسابيّة للجنسين على أي من نوعي الأسئلة. ولما كان الأدب التربوي قد عزا الفرق في التحصيل الرياضي بين الذكور والإناث إلى عوامل اجتماعية ترتبط بالقناعات النمطية لدى الناس بأن الذكور هم أكثر فهماً للرياضيّات وأكثر قدرة على تعلمها، فإنه يمكن القول بأن طلاب الصف السادس لم يصلوا بعد إلى السن الذي يجعلهم عرضة إلى التأثر بتلك القناعات. إن هذه النتيجة تدعم الكثير من الدراسات السابقة التي أظهرت عدم وجود فروق بين الجنسين في الأداء الرياضي في مثل هذا السن (السواعي، ٢٠٠٤أ Feldhusen & Westby, 2003;). وكان الباحث قد وجد أن الذكور في دولة الإمارات العربية المتحدة تفوّقوا على الإناث في كل من الصفين التاسع والحادي عشر والجامعة، بينما لم يكن هناك فرق دال إحصائياً بين أداء الذكور والإناث في الصف السابع. وقد تأكد ذلك أيضاً من خلال دراسة للباحث حول قدرات التفكير التناسبي لطلاب الإمارات العربية المتحدة نشرت مؤخراً (Alsawaie, 2009).

أما القضية الثالثة فقد كانت المقارنة بين أداء طلاب الصف السادس على كل من أسئلة الحل وما يقابلها من أسئلة التمثيل. وقد أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين الدرجات على (٨) من الأسئلة لصالح أسئلة الحل بينما لم يكن هناك فروق ذات دلالة إحصائية على سؤالين. وقد كانت بعض الدراسات السابقة قد توصلت إلى نتائج مشابهة (Yang & Huang, 2004; Cai, 2001) فيما يلي مناقشة لإجابات الطلاب على بعض الأسئلة.

في السؤال الأول لم يكن هناك فرق بين أداء الطلاب على شقيّ السؤال وقد كان الأداء متدنياً بشكل عام (٠,١٤٧ للحل و٠,١٤٦ للتمثيل). تطلّب شق الحل إيجاد ارتفاع شجرة ظلها ١٠ أمتار في الوقت الذي كان فيه طول ظل عمود ارتفاعه متران ٣ أمتار. أي إن

الحل تطلب استخدام التناسب في مسالة بسيطة. إن تدني الأداء على هذا الشق يعكس فقر التفكير التناسبي لدى الطلاب وهذا ما كان الباحث قد استنتجه في دراسة سابقة (السواعي، ٢٠٠٤أ). أما شق التمثيل فقد تطلّب تحديد العبارات الصحيحة من بين عدة عبارات تصف جميعها العلاقة بين الأطوال الأربعة (ارتفاع العمود وطول ظله وارتفاع الشجرة وطول ظلها). وجميع العبارات تتطلب أيضاً استخدام التناسب.

أما السؤال الثالث فقد تطلّب شق الحل فيه إيجاد احتمال سحب كرة بيضاء من كيس يحتوي على ٤٠ كرة بيضاء و ٥٠ كرة حمراء، بينما تطلّب شق التمثيل تحديد الرسم الذي يمثّل ذلك الاحتمال من بين رسومات لمناطق مستطيلة مقسمة إلى مستطيلات صغيرة تم تظليل بعضها. كان المتوسط الحسابي للدرجات على شق الحل (٠,٤٢) بينما كان فقط (٠,١٢) على شق التمثيل. إن الفرق بين المتوسطين الحسابيين يعكس حجم الهوّة بين مهارة الحساب لدى الطلاب ومهارة تمثيل الأفكار الرياضيّة بصور مختلفة. إنه ومع نهاية الصف السادس، يكون الطالب قد درس الكسور لفترة طويلة ومن المفترض أن يكون قد أتقن عملية تمثيل الكسر من خلال تظليل أجزاء تمثل بسطه كما هو الحال في السؤال الثالث. إن حقيقة أن ١٢ ٪ فقط من أفراد العينة أجابوا بشكل صحيح على شق التمثيل من هذا السؤال تشير إلى خلل في فهم طلاب الصف السادس للكسور أو في فهمهم للاحتمالات ككسور أو في كليهما. من المفترض أن يكون واضحاً للطالب أن الاحتمال هو كسر يحمل معنى جزء من كل. ويعتبر هذا المطلب ضرورياً لسببين: أولاً لأن التعبير عن المفهوم بأكثر من طريقة يزيد من وضوح الصورة الذهنية لذلك المفهوم لدى الطالب (السواعي، ٢٠٠٤ ب Van de Walle, 2001;) وثانياً لأن ربط المفاهيم الرياضيّة ببعضها يجعل الرياضيّات تبدو بالنسبة للطالب مادة مترابطة مما ينعكس إيجاباً على اتجاهه نحوها (NCTM, 2000; Cathcart, Pothier, Vance, & Bezuk, 2001). وتجدر الإشارة هنا إلى أن الأداء على شق الحل نفسه ليس مرضيا .(٠,٤٢٣) فالمسألة تتضمن حساب احتمال بسيط ولكن بدلاً من أن يعطى المجموع الكلي للكرات، فقد أعطي عددًا من الكرات البيضاء والكرات الحمراء .وقد عمد العديد من الطلاب إلى قسمة عدد الكرات البيضاء على عدد الكرات الحمراء بدلاً من القسمة على مجموع الكرات .ويعود هذا – جزئياً على الأقل –إلى تعوّد الطلاب على المسائل ذات الخطوة الواحدة .كذلك ،فإن هذه النتيجة تعكس عدم تعوّد الطلاب على مراجعة حلولهم. فالحصول على الإجابة $\frac{4}{5}$ أو ٠,٨ لهذه المسألة يفترض أن يلفت انتباه الطالب ويشعره بأن هناك خطأ في الحل، حيث إنَّ عدد الكرات البيضاء أقل من عدد الكرات الحمراء وبالتالي يجب أن يكون الناتج أقل من ٠,٥ .

في السؤال الرابع لم يكن هناك فرق بين أداء الطلاب على شقيّ السؤال. تطلّب شق الحل فيه إيجاد صافي مساحة حديقة مستطيلة الشكل بعد أن تم عمل ممرين متعامدين فيها. أما شق التمثيل فقد تطلب تحديد العبارات الصحيحة من بين عدة عبارات تصف مساحات أجزاء مختلفة من الحديقة. كانت النتائج متدنية ومتقاربة على شقّي السؤال (٠,١١ للحل و٠,١٠ للتمثيل). إضافة إلى ما تعنيه هذه النتيجة من ضعف لمهارات التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف السادس، فإنها تشير أيضاً إلى ضعف في مهارات حل المسائل. وعموماً فإن الأدب التربوي قد وثّق بشكل كبير الصعوبات التي يواجهها الطلاب في حل المسائل التي تتضمن استخدام مفهومي النسبة والتناسب (Cai & Sun, 2002; Singh, 2000; Hart, 1994; Touriaire & Pulos, 1985).

إن حل هذه المسألة يتطلب إيجاد مساحة الممرين وطرح الناتج من المساحة الكلية للحديقة. ولأن الممرين متقاطعان، يجب أن ينتبه الطالب إلى عدم احتساب منطقة التقاطع مرتين. وعلي الرغم من أن هذه هي النقطة الصعبة في حل المسألة، إلا أن بعض الطلاب قد وقعوا في أخطاء غيرها. فبعضهم لم يتمكن من حساب المساحة الكلية للحديقة مستطيلة الشكل، والبعض الآخر اكتفى بإيجاد المساحة الكلية. أما في جزء التمثيل، فكان على الطالب أن يقرر ما إذا كانت العبارة صحيحة أم لا دون إجراء عمليات حسابية. إن الإخفاق في هذه المسألة يشير إلى ضعف عام في فهم التمثيلات الرياضيّة وضعف في القدرة على تطبيق الأفكار الرياضيّة في مواقف جديدة.

في السؤال الخامس، كان الفرق في الأداء جوهرياً على شقي السؤال (٠,٥١١ للحل و ٠,٢٨٨ للتمثيل). تطلب شق الحل إيجاد ناتج ($3 \div \frac{3}{4}$)، بينما تطلب شق التمثيل اختيار الإجابة الصحيحة من بين عدة اختيارات للمسألة (خالد وعبدالله وأحمد يتشاركون ثلاثة أرباع قطعة بيتزا. أي العبارات الآتية تمثل نصيب كل منهم؟). أي أن التمثيل هنا كان بالتعابير الرياضيّة ($\frac{1}{3} \div \frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{4} \div 3$ ، $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$ ، $3 \div \frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$). إن إخفاق الطلاب في حل هذه المسألة يشير بوضوح إلى عدم فهم التمثيل الرياضي لقسمة الكسور. والواقع أن تدريس قسمة الكسور يجب أن يبدأ بمسائل من هذا النوع بدلاً من أن تقدّم هذه المسائل كتطبيقات على قسمة الكسور. ولما كان من المعروف أن تمثيل قسمة الكسور صعب بالنسبة للطلاب، فإن تدريسها يجب أن يبدأ بمرحلة مفاهيمية تتضمن التمثيل كأساس ينطلق منه الطالب لتعلم خوارزمية قسمة الكسور.

في السؤال السادس، كان الفرق كبيراً وجوهرياً على شقي السؤال (٠,٦٣٥ للحل و

٠,٠٥٨ للتمثيل). في حين تطلب شق الحل إيجاد ناتج ($\frac{57}{100} \div 0.57$)، فقد تطلب شق التمثيل اختيار التمثيل الأفضل لنفس القيمة على خط الأعداد من بين عدة اختيارات. وفيما يخص شق التمثيل، فمن الطبيعي أنه بعد أن يجد الطالب ناتج الجمع (١,١٤)، يبقى أن يحدد هذه القيمة على خط الأعداد (إلى يمين العدد ١). وحيث إنَّ معظم الطلاب الذين أجابوا بشكل صحيح عن شق الحل أخفقوا في شق التمثيل، فإن هذا يشير إلى نقص في خبرة الطلاب في استخدام خط الأعداد كطريقة لتمثيل الأعداد بشكل عام والكسور بشكل خاص.

في السؤال السابع أيضاً كان الفرق في الأداء جوهرياً على شقي السؤال (٠,٧١٢ للحل و٠,٢١٢ للتمثيل). وكان شق الحل قد تطلب إيجاد ناتج (٤ × ٠,٠٦) بينما تطلب شق التمثيل اختيار التمثيل المناسب لنفس القيمة من بين عدة اختيارات، وكان من بين الخيارات محيط مستطيل طوله ٤ أمتار وعرضه ٠,٠٦ متر، ومحيط مربع طول ضلعه ٠,٠٦ متر، وتمثيل للعدد ٢،٤ على خط الأعداد. وكان الخيار الرابع "لا شئ مما ذكر". إن الطالب الذي يجيب بشكل صحيح على شق الحل (٠,٢٤ = ٤ × ٠,٠٦)، يفترض أن يحذف الخيار الثالث (٢،٤ على خط الأعداد). فتبقى المقارنة بين محيط المستطيل ومحيط المربع. وعلى الرغم من أن محيط المستطيل يساوي (٢ × [٠,٠٦ + ٤]) إلاّ أنه كان خياراً أكثر جاذبية للطلاب من محيط المربع. وقد يعزا ذلك إلى عدة أسباب:

١. عدم التمعن في السؤال وبالتالي التفكير بمساحة المستطيل بدلاً من محيطه.
٢. عدم التمييز بين المساحة والمحيط.
٣. وجود العددين ٤، ٠,٠٦ على رسم المستطيل مقابل وجود العدد ٠,٠٦ فقط على رسم المربع.
٤. عدم معرفة قانون محيط المربع، أو محيط المستطيل أو كليهما.

إن عدم الخبرة بمعاني عملية الضرب (المواقف التي تتطلب إجراء عملية الضرب) سبب رئيس في وقوع الطلاب في هذه المشكلات. إن تدريس الضرب دون التعرف إلى معانية الخمسة (المساحة، والمعدل، والمجموعات المتكافئة Equivalent sets، والمقارنة، والمزاوجة matching هو تدريس ناقص لا يؤدي إلى فهم كامل لمفهوم الضرب.

في السؤال الثامن، كان متوسط الدرجات على شق الحل (٠,٩) بينما كان المتوسط (٠,١) على شق التمثيل. تطلّب السؤال إيجاد حاصل ضرب (٢٧×٤٠) في شق الحل بينما تطلّب شق التمثيل تحديد ما يمثّل (٢٧×٤٠) وقد كان من بين الخيارات: مساحة مثلث طول

قاعدته (40 cm) وارتفاعه (27 cm)؛ مساحة متوازي أضلاع طول أحد أضلاعه (40 cm) وطول ضلع آخر (27 cm)؛ ومساحة مستطيل طول أحد أضلاعه (40 cm) وطول ضلع آخر (27 cm).

فقط ١٠ ٪ من أفراد العينة أجابوا بشكل صحيح عن فقرة التمثيل مقابل ٩٠٪ أجابوا بشكل صحيح عن فقرة الحل. وعلى الرغم من أن هذا يعني تمكّن الطلاب من إجراء عملية الضرب بشكل صحيح إلاً أنهم غير قادرين على تمثيل هذه العملية في سياق مألوف لديهم وهو سياق مساحات الأشكال الهندسية. وهذا يعكس بالضرورة عدم التركيز على الجانب المفاهيمي والجانب التطبيقي لعملية الضرب في تدريس الرياضيّات.

في السؤال التاسع، كان متوسط الدرجات على شق الحل (٠,٥) بينما كان المتوسط (٠,٣٨) على شق التمثيل. تطلب شق الحل إيجاد ناتج جمع عددين كسريين، بينما تطلب شق التمثيل اختيار التمثيل المناسب من بين عدد من الاختيارات تضمنت تعابيراً رياضيّة ورسومات. إن الأداء الجيد على هذا الشق يتطلب فهماً لتمثيل الكسور بالرسم وكذلك إدراك التمثيلات الرياضيّة المختلفة للكسر نفسه. فمثلاً ($2\frac{1}{4}$) هو نفسه ($2\frac{2}{8}$)، وكذلك ($1\frac{1}{8}$) هو نفسه ($\frac{9}{8}$) ولكن ($2\frac{1}{4}$) لا يساوي ($\frac{8}{4}$) و($\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$) لا يساوي ($\frac{1+1}{4+8}$). وهذه جميعها من أساسيات فهم الكسور. إن الأداء المتدني على مثل هذه المسائل يعكس تدريساً للرياضيّات قائماً على التعلم غير ذي المعنى للخوارزميات والعمليات الرياضيّة والذي يؤدي بدوره إلى عدم فهم العمليات الرياضيّة وهذا ينعكس بالضرورة على قدرة الطلاب على تحديد التمثيلات المناسبة للأفكار الرياضيّة وبالطبع على إنشاء تمثيلاتهم الخاصة لهذه الأفكار.

أما في السؤال العاشر، فقد كان متوسط الدرجات على شق الحل (٠,٩) بينما كان المتوسط (٠,١) على شق التمثيل. تطلب شق الحل إيجاد الوسيط لثمان قيم. أي تطلب حلها ترتيب الأعداد تصاعدياً أو تنازلياً ثم إيجاد المتوسط الحسابي للعددين الواقعين في الوسط. وهذه مسألة مألوفة في كتب الرياضيّات للصف السادس. أحد الأخطاء التي وقع فيها الطلاب كان عدم ترتيب الأعداد تنازلياً أو تصاعدياً والاعتماد على الترتيب المعطى في السؤال. كذلك، فقد اعتبر بعض الطلاب أحد العددين الواقعين في الوسط وسيطاً، وبعضهم أخطأ في إيجاد المتوسط الحسابي للعددين. وفي حين أن الخطأ الأخير يشير إلى مشكلة في إجراء العمليات الحسابية، نجد أن كلاً من الخطأ الأول والثاني يشيران إلى خلل في فهم الوسيط.

أما شق التمثيل، فقد تطلب إيجاد الوسيط من خلال تمثيل لنفس القيم بطريقة (الساق والأوراق leafs and Stem). وهنا لا يحتاج الطالب أن يعيد ترتيب القيم تصاعدياً أو

المجلد 11 العدد 3 سبتمبر 2010

تنازلياً حيث تكون مرتبة، ولكن يشترط بالضرورة أن يفهم الطالب هذا النوع من التمثيل. إن الأداء المتدني على هذا الشق من السؤال يعكس عدم فهم الطلاب للتمثيل، وهذا بدوره يعني أن المعلمين لم يركزوا على هذا النوع من التمثيل رغم أنه متضمن في الكتاب المدرسي للصف السادس.

التوصيات

إن نتائج هذه الدراسة بشكل عام تؤكد ضرورة أن يرافق تعلم المهارات الحسابيّة فهم حقيقي للمفاهيم الرياضيّة وأن الرياضيّات المدرسية يجب أن تعطي التمثيل الرياضي أهمَّيةً كبيرة كتلك التي تعطيها للمهارات الحسابيّة. إن مقدرة الطالب على إيجاد الإجابة الصحيحة لمسألة وعدم قدرته في الوقت ذاته على تمثيل تلك الإجابة أو الفكرة الرياضيّة التي تتضمنها دليل واضح على قصور في فهم الطالب للفكرة الرياضيّة. يتوجب على المعلمين استخدام التمثيلات لدفع التلاميذ إلى التفكير الرياضي وإظهار تعلّمهم للمفاهيم الجديدة حيث تعتبر هذه التمثيلات وسطاً يظهر الطلاب من خلاله ما إذا كانوا يفهمون فكرة أم لا، وطبيعة فهمهم لهذه الفكرة. وبناء على تمثيلات الطلاب يستطيع المعلم أن يقرر كيف يوجه التدريس لخدمة التعلّم. كذلك فإنه من خلال الحوار الذي تخلقه التمثيلات فإن المعلم وطلابه يتعاونون في صقل وتصحيح المفاهيم الرياضيّة.

وفي مجال تقويم فهم الطلاب للرياضيّات، فإن الاعتماد على المهارات الحسابيّة لوحدها يعطي نتيجة غير دقيقة وبالتالي تشخيصاً غير دقيق لما تعلّمه الطالب من الرياضيّات. وهذا يدفعنا إلى إعادة النظر في أساليب تقويم تعلّم الطلاب للرياضيّات. إنَّ التقويم الحقيقي يجب أن يأخذ في الاعتبار تعدد التمثيلات للفكرة الرياضيّة الواحدة (Eennell & Rowan, 2001) لأن التمثيل يمكّن المعلم من سبر تفكير طلابه من خلال ما يستخدمونه من رموز ومخططات وخرائط وصور وتعابير رياضيّة مختلفة. وبما أن التفكير الرياضي المتقدّم يبنى على أساس متين من المعرفة المفاهيمية والتكامل المرن للتمثيلات الرياضيّة المتعددة Multiple representations، فإن على المعلمين استخدام طرق تمكنهم من رؤية ومتابعة مستويات تفكير طلابهم بما يخدمهم في ربط هذه المستويات بتدريسهم. ويعتبر التمثيل في هذا الصدد عاملاً مهماً وفاعلاً في التعلّم لذا يجب إدراك دوره واستخدامه في عملية التقويم البنائي.

أما برامج إعداد المعلم، فهي الأخرى معنية بنتائج هذه الدراسة. فالمعلم يكتسب المعارف والمهارات والكفايات التدريسية خلال برنامج الإعداد، وهذه تمثل أساساً يبني عليه المعلم

من خلال الخبرة والتنمية المهنية. ولذلك، يجب أن يكون هذا الأساس متيناً ومبنياً على قواعد سليمة. إذًا، فالباحث يوصي أن تركز برامج إعداد معلم الرياضيّات على التعلم القائم على الفهم للرياضيّات، وأن تعمل على إكساب الطلبة المعلمين المعارف والمهارات اللازمة لتدريس الرياضيّات بطرق ذات معنى. ولا يكون هذا بالطبع من خلال مقررات تعزز هذا التوجه فحسب، بل أيضاً من خلال تمرير الطلبة المعلمين أنفسهم بخبرات يتعلمون من خلالها بطرق ذات معنى، ذلك لأن المعلم عادة ما يميل إلى التدريس بالطريقة التي تعلم بها.

كذلك، فإن الباحث يوصي أن يتم تصميم برامج تنمية مهنية خاصة بمعلمي الرياضيّات غير تلك المصممة للمعلمين من كل التخصصات. ويجب أن تعمل هذه البرامج على تنمية معارف معلمي الرياضيّات ومهاراتهم في التدريس من أجل الفهم. إن وعي المعلم بأهمية التمثيل الرياضي وما يلعبه من دور في بناء وتعميق فهم المفاهيم والعمليات الرياضيّة شرط أساسي لتوفير بيئة تعلم داعمة للتعلم القائم على الفهم للرياضيّات. ويجب التأكيد هنا على أن المعلم لا يكتسب المهارات اللازمة لتوفير هذه البيئة من خلال البرامج النظرية والتي تتسم بالعمومية الشديدة. فالمطلوب برامج متخصصة يقوم من خلالها المعلمون أنفسهم باستكشاف وتمثيل مفاهيم وعمليات رياضيّة محددة من ضمن تلك التي يدرسونها لطلابهم.

أما من الناحية البحثية، فإن الباحث يوصي بما يأتي:

١. دراسة ممارسات معلمي الرياضيّات للوقوف على مدى اهتمامهم بالتمثيل الرياضي والفرص التي يوفرونها لطلابهم لإنشاء تمثيلات رياضيّة والتعرف إلى تمثيلات رياضيّة مختلفة من جهة، وتقويم مهارات التمثيل لدى الطلاب من جهة أخرى. ويشمل ذلك الملاحظة الصفية وتحليل الخطط الدرسية والأنشطة الصفية والواجبات المنزلية وأدوات التقويم المستخدمة. كما يمكن أيضاً أن تتم دراسة العلاقة بين الممارسات التدريسية للمعلمين ومهارات التمثيل لدى طلابهم.

٢. إجراء دراسات تدخلية (studies intervention) واستكشاف فاعليتها في تنمية مهارات التمثيل بشكل خاص لدى الطلاب وفهمهم للرياضيّات بشكل عام. وقد تتضمن برامج التدخل تدريب معلمين على التدريس القائم على الفهم ليوفروا لطلابهم فرصاً للتمثيل الرياضي. ويمكن تحديد وحدة أو وحدات دراسية لتنفيذ البرنامج عليها. يتم تحليل هذه الوحدات وتحديد فرص التمثيل الرياضي فيها وإعادة صياغتها بحيث توفر هذه الفرص. كما يمكن تصميم التدريس الذي يوفر بيئة تعلم استكشافية تسمح للطلاب باختيار وإنشاء التمثيلات الرياضيّة الخاصة بهم.

المراجع

السواعي، عثمان نايف (٢٠٠٤أ). تأثير مجموعة من العوامل المتعلقة بسياق المسألة في الاستدلال التناسبي لطلاب المراحل التعليمية المختلفة وإمكانية انتقال التعلم من خبرة إلى أخرى. **دراسات في المناهج وطرق التدريس**، جامعة عين شمس، **٩٤** (يونيو)، ٢٠١-٢٢٥.

السواعي، عثمان نايف (٢٠٠٤ب). **تعليم الرياضيّات للقرن الحادي والعشرين**. دبي، دولة الإمارات العربية المتحدة: دار القلم.

وزارة التربية والتعليم (٢٠٠٢-٢٠٠٧). **سلسلة كتب الرياضيّات من الأول حتى السادس**. لبنان: مكتبة لبنان ناشرون.

Alsawaie, O. N. (2009). The effects of content, type of quantity, shape, and unit on middle/high school students' proportional reasoning and solution strategies. **Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 8**(2) 101-119.

Bondesan, M. G., & Ferrari, P. L. (1991). The active comparison of strategies in problem-solving: An exploratory study. In F. Furinghetti (Ed.), **Proceedings of the 15th International Conference on the Psychology of Mathematics education,** Vol. **I**, (pp.168–175). Genova, Italy: U Press.

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T. , Durán, R., Reed, B. S., & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. **American Educational Research Journal, 34**, 663–689.

Brenner, M. E., Herman, S., Ho, H. Z. & Zimmer, J. M. (1999) Cross-national comparison of representational competence, **Journal for Research in Mathematics Education, 30**(5), 541-547.

Burn, M. (1994). Arithmetic: The last holdout, **Phi Delta Kappan, 75**(6), 471-476.

Cai, J., & Sun, W. (2002). Developing students' proportional reasoning: A Chinese perspective. In B. Litwiller, & G. Bright (Eds.), **Making sense of fractions, ratios, and proportions:** 2002 Yearbook, (pp.195-212). Reston, Va: NCTM.

Cai, J. (2001). Improving mathematics: learning lessons from cross-national studies of Chinese and US students, **Phi Delta Kappan, 83,** 400-404.

Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H., & Bezuk, N. S. (2001). **Learning mathematics in elementary and middle schools** (2nd ed.). Ohio: Merrill Prentice Hall.

Cramer K. A., Post T. R. & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifthgrade students: a comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the Rational Numher Project curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education, 33**(2), 111-144.

Cuban, L. (1993). **How teachers taught: Constancy and change in American classrooms:** 1890-1990. (2nd ed.). New York: Teachers College Press.

Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking, in: R. J. Stemberg & T. Ben-Zeev (Eds), **The nature of mathematical thinking,** (pp. 92-109), Mahvvah, NJ, Erlbaum.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt &M. Santos (Eds.), **Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Vol. **1**, (pp. 3–26). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED433998).

Eennell, F. & Rowan, T. (2001) Representation: an important process for teaching and learning mathematics, **Teaching Children Mathematics, 7**(5), 288-292.

Feldhusen, J. F., & Westby, E. L. (2003). Creative and affective behavior: Cognition, personality and motivation. In J. Houtz (Ed.), **The educational psychology of creativity,** (pp. 95 –105). Cresskill, NJ: Hampton Press.

Greeno, J. G. & Hall, R. B. (1997). Practicing representation: learning with and about representation forms. **Phi Delta Kappan, 79,** 361-367.

Hart, K. M. (1994). **Ratios: Children's strategies and errors.** Windsor, UK: The NFER-Nelson Publishing.

Heller, P., Post, T., Behr, M. & Lesh, R. (2003). **The effect of two context variables on equalization and numerical reasoning about rates.** Available at: http://education.umn.edu/rationalnumberproject/94-6.htm.

Hiebert, J. (1999). Relationship between research and the NCTM standards. **Journal for Research in Mathematics Education, 30**(1), 3 19.

Kamii, C., Lewis, B., A., & Livingston, S.J. (1993). Primary arithmetic: Children inventing their own procedures. **Teacher, 41,** 200-203.

Lewis, A.B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. **Journal of Educational Psychology, 81,** 521–531.

Mayer, R.E. (1987). **Educational psychology: A cognitive approach.** Boston: Little, Brown.

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), **The nature of mathematical thinking** (pp. 29–53). Mahwah, NJ: Erlbaum.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and evaluation standards for school mathematics.** Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Principles and standards for school mathematics.** Reston, VA, NCTM.

Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: Representations, problem solutions, justification and explanations. **Journal of Educational Research, 89,** 351–363.

Peirce, C.S. (1995). The scientific attitude of fallibalism. In J. Buchler (Ed.). **Philosophical Writings of Peirce,** (pp.42-59). NewYork: Dover Publications.

Peirce, C.S. (1991). On a New List of Categories. In J. Hoopes, (Ed.). **Peirce on signs: Writings on semiotic,** (pp 23-33). Chapel Hill, NC: University of North Carolina Press.

Pellegrino, J., Chudowsky, N., & Glaser, R. (Eds.) (2001). **Knowing what students know: The science and design of educational assessment.** Washington, DC: National Academy Press.

Reys, R. E. & Yang, D.C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. **Journal for Research in Mathematics Education, 29,** 225-237.

Singh, P. (2000). Understanding the concept of proportion and ratio constructed by two grade six students. **Educational Studies in Mathematics, 43,** 271-292.

Thompson, P.W. (1990). **A theoretical model of quantity-based reasoning in arithmetic and algebra** (Tech. Rep. No. 101). Normal: Illinois State University.

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the Literature. **Educational Studies in Mathematics, 16,** 181-204.

Van de Walle, J.A. (2001). **Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally** (4th ed.). New York: Longman.

Willis, G. B., & Fuson, K. C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. **Journal of Educational Psychology, 80,** 192-201.

Yang, D-C. & Huang, F-Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade students in Taiwan. **Educational Studies, 30**(4), 373-389.

Yerushalmy, M. (1997). Designing representations: Reasoning about functions of two variables. **Journal for Research in Mathematics Education, 28**, 431-466.